Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 40, No. 4, pp. 435-441, August 2014.
ISSN 1225-0988 | EISSN 2234-6457
http://dx.doi.org/10.7232/JKIIE.2014.40.4.435

<Original Research Paper>

납품시간창과 다종의 컨테이너를 고려한 동적 로트크기결정 및 아웃바운드 디스패칭 문제

서원철[1] · 이운식[2†]

[1]부경대학교 시스템경영공학부 조교수
[2]부경대학교 시스템경영공학부 교수

A Dynamic Lot-Sizing and Outbound Dispatching Problem with Delivery Time Windows and Heterogeneous Container Types

Wonchul Seo[1] · Woon-Seek Lee[2]

[1]Assistant Professor, Division of Systems Management and Engineering, Pukyong National University
[2]Professor, Division of Systems Management and Engineering, Pukyong National University

This paper considers a single-product problem for inbound lot-sizing and outbound dispatching at a third-party warehouse, where the demand is dynamic over the discrete time horizon. Each demand must be delivered into the corresponding delivery time window which is the time interval characterized by the earliest and latest delivery dates of the demand. Ordered products are shipped by heterogeneous container types. Each container type has type-dependent carrying capacity and the unit freight cost depends on each container type. Total freight cost is proportional to the number of each container type used. Also it is assumed that related cost functions are concave and backlogging is not allowed. The objective of the paper is to simultaneously determine the optimal inbound lot-sizing and outbound dispatching plans that minimize total costs which include ordering, shipping, and inventory holding costs. The optimal solution properties are characterized for the problem and then a dynamic programming algorithm is presented to find the optimal solution.

Keywords: Dynamic Demand, Lot-Sizing, Dispatching, Delivery Time Windows, Heterogeneous Container Types, Dynamic Programming

1. 서 론

대부분의 경우에, 제조업체로부터 제 3자 물류창고로의 제품의 운송은 여러 가지의 운송수단(컨테이너, 트럭, 선박, 비행기 등)을 운용하게 되며 다양한 적재용량을 갖는 운송수단의 조합은 수송비용과 제 3자 물류창고에서의 공급비용과 재고비용에 영향을 미치게 된다. 따라서 제조업체와 제 3자 물류창고 간의 물류 최적화를 위해서는, 1) 언제 공급할 것인지? 2) 얼마만큼 공급할 것인지? 3) 어떤 운송 수단을 사용할 것인지? 등에 대한 공급계획이 수립되어야 한다. 이 경우에, 구입비용, 운송비용 및 재고비용이 발생하게 된다 (Kim and Lee, 2011).

또한, 본 논문에서는 제 3자 물류창고로부터 고객에게 납품되는 제품들은 고객과의 공급계약에 의해 특정한 벌과비용(penalty cost) 없이 납품될 수 있는 납품허용기간을 고려하며 이를 납품시간창(delivery time window)이라 한다. 수요 i에 대한 납품시간창은 가장 이른 납품시간 E_i와 가장 늦은 L_i로 구성되는 시간구간 $[E_i, L_i]$로 구성되며 제품은 이 구간 내에 고객에게 인도되어야 한다. 따라서 제 3자 물류창고와 고객(대리

이 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비(2013년)에 의하여 연구되었음.
† 연락저자 : 이운식 교수, 608-737 부산광역시 남구 용소로 45 부경대학교 시스템경영공학부, Tel : 051-629-6482, Fax : 051-629-6478, E-mail : iewslee@pknu.ac.kr
2012년 10월 9일 접수; 2014년 6월 11일 게재 확정.

점 및 소매업체 등)간의 물류최적화를 위해서는, 1) 언제 납품할 것인지? 2) 얼마만큼 납품할 것인지? 3) 납품시간창 내에 수요는 만족되었는지?, 등에 대한 디스패칭(dispatching) 계획이 수립되어야 한다. 이 경우에, 납품을 위한 배송 비용이 발생될 수 있다.

본 논문의 목적은 제 3자 물류창고 프로세스 전체의 관점에서 단일제품에 대해 다종의 컨테이너를 고려한 로트크기결정 및 납품시간창을 고려한 납품계획을 동시에 결정하는 효과적인 운영전략을 수립하는 데 있다. 이를 위해, 본 논문의 제 2장에서는 본 논문과 관련된 연구들을 정리한다. 제 3장에서는 다종의 컨테이너 운송수단을 고려한 인바운드 주문계획 및 운송계획과 납품시간창을 고려한 아웃바운드 디스패칭을 동시에 결정하기 위한 최적화 모형을 제시한다. 제 4장에서는 연구대상 모형에 대한 최적해의 구조적 특성을 규명하고 제 5장에서는 이러한 특성을 기반으로 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 제안한다.

