

# 도약 FM/BFSK 시스템에서 블라인드 도약 위상 추정기

성진숙\*, 정민아\*, 김경호\*\*, 이성로<sup>o</sup>

## A Blind Hopping Phase Estimator in Hopped FM/BFSK Systems

Jinsuk Seong\*, Min-A Jeong\*, Kyung-Ho Kim\*\*, Seong Ro Lee<sup>o</sup>

### 요약

본 논문에서는 주파수 도약 대역확산 시스템에서 도약에 대한 사전 정보 없이 수신신호를 복조 할 수 있는 도약 위상 추정기를 제안하였다. 복조 과정은 첫째 샘플링 된 수신 신호를 DFT(Discrete Fourier Transform)를 한 후 도약 대역 내에 존재하는 신호 중 가장 큰 크기를 갖는 주파수 성분을 선택한다. 둘째 검출된 신호는 차곱 과정과 다운샘플링을 통하여 기저대역신호로 변환된 후 도약위상 추정기에서 도약 주파수에 의해서 발생된 도약 위상을 추정한다. 제안된 위상 추정기의 수학적 모델에 대한 성능 분석을 위해 확률밀도함수 및 분산 성능을 구하고 모의실험 결과와 비교하여 잘 일치함을 확인하였다.

**Key Words** : Frequency, hopping, spread, spectrum, phase, estimator, blind, demodulation

### ABSTRACT

We proposed a hopping phase estimator to demodulate the received signals without any hopping information in frequency hopping spread spectrum systems. The demodulation process in this paper is as follows: hopped frequency tracking is accomplished by choosing a frequency component with maximum amplitude after taking discrete Fourier transform and a hopping frequency estimator which estimates the phase generated by hopped frequency is established through difference product and down-sampling. We obtained the probability density function and variance performance of the proposed estimator and confirmed that the analysis and the simulation results were agreed with each other.

### I. 서론

신호를 안전하게 전송하기 위해서는 두 가지가 필수적으로 필요하다. 채널에 강한 변조방식을 선택해야 하며, 각종 재밍(jamming) 신호에 강한 신호로 송신하여야 한다. 본 논문에서 다루는 FM과 BFSK 변조 방식은 큰 진폭을 갖는 잡음에 강하지만 AM 변조방

식에 비하여 상대적으로 넓은 대역폭을 사용한다. 주파수 도약 기술은 강한 항재밍(anti-jamming) 기능과 높은 보안성을 가진다. 따라서 주파수 도약 방식은 현재 무선 통신에서 상용 및 군사용으로 사용되고 있다<sup>[1]</sup>. 따라서 주파수 도약 대역확산 신호의 수신을 위해 동기 획득<sup>[2,3]</sup>, 신호 검출 및 분리<sup>[4,5]</sup>, 도약 시각 및 도약 주파수와 같은 파라미터 추정<sup>[6-10]</sup>, 기저대역 복조

※ 이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2009-0093828)과 미래창조과학부 및 정보통신산업진흥원의 IT융합 고급인력과정 지원사업의 연구결과로 수행되었음(NIPA-2014-H0401-14-1009).

• First Author : Mokpo National University IT&Shipbuilding Convergence Research Center, pinaseong@nate.com, 정희원

◦ Corresponding Author : Mokpo National University Dept. of Information & Electronics Engineering, srlee@mokpo.ac.kr, 정희원

\* Mokpo대학교 컴퓨터공학과, majung@mokpo.ac.kr, 정희원

\*\* Mokpo대학교 정보통신공학과, khkim@mokpo.ac.kr, 정희원

논문번호 : KICS2014-05-171, Received May 2 2014; Revised July 9, 2014; Accepted July 9, 2014

등의 다양한 기법들이 연구되어 왔다. 일반적으로 주파수 도약 신호의 수신을 위해서 필수적인 정보들이 필요한데 때로는 특수한 목적으로 신호에 대한 사전 정보 없이도 주파수 도약 신호를 검출해야 되는 경우가 있으며 이때는 수신된 신호를 이용하여 블라인드 복조를 수행해야한다.

따라서 본 논문에서는 FM과 BFSK로 변조되어 도약 주파수에 의해 대역이 확산된 신호를 도약 정보 없이 복조하는데 사용될 도약 위상 추정기를 제안한다. 도약 위상 추정기는 수신된 신호에 대하여 심볼의 길이와 송신 펄스 성형 파형에 대한 정보는 알지만 도약 주파수에 대한 정보를 모르는 경우에 대하여 사용되는 복조 방법이다. 도약 주파수 방식을 사용함에 따라 신호의 대역이 확산되어 신호대잡음비(SNR)가 낮으므로 수신 신호의 신호대잡음비를 향상시키기 위해 톤 필터를 제안하고 그에 대한 성능을 조사한다. 또한 광대역을 사용하는 대역확산 신호를 샘플링 할 때 샘플링 된 반송파가 변조 신호에 미치는 영향을 분석한다. 최종적으로 도약 주파수를 도약 위상으로 전환하여 도약 정보를 추출하는 도약 위상 추정기에 대한 수학적 모델을 구축하고 분석적인 방법 및 시뮬레이션을 통해 성능 비교한다.

