

양자기반 진화알고리즘을 이용한 평면 트러스의 구조최적화

Structural Optimization of Planar Truss using Quantum-inspired Evolution Algorithm

손 수 덕¹⁾ 이 승 재^{2)*}
Su-Deok Shon Seung-Jae Lee

Abstract

With the development of quantum computer, the development of the quantum-inspired search method applying the features of quantum mechanics and its application to engineering problems have emerged as one of the most interesting research topics. This algorithm stores information by using quantum-bit superposed basically by zero and one and approaches optional values through the quantum-gate operation. In this process, it can easily keep the balance between the two features of exploration and exploitation, and continually accumulates evolutionary information. This makes it differentiated from the existing search methods and estimated as a new algorithm as well. Thus, this study is to suggest a new minimum weight design technique by applying quantum-inspired search method into structural optimization of planar truss. In its mathematical model for optimum design, cost function is minimum weight and constraint function consists of the displacement and stress. To trace the accumulative process and gathering process of evolutionary information, the examples of 10-bar planar truss and 17-bar planar truss are chosen as the numerical examples, and their results are analyzed. The result of the structural optimized design in the numerical examples shows it has better result in minimum weight design, compared to those of the other existing search methods. It is also observed that more accurate optional values can be acquired as the result by accumulating evolutionary information. Besides, terminal condition is easily caught by representing Quantum-bit in probability.

Keywords : Quantum-inspired evolutionary algorithm, Quantum-bit, Quantum gate, Evolutionary information, Planar truss, Minimum weight design

1. 서론

양자전산이란 양자역학계의 특징인 불확정성, 중첩 (Superposition) 과 얽힘 (Entanglement), 간섭 (Perturbation) 등을 이용하여 지금까지와는 근본적으로 다른 방식으로 정보를 처리하는 일련의 기술을 의미하는 것으로, 전산 및 정보전송기술을 포함한 양자정보과학 전체를 지칭하는 말이다. 1980년대 Feynman에 의해 처음 제안된 양자컴퓨터는 결정론적 데이터대신 불확정성을 지닌 데이터 처리를 수행하기 위해 양자 역학적 현상을 동작 원리로 사용하는 연산 기계 장치를 생각하게 되었으며, 이제까지의 이진비트가 가지는 결정론적 개념의 데이터에서 불확정적인 확률론적 양자비트 (Quantum-bits)의 개

념으로 획기적인 변화가 시도된 것이다. 0과 1의 모호한 구분에 의한 정보 저장은 차수의 증가에 따른 복잡도가 지수함수적으로 커지는 문제에 대해 새로운 연산개념을 생각하게 되었으며 무한한 가능성을 발견하게 되었다 (Feynman, 1986; Deutsch, 1989; Han and Kim, 2002; Han, 2003; Ghosh and Mukherjee, 2013).

많이 알려진 양자알고리즘으로는 1994년 Shor의 양자소인수분해 알고리즘과 1996년 Grover의 양자데이터 검색 알고리즘 (Quantum search algorithm)이 있다 (Shor, 1994; Glover, 1996). 이후 몇몇 연구자들에 의해 다양한 접목이 시작되었고, 진화전산 (Evolutionary Computation)과의 다양한 접목이 1990년 후반부터 연구가 나타나기 시작했다. 진화전산은

1) 정회원, 한국기술교육대학교 건축공학부 연구교수
2) 정회원, 한국기술교육대학교 건축공학부 교수, 교신저자

* Corresponding author : leeseung@koreatech.ac.kr
• 본 논문에 대한 토의를 2014년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 2014년 9월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

유전자알고리즘 (GA), 유전자프로그래밍 (GP), 진화전략 (Evolutionary Strategies) 또는 진화프로그래밍 (Evolutionary programming) 등을 모두 대변할 수 있는 포괄적 용어이며, 이들의 알고리즘에 특화된 양자게이트 (Quantum gate)나 양자회로 (Quantum circuit)의 설계와 기존의 결정론적 데이터에서의 새로운 알고리즘의 개발로 연구가 진행되었다 (Glover, 1999; Zhang, 2011). 양자전산과 진화전산과의 접목과 상호간의 연결가능성에 대한 새로운 연구가 시작되었으며, 1990년대 후반에 양자기반 연산 (Quantum-inspired computing)의 새로운 패러다임이 제시되었고 (Moor and Narayanan, 1995), 양자기반 기법의 방법론에 대해서 여러 가지 의견과 가이드라인 등이 이들의 문헌에서 다루어졌다 (Han, 2003).

이 같은 연구 중에서 양자기반 진화전산 (Quantum-inspired Evolutionary computation) 기법을 개발하는 것은 양자알고리즘의 개발이나 회로 또는 양자역학의 물리적 실현과는 달리 기존의 결정론적 컴퓨터에서 양자알고리즘의 특성을 이용한 새로운 진화전산기법을 개발하고 적용하는 것이었다. 기존의 GA나 진화알고리즘 (Evolutionary Algorithm)과 같은 진화전산기법에 양자물리학의 특성을 수리적으로 모델링하는 것으로 새로운 탐색알고리즘의 개발이 주를 이루었다. 다양한 기법의 접목은 초기에 GA나 GP 기법의 데이터를 양자비트로 표현하기 시작하였고, 진화알고리즘 (Evolution Algorithm) 등과 결합하여 새로운 알고리즘이 개발되고 있다. 그러나 알고리즘들의 접목에서도 비결정론적인 양자비트와 양자게이트의 특성은 기법의 적용방법에 따라 다양한 결과를 보이고 있다 (Han and Kim, 2002; Zhang, 2011). 이와 같은 알고리즘들의 최적해 탐색은 다양한 분야에 접목되었으며, 알고리즘의 적용성과 장단점 등을 파악하는 연구가 많이 진행되고 있다 (Su and Yang, 2011; Zhang, 2011; Yin et al., 2012).