2. 관련 연구

유한 생산계획기간 하에서 단일제품에 대한 동적 로트크기결정문제는 Wagner and Whitin(1958)에 의해 처음으로 연구되었다. Lee(1989)는 이러한 전통적인 동적 로트크기결정 문제에, 화물컨테이너의 사용대수에 비례하는 화물운송비용을 고려한 동적 로트크기결정 문제를 연구하였다. Lee(1998)는 Lee (1989)의 문제를 다종의 화물컨테이너를 고려한 문제로 확장하였다. Lee *et al*.(2003b)은 Lee(1998)의 연구를 확장하여, 적재용량이 다른 다종의 화물컨테이너의 최적 조합과 생산계획을 동시에 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 기초로 한 해법을 제안하였다. Lee *et al*.(2003a)은 아웃바운드 운송계획을 고려한 2단계 구조의 동적 로트크기결정 문제를 고려하였다. Jaruphongsa *et al*.(2005)은 다종의 운송 수단을 고려한 동적 로트크기결정 문제에 대한 해법으로 polynomial time 알고리즘을 개발하였다.

동적 로트크기결정 문제에서 고객이 허용하는 납품허용기간인 납품시간창에 대한 연구는 Lee *et al*.(2001)에 의해 시작되었다. Lee *et al*.(2001)은 추후조달이 허용되지 않는 경우와 허용되는 경우에 대해 각각 $O(T^2)$과 $O(T^3)$ 알고리즘을 제안하였다. Jaruphongsa *et al*.(2004)은 제한된 창고용량과 납품시간창을 고려한 동적 로트크기결정 문제를 다루었다. Hwang and Jaruphongsa(2006)은 새로운 분해원리를 기초로 납품시간창을 고려한 동적 로트크기결정 문제에 대한 polynomial time 알고리즘을 제안하였다. Hwang(2007)은 Lee *et al*. (2001)의 모형에서 추후조달이 허용되지 않는 경우에 대한 개선된 $O(\max\{T^2, MT\})$ 알고리즘을 제안하였다. 최근 Lee (2010)는 본 논문에서 관심을 가지는 생산과 수송이 통합된 제3자 물류환경에서 단일 운송수단과 납품시간창을 고려한 동적 로트크기결정 문제에 대한 $O(M^2T^3)$ 알고리즘을 제안하였다. Kim and Lee(2010)는 Lee(2010)이 고려한 최적화 모형에 대해 규모가 큰 문제들에 대한 해를 효율적으로 찾을 수 있는 유전알고리즘을 제시하였다. Kim and Lee(2011)는 Kim and Lee (2010)의 연구를 다종의 차량을 고려한 문제로 확장하고 이에 대한 해를 효율적으로 찾을 수 있는 자율유전알고리즘을 제시하였다. 본 논문은 Kim and Lee(2011)에서 고려한 연구대상 모형에 대해 최적해의 구조적 성질을 규명하고 이를 이용하여 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 기반의 해법을 제안하고자 한다.

3. 최적화 모형

최적화 모형에 사용되는 모수 및 의사결정 변수들에 대한 정의는 다음과 같다 :

i 수요의 수($i=1, \cdots, M$),
t 계획기간($t=1, \cdots, T$),
n 컨테이너 형태의 수($n=1, 2, \cdots, N$),
S_t 기간 t에서 3PL창고로의 공급을 위한 발주비용,
P 단위당 구입비용,
F_n 컨테이너 형태 n의 사용대수당 운송비용,
W_n 컨테이너 형태 n의 적재용량,
h_t 기간 t에서의 단위당 재고유지비용,
d_i 수요 i의 요구량,
d d_i를 만족시키기 위한 기간 t에서의 디스패칭 납품량,
x_{nt} 기간 t에서 컨테이너 형태 n에 의한 3PL창고로의 공급량,
I_t 기간 t에서의 재고량

본 논문에서 구입비용은 고정비용함수(fixed-charged cost)를 고려하며 운송비용은 사용되는 컨테이너의 형태별 사용대수에 비례하는 다수의 고정비용함수를 고려한다. 기간 t에서 공급량 x_{nt}를 다종의 컨테이너를 이용하여 제 3자 물류창고로 공급할 때 발생되는 공급비용함수는 다음과 같다.

$$P_{nt}(x_{nt})=S_t\delta\left(\sum_{n=1}^{N}x_{nt}\right)+p\sum_{n=1}^{N}x_{nt}+F_n\lceil x_{nt}/W_n\rceil \quad \forall t, \quad (1)$$

여기서, $\lceil a \rceil$는 a를 초과하는 정수 중 가장 작은 정수이고, $\delta(\bullet)$는 0-1 정수변수를 나타낸다. 상기의 공급비용함수는 다수의 고정비용을 갖는 오목함수가 된다. 이러한 컨테이너의 적재용량은 제품의 운송 시 “적재용량을 완전히 채우느냐?” 아니면 “적재용량을 덜 채우느냐?”에 따라 차이가 나게 된다.