## II. 송신기

FM 주파수 도약 대역확산 신호는 전송하고자하는 정보를 성형 필터를 이용하여 파형으로 만든 후 FM 변조되고, 반송파를 기준으로 도약 주파수에 의해 대역이 확산된 신호로서 개념적으로 그림 1과 같이 나타낼 수 있고 수학적으로는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$q(t) = A_c \cos \left( 2\pi(f_c + f_i)t + 2\pi f_\Delta \int_0^t x_m(\tau) d\tau \right) \quad (1)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

여기서  $A_c$ 는 진폭,  $f_c$ 는 반송파 주파수,  $f_i$ 는 도약 주파수,  $f_\Delta$ 는 주파수 변조를 위한 주파수 편이를 나타내며,  $x_m(t)$ 은 정보 신호로서 다음과 같이 표현된다.

$$x_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k g(t - kT) \quad (2)$$

여기서  $d_k \in \{-1, 1\}$ 이고,  $g(t)$ 는 다음과 같은 성형

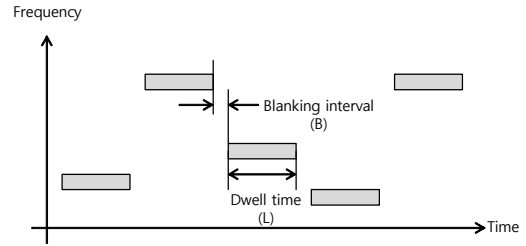


그림 1. 주파수 도약 대역확산 신호  
Fig. 1. Frequency hopped spread spectrum signal

펄스로 표현된다.

$$g(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

식(1)에서 전송할 데이터를 포함한 FM 변조된 항을 다음 식과 같이 두면,

$$x(t) = 2\pi f_\Delta x_m(t) \quad (4)$$

식(1)은 다음과 같이 더 간단하게 표현된다.

$$q(t) = A_c \cos \left( (\omega_c + \omega_i)t + \int_0^t x(\tau) d\tau \right) \quad (5)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

여기서  $\omega_c = 2\pi f_c$ 이고  $\omega_i = 2\pi f_i$ 이다.

## III. 복조

그림 2에 나타낸 것처럼 기저대역에서 원 신호의 대역폭에 비해 도약 FM 신호는 넓은 주파수 대역폭을 가지므로 신호 대 잡음비가 매우 낮다. 따라서 확산 스펙트럼 신호를 복조하기 위해서는 잡음이 섞인 신호를 높은 신호 대 잡음비를 갖는 기저대역 신호로 변환해야 한다. 도약 대역폭에 비해 정보가 담긴 신호 대역이 매우 좁기 때문에 수많은 도약 주파수를 사용하여 생성된 FM 도약 대역확산 신호는 매우 짧은 시간 동안에는 톤으로 간주될 수 있다. 광대역 신호에 포함된 잡음을 제거하기 위하여 짧은 시간 동안 취한 샘플들에 대해 DFT를 이용할 수 있다. 기저대역 신호 전송 속도에 비해 충분히 높은 속도로 광대역 신호를 샘플링한 후에 DFT를 하고 DFT 결과 중 가장 큰 성분을 가진 주파수 성분을 취한다. 이로써 DFT 크기로 다운 샘플링 된 신호를 얻을 수 있으며 이 과정은 그

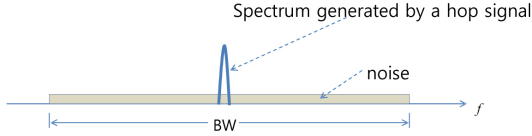


그림 2. 도약 신호 및 잡음  
Fig. 2. Hopping signal and noise

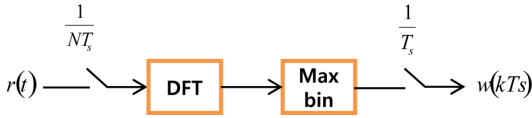


그림 3. 잡음 제거와 기저대역 변환  
Fig. 3. Noise reduction and conversion to baseband signal

림 3에 나타나 있다.