비용절감을 목적으로 하는 구조물의 최적화 문제의 경우 오랜 기간 다양한 방법이 시도되었으며, 지난 이십년간 다양한 모든 방법들이 시도되었다 (Lee and Geem, 2004; Choi, 2008; Shon et al., 2011). 구조설계자들의 설계에 대한 최소중량 문제에 대한 해답을 찾기 위한 다양한 시도들은 수리모형에 있어서도 선형계획법 (Linear Programming), 비선형계획법 (Non-LP), 동적계획법 (Dynamic Programming) 등의 방법이 많이 사용되었고, GA를 비롯한 메타 휴리스틱 기법도 다양한 각도에서 적용되었다. 그러나 다양한 설계규준의 제약 (constrain)이나 다중목적 (multi-objective) 등에 따라 처리되어야 할 수리모형의 모델링은 기법들의 특성에 따라 강력한 (robust) 도구를 제공하기 위해서는 많은 연구가 필요

했다. 이와 같은 접근은 구조물의 최적설계에 매우 유용하며, 실질적인 적용이 가능하게 하는 가능성을 지니고 있으며, 다양한 시도가 필요하다 (Lee and Geem, 2004).

따라서 본 연구는 최소중량설계를 위한 구조 최적화 문제에 있어서 양자기반 진화알고리즘을 적용하여 최적설계를 수행하는데 목적이 있다. 최적설계 대상구조물은 평면 트러스에 대한 최소중량설계의 수리모형을 이용하며, 변위와 응력을 제약조건 아래에서의 최소중량을 구하도록 한다. 벌칙함수를 이용하여 변위와 응력에 관한 부등 제약을 적합도함수에 부여함으로써 문제를 해결하도록 하며, 목적에 부합된 최적설계 결과를 얻도록 한다. 적용 대상 구조물의 예제로 본 논문에서는 10부재 트러스와 17부재 평면트러스를 대상으로 해석결과를 다른 알고리즘과의 결과와 비교 고찰하도록 한다.

2. 양자기반 진화알고리즘 (QEA)

양자기반 유전자알고리즘 (Quantum-inspired GA)의 개발 (Moor and Narayanan, 1995)과 순회판매원의 문제에의 적용은 매우 유용한 결과를 얻게 되었고, 이 후 진화알고리즘의 연산구조를 이용한 방법이 제안되었다 (Han and Kim, 2000). 양자비트를 이용한 이들의 알고리즘은 기본적으로 0과 1이 중첩된 비트의 표현방법과 양자게이트의 적용이었고, 어떻게 연산자가 양자데이터를 처리하도록 할 것인가가 중요한 문제이었다. 기존의 컴퓨터에서 양자비트표현과 연산자의 처리는 결정적 데이터를 이용한 불확정성을 도입한 구조로 표현해야 했으며, 양자비트의 표현 (representation)과 측정 (measurement)은 새로운 데이터 처리방법이 되었다. 따라서 이들의 양자기반 진화알고리즘은 설계변수의 양자비트 표현방법과 측정, 양자게이트 연산자 그리고 룩업테이블 (look-up table)을 이용하여 알고리즘을 구현할 수 있으며, 본 절에서 알고리즘을 설명하도록 한다 (Han, 2003).

2.1 양자비트의 표현

고전적인 이진비트와 양자비트의 표현방법의 가장 큰 차이는 결정론적 데이터와 비결정론적 데이터 저장방식으로 설명할 수 있다. 그림 1에서 보는 바와 같이 이진비트의 표현은 0과 1 중 하나의 값이 결정되어야만 하지만 양자비트는 양자불확정성에 의해 모델링되므로 0과 1의 정보가 공존한다. 현재의 상태를 측정하므로 어떠한 정보가 결정될지는 항

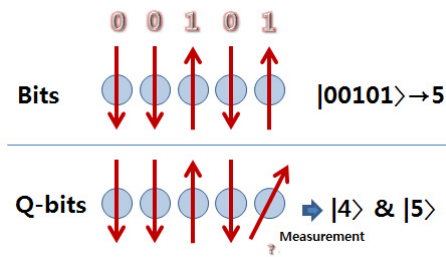


Fig. 1 Binary-bits vs. Quantum-bits

상 불확정적이다. 양자비트의 중첩된 상태를 표현하는 방법은 식 (1)과 같고, α 와 β 는 0과 1의 상태의 확률크기를 구체화 하는 복소수이다. 양자비트가 0의 상태에서의 확률은 $|\alpha|^2$ 이고, 1의 상태에 있을 확률은 $|\beta|^2$ 이다. 따라서 상태의 정규화에 따라 두 확률의 합은 항상 1이 된다. 만약 m 개의 양자비트로 구성된 시스템의 경우 시스템의 상태에 대한 표현은 2^m 개의 상태를 동시에 나타내는 결과를 얻게 된다. 따라서 하나의 양자비트는 한 쌍의 복소수로 표현되는 확률상태의 조합인 (α, β) 로 정의할 수 있다.