본 논문에서는 특정한 벌과비용(penalty cost)없이 제품의 납품이 허용되는 시간구간인 납품시간창을 고려한다. 수요 i에 대한 납품시간창은 가장 이른 납품시간 E_i와 가장 늦은 납품시간 L_i로 구성되는 시간구간 $[E_i, L_i]$로 구성되며 이 구간 내

에 제품은 고객에게 반드시 인도되어야 한다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{t=E_i}^{L_i} d = d_i, \quad \forall i \tag{2}$$

납품시간창 $[E_i, L_i]$ 외의 기간에서는 디스패칭이 이루어질 수가 없으므로 납품시간창 $[E_i, L_i]$ 내에서 "언제, 얼마만큼 디스패칭하는지?"가 중요한 의사결정의 요소가 된다.

제3자 물류창고에서는 구입된 제품을 고객에게 인도하기까지 창고 내에 제품의 기능이 상실되지 않도록 보관되어야 한다. 이 때, 제품에 대한 재고유지비용이 발생하게 되며 h_t를 기간 t에서의 단위당 재고유지비용으로 정의한다. 이러한 재고유지비용은 제품의 구입량, 운송량 및 디스패칭 납품량의 결정에 영향을 미친다.

본 연구에 대한 최적화 모형은 다음과 같은 혼합정수계획모형(P)으로 정형화될 수 있다.

$$\text{(P)} \ Min \ \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{n=1}^{N} P_n(x_{nt}) + h_t I_t \right) \tag{3}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{n=1}^{N} x_{nt} + I_{t-1} - \sum_{k=1}^{M} d_{kt} = I_t, \ \ t = 1, \cdots, T, \tag{4}$$

$$\sum_{t=E_i}^{L_i} d = d_i, \qquad i = 1, \cdots, M, \tag{5}$$

$$d \geqq 0, \qquad i = 1, \cdots, M; \ t = E_i, \cdots, L_i, \tag{6}$$

$$d = 0, \qquad i = 1, \cdots, M; \ t = 1, \cdots, E_i - 1, \tag{7}$$

$$d = 0, \qquad i = 1, \cdots, M; \ t = L_i + 1, \cdots, T, \tag{8}$$

$$x_{nt} \geqq 0, \ I_t \geqq 0, \ n = 1, \cdots, N; \ t = 1, \cdots, T, \tag{9}$$

$$I_0 = I_T = 0. \tag{10}$$

제약식 (4)~제약식 (10)들은 bounded convex set을 형성하고 목적함수는 오목함수(concave)이므로 최적해는 bounded convex set 내의 정점(extreme point)에서 발생된다. 상기 혼합정수모형(P)에서 모든 수요 i에 대해 $E_i = 1$이고 $L_i = T$이면, 네트워크모형은 <Figure 1>과 같이 표현될 수 있다. <Figure 1>에서 점선으로 묶인 영역들은 수요 i의 납품시간창의 시간구간을 의미한다.

Lee(2010)는 상기의 최적화 모형 (P)에서 $N=1$인 경우에 대한 $O(M^2T^3)$ 계산 복잡도를 가지는 동적계획법 알고리즘을 제안하였다. 그러나 적재용량이 다른 다종의 컨테이너를 고려하는 경우, Lee(2010)의 연구결과를 그대로 사용할 수 없어, 최적화 모형 (P)에 맞는 최적해의 구조적 특성 규명과 함께 효율적인 최적해의 탐색 방안이 요구된다.

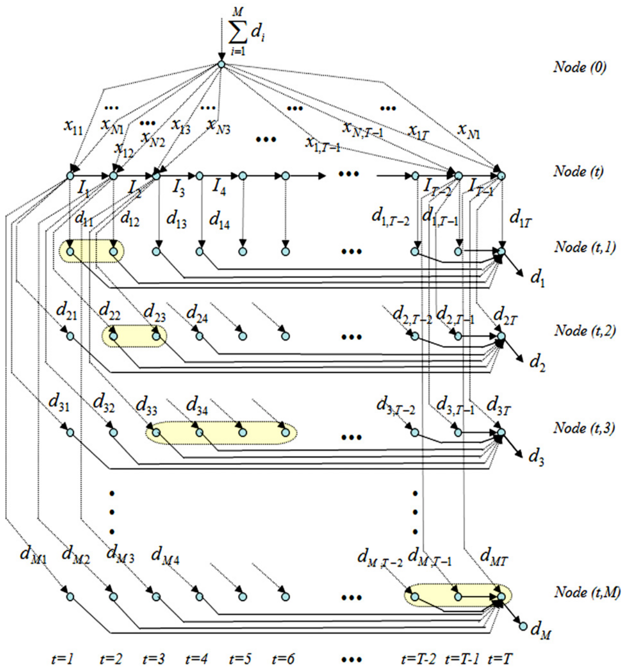

Figure 1. Network representation of the model P

4. 최적해의 성질

최적해의 성질을 효과적으로 표현하기 위해 다음과 같이 재생점, 주문점, 부분운송점, 완전운송점 및 디스패칭점을 정의한다.

[정의 1]

1) $I_t = 0$이면 기간 t는 재생점이다.

2) $\sum_{n=1}^{N} x_{nt} > 0$이면 기간 t는 주문점이다.