식 (5)의 송신된 신호는 힐버트(Hilbert) 변환을 거쳐 다음과 같은 복소수 신호로 변환될 수 있다.

$$w(t) = A_c \exp\left(j\omega_c t + j \int_0^t x(\tau) d\tau\right) \quad (6)$$

이 신호는 다음과 같이 2개 항의 곱으로 분리될 수 있으며,

$$w(t) = c(t)s(t), \quad (7)$$

$$c(t) = \exp(j\omega_c t), \quad (8a)$$

$$s(t) = A_c \exp\left(j \int_0^t x(\tau) d\tau\right) \quad (8b)$$

여기서  $c(t)$ 는 복소수 반송파 주파수이고,  $s(t)$ 는 정보신호이다. 이 신호를 샘플링 주파수  $f_s = 1/T_s$ 로 샘플링 하면 다음과 같은 신호를 얻을 수 있다.

$$w(kT_s) = c(kT_s)s(kT_s) \quad (9)$$

$w(kT_s)$ 의 대역은 두 주파수 영역 신호  $C(f)$ 와  $S(f)$ 의 컨벌루션(convolution)으로 표현될 수 있다.

$$W(f) = C(f) * S(f) \quad (10)$$

샘플링 된 FM 기저대역 신호는 샘플링 된 반송파 주파수로 변조되어 있음을 알 수 있다. 반면 복소수 반송파는 주파수 영역에서

$$\tilde{C}(f) = \delta(f - f_d) \quad (11)$$

이 되고, 샘플링 된 FM 신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W(f) &= \delta(f - f_d) * S(f) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\zeta) \delta(f - f_d - \zeta) d\zeta \\ &= S(f - f_d) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 샘플링 된 FM 신호는 주파수 영역에서  $f_d$ 만큼 이동되고 샘플링 된 반송파에 의해 변조된다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 복소수 반송파는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c(t) = \exp[j(2\pi f_c t + \theta_0)] \quad (13)$$

그림 4에 나타낸 것처럼 시각  $k-1$  과  $k$  에 취해진 두 샘플의 곱은 다음과 같고,

$$\begin{aligned} c(t_k, t_{k-1}) &= c(t_k)c^*(t_{k-1}) = \exp[j(2\pi f_c(t_k - t_{k-1}))] \\ &= \exp\left(j2\pi \frac{f_c}{f_s}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $t_k - t_{k-1} = T_s = 1/f_s$  이다. 식(14)로부터 위상은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta &= \arg(c_d(t_k, t_{k-1})) \\ &= \left(2\pi \frac{f_c}{f_s}\right) \bmod 2\pi, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \end{aligned} \quad (15)$$

식(17)의 위상으로부터 주파수를 구하면

$$f_d(f) = \frac{\theta}{2\pi} f_s = \frac{f_s}{2} \left( \left(2 \frac{f_c}{f_s}\right) \bmod 2 \right) \quad (16)$$

이고 그림 5에 나타내었다.

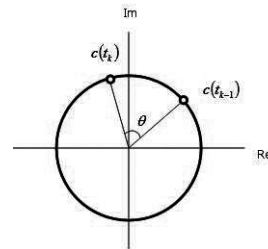


그림 4. 복소 반송파의 샘플링  
Fig. 4. Sampling of a complex carrier

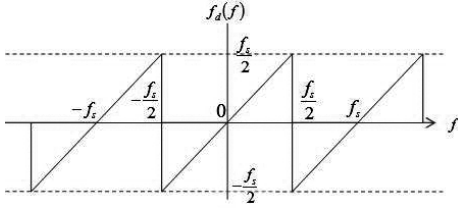


그림 5. 샘플링 된 복소수 반송파의 주파수 특성  
Fig. 5. Frequency characteristics of a sampled complex carrier

그림 5로부터 알 수 있듯이 샘플 주파수 범위가  $-f_s/2 \leq f_d \leq f_s/2$ 이므로 샘플링 된 확산 스펙트럼의 범위는 다음과 같이 제한된다.

$$-f_s/2 \leq \tilde{S}(f - f_d) \leq f_s/2 \quad (17)$$

그러므로 기저대역 신호 대역폭의 2배 이상으로 대역 확산 신호를 샘플링 하면 정보의 손실이 없으며 샘플링 된 반송파에 의해 변조된 신호로 나타남을 알 수 있다. 일반성을 잃지 않고 수학적으로 간단하게 하기 위해 식(5)에서  $\omega_c = 0$  및  $A_c = 1$ 로 두면 다음과 같이 된다.

$$w(t) = \exp\left(j\omega_i t + j \int_0^t x(\tau) d\tau\right) \quad (18)$$

두 함수의 곱을 양수 값을 갖는  $\Delta t$ 로 다음과 같이 정의하면

$$b(t, \Delta t) \equiv w(t)w^*(t - \Delta t) = c_i(\Delta t)s(t, \Delta t) \quad (19)$$

와 같고 여기서  $c_i(\Delta t)$ 와  $s(t, \Delta t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$c_i(\Delta t) = \exp(j\omega_i \Delta t), \quad (20a)$$

$$s(t, \Delta t) = \exp\left(j \int_{t-\Delta t}^t x(\tau) d\tau\right) \quad (20b)$$

$b(t, \Delta t)$ 에서  $c_i(\Delta t)$ 는 페이저(phasor)로서 도약 주파수  $\omega_i$ 와 시간 윗셋  $\Delta t$ 로 구성된 위상을 가지며 복소평면에서 한 점으로 표현된다. 이 페이저에서 위상은 도약 주파수가 증가할수록 커지며 그 반대도 마찬가지다. 또한  $s(t, \Delta t)$  항은 복소수 지수 함수의 형태로 정보를 포함하고 있으며 작은  $\Delta t$ 에 대해 적분 항은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\int_{t-\Delta t}^t x(\tau) d\tau \cong x(t) \Delta t \quad (21)$$