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

식 (1)의 표현을 이용하면 m 개의 양자비트를 가지는 개체에 대해 m 쌍의 복소수로 표현된 확률상태의 조합인 식 (2)로 나타낼 수 있다. 따라서 t 세대의 n 개의 개체군은 $Q(t)$ 는 식 (3)과 같이 정의된다 (Han, 2003).

$$\mathbf{q}_j^t = \begin{bmatrix} \alpha_{j1}^t & \alpha_{j2}^t & \dots & \alpha_{jm}^t \\ \beta_{j1}^t & \beta_{j2}^t & \dots & \beta_{jm}^t \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Q(t) = \{\mathbf{q}_1^t, \mathbf{q}_2^t, \dots, \mathbf{q}_n^t\} \quad (3)$$

양자기반 진화알고리즘의 각 개체는 식 (2)의 확률적 표현으로 나타남으로 기존의 결정론적인 표현방법과는 다르게 설명되어진다. 따라서 세대의 증가에 따라 변화하는 상태에 대한 불확정성이 양자비트가 붕괴 (Collapse)되어감에 따라 관측 (Observation)에 따라 측정되어지는 결과는 지나간 세대에서 일어난 변화를 포함하게 된다.

양자비트로 표현된 개체의 초기화를 정의하기 위해서 불확정성에 대한 0과 1의 확률상태가 각각 동일해야하므로, 식 (4)와 같이 모든 가능한 상태를 선형중첩으로 표현되는 동일한 확률 (probability)로 표현한다. 따라서 식 (4)는 양자비트

의 모든 경우의 수를 확률적으로 동시에 나타낸 것이다.

$$|\Psi_{q_j}\rangle = \sum_{k=1}^{2^m} \frac{1}{\sqrt{2^m}} |\mathbf{X}_k\rangle \quad (4)$$

여기서 \mathbf{X}_k 는 k 번째 상태를 이진스트링 (binary string)으로 표현한 것을 말하며, \mathbf{X}_k 의 성분인 x_i 는 0 또는 1의 값을 갖는다. 이와 같은 상태에서 관측을 통한 측정값은 고정된 이진비트로 표현된다.

2.2 양자게이트 연산자

양자비트의 상태는 양자게이트를 통과하는 연산을 통해서 변화할 수 있다. 양자게이트의 특성은 가역적 (reversible)이며, 유니타리 연산자 (unitary operator)로 표현할 수 있다. U 의 양자비트 기저 (basis)는 $U^\dagger U = UU^\dagger$ 를 만족하는 상태이며, 여기서 U^\dagger 는 U 의 에르미트행렬의 (Hermitian) 수반행렬 (adjoint)이다. 이러한 게이트 중에서 양자기반 진화 알고리즘은 식 (5)의 양자회전 (Quantum rotation) 게이트를 적용한다. 이것은 양자비트의 정규화조건을 만족하는 연산자이다.

$$U_{rotation}(\Delta\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix} \quad (5)$$

양자전산의 가장 큰 특징은 중첩과 얽힘에 기반을 둔 양자 병렬 (Quantum parallelism)화 특성이다. 이것은 두 양자비트가 분리될 수 없다는 것은 얽혀있는 상태를 의미하고, 얽힌 상태는 텐서외적 (tensor product)로 표현되지 않는다.

2.3 양자기반 진화알고리즘의 연산구조

진화알고리즘에서 양자비트와 양자게이트 등을 이용한 알고리즘의 변환은 개체의 불확정성을 표현한 확률변수에 기초를 한다. 초기화에서 결정론적 데이터의 처리와는 달리 정규분포로 측정할 수 있는 과정을 수행하여 식 (2)와 같은 개체군을 형성하고 상태를 측정된 결과를 바탕으로 진화연산을 수행한다. 초기 개체군 $Q(t)_{t=0}$ 의 각 개체는 m 개의 양자비트로 표현되며, 초기화를 위해서 식 (4)와 같이 표현된 양자스트링을 구성한다. 알고리즘의 초기화를 위해서 관측대상인 양자비트 개체군에서 난수발생기를 이용하여 상태를

Table 1 Look-up table for Quantum rotation gate

x_i	b_i	$\frac{f(x)}{f(b)}$	$\Delta\theta$	$\text{sign}(\alpha_i\beta_i)$			
				$\alpha_i\beta_i > 0$	$\alpha_i\beta_i < 0$	$\alpha_i = 0$	$\beta_i = 0$
0	0	T	θ_1	0	0	0	0
0	0	F	θ_2	0	0	0	0
0	1	T	θ_3	1	-1	0	± 1
0	1	F	θ_4	0	0	0	0
1	0	T	θ_5	1	-1	± 1	0
1	0	F	θ_6	0	0	0	0
1	1	T	θ_7	0	0	0	0
1	1	F	θ_8	0	0	0	0

cf) $\theta = \text{sign}(\alpha_i\beta_i)\Delta\theta$; $\theta = \{00P0N000\}^T$; $P(=-N) = 0.001\pi \sim 0.05\pi$

측정하고, 그 값을 초기개체군 $P(t)_{t=0}$ 으로 정의한다. 이때의 값은 한번 측정된 값이므로 적합도를 평가할 수 있으며, 최상의 적합도를 개체그룹에 저장하여 진화연산을 수행한다. 진화연산의 수행에서 관측을 수행하는 양자개체군은 현재의 세대를 기준으로 이전세대에 대한 양자회전게이트 연산을 수행하여 양자정보를 갱신하는 과정을 반복한다. 여기서 정의되는 양자회전게이트의 회전각은 Table 1과 같이 룩업테이블을 기준으로 결정하며, 문제에 따라 미치는 영향이 다르게 나타난다. 탐색균형을 위한 이주 (Migration)연산자의 경우는 진화연산에서 국소최적점이 발생하는 문제에 대해서 탐험과 탐사 (Exploration)와 개척 (Exploitation)간의 균형을 맞추어 전역 탐색 (Global search)을 수행하기 위한 방법으로 일정한 세대마다 개체군 집합끼리의 최적 개체의 교환을 통해 양자회전게이트의 회전각을 조절하도록 하는 과정이다.

