

직교이방성판의 3차원 자유진동 해석에 관한 연구

Three-Dimensional Free Vibration Analysis of Orthotropic Plates

Sung-Jin Park^{a,*}

^a Department of Urban & Environment Engineering, Incheon National University, 119 Academy-ro Yeonsu-gu, Incheon 406-772, Republic of Korea

ABSTRACT

This paper presents the three-dimensional stress analysis of orthotropic thick plates using the three-dimensional spline strip method based on the theory of elasticity. The orthotropic plates are made of Aragonite crystal and sitka spruce. To demonstrate the convergence and accuracy of the present method, several examples are solved, and results are compared with those obtained by other exact and numerical methods based on the theory of elasticity. Good convergence and accuracy are obtained. The effects of thickness/width ratio, aspect ratio and boundary conditions on normal stress distributions of Aragonite crystal plates and sitka spruce plates are investigated. Moreover, the difference of weak orthotropic and strong orthotropic properties given to the characteristics of stress distributions are also shown.

KEYWORDS

vibration analysis
revolution shell
dynamic vibration
collocation method
integro
differential equations

본 연구에서는 탄성이론에 근거하여 3차원 spline 대판법을 이용하여 직교이방성판의 3차원 응력해석을 제시한다. 직교이방성판은 아라고나이트 결정과 시트카 스프러스로 구성되어 있다. 해석에 대한 수렴성과 정밀도의 정확성을 수치해석 예를 들어 검증하고, 탄성이론에 근거하여 이산화된 수치해석법에 의해 결과를 비교 검토한다. 해석법에 따라 해의 수렴성과 정밀도를 구할 수 있으며, 두께폭 비, 종횡비와 아라고나이트 결정과 시트카 스프러스판의 수직응력분포에 대한 경계조건의 영향을 검토하고, 응력 분포의 특성에 미치는 직교이방성과 강한 이방성의 특징의 차를 비교 검토한다.

진동해석
회전셀
동적문제
선점법
평균2승잔차법

© 2014 Korea Society of Disaster Information All rights reserved

* Corresponding author. Tel. 82-32-835-8775. Fax. 82-32-232-5024.
Email. sjpark@incheon.ac.kr

ARTICLE HISTORY

Received Jan. 14, 2014
Revised Jan. 15, 2014
Accepted Feb. 17, 2014

1. 서론

최근 구조물의 대형화가 진행됨에 따라 비교적 판두께의 크기가 큰 평판요소가 구조요소로서 이용되고 있고, 최근에는 구조물의 경량화 등을 목적으로 보강판, PC 상판이나 섬유강화형 적층판과 같은 비교적 이방성이 큰 평판구조가 사용되고 있다. 이방성 구조는 설계 자유도를 높일 수 있기 때문에 최적설계나 비용감소의 관점에서 향후 토목구조물의 응용이 기대되고 있다.

직교 이방성판의 해석은 면외강성에 비해 면내강성이 크기 때문에 두께가 얇은 판에서도 면의 전단변형의 영향을 무시해서는 안된다. 일반적으로 등방성 및 직교 이방성후판의 응력해석에는 면외 전단변형의 영향을 고려한 각종 후판이론이 이용되고 있으며 이에 대한 많은 연구논문이 제시되고 있다. (R.D. Mindlin, 1951; E. Reissner, 1975; etc)

전단변형판 이론은 3차원 탄성론이 두께 방향의 영향을 근사적으로 고려한 이론이지만, 등방성판과 비교하여 이방성판의 적용 한계가 명확하지는 않다. 또한 판두께의 증가에 따라 두께방향에 대한 응력 및 변형성분의 영향을 무시할 수 없기 때문에, 보다 명확한 역학적 거동을 파악하기 위해서는 3차원 탄성론을 적용해야만 한다.

후판의 3차원 응력해석에는 솔리드 요소를 이용한 유한요소법이 사용되고 있지만, 미지수의 급격한 증가에 의해 계산시간과 계산기 용량에 제한 받기 때문에, 적은 미지수에서 높은 해석정도를 얻을 수 있는 해석방법의 개발은 수치해석적으로 중요한 과제로 대두되고 있다.

등방성판을 대상으로 한 3차원 응력해석(S. Srinivas, 1967; I. A. Okumura, 1998)은 지금까지 수많은 논문이 제시되고 있지만, 직교이방성 후판에 대한 3차원응력해석은 유한요소법을 적용한 해석을 제외하면 아직은 미비하다고 할 수 있다.

직교 이방성후판의 3차원 응력에 관한 연구로서 Stinivas·Rao는 3차원 탄성론에 근거한 2방향으로 Fourier 급수전개한 무한급수전개법을 이용하여, 주면이 단순지지된 비교적 이방성이 작은 아라고나이트결정 장방형판의 면내응력과 전단응력의 엄밀해를 제시한다.

Teo·Liew는 Differential Quadrature법(DQ법)을 이용하여 단순지지면 및 고정면에 대한 아라고나이트결정 장방형 후판의 3차원 응력해석을 제시하고 있지만, 해의 수렴성에 문제점이 발견되어 자유면에 대한 해석이 도입되어야 하는 문제점이 있다.

일반적으로 DQ법은 고계 도함수로 정의된 자유 경계조건을 도입하면 해석정도가 나쁘게 나타나는 것을 알 수 있고, 기존의 연구는 해석방법이나 해석 정도에만 중점을 두고 있기 때문에, 직교이방성판 응력의 판두께방향의 분포특성에 미치는 판두께비, 변장비, 경계조건이나 이방성의 크기에 대한 영향에 대해서는 그다지 논문이 제시되고 있지 않고 있다.

Nagiya·Takagi에서 제안한 1방향 변위함수에 고유함수를 사용하여 다른 2방향으로 B-spline 함수를 가정한 3차원 spline 대판법(spline prism 법과 spline layer 법)을 이용하여 직교이방성후판의 진동해석을 실시하면 신뢰성이 높은 해석 결과를 얻을 수 있다.

본 논문에서는 3차원 직교이방성 탄성론에 근거한 3차원 대판법(spline prism법)을 이용하여, 2면이 다이어그램형의 단순지지, 다른 2면에서는 임의 경계조건의 판상면에 등분포 만재하중이 재하된 직교이방성후판의 3차원 응력해석을 수행하여 해의 수렴성과 정밀도를 검토한다. 또한 이방성이 작은 후판과 이방성이 큰 후판에 대한 응력의 판두께 방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건의 영향에 대해서 검토하고, 판 상하면에서 응력에 미치는 판두께비, 변장비와 경계조건의 영향에 대해서도 검토한다.

2. 3차원 spline 대판요소 모델의 정식화

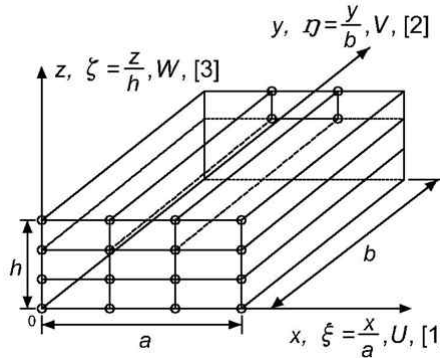


Fig. 1. Material coordinate system and the non-dimensional Cartesian coordinate system and orthotropic thick plate

3차원 탄성론과 포텐셜에너지 최소원리를 이용하여, Fig. 1에 보이는 3차원 spline 대판요소 모델(spline prism 요소모델)을 도입한다. 3차원 spline 대판법은 2방향(x, z)의 변위에는 B-spline 함수를 가정하고, 길이방향(y)의 변위를 Fourier 급수를 전개하여 고유함수의 직교성을 이용하여 3차원 문제를 2차원 문제로 변환한다.