식(21)을 식(20)에 대입하면 다음과 같다.

$$b(t, \Delta t) \equiv c_i(\Delta t) \exp(jx(t) \Delta t) \quad (22)$$

$A(k)$ 를 다음과 같이 정의하면 식(22)로부터

$$\begin{aligned} A(k) &\equiv b(t + kT, \Delta t) \\ &= c_i(\Delta t) \exp(jx(t + kT) \Delta t) \end{aligned} \quad (23)$$

이 되고, 도약 주파수로 인해 발생하는 위상을 예측하기 위한 도약 위상 추정기를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_i(\Delta t) &\equiv \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N A(k) \\ &= c_i(\Delta t) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \exp(jx(t + kT) \Delta t) \end{aligned} \quad (24)$$

덧셈 항에서  $x(t + kT)$  항은  $d_k = 1$ 일 때는  $2\pi f_\Delta$  값을 가지고,  $d_k = -1$ 일 때는  $-2\pi f_\Delta$  값을 가진다. 그림 1에서 보는 바와 같이 dwell time  $L (= NT)$ 이 충분히 길면  $d_k = 1$ 일 확률이  $d_k = -1$ 일 확률과 같기 때문에 식(24)에서 합계 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma &\equiv \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \exp(jx(t + kT) \Delta t) \\ &\cong \Pr\{d_k = 1\} \cdot \exp(j2\pi f_\Delta \Delta t) \\ &\quad + \Pr\{d_k = -1\} \cdot \exp(-j2\pi f_\Delta \Delta t) \\ &\cong \frac{1}{2} \cdot \exp(j2\pi f_\Delta \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot \exp(-j2\pi f_\Delta \Delta t) \\ &= \cos(2\pi f_\Delta \Delta t) \end{aligned} \quad (25)$$

식(24)의 평균 항에 식(25)을 대입하면 다음과 같다.

$$\hat{\Phi}_i(\Delta t) = \gamma c_i(\Delta t) \quad (26)$$

따라서 이 도약 위상 추정기는 단지 도약 위상 항만 가지고 있다. 이 추정기와  $b(t, \Delta t)$ 를 이용하여 복소수 컬레 곱을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_i^*(\Delta t)b(t, \Delta t) &\equiv \gamma c_i^*(\Delta t)c_i(\Delta t)\exp(jx(t)\Delta t) \\ &= \gamma \exp(jx(t)\Delta t) \end{aligned} \quad (27)$$

$\hat{\Phi}_i^*(\Delta t)$ 에서 오른쪽 항은 지수  $i$ 에 무관하므로  $i$ 를 없애도 되며 위의 식으로부터 정보를 구할 수 있다.

$$x(t) = \frac{1}{\Delta t} \arg(b(t, \Delta t)\hat{\Phi}_i^*(\Delta t)) \quad (28)$$

따라서 식(28)로부터 다른 어떤 도약 정보 없이도 두 함수  $b(t, \Delta t)$ 와  $\hat{\Phi}_i(\Delta t)$ 를 이용하여 주파수 도약 확산 스펙트럼 신호 복조가 가능하다는 것을 알 수 있다.

반면 반송과 주파수를 포함한 경우에는 식(18)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w(t) = \exp\left(j(\omega_c + \omega_i)t + j \int_0^t x(\tau) d\tau\right) \quad (29)$$

이 경우에도 앞에서와 동일한 과정을 거쳐 전체 도약 위상 추정기를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\Phi}(\Delta t) = \exp(j\omega_c \Delta t)\hat{\Phi}(\Delta t) \quad (30)$$

전체 위상 추정기가 반송과 주파수에 의해 발생한  $\exp(j\omega_c \Delta t)$ 항과 도약 위상 추정기인  $\hat{\Phi}(\Delta t)$ 를 포함하고 있으므로 반송과 및 도약 주파수로 인한 전체 위상을 예측할 수 있다.

BFSK 시스템에 대하여 위의 과정을 수행하면 다음과 같은 도약 위상 추정기를 얻을 수 있다.

$$\hat{\Phi}_i(\Delta t) \cong A_c^2 \exp(j((\omega_c + \omega_i)\Delta t)) \cos(2\pi \Delta f \Delta t) \quad (31)$$

$A_c^2$  및  $\cos(2\pi \Delta f \Delta t)$ 은 실수이고,  $\hat{\Phi}_i(\Delta t)$ 의 위상은 반송과 및 도약 주파수로 인해 생긴 것이므로 식(31)에 나타난 위상 추정기는 어떤 반송과와 어떤 도약 주파수에 의해 발생한 위상을 추정할 수 있음을 보여준다. 따라서 같은 방법을 사용하여 FM 형태의 확산 스펙트럼 신호에서처럼 BFSK 형태의 확산 스펙트럼 신호도 복조할 수 있다