2.4 양자비트의 확률 평균과 수렴도

각 세대의 탐색정보는 양자비트에 축적되어 변화하며, 각 세대에서의 탐색에서 탐사와 개척에 대한 정보의 축적은 양자비트의 확률의 평균으로 나타낼 수 있다. 양자비트 수렴도 C_b 는 양자비트의 수렴정도를 나타내는 기준으로 식 (6)과 같고, 평균 수렴도는 식 (7)과 같이 정의할 수 있다 (Han, 2003).

$$C_b(\mathbf{q}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |1 - 2|\alpha_i|^2| \quad (6)$$

$$C_b^t(Q(t)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n C_b(\mathbf{q}_j) \quad (7)$$

양자비트의 확률평균과 평균 수렴도를 이용하면 새로운 종료조건 (termination condition)을 제공할 수 있으며, 두 값이 허용하는 설계종료 조건 γ 보다 작을 경우 정지할 수 있다 (Han, 2003).

3. 트러스의 중량최적화 수리모형

전형적인 최적설계 수리모형으로는 비용, 공기, 재료의 절감이나 구조물 강성, 위상, 형상 등이 최적화 목적으로 많이 이용된다. 재료절감 문제는 기본적으로 최소중량설계를 의미하며, 재료의 정량적 평가를 위해 중량 또는 부피가 목적함수로 채택된다. 취급되는 설계변수에 따라 함수의 표현방법도 달라진다. 위상이나 형상최적에서 다루는 함수보다 쉽게 표현할 수 있지만 생산성이나 현실성을 고려하는 경우 이산화 설계변수로 모델링되기 때문에 경우에 따라 매우 복잡해진다. 선형부재의 경우 최소중량설계에서는 단면적이나 단면적을 구성하는 변수들이 주로 설계변수로 이용되며, 생산성을 고려한 이산화 변수의 경우 생산부재 리스트나 일정한 간격의 정수형 변수가 이에 해당된다. 일반적으로 최적화를 수행하는 수리모형은 제약조건식을 만족하는 목적함수의 설계변수를 구하는 것으로 식 (8)과 같이 표현된다. 본 논문에서 채택한 트러스의 최소중량설계의 목적함수 $F(\rho, \mathbf{x}, \mathbf{A})$ 는 부재의 단면적을 설계변수로 채택하였고, 동일한 재료일 경우 단위중량은 상수로 취급할 수 있다 (Lee and Geem, 2004; Shon et al., 2012).

$$\text{minimize } F(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n \rho_i L_i A_i = \rho \sum_{i=1}^n L_i A_i \quad (8)$$

$$\text{subject to } G_j(\mathbf{A}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, q)$$

위 식에서 ρ_i, A_i, L_i 는 각각 i 번째 부재의 단위중량, 단면적, 길이이고, G_j 는 제약함수이다. 설계제약은 재료의 특성이나 최대강도의 한계치, 외력에 의한 변위나 변형의 경계, 필요로 하는 고유주파수의 제한, 하중 패턴의 조합에 대한 제약, 경계조건의 변화나 제한적인 경계조건, 실질적인 생산이나 제작에 대한 기술적인 제한, 설계규준에서 제시하는 한계사항 등이 있으며, 부등식 함수들로 표현된다. 함수에 따라서 제약조건의 복잡한 성질과 목적함수에 주는 영향은 매우 다르게 나타나며, 본 연구에서는 식 (9)와 같이 부재의 응력과 절점 변위를 제약조건으로 채택한다.

$$G_1(\sigma) \leq 0, \quad \sigma_i^L \leq \sigma_i \leq \sigma_i^U \quad (i = 1, \dots, n) \quad (9a)$$

$$G_2(\delta) \leq 0, \quad \delta_i^L \leq \delta_i \leq \delta_i^U \quad (j = 1, \dots, m) \quad (9b)$$

위 식에서 제약함수 G_j 에 대한 설계변수의 상한치 σ^U , δ^U 와 하한치 σ^L , δ^L 는 설계초기에 결정되며, 설계조건에 따라 값을 달리 할 수 있다. 따라서 이와 같은 제약조건식을 만족하는 최소중량을 가지는 전역 최적해를 구하는 것이 궁극적인 목적이며, 수리모형에서 각각의 제약함수는 조건의 중요도에 따라 벌칙함수의 계수를 조절하여 탐색한다.

4. 수치해석예제

양자기반 진화알고리즘을 이용하여 평면 트러스 구조물의 최적구조설계 알고리즘의 유효성과 적용과정을 살펴보기 위해서 본 논문에서는 기존의 연구에서 많이 검증된 10부재 평면 트러스 예제와 17부재 평면 트러스 예제를 채택하여 해석을 수행하고 결과를 분석하였다. 양자진화 알고리즘의 초기 해석조건으로는 두 예제 모두 16개의 양자비트와 3그룹의 50개의 개체를 이용하였다. 최대 반복횟수는 1000회로 가정하였고, 양자회전 게이트의 회전 위상각은 0.2 rad의 값을 이용하였다. 이상의 조건을 이용하여 해석예제의 목적함수와 양자비트의 확률변화를 이용하여 최적해의 수렴과정과 결과를 분석하도록 한다.