3) $m\,W_n < x_{nt} < (m+1)\,W_n$이면, 컨테이너 형태 n은 부분적재 컨테이너이고 기간 t는 부분운송점이다. 여기서, m은 비음정수이다.

4) $x_{nt} = (m+1)\,W_n$이면, 컨테이너 n은 완전적재 컨테이너이다. 여기서, m은 비음정수이다.

5) $d > 0$이면 기간 t는 수요 i의 디스패칭점이다.

문제 P는 다종의 컨테이너 적재용량과 그에 따른 운송비용의 함수구조에 의해 주문량에 제약을 받게 되며 주문점이 갖는 최적해의 성질은 다음과 같다.

[정리 1] 연속적인 2개의 재생점 사이에 부분운송점은 최대한 하나만을 갖는 최적해가 존재한다.

[증명] 연속적인 2개의 재생점 u와 v 사이에 2개의 부분운송점 b, $d(u+1 \leqq b < d \leqq v)$를 갖는 최적해가 존재한

다고 가정한다. 여기서, $m\,W_1 < x_{1b} < (m+1)\,W_1$이고 $l\,W_N < x_{Nd} < (l+1)\,W_N$이며 m과 l은 각각 비음정수라 하자. 즉, 컨테이너 형태 1과 N은 부분적재 컨테이너이다. 이 경우에, <Figure 1>의 네트워크 상에 (x_{1b}, I_b, ⋯, I_d, x_{Nd})에 의한 양의 값을 갖는 unsaturated loop가 형성된다. 이 경우는 네트워크 이론에서 extreme flow가 아니다. 따라서 증명은 완료된다.

[정리 1]의 성질은 최적 디스패칭에 영향을 주게 되어, 수요분할(demand splitting)이 허용될 수 있다. 물류창고로부터의 아웃바운드 디스패칭을 위한 최적해의 성질은 다음과 같다.

[정리 2] 연속적인 2개의 재생점 사이에서는 수요분할이 허용되지 않는 최적해가 존재한다.

[증명] 연속적인 2개의 재생점 u와 v 사이에 납품시간창을 갖는 수요 k가 존재하고 수요 k에 대한 2개의 디스패칭점 p, $q(u+1 \leq p < q \leq v)$를 갖는 최적해가 존재한다고 가정한다. $I_{\min} = \min\{I_t,\ t = p+1, \cdots, q-1\}$이라 정의하자. 1) $I_{\min} < d_{kq}$ 인 경우, $d^1_{kp} = d_{kp} + I_{\min}$, $I^1_t = I_t - I_{\min}(t = p+1, \cdots, q-1)$, $d^1_{kq} = d_{kq} - I_{\min}$으로 하는 새로운 해는 재고비용을 절감시키는 더 좋은 해를 제공한다. 이 해에서 수요분할은 허용되나 u와 v 사이에 새로운 재생점을 갖게 된다. 2) $I_{\min} \geq d_{kq}$ 인 경우, $d^1_{kp} = d_{kp} + d_{kq}$, $I^1_t = I_t - d_{kq}(t = p+1, \cdots, q-1)$, $d^1_{kq} = 0$으로 하는 새로운 해는 재고비용을 절감시키는 더 좋은 해를 제공한다. 이 해에서는 수요분할이 허용되지 않는다. 또한 연속적인 2개의 재생점 u와 v 사이에 납품시간창을 갖는 수요 k가 존재하고 수요 k에 대한 3개 이상의 디스패칭점을 갖는 경우에도 성립된다. 따라서 증명은 완료된다.

[정리 2]로부터 문제 P의 최적해에서 수요 k에 대한 디스패칭점들과 재고수준 사이에는 다음의 관계가 성립된다.

[따름정리 1] 문제 P의 최적해에서 기간 u와 v 사이에 납품시간창을 갖는 수요 k를 만족하기 위해 l개의 디스패칭점들 $t_1, t_2, \cdots, t_l(u < E_k \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_l \leq L_k \leq v)$이 존재한다면, 기간 $t(t_1 \leq t < t_l)$에서의 재고수준은 0이 되어야 한다.

[따름정리 1]은 [정리 2]로부터 결과되므로 증명은 생략한다. 또한 문제 P의 최적해에서 주문점과 디스패칭점 사이의 관계를 다음과 같이 정리할 수 있다.

[정리 3] 문제 P의 최적해에서, 기간 t가 주문점이면 기간 t는 또한 납품시간창이 $E_k \leq t \leq L_k$를 만족하는 임의의 수요 k에 대한 디스패칭점이다.

[증명] 기간 $t_1(t < t_1)$은 기간 t의 주문점 이후에 처음으로 발생하는 임의의 수요 k에 대한 첫 번째 디스패칭점이라고 가정한다. 이 때 기간 t에서의 구매점을 기간 t_1으로 이동시키면 재고비용을 절감시킬 수 있는 더 좋은 해를 얻을 수 있다. 따라서 증명은 완료된다.

5. 동적계획법 알고리즘

앞서 소개된 최적해의 특성을 이용하여 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 소개한다. 동적계획법 알고리즘을 효과적으로 표현하기 위해 다음과 같은 기호를 정의한다. 여기서 $1 \leq s \leq t \leq T$이다.