## IV. 성능 분석

### 4.1 톤 필터의 성능

입력 신호를  $r(k)$ 로 두고 DFT를 취하면

$$\begin{aligned} R(k) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} r(l) \exp\left(-j \frac{2\pi kl}{M}\right), \\ k &= 0, 1, 2, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (32)$$

이고, 여기서  $M$ 은 DFT 크기이다. 입력 신호가 하나의 주파수 성분만을 가지고 있다고 가정하면 입력 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(k) = \exp\left(j \frac{2\pi nk}{M}\right) + v(k) \quad (33)$$

여기서  $v(k)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_v^2$ 인 잡음이다. 식(33)을 식(32)에 대입하면,

$$R(k) = \delta(k=m) + V(k) \quad (34)$$

이고, 여기서

$$\delta(k=m) = \begin{cases} 1 & k=m \\ 0 & k \neq m \end{cases} \quad (35)$$

이며,  $V(k)$ 는  $v(k)$ 의 DFT 결과 중  $k$ 번째 주파수 성분이다. 이것은  $V(k)$ 에 대해  $k=m$ 일 때를 제외하고는 모든 성분이 잡음 항이라는 의미이다. 우리는 단지 주파수 성분을 포함하고 있는 항만 필요하며 따라서 가장 큰 크기를 갖는 항을 다음과 같이 선택한다.

$$w = \max_k R(k) \quad (36)$$

본 논문에서 제안한 방식은 기저대역의 신호의 진폭이 일정한 주파수 도약 확산 스펙트럼 신호와 같은 광대역 신호에 대한 잡음의 영향을 제거하는 매우 간단한 방식이다. FM이나 FSK 신호의 짧은 구간에 대해 DFT를 한 결과는 큰 크기를 갖는 하나의 성분과 잡음에 의한 작은 크기를 갖는 많은 성분들로 구성되어 있다. 여기서 가장 큰 크기를 갖는 샘플을 취하는 것은  $M$ 개의 협대역 대역 통과 필터들 중에서 가장 큰 값을 갖는 샘플을 취하는 것에 해당한다. 따라서 DFT를 하는 것은 입력 신호를 신호와 잡음으로 분리하는 것으로 볼 수 있다. 신호대잡음비에 대한 입력과

출력의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$SNR_{output} = M \cdot SNR_{input} \quad (37)$$

이것은 높은 이득을 얻을 수 있도록 DFT의 크기  $M$ 이 충분히 커야 한다는 것을 보여준다. 그러므로 FM 또는 FSK 형태의 확산 스펙트럼 신호에 있어서 잡음에 오염된 입력 신호에 대해 DFT를 하여 그 중 가장 큰 크기를 갖는 성분을 취함으로써 높은 이득을 가질 수 있다.

#### 4.2 도약 주파수 추정기의 성능

도약 위상 추정기의 성능 분석에 있어서 반송파와 도약 주파수는 성능에 아무런 영향을 미치지 않으므로  $\omega_c = 0$  및  $\omega_i = 0$ 으로 두고 잡음 항을 추가하면 식 (5)는 다음과 같고,

$$q(t) = \exp\left(j \int_0^t x(\tau) d\tau\right) + n(t) \quad (38)$$

여기서  $n(t)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_n^2$ 인 가산성 백색정규잡음이다. 랜덤 변수  $\Gamma(k)$ 를 다음과 같이 정의하고

$$\begin{aligned} \Gamma(k) &\equiv u(t+k, \Delta t) \\ &= q(t+kT)q^*(t+kT-\Delta t) \\ &= \sum_{i=1}^4 S_i \end{aligned} \quad (39)$$

여기서 식(39)의 각 항은 다음과 같다.

$$S_1(k) = \exp\left(j \int_{t+kT-\Delta t}^{t+kT} x(\tau) d\tau\right) \quad (40a)$$

$$S_2(k) = \exp\left(j \int_0^{t+kT} x(\tau) d\tau\right) n^*(t+kT-\Delta t) \quad (40b)$$

$$S_3(k) = n(t+kT) \exp\left(-j \int_0^{t+kT-\Delta t} x(\tau) d\tau\right) \quad (40c)$$

$$S_4(k) = n(t+kT)n^*(t+kT-\Delta t) \quad (40d)$$

$\Gamma(k)$ 의 평균은

$$m_\Gamma = \gamma \quad (41)$$

이고  $k$ 에 독립적이다. 또한 도약 위상 추정기는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\Phi}(k) \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \Gamma(k) \quad (42)$$

식 (39)와 (40)을 살펴보면  $k \neq l$ 에 대해  $\Gamma(k)$ 와  $\Gamma(l)$ 은 서로 다른 시각에 취해짐으로써 서로 독립적이라는 것을 알 수 있다. 중심 극한 이론에 의해  $\hat{\Phi}(k)$ 가 정규 분포를 가진다고 볼 수 있으므로  $\hat{\Phi}(k)$ 의 평균은

$$m_\Phi = E\{\hat{\Phi}(k)\} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E\{\Gamma(k)\} = \gamma \quad (43)$$