정식화를 위해 다음과 같은 해석가정을 둔다.

- (1) 미소변형을 가정한다.
 - (2) 후판은 직교이방성판, 선형탄성이라고 가정한다.
 - (3) 장방향후판의 판두께는 일정하다고 가정한다.
 - (4) η 축에 수직인 1면($\xi\zeta$ 면, $\eta=0,1$)은 다이어그램형으로 단순지지되어 있다고 가정한다.
- 정식화에는 다음식에서 나타내는 무차원 직교좌표(ξ, η, ζ)를 이용한다.

$$\xi = x/a, \quad \eta = y/b, \quad \zeta = z/h \tag{1}$$

여기서 a 는 후판의 폭, b 는 길이, h 는 두께이다.

3차원 spline 대판요소로 가정된 ξ, η, ζ 방향의 변위 U, V, W 는 각각 $\xi\zeta$ 면이 다이어그램형으로 단순지지되어 있다고 가정하면 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$U(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{l=1}^r S_x(\xi, \xi) \cdot Y_l(\eta), \quad V(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{l=1}^r S_y(\xi, \xi) \cdot \bar{Y}_l(\eta), \quad W(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{l=1}^r S_z(\xi, \xi) \cdot Y_l(\eta) \tag{2}$$

여기서, $S_\psi(\xi, \xi)$ ($\psi = x, y, z$)는 spline 함수를 이용하면 식(3)으로 나타낼 수 있다. $Y_l(\eta)$ 와 $\bar{Y}_l(\eta)$ 는 경계조건을 만족하는 고유함수이고, r 은 고유함수의 급수전개 항수이다.

$$\left. \begin{aligned} S_x(\xi, \xi) &= \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_z} A_{mn} \cdot N_{m,k}(\xi) \cdot N_{n,k}(\xi) = [N]_{mn} \{ \delta_A \}_l \\ S_y(\xi, \xi) &= \sum_{m=1}^{i_y} \sum_{n=1}^{i_z} B_{mn} \cdot N_{m,k}(\xi) \cdot N_{n,k}(\xi) = [N]_{mn} \{ \delta_B \}_l \\ S_z(\xi, \xi) &= \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_z} C_{mn} \cdot N_{m,k}(\xi) \cdot N_{n,k}(\xi) = [N]_{mn} \{ \delta_C \}_l \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

A_{mn}, B_{mn}, C_{mn} 은 미정계수이고, $N_{m,k}(\xi), N_{n,k}(\xi)$ 는 $k-1$ 차의 정규화된 B-spline 함수이다. 또한 $[N]_{mn}$ 은

$$[N]_{mn} = [N_{1,k}(\xi) \cdot N_{1,k}(\xi), N_{1,k}(\xi) \cdot N_{2,k}(\xi), \dots, N_{i_x,k}(\xi) \cdot N_{i_x,k}(\xi)] \quad (4)$$

이고, 미정계수 벡터는 다음식으로 나타낸다.

$$\{\delta_A\}_l = \{A_{11}, A_{12}, \dots, A_{i_x, i_x}\}_l^T, \quad \{\delta_B\}_l = \{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{i_x, i_x}\}_l^T, \quad \{\delta_C\}_l = \{C_{11}, C_{12}, \dots, C_{i_x, i_x}\}_l^T \quad (5)$$

여기서, $i_x = k - 1 + M_x, i_z = k - 1 + M_z$ 이고, M_x 와 M_z 는 각각 x 와 z 방향의 대편요소 분할 수, $k-1$ 은 spline차수이다. 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{d\} = \sum_{l=1}^r [S]_{mn}^l \{\Delta\}_l \quad (6)$$

여기서, $\{d\} = \{U, V, W\}^T, \{\Delta\}_l = \{\{\delta_A\}_l, \{\delta_B\}_l, \{\delta_C\}_l\}^T,$

$$[S]_{mn}^l = \begin{bmatrix} [N]_{mn} Y_l & 0 & 0 \\ 0 & [N]_{mn} \bar{Y}_l & 0 \\ 0 & 0 & [N]_{mn} Y_l \end{bmatrix} \quad (7)$$

이다.

3차원 탄성론으로 정의된 수직변형 및 전단변형을 무차원 직교좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1/a)(\partial U/\partial \xi) \\ (1/b)(\partial V/\partial \xi) \\ (1/h)(\partial W/\partial \xi) \\ (1/b)(\partial U/\partial \eta) + (1/a)(\partial V/\partial \xi) \\ (1/h)(\partial V/\partial \xi) + (1/b)(\partial W/\partial \eta) \\ (1/a)(\partial W/\partial \xi) + (1/h)(\partial U/\partial \xi) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

위식을 매트릭스로 표시하면

$$\{\varepsilon\} = \sum_{l=1}^r [B]_{mn}^l \{\Delta\}_l \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다.

여기서, $\{\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx}\}^T, [B]_{mn}^l$ 은 변형매트릭스이며 다음식으로 나타낸다.

$$[B]_{mm}^l = \sum_{m=1n=1}^{i_z} \sum_{i_z} \begin{bmatrix} \frac{1}{a} \dot{N}_{m,k} N_{n,k} Y_l & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} N_{m,k} N_{n,k} \dot{\bar{Y}}_l & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{h} N_{m,k} \dot{N}_{n,k} Y_l \\ \frac{1}{b} N_{m,k} \dot{N}_{n,k} \dot{Y}_l & \frac{1}{a} \dot{N}_{m,k} N_{n,k} \bar{Y}_l & 0 \\ 0 & \frac{1}{h} N_{m,k} \dot{N}_{n,k} \bar{Y}_l & \frac{1}{b} N_{m,k} N_{n,k} \dot{Y}_l \\ \frac{1}{h} N_{m,k} \dot{N}_{n,k} Y_l & 0 & \frac{1}{a} \dot{N}_{m,k} N_{n,k} Y_l \end{bmatrix} \quad (10)$$

단 $\dot{N}_{m,k} = N_{m,k}(\xi)$, $N_{n,k} = N_{n,k}(\xi)$, $Y_l = Y_l(\eta)$, $\bar{Y}_l = \bar{Y}_l(\eta)$, $\dot{N}_{m,k} = \partial N_{m,k}(\xi)/\partial \xi$, $\dot{N}_{n,k} = \partial N_{n,k}(\xi)/\partial \xi$, $\dot{Y}_l = \partial Y_{l,k}(\eta)/\partial \eta$, $\dot{\bar{Y}}_l = \partial \bar{Y}_{l,k}(\eta)/\partial \eta$ 이며, 3차원 탄성체 식은 다음식으로 주어진다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (11)$$

여기서, $\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}^T$ 이다. 또한 $[D]$ 는 직교이방성 탄성매트릭스이고 다음식과 같다.

$$[D] = D_{00} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서, $D_{12} = D_{21}$, $D_{13} = D_{31}$, $D_{23} = D_{32}$ 이고, $D_{00} = E_x$ 이다. 또한 $D_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, 6)$ 은 각각 다음식으로 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} D_{11} &= (1 - v_{zy} v_{yz})/S, & D_{12} &= (v_{yx} + v_{zx} y_{yz})/S \\ D_{13} &= (v_{zx} + v_{yx} y_{zy})/S, & D_{22} &= (E_y/E_x)(1 - v_{zx} v_{xz})/S \\ D_{23} &= (E_y/E_x)(v_{zy} + v_{zx} v_{xy})/S, & D_{33} &= (E_z/E_x)(1 - v_{yx} v_{xy})/S \\ D_{44} &= G_{xy}/E_x, & D_{55} &= G_{yz}/E_x, & D_{66} &= G_{zx}/E_x \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

단, $S = 1 - v_{xy} v_{yz} v_{zx} - v_{xz} v_{yz} v_{zy} - v_{xz} v_{zx} - v_{xy} v_{yx} - v_{yz} v_{zy}$ 이다.