$D(s, t)$ = 임의의 수요 $i(1 \leq i \leq n)$에 대해 $E_i = s$, $L_i = t$인 모든 수요의 합.

DL_i = 임의의 수요 $i(1 \leq i \leq n)$에 대해 $L_i = t$인 모든 수요의 합.
즉, $DL_i = \left\{\sum_i d_i : L_i = t\right\}$.

$L(s, t)$ = $s \leq L_i \leq t$인 모든 수요의 합.
즉, $L(s, t) = \sum_{i=s}^{t} DL_i$.

$EL(s,t)$ = $E_i = s$이고 $s \leq L_i \leq t$인 모든 수요의 합.
즉, $EL(s, t) = \left\{\sum_i d_i : E_i = s,\ s \leq L_i \leq t\right\}$.

$E(s, t)$ = $\sum_{i=s}^{t} EL(i, t)$.

$W(s, t)$ = 구간 $[s, t]$내에 납품시간창을 갖는 모든 수요의 합.
즉, $W(s, t) = \left\{\sum_i d_i : s \leq E_i \leq L_i \leq t\right\}$.

Lee *et al.*(2001)로부터, 모든 s와 $t(1 \leq s \leq t \leq T)$에 대해, 모든 $EL(s,t)$의 값이 주어진다면 다음이 성립된다.

$$W(s, t) = W(s+1, t) + EL(s, t)$$

또한, $EL(s, t)$을 계산하기 위해 다음의 반복식을 사용할 수 있다.

$$EL(s, t) = EL(s, t-1) + D(s, t)$$

Lee *et al.*(2001)으로부터 DL_i, $L(s, t)$, $W(s, t)$, $EL(s, t)$는 계산복잡도 $O(T^2)$에 의해 계산됨을 알 수 있다.

$C(s, t)$를 $s \leq L_i \leq t$를 갖는 수요들(d_i)을 만족시키기 위한 최적 정책(주문, 운송 및 디스패칭)에 대응되는 비용으로 $F(t)$를 $s \leq L_i \leq t$를 갖는 수요들(d_i)을 만족시키는 최소비용으로 정의한다. 이를 기초로 다음의 동적계획법 알고리즘을 제안한다.

$$F(0) = 0,$$
$$F(t) = \min\{F(s-1) + C(s,\ t)\}$$
$$\text{for } \ 1 \leqq s \leqq t,\ t = 1, 2, \cdots, T. \quad (11)$$

모든 $C(s, t)$ 값들이 계산되어 있다면 최적값 $F(T)$를 계산하기 위한 계산복잡도는 $O(T^2)$이다. 남아있는 문제는 $C(s, t)$를 얼마나 효율적으로 계산하는가 하는 것이다.

따라서, 동적계획법 알고리즘(11)을 적용하기 위해 필요한 $C(s, t)$의 계산은, $s \leqq L_i \leqq t$를 갖는 모든 수요의 합 $L(s, t)$를 만족하는 주문량과 디스패칭량의 조합을 결정하는 문제가 된다. 이러한 $C(s, t)$의 계산방법은 5.1절에서 상세히 설명한다.

5.1 $C(s,t)$의 계산

W를 $W_1,\ W_2,\ \cdots,\ W_N$의 최대공약수라고 정의하고 $\epsilon_W = \sum_{i=s+1}^{t} d_i - n \cdot W$라 정의하자. 여기서 n은 비음정수이고 $0 \leqq \epsilon_W < W$를 만족한다. 다음과 같은 성질이 [정리 1]과 [정리 2]로부터 쉽게 유도될 수 있다.

[따름정리 2] $C(s, t)$ 문제에서 다음을 만족하는 최적해가 존재한다.

(1) 부분운송점 $u(s < u \leqq t)$에 대해,
  (a) 부분적재 컨테이너 i에 대해, $x_{ui} = k \cdot W + \epsilon_W$이며 k는 비음정수이다.
  (b) 어떤 컨테이너 $j(j \neq i)$에 대해, $x_{uj} = n_j \cdot W_j = m \cdot W$이고 m과 n_j는 양의 정수이다.
  (c) 모든 컨테이너 $l(l \neq i, j)$에 대해, $x_{ul} = 0$이다.

(2) 임의의 주문점 $v(v \neq u$이고 $s < v \leqq t)$에 대해,
  (a) 완전적재 컨테이너 l에 대해, $x_{vl} = n_l \cdot W_l = m \cdot W$이고 m과 n_l은 양의 정수이다.
  (b) 모든 컨테이너 $l(l \neq i, j)$에 대해, $x_{vl} = 0$이다.

[따름정리 2]를 기초로 $C(s, t)$를 계산하기 위한 탐색절차를 제시한다. 먼저 다음과 같은 추가적인 기호를 정의한다.

O_t = $E(s, t)$를 만족하기 위해 가능한 누적 주문량의 집합,
X_t = O_t의 요소($X_t \in O_t$),
$N(X)$ = X가 부분적재 컨테이너를 포함하면 1 아니면 0.