이고, 이차 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_{2,\Phi} &= E\{\hat{\Phi}(k)\hat{\Phi}^*(k)\} \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} E\{\Gamma(k)\Gamma^*(l)\} \end{aligned} \quad (44)$$

식(44)에 기대치 항을 대입하면 다음과 같다.

$$m_{2,\Phi} = \frac{1 + 2\sigma_n^2 + \sigma_n^4}{N} + \gamma^2 \left(1 - \frac{1}{N}\right) \quad (45)$$

식(42)와 (44)로부터 표준 편차는 다음과 같다.

$$\sigma_\Phi = \sqrt{\frac{1}{N} \left(1 - \gamma^2 + \frac{2}{SNR} + \frac{1}{SNR}\right)} \quad (46)$$

따라서 랜덤 변수  $\hat{\Phi}(k)$ 는 평균이  $\gamma$  이고 표준 편차가  $\sigma = \sigma_\Phi/2$ 인 실수부와 평균이 0이고 표준 편차가  $\sigma = \sigma_\Phi/2$ 인 허수부를 가지는 것을 알 수 있다. 성능 분석을 위해 도약 위상 추정기의 위상에 대해 랜덤 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\Theta}(k) \equiv \arg\{\hat{\Phi}(k)\} = \arg\left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \Gamma(k)\right) \quad (47)$$

$$f_{\hat{\Theta}}(\phi) = \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\gamma \cos \phi}{\sigma_\Phi} \operatorname{erf}\left(\frac{\gamma \cos \phi}{\sigma_\Phi}\right) \exp\left(\frac{\gamma^2 \cos^2 \phi}{\sigma_\Phi^2}\right) \exp\left(-\frac{\gamma^2}{\sigma_\Phi^2}\right)\right) - \pi/2 \leq \phi \leq \pi/2 \quad (48)$$

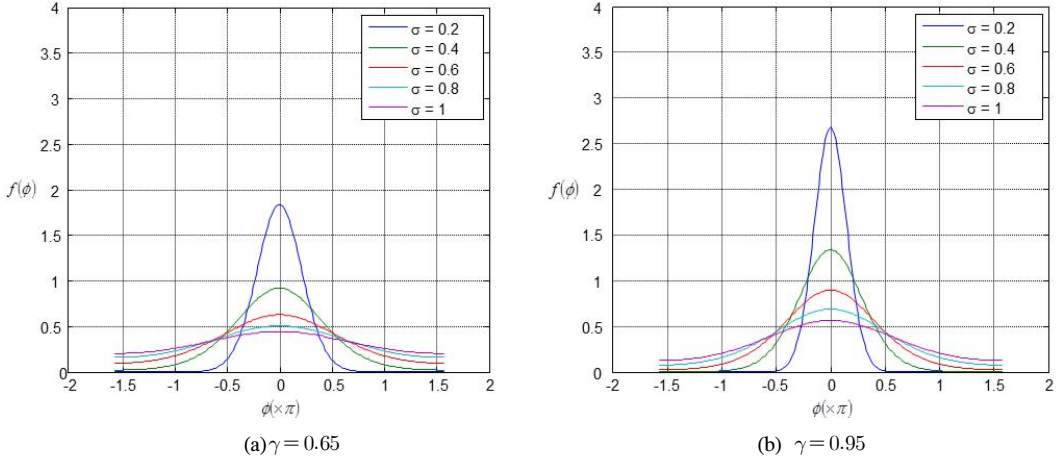


그림 6.  $\hat{\theta}(k)$ 의 확률 밀도 함수  
 Fig. 6. Probability density functions of  $\hat{\theta}(k)$

직각 좌표를 극좌표로 변환함으로써  $\hat{\theta}(k)$ 에 대한 확률밀도함수를 구하면 다음과 같다.

여기서  $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  이다.

$f_{\hat{\theta}}(\phi)$  함수는 두 개의 항으로 구성되는데, 첫째 항은  $\phi$ 에 독립적이지만 둘째 항은  $\phi$ 에 종속적이다. 첫째 항은  $\gamma$ 와  $\sigma_{\phi}$ 의 함수이고 신호대잡음비가 증가하면 감소되고 신호대잡음비가 무한대가 되면 사라진다. 둘째 항은  $\gamma$ 가 증가함에 따라  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 의 폭은 감소한다. 고정된  $\gamma$ 에 대해  $\sigma_{\phi}$ 가 증가할 때,  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 의 폭은 더 넓어진다. 만약  $\sigma_{\phi}$ 가 무한대에 접근하면  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 는  $1/\pi$ 에 접근하는데, 이것은 균일 밀도 함수인 특별한 경우에 해당한다. 둘째 항의 양 끝점 값이 0이므로 명백히  $f_{\hat{\theta}}(\pm\pi/2) = 1/\pi \cdot \exp(-\gamma^2/\sigma_{\phi}^2)$ 이 된다. 여러 가지 파라미터 값에 따른  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 를 그림 6에 나타내었다.