또한 직교이방성 탄성체에서 다음과 같은 상반정리가 성립된다.

$$v_{xy}/E_x = v_{yx}/E_y, \quad v_{yz}/E_y = v_{zy}/E_z, \quad v_{zx}/E_z = v_{xz}/E_x \quad (14)$$

직교이방성후판의 변형에너지 U_p 는 무차원 직교좌표로 나타내면 다음식과 같다.

$$U_p = \frac{1}{2} (abh) \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\xi d\eta d\zeta = \frac{1}{2} \sum_{l=1s=1}^r \sum_{i=1}^q \{\Delta\}_l^T [K]_{m nij}^l \quad (15)$$

여기서 $[K]_{m nij}^l$ 는 강성매트릭스이고 다음식으로 주어진다.

$$[K]_{mnij}^{lq} = (abh) \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 [B]_{mn}^T [D] [B]_{ij}^q d\xi d\eta d\xi \quad (16)$$

판두께 방향 $\xi = \xi_0$ 면에 작용하는 등분포하중 q 에 의한 외력 포텐셜 F 는 다음식과 같다.

$$F = (ab) \int_0^1 \int_0^1 q W(\xi, \eta, \xi) d\xi d\eta \Big|_{\xi=\xi_0} = (qab) \sum_{l=1}^r \{\Delta\}_l^T \{f\}_l \quad (17)$$

여기서, ξ_0 는 판두께방향의 하중작용 위치이다.

판상면에 등분포하중 q 가 작용할 경우에 경계조건은 다음과 같다.

$$\xi = 0; \quad \sigma_z = 0, \quad \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (18-a)$$

$$\xi = 1; \quad \sigma_z = -q, \quad \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (18-b)$$

여기서, 기하학적 경계조건을 만족하는 변위함수를 가정할 경우 식(15)의 변형에너지 U_p 를 직접 이용하면 좋지만, 본 해석법에서 이용하는 변위함수인 B-spline 함수는 경계조건을 만족하는 식을 단순화 작업은 불가능하다. 따라서 ξ 축에 수직인 후판의 경계면 $\xi = \xi_{ic}$ 에서 임의 기하학적 경계조건을 도입하기 위해서는 가상스프링법을 이용한다. 즉 $\xi = \xi_{ic}$ 경계면에서 각 변위 $U, V, W, \partial U/\partial \xi$ 에 대한 가상스프링 계수 $\alpha, \beta, \delta, \chi$ 를 도입한다.

이들 가상스프링에 의한 변형에너지 U_b 는 식(15)에서 다음식과 같다. 이 방법은 penalty 함수법과 같은 방법이다.

$$U_b = (bh) \frac{1}{2} \sum_{ic=1}^{N_c} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \begin{array}{l} \alpha U^2 \\ + \beta V^2 \\ + \delta W^2 \\ + \chi (\partial U/\partial \xi)^2 \end{array} \right\} d\eta d\xi \Big|_{\xi=\xi_{ic}} \quad (19)$$

여기서 N_c 는 경계조건에 대한 경계면의 수이다. 고정면에서는 $\alpha = \beta = \delta = \infty$ 가 되며, 수치계산 경우에는 무한대인 수치는 취급할 수 없기 때문에 해의 영향이 미치지 않는 최대값을 사용한다.

따라서 직교이방성후판의 전포텐셜에너지 Π 는 식(15),(17) 및 식(19)를 이용하여 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pi = U_p + U_b - F \quad (20)$$

포텐셜에너지 최소원리를 이용하여 극치화하면 다음과 같은 강성방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{\Delta\}_l^T} = \sum_{l=1}^r \left\{ \sum_{q=1}^s ([K]_{mnij}^{lq} \{\Delta\} + q - \{f\}_l) \right\} = 0 \quad (21)$$

여기서 강성매트릭스는 다음식과 같은 서브매트릭스로 구성할 수 있다.

$$[K]_{mnij}^{lq} = \begin{bmatrix} [K]_{UU} & [K]_{UV} & [K]_{UW} \\ [K]_{VU} & [K]_{VV} & [K]_{VW} \\ [K]_{WU} & [K]_{WV} & [K]_{WW} \end{bmatrix} \quad (22)$$

서브매트릭스 $[K]_{IJ}$ 는 Legendre-Gauss의 수치적분 공식으로 구할 수 있다.

여기서 η 축에 수직인 2면이 다이어그램형인 단순지지, 즉 $\eta = 0, 1$ 에서 $U = W = 0$ 및 $\partial V / \partial W = 0$ 을 가정하면 고유함수는 다음식으로 주어질 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} Y_l(\eta) &= \sin(l\pi\eta) \\ \overline{Y}_l(\eta) &= \cos(l\pi\eta) \end{aligned} \right\} \quad (l = 1, 2, \dots, r) \quad (23)$$

에 의해 고유함수의 직교성을 이용하면 급수의 연성항이 없어지기 때문에 식(21)은 다음식과 같이 된다.

$$\sum_{l=1}^r ([K]_{mni}^l \{\Delta\}_l - \{f\}_l) = 0 \quad (24)$$

여기서, $[K]_{mni}^l$ 의 크기는 $3 \times (k-1 + M_x) \times (k+1 + M_x)$ 이며, 항시 정규 대칭매트릭스이다. 식(24)를 각 급수항 마다 풀고 그것들의 합으로 $\{\Delta\}_l$ 을 구할 수 있다.

3. 수치해석에

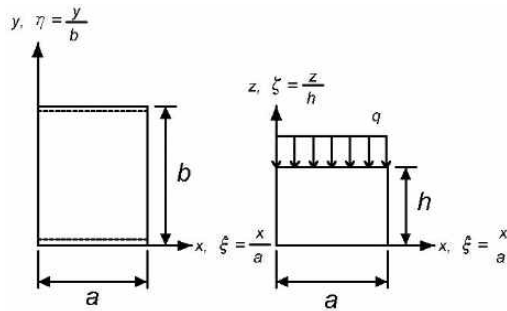


Fig. 2. Analysis model diagram

본 해석법을 이용하여 Fig. 2에서 보이는 판상면 ($\xi_0 = 1$)에 등분포 적재하중 q 를 받는 η 축에 수직인 2면이 다이어그램 형으로 단순지지, 다른 2면에 임의 경계조건의 직교 이방성후판의 3차원 응력해석을 하여, 해의 수렴성과 정도 비교를 검토한다. 또한 판상면에 등분포 하중을 받는 직교이방성이 응력이 판두께 방향 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건의 영향, 판상하면에 응력이 미치는 판두께비, 변장비 및 경계조건의 영향에 대해서 검토한다.