4.1 10부재 평면 트러스 모델

해석대상모델인 Fig. 2의 캔틸레버 평면 트러스는 여러 연

구자들에 의해서 다양한 탐색기법으로 해석된 예제이다 (Lee and Geem, 2004). 대상모델의 절점은 6개, 부재는 모두 10개로 구성되었고, 그림에서 단위길이 L은 2.54 m이다. 부재의 재료 상수로는 밀도 (density) ρ 가 2767.99 kg/m³, 탄성계수 E는 0.689×10⁵ MPa이다. 단면적이 설계변수가 되며, 부재조합을 고려하지 않으므로 모두 10개의 단면적이 설계변수로 가정된다. 예제는 하중의 형태에 따라 두 가지 Case로 나뉜다. Case A의 경우는 P₁이 444.82 kN, P₂는 0 kN이며, Case B의 경우는 P₁이 667.23 kN, P₂는 222.41 kN이다. 두 경우 모두 응력제한은 ±172.36 MPa이고, 절점의 각 성분별 변위제한은 ±5.08 cm로 가정하였다.

이상과 같은 조건을 이용하여 해석을 수행하였으며, 해석 결과는 Case A의 경우는 Table 2에서 보는 바와 같이 최적중량이 2287.558 kg으로 탐색되었다. 참고문헌의 해석결과에 대한 최적단면적에 대한 값의 분포를 살펴보기 위해서 각각의 최적 단면적을 Fig. 3에 나타내었다. 최적단면적 값의 분포는 비교결과와 매우 유사하며, 2, 5, 6, 10번 부재는 최

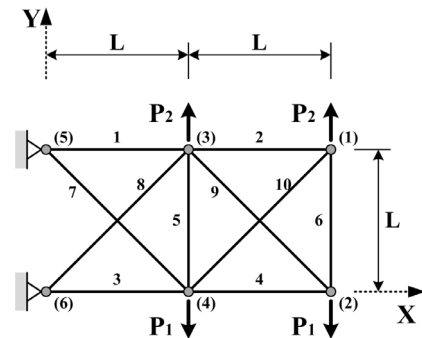


Fig. 2 10-bar Planar Truss Example

Table 2 Optimal design comparison for the 10-bar planar truss (Case A)

Variables	Optimal cross-sectional area (mm ²)									
	Schmit and Farshi, 1974	Schmit and Miura, 1976		Venkayya, 1971	Gellatly and Berke, 1971	Dobbs and Nelson, 1976	Rizzi, 1976	Khan et al., 1979	Lee and Geem, 2004	This paper
A1	21567.699	19787.057	19722.541	19625.767	20225.766	19677.380	19825.767	19987.057	19451.574	19766.670
A2	64.516	64.516	238.064	82.580	64.516	64.516	64.516	64.516	65.806	64.516
A3	15651.582	15329.002	15464.485	15103.196	12922.555	15025.776	15438.679	15593.517	14651.584	14334.681
A4	9199.982	9412.884	9503.207	9619.336	10064.496	9954.819	9503.207	9554.820	9851.593	8507.596
A5	64.516	64.516	64.516	65.161	90.322	64.516	64.516	64.516	65.806	64.516
A6	64.516	64.516	234.838	65.161	154.838	135.484	64.516	261.935	350.967	258.981
A7	5411.602	5534.182	5514.183	5610.311	5387.086	4934.829	5510.957	4869.023	4865.152	4990.061
A8	13380.618	13593.521	13619.328	13599.973	14329.004	13535.457	13516.102	13580.618	13909.650	13609.070
A9	12703.200	13522.554	13399.973	13599.973	14232.230	14077.391	14090.294	13509.650	13838.682	14841.132
A10	64.516	64.516	206.451	120.000	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516
Weigh (kg)	2308.330	2302.819	2316.630	2306.470	2318.762	2304.247	2302.732	2298.342	2294.214	2287.558

솟값으로 나타났다. 해석과정에서 해의 수렴은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 세대의 증가에 따라 일정한 값에 수렴한다. 그림에서 세대수가 100세대 이하에서 일정한 값으로 수렴하며, 양자비트 확률 평균도 이에 상응한다. 국소해에 대한 탐색의 변화도 양자비트의 확률변화로 알 수 있다. 이 같은 확률변화는 종료조건을 명확하게 하며, 탐색과정에 대한 정보의 누적된 결과로 양자비트에 기록된다.

Case B의 경우도 해석결과를 Table 3에 나타내었으며, 최적중량이 2047.081 kg으로 탐색되었다. 참고문헌의 결과와 최적단면적을 비교하여 Fig. 5에 나타내었고, Case A와 마찬가지로 각각의 최적단면적 값의 분포는 매우 유사하게 나타났다. 해석과정에서 나타나는 해의 수렴은 Fig. 6에서 보는 바와 같이 세대의 증가에 따라 최적중량은 일정한 값에 수렴하며, 세대의 반복수가 100세대 이하에서 수렴하며, 양자비트의 평균 확률도 유사하다. 양자비트 확률변화를 통한 종료조건도 Case A와 마찬가지로의 결과를 보였다.

4.2 17부재 평면 트러스 모델

두 번째 해석대상모델인 Fig. 7의 캔틸레버 평면 트러스는 절점은 9개, 부재는 모두 17개로 구성되었고, 단위길이 L은 10부재와 마찬가지로 2.54 m이다. 부재의 재료 상수로는 밀도 ρ 가 7418.24 kg/m³, 탄성계수 E는 2.067×10⁵ MPa이다. 예제의 하중 P는 444.82 kN이고, 응력제한은 ±334.74 MPa, 변위제약은 ±5.08 cm로 가정하였다.