(48)에 나타낸  $\hat{\theta}(k)$ 의 확률 밀도 함수는 단점을 가지는데, 이것은 정리된 모양의 수식이지만 위상 분산 성능을 구하기 위해 1차 및 2차 모멘트를 구하는 것이 필수적임에도 불구하고 적분하기 어려운 형태를

가지고 있다는 것이다. 이를 해결하기 위해  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 를 멱급수(power series) 형태로 나타내면 식(49)와 같다. 또한  $f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 는 우함수이고  $\phi f_{\hat{\theta}}(\phi)$ 는 기함수이므로  $\hat{\theta}(k)$ 의 평균은 0이고 분산은 식(50)과 같다.

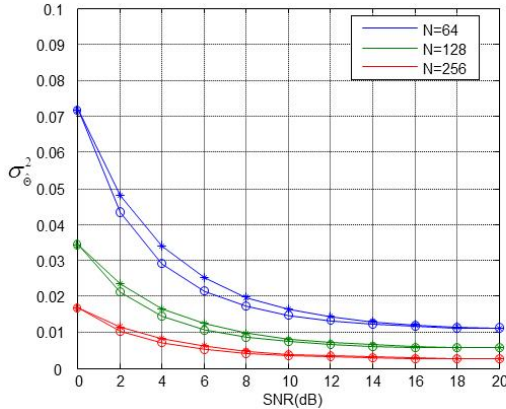
여기서

$$F(m, k, l) = \begin{cases} \frac{\pi^3}{12} & m = k+l+1 \\ \frac{\pi(-1)^{m-k-l-1}}{2(m-k-l-1)^2} & \text{otherwise} \end{cases} \text{이다.}$$

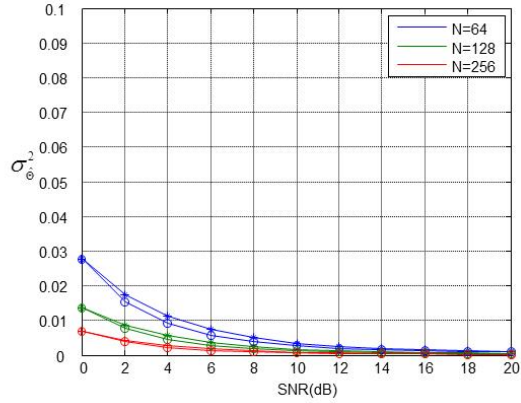
그림 7은  $\hat{\theta}(k)$ 의 분산 성능을 나타내며 분석과 추정치가 서로 잘 일치함을 보여준다. 그림 8에 나타나 있듯이 신호대잡음비가 무한대로 증가해도 분산은 0이 되지 않는데 이는 SNR이 무한대일 때 표준 편차가  $\sigma_{\phi} = \sqrt{(1-\gamma^2)/N}$ 이 되기 때문이다. 따라서 잡음이 없어도 제한된 추정기의 자체 잡음으로 인해 표준 편차가 0이 되지 않는다. 자체 잡음을 줄이기 위한 방법으로  $\gamma$ 를 거의 1로 만들거나  $N$ 을 크게 만드는 방법이 있다. 이러한 큰 값들은 입력 신호의 샘플링 속도 및 필터의 탭 수를 증가시키기 때문에 구현이 더 복잡해진다. 따라서 시스템 성능과 구현 복잡도 간에는 상호보완 관계가 존재한다고 볼 수 있다.

$$f_{\hat{\theta}}(\phi) = \frac{1}{\pi} \left( 1 + 2 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)k!!} \left( \frac{\gamma^2}{\sigma_{\phi}^2} \right)^{k+l+1} \cos^{2(k+l+1)}\phi \right) \exp\left(-\frac{\gamma^2}{\sigma_{\phi}^2}\right) \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2 \quad (49)$$

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \left( \frac{\pi^2}{12} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{2(k+l+1)} \left( \frac{\gamma^2}{\sigma_{\phi}^2} \right)^{k+l+1} \frac{(-1)^k}{(2k+1)k!! 2^{2(k+l+1)}} \binom{2(k+l+1)}{m} F(m, k, l) \right) \exp\left(-\frac{\gamma^2}{\sigma_{\phi}^2}\right) \quad (50)$$



(a)  $\gamma = 0.65$



(b)  $\gamma = 0.95$

그림 7.  $\hat{\theta}(k)$ 의 위상 분산 성능 (o: 이론, \*: 시뮬레이션)  
 Fig. 7. Phase variance performances of  $\hat{\theta}(k)$ (o: theory, \*: simulation)