$u = s$에 대해 O_s는 하나의 요소만을 가지며 $X_s = 0$이다. $s < u < t$에 대해, O_u는 O_{u-1}로부터 생성될 수 있으며 다음과 같은 3가지 경우가 발생된다.

(1) $N(X_{u-1}) = 0$이고 $N(X_u) = 0$일 때, $X_u = X_{u-1} + k \cdot W$이다.
(2) $N(X_{u-1}) = 0$이고 $N(X_u) = 1$일 때, $X_u = X_{u-1} + k \cdot W + \epsilon_W$이다.
(3) $N(X_{u-1}) = 1$이고 $N(X_u) = 1$일 때, $X_u = X_{u-1} + k \cdot W$이다.

여기서 k는 비음정수이며 $L(s, u) \leqq X_u \leqq L(s, t)$를 만족한다.

$u = t$에 대해, O_t는 하나의 요소만을 가지며 $X_t = L(s, t)$이다. 2가지 추가적인 기호 $B(u, x)$와 $C(u, X, z)$를 다음과 같이 정의한다.

$B(u, x)$ = 기간 u에서 주문량 x를 운송하기 위한 최소 운송비용,
$C(u, X, z)$ = 기간 $u(s < u \leqq t)$에서의 실행가능한 누적 주문량 X와 관련된 최소비용.

여기서 z가 1이면 부분적재 컨테이너를 포함하고 아니면 포함하지 않음을 의미한다.

$B(u, x)$는 다음과 같은 최적화 문제의 최적해를 찾는 것으로 얻어진다.

$$B(u, x) = \min \sum_{j=1}^{N} f_{uj} \cdot y_{tj} \quad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{N} W_j \cdot y_{uj} \geqq x$$
$$y_{uj} \geqq 0 \text{ and integer, } j = 1, 2, \cdots, N \quad (13)$$

식 (12)~식 (13)을 풀기 위한 동적계획법에 기초한 간단한 탐색 알고리즘을 제안한다. 먼저, 다음과 같은 추가적인 기호를 정의한다.

$\lceil x \rceil$ = x보다 크거나 같은 가장 작은 정수,
$$g_M(x) = \min_{y_{tj}} \sum_{j=1}^{M} f_{tj}\, y_{tj}.$$

여기서 $g_M(x)$는 제약식 (13)에 의해 생성되는 y_{tj}의 값들 중에서 결정된다. 따라서 다음과 같이 문제 (12)~문제 (13)을 풀 수 있는 반복 계산식을 제시할 수 있다.

$$g_0(\cdot) = 0 \text{ and}$$
$$g_j(x_j) = \min_{y_{tj}} \{f_{tj} \cdot y_{tj} + g_{j-1}(x_j - W_j \cdot y_{tj})\},$$
$$\text{for } j = 1,\ 2,\ \cdots,\ M. \quad (14)$$

여기서, 최소값은 $y_{tj} = 0, 1, \cdots, \lceil x_j / W_j \rceil$ 의 값들 중에서 결정된다.

따라서 $B(t,\ x)$은 $x_M = x$에서의 $g_M(x_M)$에 의해 결정됨을 알 수 있다. 또한 반복 계산식(14)는 주어진 x에 대한 $B(\cdot,\ x)$의 계산을 위해 $O(M\cdot(x/W)\cdot(\sum_{j=1}^{M} x/W_j))$의 계산복잡도를 요구한다.

최소비용 $C(s,\ t)$를 계산하기 위해서는 최적 디스패칭을 함께 결정하는 것이 중요한 문제가 된다. 특정한 수요 k를 위한 디스패칭 시, 재고비용의 절감을 위해서는 납품시간창이 허용하는 범위 내에서 가능한 빨리 디스패칭하는 것이 유리하다. 따라서, 본 연구에서는 여러 개의 수요가 동시에 디스패칭 대상이 될 때, L_i가 빠른 수요부터 우선 디스패칭하는 것으로 정한다.

[정리 1]로부터 $C(u,\ X,\ z)$ 내의 z의 값은 0아니면 1을 갖는다. 따라서 $C(u,\ X,\ z)$는 다음과 같은 반복식을 통해 계산될 수 있다.

$$C(s,\ X_s,\ 0) = 0,$$

$$C(u,\ X_u,\ 0) = \min_{\substack{X_{u-1}\in O_{u-1}\\ X_{u-1}\le X_u}} \begin{cases} C(u-1,\ X_{u-1},\ 0) + p_t\cdot(X_u - X_{u-1}) \\ \quad + H_u(X_u - E(s,\ u)) + B(u,\ X_u - X_{u-1}), \\ \quad\quad \text{if } X_u = X_{u-1} + kW \text{ and } k\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}, \\ C(u-1,\ X_{u-1},\ 0) + H_u(X_u - E(s,\ u)), \\ \quad \text{if } X_u = X_{u-1}, \end{cases}$$