이상과 같은 조건을 이용하여 10부재 모델과 마찬가지로 해석을 수행하였으며, 해석결과는 Table 4에서 보는 바와 같

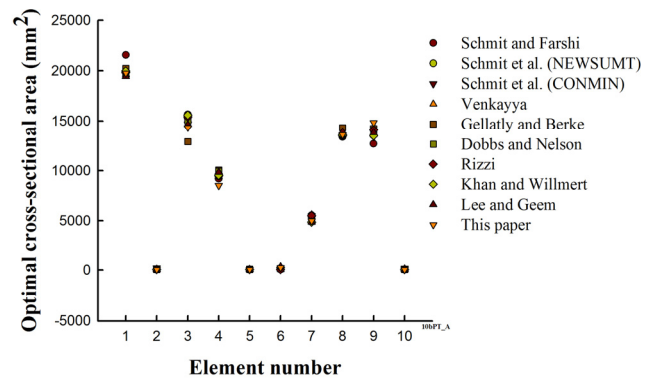


Fig. 3 Optimal cross-sectional area of 10-bar Truss (Case A)

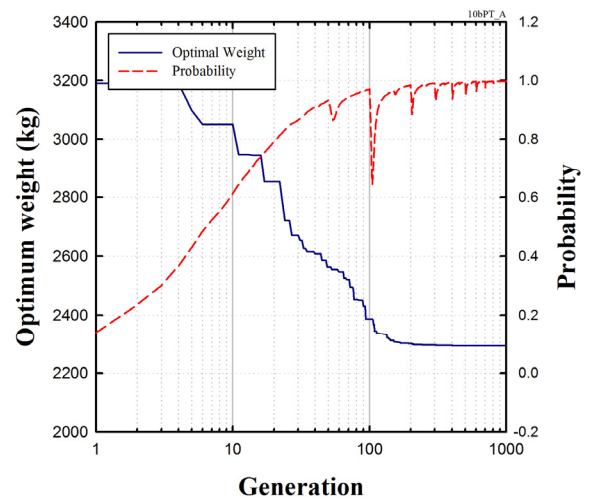


Fig. 4 Optimum weight & Probability of 10-bar Truss (Case A)

이 최적중량이 1153.253 kg으로 탐색되었다. 해의 수렴과정도 Fig. 8에서 보는 바와 같이 세대의 증가에 따라 최적중량

Table 3 Optimal design comparison for the 10-bar planar truss (Case B)

Variables	Optimal cross-sectional area (mm ²)									
	Schmit and Farshi, 1974	Schmit and Miura, 1976 NEW-SUMT	Schmit and Miura, 1976 CON-MIN	Venkayya, 1971	Dobbs and Nelson, 1976	Rizzi, 1976	Khan et al., 1979	John et al., 1987	Lee and Geem, 2004	This paper
A1	15670.936	15193.518	15193.518	16251.580	16651.580	15180.615	15948.355	15219.324	14999.970	14136.811
A2	64.516	64.516	113.548	234.193	64.516	64.516	64.516	64.516	65.806	64.516
A3	15064.486	16316.096	16258.032	16399.967	17567.707	16316.096	17122.546	16290.290	16599.967	15748.194
A4	8812.886	9264.498	9283.852	9245.143	10741.914	9270.949	8529.015	9270.949	9361.272	8860.129
A5	64.516	64.516	64.516	269.032	64.516	64.516	69.677	64.516	64.516	64.516
A6	1270.320	1270.965	1269.030	2028.383	1305.804	1270.965	3119.349	1270.965	1275.481	1471.814
A7	8174.177	7993.532	7999.984	7793.533	8245.145	7993.532	8167.726	7993.532	7877.404	8057.530
A8	8090.306	8264.500	8296.758	9425.788	9174.175	8277.403	8890.305	8258.048	8135.468	8513.115
A9	14174.165	13122.554	13167.716	13070.942	14283.842	13116.103	11896.750	13141.909	13135.458	12025.863
A10	64.516	64.516	64.516	330.967	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516
Weigh (kg)	2128.181	2121.432	2124.675	2220.605	2295.039	2121.413	2173.849	2121.418	2117.735	2047.081

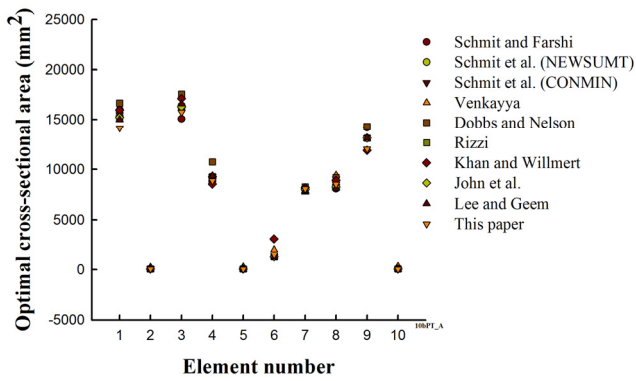


Fig. 5 Optimal cross-section area of 10-bar Truss (Case B)

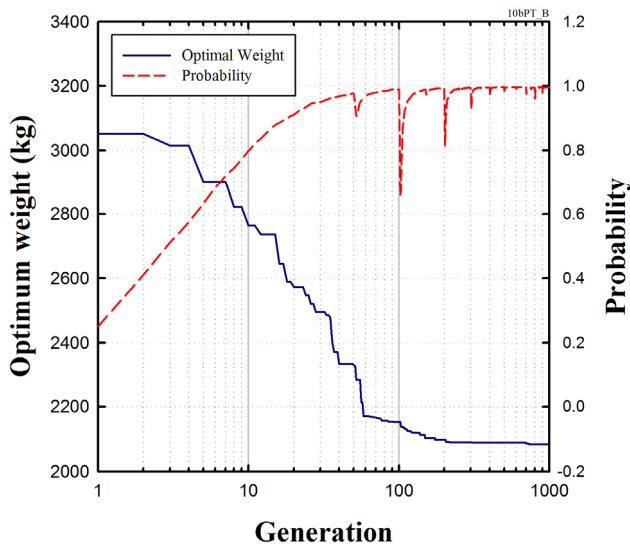


Fig. 6 Optimum weight & Probability of 10-bar Truss (Case B)