V. 결론

본 논문에서는 도약 FM/BFSK 신호를 복조하기 위한 방법을 제안하고 분석하였다. 먼저 잡음에 오염된 수신 신호에 대해 잡음의 영향을 제거하고 신호대잡음 비를 향상시키기 위한 방법으로 톤 필터를 제안하였다. 톤 필터에서는 수신된 신호에 대해 DFT를 취하고 그 중 최대 크기를 갖는 샘플을 취하였다. 톤 필터를 통과한 신호는 본 논문에서 제안한 도약 위상 추정기를 이용하여 복조하였다. 도약 위상 추정기는 반송파와 도약 주파수를 또 다른 위상들로 변환하고 평균 필터를 통과시켜 페이서를 추출하는 것으로 이루어져 있다. 도약 FM 신호에 대해 제안된 추정기에 대한 확률밀도함수를 구하고 이에 대한 분산 성능을 구하였다. 또한 주파수 편이가 균등하게 분리된 도약 BFSK 신호에도 제안된 도약 위상 추정기가 적용될 수 있음을 보였다.

References

[1] K. S. Marbin, K. O. Jim, A. S. Bobert, and K. L. Barry, *Spread spectrum*, NY: McGraw Hill, USA, 2002.  
 [2] S. Bae and S. Han, "Synchronization performance on the frequency hopping radio communication system," *J. KICS*, vol. 36, no. 4, pp. 312-317, 2011.  
 [3] J.-H. Lee, D. K. Jeon, and K. H. Tchah, "A study on the implementation of a high speed synchronization circuit applied in frequency

hopping FSK transceiver," *J. KICS*, vol. 17, no. 1, pp. 38-46, 1992.  
 [4] X. Liu, N. D. Sidiropoulos, and A. Swami, "Blind separation of FHSS signals using PARAFAC analysis and quadrilinear least squares," in *Proc. MILCOM*, vol. 2, pp. 1340-1344, 2001.  
 [5] H. Fan, Y. Guo, and Q. Meng, "Blind detection and parameter estimation algorithm based on atomic decomposition and information theoretic criterion," in *Proc. NSWCTC '09*, vol. 1, pp. 509-512, Wuhan, Hubei, Apr. 2009.  
 [6] X. Liu, Z. Li, D. Nicholas, and S. Ananthram, "Joint signal parameter estimation of wideband frequency hopped transmissions using 2-D antenna," in *Proc. SPAWC*, pp. 624-628, 2003.  
 [7] X. Liu, J. Li, and X. Ma, "An EM algorithm for blind hop timing estimation of multiple FH signals using an array system with bandwidth mismatch," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 5, pp. 2545-2554, Sept. 2007.  
 [8] F. Haining, G. Ying, and F. Xin, "Blind parameter estimation of frequency hopping signals based on matching pursuit," in *Proc. WiCOM*, pp. 1-5, 2008.  
 [9] Y. Lei, Z. Zhong, and Y. Wu, "A new hop duration blind estimation algorithm for



frequency-hopping signals,” in *Proc. PACIA*, pp. 695-699, 2008.

[10] Z.-C. Sha, Z.-M. Liu, Z.-T. Huang, and Y.-Y. Zhou, “Online hop timing detection and frequency estimation of multipath FH signals,” *ETRI J.*, vol. 35, no. 5, pp. 748-756, 2013.

**성진숙 (Jinsuk Seong)**



1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자 공학사  
2002년 2월 : 한국과학기술원 정보통신공학과 석사  
1991년 1월~2000년6월 : 한국전자통신연구원 연구원  
2000년 11월~2012년 6월 : (주)투니텔 이사

2013년 11월~현재 : 목포대학교 IT조선융합연구센터 산학협력중점교수

<관심분야> 통신이론, 위성통신, 디지털 신호처리

**정민아 (Min-A Jeong)**



1992년 2월 : 전남대학교 이학사  
1994년 2월 : 전남대학교 이학석사  
2002년 2월 : 전남대학교 이학박사  
2002년 4월~2003년 2월 : 광주과학기술원정보통신공학과 Post-Doc

2003년 4월~2005년 2월 : 전남대학교 전자통신기술연구소 Post-Doc

2011년 9월~2013년 2월 : Cleveland Clinic Research

2005년 3월~현재 : 목포대학교 컴퓨터공학과 부교수

<관심분야> 데이터베이스데이터마이닝, 생체인식시스템, 무선통신응용분야, 임베디드시스템

**김경호 (Kyung-Ho Kim)**



1981년 2월 : 조선대학교 학사  
1983년 2월 : 조선대학교 석사  
1993년 2월 : 조선대학교 박사  
2000년 : Howard University 박사  
1987년~1998년 : 목포대학교 전자공학과 교수

1998년~현재 : 목포대학교 정보통신공학과 교수

<관심분야> 이동통신시스템 구성 및 설계, 컴퓨터 네트워크 구성 및 설계

**이성로 (Seong Ro Lee)**



1987년 2월 : 고려대학교 전자공학과 공학사  
1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사  
1996년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학박사  
1997년 9월~현재 : 목포대학교 공과대학 정보전자공학과 교수

<관심분야> 디지털통신시스템, 이동 및 위성통신시스템, USN/텔레매틱스응용분야, 임베디드시스템