$$C(u,\ X_u,\ 1) = \min_{\substack{X_{u-1}\in O_{u-1}\\ X_{u-1}\le X_u}} \begin{cases} C(u-1,\ X_{u-1},\ 0) + p_t\cdot(X_u - X_{u-1}) \\ \quad + H_u(X_u - E(s,\ u)) + B(u, X_u - X_{u-1}), \\ \quad\quad \text{if } X_u = X_{u-1} + kW + \epsilon_W \text{ and } k\in\{1,\ 2,\cdots,\ n\}, \\ C(u-1,\ X_{u-1},\ 1) + p_t\cdot(X_u - X_{u-1}) \\ \quad + H_u(X_u - E(s,\ u)) + B(u,\ X_u - X_{u-1}), \\ \quad\quad \text{if } X_u = X_{u-1} + mW \text{ and } m\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}, \\ C(u-1,\ X_{u-1},\ 1) + H_u(X_u - E(s,\ u)), \\ \quad \text{if } X_u = X_{u-1}, \end{cases}$$

for $u = s+1,\ s+2,\ \cdots,\ t$ and $X_u \in O_u$.

여기서, $X_{n+1} < E(s,\ n+1)$이면 누적주문량 X_{n+1}이 전부 디스패칭되어야 하므로 $H_{n+1}(X_{n+1} - E(s,\ n+1)) = 0$이 되고 아니면 $H_{n+1}(X_{n+1} - E(s,\ n+1)) = h_{n+1}\cdot(X_{n+1} - E(s,\ n+1))$의 재고비용이 발생된다. $X_{n+1} < E(s,\ n+1)$인 경우, 수요분할이 발생될 수 있다.

따라서, $C(s,\ t) = \min\{C(t,\ E(s,\ t),\ 0),\ C(t,\ E(s,\ t),\ 1)\}$이다. $C(s,\ t)$의 계산은 최대공약수 W의 크기에 깊이 좌우됨을 알 수 있다.

5.2 수치예제

간단한 수치예제를 통해 동적계획법 알고리즘의 적용절차를 설명한다. 다음과 같은 최적화 문제를 대상으로 한다 :

(1) 계획기간 $T = 5$, 수요의 수 $i = 4$, 컨테이너 형태의 수 $n = 2$
(2) 수요량 $(d_1,\ d_2,\ d_3,\ d_4) = (7,\ 8,\ 5,\ 4)$
(3) 가장 이른 납품시간 $(E_1,\ E_2,\ E_3,\ E_4) = (1,\ 2,\ 4,\ 4)$
(4) 가장 늦은 납품기간 $(L_1,\ L_2,\ L_3,\ L_4) = (2,\ 1,\ 4,\ 5)$
(5) 적재용량 $(W_1,\ W_2) = (5,\ 10)$, 운송비용 $(F_1,\ F_2) = (30,\ 50)$
(6) $S_t = 20,\ p = 3,\ h_t = 1,\ t = 1,\ 2,\ \cdots,\ 5.$

먼저, $s = 1$, $t = 4$일 때, $C(2,\ 4)$를 산출하기 위한 계산과정을 소개한다. 이때, $E(1,4) = d_1 + d_2 + d_3 = 7 + 8 + 5 = 20$이고 $(W_1,\ W_2) = (5,\ 10)$의 최대공약수 $W = 5$이므로 $\epsilon_W = 0$이다. 따라서 $t = 2,3,4$에 대해 $X_t \in \{10,\ 15,\ 20\}$이고 완전 적재 컨테이너를 가진다. 제 5.1절에서의 반복식 $C(u,\ X,\ 0)$를 이용하여 최소비용 $C(2,\ 4)$를 산출할 수 있고 이 계산과정을 네트워크로 표현하면 <Figure 2>와 같다. 그 결과로 $C(2,\ 4) = 206$이고 최적해로는 $x_{12} = 0,\ x_{22} = 10,\ x_{13} = x_{23} = 0,\ x_{14} = 0,\ x_{24} = 10$을 얻을 수 있다.

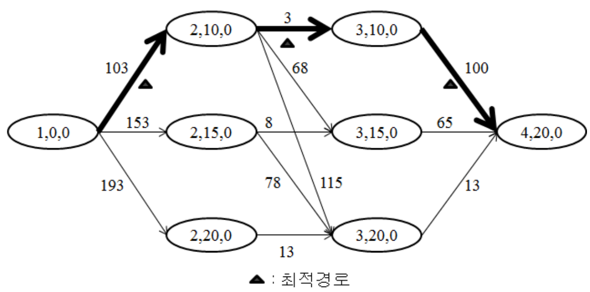

Figure 2. A Network Representation for Calculating $C(2,\ 4)$

반복식 $C(u,\ X,\ z)$를 이용하여 모든 $C(s,\ t)$을 계산하고 이를 토대로 동적계획법 알고리즘을 적용한 결과를 요약하면 <Table 1>과 같다. 따라서 상기 수치예제 문제에 대한 최적해는 $x_{11} = x_{12} = 0,\ x_{12} = 0,\ x_{22} = 10,\ x_{13} = x_{23} = 0,\ x_{14} = 4,\ x_{24} = 10,\ x_{15} = x_{25} = 0$이고 이때 최소비용은 248이다.