Table 1. Stiffness coefficient ratio of sitka spruce and aragonite crystal material

Stiffness coefficient ratio of aragonite crystal							
D_{22}/D_{11}	D_{13}/D_{11}	D_{12}/D_{11}	D_{13}/D_{11}	D_{23}/D_{11}	D_{44}/D_{11}	D_{55}/D_{11}	D_{66}/D_{11}
0.543103	0.530172	0.23319	0.010776	0.098276	0.262931	0.26681	0.159914
Stiffness coefficient ratio of sitka spruce straight grain plate							
D_{22}/D_{11}	D_{13}/D_{11}	D_{12}/D_{11}	D_{13}/D_{11}	D_{23}/D_{11}	D_{44}/D_{11}	D_{55}/D_{11}	D_{66}/D_{11}
11.6220	0.55372	0.48668	0.24826	0.35210	0.73586	0.69763	0.032493

본 수치계산에 이용되는 직교이방성의 재료는 Table 1에 보이는 강성계수비를 가지는 비교적 이방성이 작은 아라곤나이트 결정($D_{22}/D_{11} = 0.54$)와 이방성이 큰 시트카 스프러스 정목판($D_{22}/D_{11} = 11.6$)이고, D 에 밀접하는 Fig 1에서 좌표계(1,2,3) 및 식(13),(14)의 응력-변형을 관계식에 해당된다.

경계조건은 예를 들면 CF-SS와 같이 나타내며, 각각 ξ 방향의 2개의 면($\xi = 0,1$)에서 고정면(C), 자유면(F)이고, η 방향에서 2면($\eta=0,1$)에서 단순지지(S)에 해당한다. 또한 spline 차수 $k-1$ 은 4차로 가정하며, 가상스프링 계수 $\alpha, \beta, \delta, \chi$ 는 수치해석 결과에서 10^{10} 정도의 수치를 이용한다.

3.1 해의 수렴성과 정밀도 비교 검토

Table 2, Table 3은 각각 판두께비 h/a 가 0.1과 0.5이고, 주면단순지지(SS-SS)된 비교적 이방성이 작은 아라곤나이트 결정 정방형판과 다른 2면이 고정(CC-SS)된 이방성이 큰 시트카 스프러스 정목 정방형판의 중앙단면($\eta=0.5$)에서의 처짐 W , 응력 σ_x, σ_y 및 전단응력 τ_{zx} 의 수렴성에 미치는 급수항 r 과 요소분할수 $M_x=M_z$ 의 영향에 보인 것이다. 여기서 급수항 r 은 31과 51로 가정하고, Table 2는 요소분할수 $M_x=M_z$ 을 4부터 50까지, Table 3은 4부터 24까지 변화시킨 것이다.

Table 2. Influence of the number of element divisions to be given to the restraint of the stress and deflection of the aragonite crystal plate subjected to a uniformly distributed load on the plate surface. $b/a=1.0, k-1=4, \xi_0=1, SS-SS$

h/a	r	$M_x=M_z$	$\xi=\eta=\xi=0$	$\xi=\eta=$	$\xi=1.0$	$\xi=0.0$
			.5	0.5		$\eta=\xi=0.5$
			W	σ_x	σ_y	τ_{xy}
0.1	31	4	-688.6	-36.04	-22.21	-5.408
		8	-688.6	-36.03	-22.20	-5.400
		12	-688.6	-36.02	-22.19	-5.386
		16	-688.6	-36.02	-22.19	-5.366
		20	-688.6	-36.01	-22.19	-5.351
		24	-688.6	-36.01	-22.19	-5.349
		30	-688.6	-36.01	-22.19	-5.342
	51	4	-688.6	-36.05	-22.22	-5.408
		8	-688.6	-36.03	-22.20	-5.400
		12	-688.6	-36.02	-22.20	-5.386
		16	-688.6	-36.02	-22.20	-5.366
		20	-688.6	-36.02	-22.20	-5.351
		24	-688.6	-36.02	-22.20	-5.349
		30	-688.6	-36.02	-22.20	-5.342
0.5	31	4	-2.725	-1.616	-1.367	-0.8019
		8	-2.727	-1.573	-1.342	-0.7858
		12	-2.727	-1.560	-1.334	-0.7850
		16	-2.727	-1.556	-1.332	-0.7851
		20	-2.727	-1.555	-1.331	-0.7851
		24	-2.727	-1.555	-1.331	-0.7851
		30	-2.727	-1.554	-1.331	-0.7851
	51	4	-2.727	-1.554	-1.331	-0.7851
		8	-2.725	-1.618	-1.373	-0.8019
		8	-2.727	-1.577	-1.352	-0.7858
		12	-2.727	-1.564	-1.344	-0.7850
		16	-2.727	-1.560	-1.341	-0.7851
		20	-2.727	-1.558	-1.339	-0.7851
		24	-2.727	-1.558	-1.339	-0.7851
Multiplier			qh/D_{11}	q	q	q

Table 3. Influence of the number of element divisions to be given to the restraint of the stress and deflection of the sitka spruce straight grain plate subjected to a uniformly distributed load on the plate surface. $b/a=1.0, k-1=4, \xi_0=1, CC-SS$

h/a	r	$M_x=M_z$	$\xi=\eta=\xi=$	$\xi=\eta=0.5$	$\xi=1.0$	$\xi=0.0$	
			0.5			$\eta=\xi=0.5$	
			W	σ_x	σ_y	τ_{xy}	
0.1	31	4	-206.8	-16.43	-34.13	-0.10450	
		8	-207.2	-16.12	-33.95	-0.05952	
		12	-207.4	-16.05	-33.89	-0.06584	
		16	-207.5	-16.04	-33.87	-0.08424	
		20	-207.6	-16.04	-33.87	-0.10000	
		24	-207.6	-16.04	-33.87	-0.10900	
		51	4	-206.8	-16.44	-34.15	-0.10470
	8		-207.2	-16.12	-33.98	-0.05970	
	12		-207.4	-16.06	-33.93	-0.06601	
	16		-207.5	-16.05	-33.92	-0.08442	
	20		-207.6	-16.05	-33.91	-0.10020	
	24		-207.6	-16.05	-33.91	-0.10920	
	0.5		31	4	-1.095	-1.495	-0.9242
		8		-1.099	-1.455	-0.6935	-0.04502
12		-1.100		-1.448	-0.6299	-0.04483	
16		-1.100		-1.448	-0.6198	-0.04485	
20		-1.101		-1.448	-0.6170	-0.04486	
24		-1.101		-1.448	-0.6135	-0.04487	
51		4		-1.095	-1.499	-0.9275	-0.04430
		8	-1.099	-1.459	-0.7004	-0.04502	
		12	-1.100	-1.451	-0.6401	-0.04483	
		16	-1.100	-1.451	-0.6335	-0.04485	
		20	-1.101	-1.452	-0.6331	-0.04486	
		24	-1.101	-1.452	-0.6329	-0.04487	
		Multiplier			qh/E_x	q	q

이들 2개 표에서 알 수 있듯이, 본 해석법은 이방성의 크기에 관계없이 요소 분할수가 커지면 처짐 $W(\xi=\eta=\xi=0.5)$, 응력 $\sigma_x, \sigma_y(\xi=\eta=0.5, \xi=1)$ 및 전단응력 $\tau_{zx}(\xi=0, \eta=\xi=0.5)$ 은 일정한 값으로 안정된 수렴 상태를 보이고 있다. 이상 결과에서 유효숫자 4자리 정도의 해석정도를 확보하기 위해서는 급수항 $r=31$, 요소분할수 $M_x=M_z=12$ 를 적용하면 충분하다.