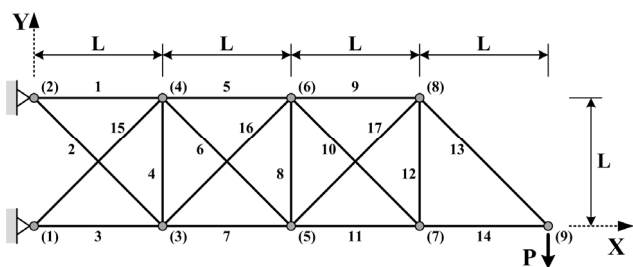


Fig. 7 17-bar Planar Truss Example

은 일정한 값에 수렴한다. 세대간 누적된 확률의 변화도 10 부재 예제에서 나타난 결과와 마찬가지로 확률변화의 누적된 결과가 잘 나타나며, 양자비트 확률 평균이 변화하는 구간을 통해 국소 최적점에서 벗어나 전역최적값으로 탐색경로가 이동하는 것을 확인할 수 있다.

Table 4 Optimal design comparison for the 17-bar truss

Variables	Optimal cross-sectional area (mm ²)			
	Khot and Berke, 1984	Adeli and Kumar, 1995	Lee and Geem, 2004	This paper
A1	10277.399	10341.270	10207.076	9693.431
A2	64.516	69.032	69.677	77.054
A3	7787.081	7859.984	7739.339	6483.662
A4	64.516	70.968	64.516	64.516
A5	5204.506	5430.312	5258.054	6484.053
A6	3588.380	3687.089	3552.896	3474.503
A7	7698.694	7310.308	7631.598	7286.104
A8	64.516	67.742	64.516	64.516
A9	5125.796	4710.313	5118.699	6484.053
A10	64.516	74.193	64.516	64.516
A11	2616.124	2610.317	2640.640	2572.148
A12	64.516	65.161	64.516	64.516
A13	3649.670	3619.993	3651.606	3575.201
A14	2580.640	2610.317	2619.995	2471.451
A15	3585.799	3323.864	3649.025	3273.893
A16	64.516	69.032	64.516	75.879
A17	3599.348	3410.316	3601.283	3273.893
Weigh (kg)	1171.125	1176.808	1170.635	1153.253

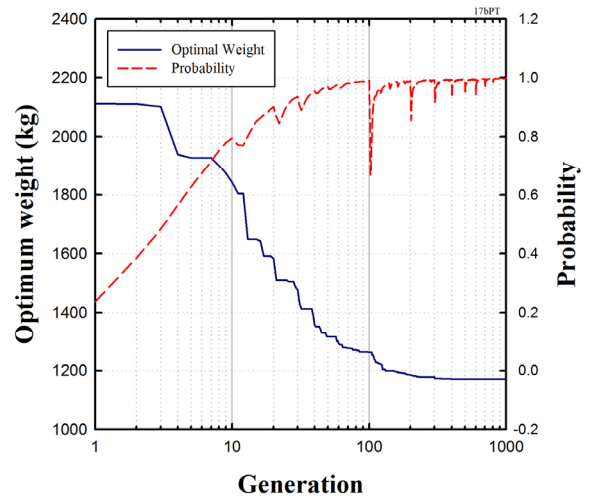


Fig. 8 Optimum weight & Probability of 17-bar Truss

5. 결론

본 연구는 구조물의 최적화를 위해 많이 사용된 고전적인 메타휴리스틱 탐색방법 대신 양자정보의 전달과정을 모델링한 양자기반 진화알고리즘을 적용하여 최적설계 알고리즘을 구현하였다. 최적화 대상으로는 평면트러스를 채택하였으며, 응력제약과 변위제약을 받는 최소중량설계를 모델링 하였다. 기존 연구에서 많이 채택된 10부재 및 17부재 예제의 해석

을 수행하였으며, 결론은 다음과 같다.

- (1) 양자기반 진화알고리즘을 이용한 최소중량설계는 기존의 최적설계방법의 결과와 일치하는 해를 얻을 수 있었으며, 세대수가 증가함에 따라 최적 해도 수렴하였다.
- (2) 양자비트의 확률 변화를 통해서 세대 간의 누적된 정보가 표현되며, 이로 인해서 최적 해 탐색의 종료시점을 쉽게 판단할 수 있었다.
- (3) 전역탐색과 지역탐색간의 균형은 지역이주 연산과정으로 유지할 수 있었으며, 전역 탐색이 가능하였다. 이 과정은 양자비트의 확률 변화에서 나타났다.

양자역학을 모델링한 진화전산에 대한 알고리즘의 개발과 적용은 차세대 전자전산정보의 모델과 알고리즘을 개발하고 확장하는데 매우 중요한 역할을 할 것으로 생각된다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (NRF 2011-0024483).