Table 1. Summary of Applying the Dynamic Programming Algorithm

t	s	$C(s,\ t)$	$F(t) = \min\{F(s-1) + C(s,\ t)\},\ 1 \le s \le t$
1	1	0	$F(1) = 0$
2	1	91	$F(2) = \min\{0+91,\ 0+91\} = 91$
	2	91	
3	1	91	$F(3) = \min\{0+91,\ 0+91,\ 91+0\} = 91$
	2	91	
	3	91	
4	1	206	$F(4) = \min\{0+206,\ 0+206,\ 91+139,\ 91+139\} = 206$
	2	206	
	3	139	
	4	139	
5	1	248	$F(5) = \min\{0+248,\ 0+248,\ 91+171,\ 91+171,\ 206+62\} = 248$
	2	248	
	3	171	
	4	171	
	5	62	

6. 결 론

본 논문은 제 3자 물류창고에서 동적수요를 갖는 단일제품에 대해 적재용량이 서로 다른 다종의 컨테이너를 이용한 인바운드 로트크기결정과 납품시간창을 고려한 아웃바운드 디스패칭 문제를 동시에 고려하였다. 컨테이너의 종류별 사용대수에 비례하는 운송함수로 인해, 컨테이너의 적재용량을 고려한 최적 로트크기결정 및 운송계획이 이루어져야 한다. 이를 위해 대상 문제에 대한 최적해의 구조적 특성을 규명하였고 이를 이용하여 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 제시하였다. 또한, 동적계획법 알고리즘을 적용하기 위해 필요한 $C(s, t)$의 계산을 효율적으로 할 수 있는 동적계획법 기반의 해법을 제안하였다. 이러한 $C(s, t)$의 계산은 다종의 컨테이너 적재용량에 대한 최대공약수 W의 크기에 깊이 좌우됨을 알 수 있었다.

추후 연구과제로는 디스패칭 시 비용이 발생하는 문제와 다종제품에 대해 적재용량이 서로 다른 다종의 컨테이너를 운송수단으로 하는 확장 문제들을 고려할 것이다.

참고문헌

Hwang, H. C. (2007), An Efficient Procedure for Dynamic Lot-sizing Model with Demand Time Winows, *J. of Global Optimization*, **37**, 11-26.

Hwang, H. C. and Jaruphongsa, W. (2006), Dynamic Lot-sizing Model with Demand Time Windows and Speculative Cost Structure, *Operations Research Letters*, **34**, 251-256.

Jaruphongsa, W., Cetinkaya, S., and Lee, C. H. (2004), Warehouse Space Capacity and Delivery Time Window Considerations in Dynamic Lot-sizing for a Simple Supply Chain, *Int. J. of Production Economics*, **92**, 169-180.

Jaruphongsa, W., Cetinkaya, S., and Lee, C. Y. (2005), A Dynamic Lot-sizing Model with Multi-Mode Replenishments : Polynomial Algorithms for Special Cases with Dual and Multiple Modes, *IIE Transactions*, **37**, 453-467.

Kim, B. S. and Lee, W. S. (2010), A Genetic Algorithm for a Dynamic Lot-Sizing Problem with Delivery Time Windows, *J. of the Korean Production and Operations Management Society*, **21**(4), 383-398.

Kim, B. S. and Lee, W. S. (2011), An Adaptive Genetic Algorithm for a Dynamic Lot-Sizing and Dispatching Problem with Multiple Vehicle Types and Delivery Time Windows, *J. of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **37**(4), 331-341.

Lee, C. Y. (1989), Solution to The Multiple Set-Up Problem with Dynamic Demand, *IIE Transactions*, **21**(3), 266-270.

Lee, C. Y., Cetinkaya, S., and Jaruphongsa, W. (2003a), A Dynamic Model for Inventory Lot Sizing and Outbound Shipment Scheduling at a Third-Party Warehouse, *Operations Research*, **51**, 735-747.

Lee, C. Y., Cetinkaya, S., and Wagelmans, A. P. M. (2001), A Dynamic Lot-sizing Model with Demand Time Windows, *Management Science*, **47**, 1384-1395.

Lee, W. S. (1998), A Dynamic Production and Transportation Model with Multiple Freight Container Types, *J. of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **24**(1), 157-165.

Lee, W. S. (2010), A Dynamic Ordering, Shipping, and Outbound Dispatching Problem with Delivery Time Windows, *J. of Korean Management Engineering Society*, **15**(3), 15-23.

Lee, W. S., Kim, C. H., and Sox, C. R. (2003b), A Dynamic Production and Transportation Model with Heterogeneous Vehicle Types, *Int. J. of Industrial Engineering*, **10**, 420-426.

Wagner, H. M. and Whitin, T. M. (1958), Dynamic Version of the Economic Lot Size Model, *Management Science*, **5**(1), 89-96.