다음으로 본 해석법의 해석정도를 확인하기위해서, Table 4는 판상면에 등분포 적재하중 q 를 받는 주면단순지지(SS-SS)된 아라고나이트 결정판의 중앙단면($\eta=0.5$)인 처짐 $W(\xi=\eta=\xi=0.5)$, 응력 $\sigma_x, \sigma_y(\xi=\eta=0.5, \xi=1)$ 및 전단변형 응력 $\tau_{zx}(\xi=0, \eta=\xi=0.5)$ 의 정도 비교 검토한다.

여기서 변장비 b/a 는 0.5, 1.0, 2.0이고, 판두께비 h/a 는 각각 0.05, 0.1 및 0.14로 변화시킨 것이다. 해석 비교를 위해 (Teo·Liew, 2011)의 3차원 탄성론에 근거한 DQ법(DQM)에 의한 수치해와 (Srinivas·Rao, 2010)의 급수전개법에 의한 엄밀해(Exact)를 보이고 있다. 표에 의하면 처짐 W 와 응력 σ_x, σ_y 는 변장비 b/a , 판두께비 h/a 에 관계없이 Srinivas·Rao의 엄밀해와 아주 잘 일치하고 있는 결과를 나타내고 있다.

Table 4. Accuracy comparison of stress and deflection of the aragonite crystal plate subjected to a uniformly distributed load on the top surface plate. $M_x = M_z = 12=1.0, k=1=4, \xi_0=1, SS-SS$

b/a	h/a	Solution method	$\xi=\eta=\xi=0.5$	$\xi=\eta=0.5$	$\xi=1.0$	$\xi=0.0, \eta=\xi=0.5$
			W	σ_x	σ_y	τ_{xy}
0.5	0.05	Present	-2048.7	-40.652	-54.261	-6.3963
		DQM	-2048.9	-40.692	-54.303	-
		Exact	-2048.7	-40.657	-54.279	-6.2434
	0.10	Present	-139.08	-10.023	-13.870	-2.9978
		DQM	-139.10	-10.068	-13.912	-
		Exact	-139.08	-10.025	-13.888	-2.9573
	0.14	Present	-39.789	-5.0343	-7.2617	-2.0195
		DQM	-39.798	-5.0802	-7.3026	-
Exact		-39.790	-5.0364	-7.2794	-1.9987	
1.0	0.05	Present	-10443	-144.31	-87.059	-10.994
		DQM	-10444	-144.34	-87.090	-
		Exact	-10443	-144.31	-87.080	-10.873
	0.10	Present	-688.57	-36.019	-22.192	-5.3862
		DQM	-688.63	-36.065	-22.233	-
		Exact	-688.57	-36.021	-22.210	-5.3411
	0.14	Present	-191.07	-18.344	-11.597	-3.7506
		DQM	-191.09	-18.391	-11.639	-
Exact		-191.07	-18.346	-11.615	-3.7313	
2.0	0.05	Present	-21542	-262.66	-79.517	-10.994
		DQM	-21542	-262.69	-79.536	-
		Exact	-21542	-262.67	-79.545	-10.873
	0.10	Present	-1408.5	-65.973	-20.186	-5.3862
		DQM	-1408.5	-66.012	-20.212	-
		Exact	-1408.5	-65.975	-20.204	-5.3411
	0.14	Present	-387.23	-33.860	-10.498	-4.8974
		DQM	-387.25	-33.904	-10.531	-
Exact		-387.23	-33.862	-10.515	-4.8782	
Multiplier		qh/D_{11}	q	q	q	q

Table 5. Influence of boundary conditions and side length ratio and the thickness ratio of the stress applied to the plate in the upper and lower surfaces and deflection of Sitka spruce straight grain plate subjected to a uniformly distributed load on the top surface plate. $M_x = M_z = 12=1.0, k=1=4, r=31, \xi_0=1$

B.C.	h/a	h/a	$\xi=\eta=\xi=0.5$	$\xi=\eta=0.5$	$\xi=1.0$	$\xi=\eta=0.5$	$\xi=0.0$
			W	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
SS-SS	0.5	0.05	-521.1	-5.716	-106.6	5.330	106.5
		0.10	-93.21	-4.390	-36.35	4.016	36.17
		0.20	-14.73	-2.802	-10.50	2.422	10.08
		0.50	-1.035	-1.119	-2.503	0.670	1.148
	1.0	0.05	-2956	-37.01	-269.5	36.79	269.3
		0.10	-358.9	-17.53	-64.75	17.33	64.53
		0.20	-42.99	-8.088	-12.31	7.884	11.95
		0.50	-2.015	-2.075	-0.993	1.814	0.322
	2.0	0.05	-12479	-157.0	-405.7	157.0	405.5
		0.10	-972.30	-47.68	-79.62	47.64	76.28
		0.20	-81.140	-15.24	-9.149	15.20	8.775
		0.50	-2.8710	-2.951	-0.099	2.845	-0.337
FF-SS	0.5	0.05	-512.3	-3.539	-106.1	3.188	106.1
		0.10	-101.5	-1.596	-42.13	1.242	41.93
		0.20	-22.92	-0.908	-19.26	0.549	18.82
		0.50	-3.412	-0.581	-8.148	0.211	6.792
	1.0	0.05	-3483	-8.840	-329.9	8.713	329.6
		0.10	-507.7	-2.660	-105.8	2.532	105.5
		0.20	-101.2	-1.120	-42.42	0.991	42.01
		0.50	-14.38	-0.511	-15.56	0.386	14.75
	2.0	0.05	-36874	-16.83	-1218	16.86	1218
		0.10	-3499.0	-3.707	-332.8	3.736	332.5
		0.20	-511.30	-1.244	-107.0	1.273	106.8
		0.50	-62.520	-0.578	-32.92	0.603	32.43
CC-S	0.5	0.05	-495.9	-8.174	-99.70	7.751	99.69
		0.10	-79.21	-5.554	-29.43	5.133	29.29
		0.20	-11.04	-2.852	-7.273	2.430	6.887
		0.50	-0.837	-1.074	-2.124	0.523	0.886
	1.0	0.05	-2116	-41.88	-186.9	41.45	186.9
		0.10	-207.4	-16.05	-33.89	15.64	33.88
		0.20	-19.98	-5.602	-4.610	5.195	4.453
		0.50	-1.100	-1.448	-0.630	0.910	0.192
	2.0	0.05	-4573	-93.10	-138.5	92.67	138.5
		0.10	-311.2	-24.55	-22.01	24.13	21.96
		0.20	-23.49	-6.687	-2.534	6.280	2.442
		0.50	-1.150	-1.525	-0.323	0.990	0.106
Multiplier		qh/E_x	q	q	q	q	

3.2 이방성이 서로 다른 직교이방성후판의 응력에 대한 판두께 방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건 영향

판상면에 등분포 적재하중 q 를 받는 이방성이 서로 다른 직교이방성 정방형후판의 응력의 판두께 방향 분포특성에 미치는 판두께비 h/a 와 경계조건 영향에 대해서 살펴 본 것이다. 여기서 국소응력의 해석정도를 높이기 위해서 요소분할 수는 $M_x=M_z=22$ 로 가정한다.