References

1. Adeli, H., and Kumar, S. (1995), Distributed genetic algorithm for structural optimization, *J. Aerospace Eng.*, ASCE, 8(3), 156-163.
2. Choi, S. H. (2008), Optimal design of trusses using advanced analysis and genetic algorithm, *Journal of Korea Institute of Safety Inspection*, KSMI, 12(4), 161-167 (in Korean, with English abstract).
3. Deutsch, D. (1989), Quantum computational networks, in Proc. of the Royal Society of London A, 425, 73-90.
4. Dobbs, M. W., and Nelson, R. B. (1976), Application of optimality criteria to automated structural design, *AIAA J.*, 14(10), 1436-1443.
5. Feynman, R. (1986), Quantum Mechanical computers. *Foundations of Physics*, 16, 507-531.
6. Gellatly, R. A., and Berke, L. (1971), Optimal structural design, AFFDL-TR-70-165, Air Force Flight Dynamics Lab., Wright-Patterson AFB, OH.
7. Ghosh, A., and Mukherjee, S. (2013), Quantum Annealing and Computation: A Brief Documentary Note. *SCIENCE AND CULTURE (Indian Science News Association)*, 79, 485-500.
8. Grover, L. K. (1996), A fast quantum mechanical algorithm for database search, in Proc. of the 28th ACM Symposium on Theory of Computing, 212-219.
9. Grover, L. K. (1999), Quantum Mechanical Searching, in Proc. of the 1999 Congress on Evolutionary Computation, Piscataway, NJ: IEEE Press, 3, 2255-2261.
10. Han, K. H. (2003), Quantum-inspired Evolutionary Algorithm. Ph.D. dissertation, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon, Korea.
11. Han, K. H., and Kim, J. H. (2002), Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization, *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, 6(6), 580-593.
12. John, K. V., Ramakrishnan, C. V., and Sharma, K. G. (1987), Minimum weight design of truss using improved move limit method of sequential linear programming, *Computers and Structures*, 27(5), 583-591.
13. Khan, M. R., Willmert, K. D., and Thornton, W. A. (1979), An optimality criterion method for large-scale structures, *AIAA J.*, 17(7), 753-761.
14. Khot, N. S., and Berke, L. (1984), Structural optimization using optimality criteria methods, Atrek et al. (Eds.), *New directions in optimum structural design*, John Wiley, New York.
15. Lee, K. S., and Geem, Z. W. (2004), A new structural optimization method based on the harmony search algorithm, *Computers and Structures*, 82, 781-798.
16. Moore, M., and Narayanan, A. (1995), Quantum-inspired Computing, Technical report, Department of Computer Science, University of Exeter, UK.
17. Rizzi, P. (1976), Optimization of multiconstrained structures based on optimality criteria, *AIAA/ASME/SAE 17th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, King of Prussia, PA.
18. Schmit Jr, L. A., and Farshi, B. (1974), Some approximation concepts for structural synthesis, *AIAA J.*, 12(5), 692-699.
19. Schmit Jr, L. A., and Miura, H. (1976), Approximation concepts for efficient structural synthesis. NASA CR-2552, Washington, DC: NASA.
20. Shon, S. D., and Lee, S. J. (2011), Optimum structural design of sinusoidal corrugated web beam using real-valued genetic algorithm, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, 23(5), 581-593 (in Korean, with English abstract).
21. Shon, S. D., Lee, S. J., and Choi, J. H. (2012), Optimum structural design of space truss with consideration in snap-through buckling, *Journal of Korean Association for Spatial Structures*, 12(2), 89-98 (in Korean, with English abstract).
22. Shor, P. W. (1994), Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring, in Proc. of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Piscataway, NJ: IEEE Press, 124-134.
23. Su, H. and Yang, Y. (2011), Free Search with Adaptive Differential Evolution Exploitation and Quantum-Inspired Exploration Differential evolution and quantum-inquired differential evolution for evolving Takagi-Sugeno fuzzy models, *Expert Systems with Applications*, 38, 6447-6451.
24. Venkayya, V. B. (1971), Design of optimum structures, *Computers and Structures*, 1(1-2), 265-309.
25. Yin, J., Wang, Y., and Hu, J. (2012), Free Search with

26. Zhang, G. (2011), Quantum-inspired evolutionary algorithms: a survey and empirical study, *J. Heuristics*, 17, 303-351.

요 지

최근 양자컴퓨터의 개발과 더불어 양자역학의 특성을 응용한 양자기반 탐색기법의 개발과 공학 문제への 적용은 매우 흥미로운 연구 주제 중 하나로 부각되고 있다. 이 알고리즘은 기본적으로 0과 1이 중첩되어진 양자비트를 이용하여 정보가 저장되고, 양자게이트 연산을 통해 해에 접근하게 된다. 이 과정에서 알고리즘은 탐사와 개척 두 가지 탐색 특성간의 균형이 자연스럽게 유지되며, 진화정보가 계속 누적된다는 장점으로 기존의 탐색법과 차별되어 새로운 알고리즘으로 평가되었다. 본 연구에서는 이와 같은 양자기반 진화알고리즘을 평면 트러스의 구조최적화에 적용하여 최소중량설계 기법을 제안하였다. 최적화 수리모형에서 비용함수는 최소중량이며, 제약함수는 변위와 응력에 관한 함수로 구성하였다. 진화정보의 누적과 수렴 과정을 알아보기 위해서 10부재 평면 트러스와 17부재 평면트러스 예제를 수치예제로 채택하여 결과를 분석하였다. 수치예제의 구조최적설계 결과에서 볼 때, 기존의 고전적 탐색기법의 연구결과와 비교해서 더 나은 최소중량설계의 결과를 얻을 수 있었으며, 진화정보의 누적된 결과로 해의 정밀도를 관찰할 수 있었다. 또한 누적된 진화정보인 양자비트의 확률적 표현은 종료시점을 쉽게 판단할 수 있다.

핵심 용어 : 양자기반 진화알고리즘, 양자비트, 양자게이트, 진화정보, 평면트러스, 최소중량설계