(1) 직교이방성후판의 응력 σ_x 에 대한 판두께 방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건 영향

Fig 3에서 (a) 아라고나이트 결정판과 (b) 시트카 스프러스 정목판의 중앙단면($\xi=\eta=0.5$)에서, 응력 $\sigma_x(0.5, 0.5, \xi)$ 의 판두께방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건에 미치는 영향을 보이고 있다. 여기서 경계조건은 CC-SS, 판두께비 h/a 는 0.05부터 1.0로 변화시킨 것이다.

그림에서 아라고나이트 결정판과 응력 σ_x 의 판두께방향 분포는 경계조건에 관계없이 $0.05 \leq h/a \leq 0.1$ 의 범위에서는 직선을 유지하고 있고, 중앙면($\xi=0.5$)를 통과한다. $0.3 \leq h/a \leq 0.5$ 가 되면 응력 분포는 직선분포는 되지 않지만 거의 중앙면을 통과하고 있다. 더욱이 판두께비를 크게 한 $h/a \geq 0.7$ 에서는 중앙면을 통과하지 않아 곡선 또는 비대칭인 분포성상을

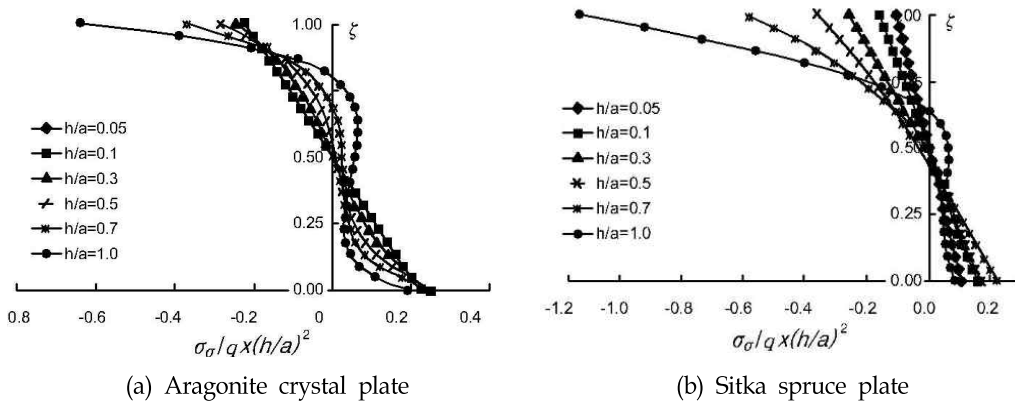


Fig. 3 Influence of boundary conditions and plate thickness ratio to be given to the thickness direction of the stress(σ_x) distribution characteristics of orthotropic thick plate : $b/a=1.0$, $k-1=4, M_x=M_z, r=31, \xi=\eta=0.5, \xi_0=1$ (CC-SS)

나타내고 있으며, 판 내부에서 복잡한 응력분포가 발생하고 있다. 이것은 하중상면적재의 영향이라고 생각되며, 판두께비 h/a 의 증가와 함께 그 영향이 크게 나타나고 있다.

CC-SS의 시트카 스프러스 정목판의 응력 σ_x 의 판두께 방향분포는 $0.05 \leq h/a \leq 0.1$ 의 범위에서는 직선을 유지하고 있고, 중앙면($\xi=0.5$)를 통과하며, $0.3 \leq h/a \leq 0.5$ 가 되는 응력은 곡선분포는 형성이 되지만 중앙면은 통과하고 있다.

더욱이 판두께비가 큰 $h/a \geq 0.7$ 에서는 곡선 또는 비대칭인 분포성상을 나타내지만 중앙면을 통과하지 못하고, 곡선 또는 비대칭 분포형상을 나타내고 있다. $h/a=1.0$ 에서는 $\xi=0.75 \sim 0.5$ 의 위 방향으로 큰 압축응력이 아래 방향으로 인장응력이 발생하고있고 상당히 복잡한 응력분포 형태를 보이고 있다.

따라서 설계할 때는 판상면에서 압축응력과 판내부에서의 복잡한 응력분포를 충분히 고려할 필요가 있다.

(2) 직교이방성후판의 응력 σ_y 의 판두께 방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건의 영향

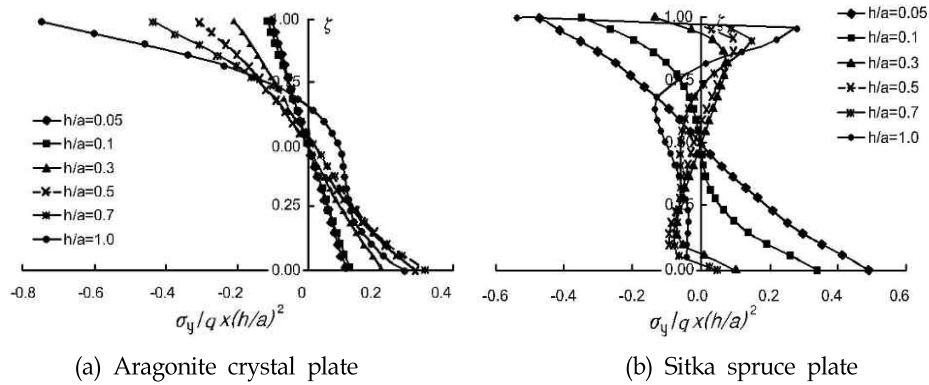


Fig. 4 Influence of boundary conditions and plate thickness ratio to be given to the thickness direction of the stress(σ_y) distribution characteristics of orthotropic thick plate : $b/a=1.0$, $k-1=4, M_x=M_z, r=31, \xi=\eta=0.5, \xi_0=1$ (CC-SS)

Fig 4는 (a)아라고나이트 결정판과 (b)시트카 스프러스 정목판의 중앙단면 $\xi=\eta=0.5$ 에서 응력 $\sigma_y(0.5, 0.5, \xi)$ 의 판두께방향 분포특성에 미치는 판두께비 h/a 와 경계조건의 영향을 보인 것이다. 해석조건은 앞에서 서술한 σ_x 와 같다.

CC-SS는 아라고나이트 결정판의 응력 σ_y 분포는, σ_x 와 거의 같은 응력 분포특성을 보이고 있지만, σ_x 와 비교해서 비대칭성이 작고, 응력값에 큰 차이는 보이고 있지 않다. 이것은 아라고나이트 결정판에서는 이방성이 작은 ($D_{22}/D_{11}=0.54$) 때문에 σ_x 와 같은 분포특성을 보이고 있다고 생각된다.

CC-SS에서 시트카 스프러스 정목판의 응력 분포는 $0.3 \leq h/a \leq 0.7$ 에서 큰 곡선 또는 비대칭인 분포 형태를 나타내고 있지만, 중앙면은 통과하지 않고 있다. $h/a=1.0$ 에서 판상면에 큰 압축응력을 보이고 있지만 아래방향으로 인장응력이 발생하고 있다. 또 이 현상이 $\xi=\eta=0.5$ 이외에서도 발생하는지 확인하기 위해서 $\xi=0.25, \eta=0.5$ 의 위치에서도 응력분포를 검토했지만, 마찬가지로 응력분포 형태를 보이고 있다. 이것은 판두께 증가에 따른 판상면 부근에서의 휨변형의 영향이라고 생각되어 진다. $h/a \geq 0.7$ 에서는 $\xi=0.75 \sim 0.5$ 의 아래방향으로 압축응력이 지배적으로 발생하고 상당히 복잡한 응력분포 형태를 보이고 있다.

이 들 결과에서 이방성이 큰 목판의 응력분포성은 상당히 복잡한 형태를 보이고 있기 때문에 3차원 탄성론을 이용하고, 응력 상태를 정확히 평가할 필요하다고 생각된다.

(3) 직교이방성후판의 응력 σ_z 의 판두께 방향의 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건의 영향

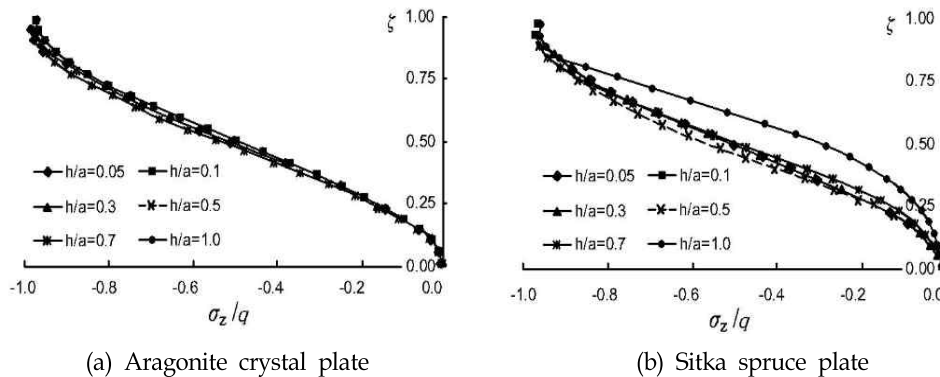


Fig. 5 Influence of boundary conditions and plate thickness ratio to be given to the thickness direction of the stress(σ_z) distribution characteristics of orthotropic thick plate : $b/a=1.0$, $k-1=4, M_x=M_z, r=31, \xi=\eta=0.5, \xi_0=1$ (CC-SS)

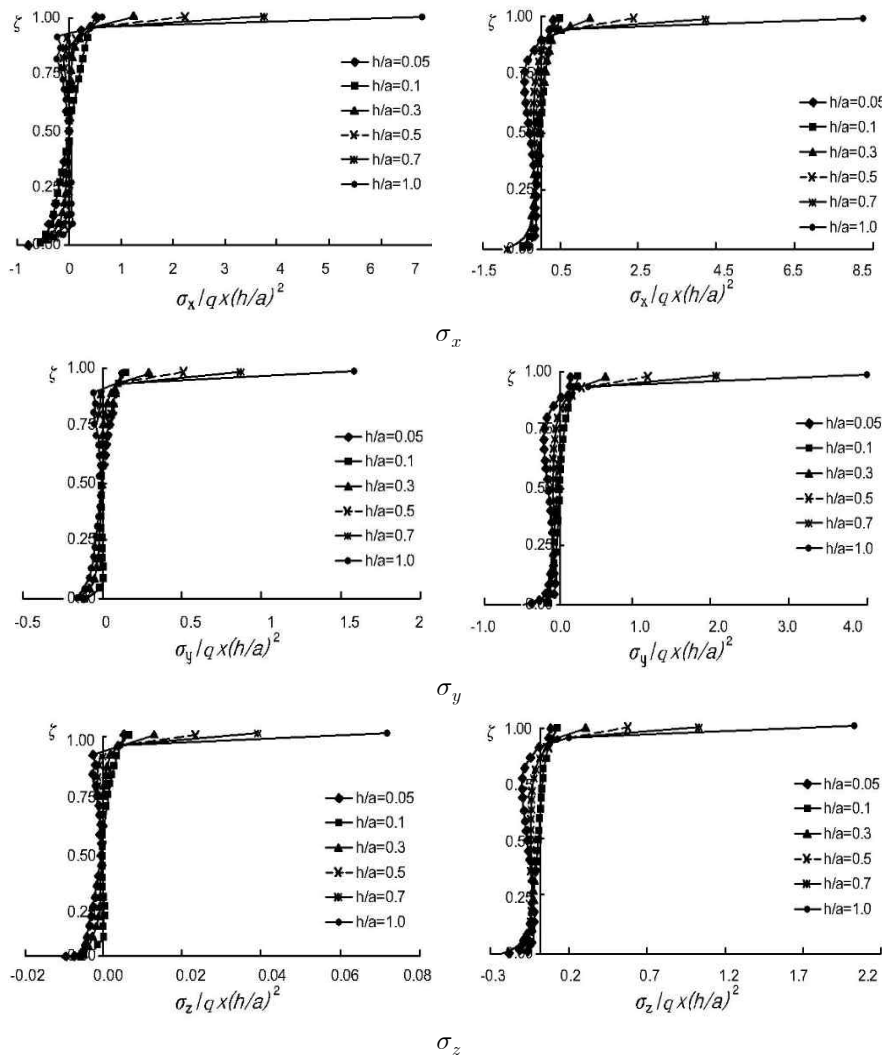
Fig 5는 (a) 아라고나이트결정판과 (b)시트카 스프러스 정목판의 중앙단면($\xi=\eta=0.5$)에서 응력 $\sigma_z(0.5, 0.5, \xi)$ 의 판두께 방향 분포특성에 미치는 판두께비 h/a 와 경계조건의 영향을 보인 것이다. 해석조건은 앞에서 서술한 σ_x 와 같다.

응력 σ_z 의 분포특성은 재료의 종류, 판두께비 h/a 및 경계조건에 관계없이 거의 동등한 곡선적 분포 형태를 보이고 있다. 식(18.a)와 (18.b)에서 판상면에서의 경계조건 $\sigma_z=-q$ 는 거의 만족하고 있고, 하면에서는 경계조건 $\sigma_z=0$ 을 완전히 만족하고 있다. 또 본 논문에서 전단응력의 경계조건도 정확히 만족하고 있다는 것을 확인할 수 있다.

3.3 직교이방성후판의 고정면에서의 판두께방향 응력 분포특성에 미치는 판두께비 영향

Fig 6.은 CC-SS된 판상면의 등분포적재하중 q 를 받는 (a)아라고나이트 결정판 (b)시트카 스프러스 정목판의 고정면($\xi=0, \eta=0.5$)에서 응력 $\sigma_x(0, 0.5, \xi)$, $\sigma_y(0, 0.5, \xi)$ 및 $\sigma_z(0, 0.5, \xi)$ 의 판두께방향 분포특성에 미치는 판두께비 h/a 의 영향에 대해서 살펴본 것이다. 응력 σ_x, σ_y 는 곡선 또한 비대칭인 분포특성을 나타내고 있고, 판상면의 하중적재 근접에서 인장 응력집중 현상이 발생하고 있다. 또한 이방성이 큰 시트카 스프러스 정목판에서 큰 값을 보이고 있다. 마찬가지로 응력 σ_z 에도 응력집중 현상이 발생하고 있다.

고정면을 가지는 이방성이 큰 직교이방성판에서는 설계할 때 응력집중을 충분히 고려할 필요가 있다고 생각된다.



(a) Aragonite crystal plate

(b) Sitka spruce plate

Fig. 6 Influence of plate thickness ratio to be given to the thickness direction of the stress distribution characteristics of a fixed surface of the orthotropic : $b/a=1.0, k-1=4, M_x=M_z=22, r=31, \xi=0, \eta=0.5, \xi_0=1$ (CC-SS)

3.4 시트카스프러스 정목판의 처짐, 응력에 미치는 판두께비, 변장비 및 경계조건의 영향

지금까지 이방성의 크기가 서로 다른 직교이방성판의 응력의 판두께 방향 분포특성에 대해서 검토했다. 그 결과 이방성이 큰 직교이방성판에서는 복잡한 응력분포특성을 보이고 있는 것을 알 수 있었다. 이방성이 큰 시트카스프러스 정목판에 대해서 처짐, 응력에 미치는 판두께비, 변장비 및 경계조건의 영향에 대해서 검토한다.

Table 5는 판상면에 등분포 적재하중을 받는 시트카스프러스 정목판의 처짐 $W(0.5, 0.5, 0.5)$ 와 판상면에서의 응력 $\sigma_x(0.5, 0.5, \xi)$; $\xi=0,1$ 및 $\sigma_y(0.5, 0.5, \xi)$; $\xi=0,1$ 에 미치는 판두께비 h/a , 변장비 b/a 와 경계조건의 영향을 나타내고 있다. 여기서 경계조건은 SS-SS, FF-SS 및 CC-SS이다. 또 변장비 b/a 는 0.5, 1.0과 2.0이고, 판두께비 h/a 는 0.05부터 0.5까지 변화시킨 것이다. 결과에서 처짐 W 는 변장비 b/a 에 관계없이 판두께비 h/a 가 증가됨에 따라 작아지게 된다.

또한 이방성이 큰 섬유방향(길이방향)이 구속되지 않는 FF-SS의 σ_y 값이 σ_x 의 값과 비교해서 상당히 큰 수치를 보이고 있다. SS-SS, CC-SS에서는 변장비 b/a 가 0.5인 경우에는 판두께비에 관계없이 σ_x 보다 σ_y 가 큰 값을 나타내고 있지만, 정방형판이나 변장비 b/a 가 2.0이 되면 판두께비 h/a 증가와 함께 σ_y 보다 σ_x 의 값이 커지게 된다.

따라서 직교이방성후판의 응력에 대한 판두께 방향분포는 기하형상도 포함한 이방성의 영향을 크게 받는다고 생각할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서 3차원 직교이방성 탄성론에 근거한 3차원 spline 대판법을 이용하여 η 축에 수직한 2면이 다이어그램형 단순지지, 다른 2면이 임의 경계조건을 갖는 판상면에 등분포 적재하중을 받는 직교이방성판의 3차원 응력해석을 실시하여, 해의 수렴성과 정도에 대한 비교 검토를 하였다. 이방성이 서로 다른 아라고나이트 결정과 시트카스프러스 정목판을 직교이방성 모델을 채용하여 판상면에 등분포 적재하중을 받는 직교이방성후판의 응력의 판두께방향 분포특성에 미치는 판두께비와 경계조건의 영향과 판상면의 응력에 미치는 판두께비, 변장비 및 경계조건의 영향에 대해서 검토하였다.

본 논문에서 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 본 해법은 재료의 종류에 관계없이 직교이방성후판의 변위 및 응력에 안정한 수렴성과 높은 해석정도를 보이고 있다.
- 2) 본 해법을 이용하면 후판의 상면 및 하면에서의 응력의 경계조건을 정확히 만족시킬 수 있다.
- 3) 직교이방성판의 응력의 판두께방향 분포는 판두께비의 증가와 함께 곡선 또는 비대칭인 분포형태를 나타내고 있다. 이것은 하중상면적재의 영향이라고 생각되어 진다.
- 4) 이방성이 큰 시트카스프러스 정목판의 응력에 대한 판두께방향분포는, 아라고나이트 결정판에 비교하여 매우 복잡한 응력분포 형태를 보이고 있고, 이방성이 큰 방향으로 큰 응력이 발생한다.
- 5) 이방성이 큰 시트카스프러스 정목판의 응력에 대한 판두께방향 분포는 판두께비가 작아도 곡선적인 분포 형태를 보이고 있기 때문에 3차원 탄성론을 이용할 필요가 있다.
- 6) 고정면에서는 하중적재부근에서 큰 응력집중이 보이고 있다. 또 이방성이 크게 되면 응력도 매우 크게 나타난다.

감사의 글

이 논문은 인천대학교 2012년도 자체연구비 지원에 의하여 수행한 것으로 이에 감사드립니다.

References

- R.D. Mindlin (1951) "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates." *J. Appl. Mech*, Vol. 73, pp.31-38.
- E. Reissner (1975) "On transverse bending of plates, including the effects of transverse shear deformation." *International Journal of Solids Structures*, Vol.11, pp.569-573.
- M.Levinson (1999) "An accurate simple theory of the static and dynamics of elastic plates." *Mech Res, Commun*, Vol. 7, pp.343-350.
- S.D. Akabarov and T. Kocahurk(2010) "On the bending problems of anisotropic (orthotropic) plates resting on elastic foundations that react in compression only." *International Journal of Solids Structures*, Vol. 34, No. 28, pp.3673-3689.
- M. Huang, X.Q.Ma,T.Sakiyama, H.Matsuda,C,Monita (2011) "A Discrete Method for Bending and Free Vibration Analysis of Orthotropic Plates with Non-uniform Thickness" *Journal of Appl, Mech, JSCE*, Vol. 6, pp.331-340.
- I.A.Okamura, Y. Oguma(2009) "Series solutions for a transversely loaded and completely clamped thick rectangular plate based on the three-dimensional theory of elasticity" *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 68, pp.103-121.
- K.T. Sundara Raja Iyengar, K. Chandrashekhara and V.K. Sebastian (2007) "On the analysis of thick rectangular plates." *Ing.-Archiv*, Vol. 43, pp.317-330.
- O.C.Zienkiewicz and J.J.M.Too (2012) "The finite prism in analysis of thick simply supported bridge boxes." *Proc. Inst. Civil Engrs*, Vol. 53, pp.147-172.
- M.S.Cheung and M.Y.T.Chan (2011) "Three-dimensional finite strip analysis of elastic solid." *Computers and Structures*, Vol. 9, pp.629-938.
- M.S.Cheung and M.Y.T.Chan (2005) "Static and dynamic analysis of thin and thick sectorial plates by the finite strip method." *Computers and Structures*, Vol. 9, pp.629-938.
- S.Srinivas and A.K.Rao(2007) "Vibration and buckling of simply supported thick orthotropic rectangular plates and laminates." *International Journal of Solids Structures*, Vol. 6, pp.1463-1481.
- T.M.Teo, K.M.Liew (2008) "Three-dimensional elasticity solutions to some orthotropic plate problems." *International Journal of Solids Structures*, Vol. 36, pp.5301-5326.