

3상 유도전동기의 간이등가회로에 의한 토크 오차 분석

(An Analysis on a Torque Error of a 3-Phase Induction Motor due to Simplified Equivalent Circuit)

신명호*

(Myoung-Ho Shin)

Abstract

Torque of an induction motor is generally calculated by simplified equivalent circuit. However, the torque has an error since it is calculated by simplified equivalent circuit. In this paper, stator and rotor currents, torque, efficiency, and power factor are derived from the equivalent circuit of an induction motor using mesh analysis method. Then, they are compared with those calculated from simplified equivalent circuit.

Key Words : Induction Motor, Torque, Simplified Equivalent Circuit

1. 서 론

3상 유도전동기는 구조가 간단하고 튼튼하며, 저가격의 장점으로 산업현장에서 폭넓게 사용되고 있어서 많은 연구가 수행되고 있다[1-2]. 3상 유도전동기의 토크특성을 해석할 때 등가회로를 이용하는데 여자임피던스가 회로의 중간에 위치한 정확한 등가회로를 이용하면 특성해석이 복잡해지기 때문에 여자임피던스를 등가회로의 입력단으로 옮긴 간이등가회로를 이용하여 해석하는데, 간이등가회로에 의해서 구한 토크

에는 오차가 발생한다[3-5]. 간이등가회로에 의한 오차를 없애기 위하여 고정자 및 회전자 전압방정식을 세우고 미분방정식을 풀어서 특성을 해석하는 방법이 제안되었으나[6], 저속에서 토크의 진동으로 저속영역의 해석이 곤란한 단점이 존재한다.

3상 유도전동기는 변압기와 달리 공극이 존재하기 때문에 여자전류가 무시할 수 있을 정도로 작지 않고 [6], 따라서 간이등가회로에 의한 해석은 무시할 수 없을 정도의 오차가 발생할 것으로 예상할 수 있으나 기존에 발표된 논문 및 교재(text book)에서 정확한 등가회로에 의한 해석결과 및 간이등가회로에 의한 해석의 오차가 제시된 바가 없으며, 다양한 분야에서 간이등가회로의 해석에 의한 결과를 활용하고 있는 실정이다. 이에 따라 본 논문에서는 여자임피던스가 회로의 중간에 위치한 3상 유도전동기의 정확한 등가회로를 이용하여 유도전동기의 토크를 계산한다. 고정자회로와 회전자회로에 키르히호프의 전압법칙을 적

* 주저자 : 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수
* Main author : Dept. of Electrical and Information Engineering, Seoul Nat'l Univ. of Science and Technology
Tel : 02-970-6408, Fax : 02-978-2754
E-mail : mhshin@seoultech.ac.kr
접수일자 : 2013년 10월 2일
1차심사 : 2013년 10월 9일
심사완료 : 2013년 10월 28일

3상 유도전동기의 간이등가회로에 의한 토크 오차 분석

용하여 고정자전류 및 회전자전류를 구한 후 토크를 계산하고, 간이등가회로에 의해서 구한 토크와 비교하여 간이등가회로에 의한 오차를 보인다. 또한 효율, 역률을 계산하여 간이등가회로에 의해서 계산된 결과와 비교하여 오차를 제시한다.

2. 간이등가회로 해석

3상 유도전동기의 정확한 등가회로는 그림 1과 같다[3].

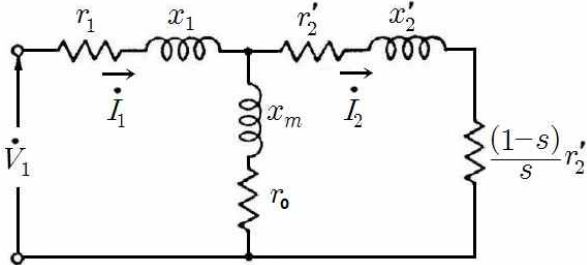


그림 1. 유도전동기의 정확한 등가회로
Fig. 1. Exact equivalent circuit of an induction motor

여기서 V_1 은 공급전압, r_2' 은 고정자로 환산된 회전자저항, s 는 슬립, r_1 은 고정자저항, x_1 은 고정자누설 리액턴스, x_2' 은 고정자로 환산된 회전자누설리액턴스, x_m 은 여자리액턴스, r_0 는 철손저항이다. 그림 1의 등가회로를 사용하여 유도전동기의 특성을 해석하는 것은 복잡하므로 그림 2와 같이 여자전류회로를 입력 단으로 옮긴 간이등가회로를 이용한다[3-5].

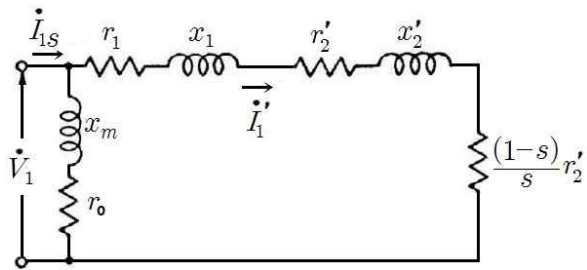


그림 2. 유도전동기 간이등가회로
Fig. 2. Simplified equivalent circuit of an induction motor

그림 2의 간이등가회로를 이용하여 특성을 해석하면 다음과 같다[5]. 3상 유도전동기의 토크는 1상당 등가회로의 회전자입력에 3을 곱한 후 동기기계각속도 ω_s 로 나누어서 식 (1)과 같이 구하며, 회전자전류는 식 (2)와 같다.

$$T_s = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_1^2}{[(r_1 + \frac{r_2'}{s})^2 + (x_1 + x_2')^2]} \times (\frac{r_2'}{s}) \text{ N.m} \quad (1)$$

$$\dot{I}_1' = \frac{\dot{V}_1}{(r_1 + \frac{r_2'}{s}) + j(x_1 + x_2')} \quad (2)$$

$$I_1' = |\dot{I}_1'| = \frac{|\dot{V}_1|}{\sqrt{(r_1 + \frac{r_2'}{s})^2 + (x_1 + x_2')^2}} \quad (3)$$

그림 2에서 입력임피던스 \dot{Z}_{in} 은 $(r_0 + jx_m)$ 과 $[(r_1 + \frac{r_2'}{s}) + j(x_1 + x_2')]$ 의 병렬이므로 식 (4)와 같이 구할 수 있고, \dot{V}_1 를 기준벡터로 두면 입력전류 I_{1s} 는 식 (5)와 같다.

$$\dot{Z}_{in} = \frac{H + jK}{L + jM} \quad (4)$$

여기서

$$H = r_0(r_1 + \frac{r_2'}{s}) - x_m(x_1 + x_2'), \quad L = r_0 + r_1 + \frac{r_2'}{s},$$

$$K = x_m(r_1 + \frac{r_2'}{s}) + r_0(x_1 + x_2'), \quad M = x_m + x_1 + x_2' \text{ 이다.}$$

$$I_{1s} = |\dot{I}_{1s}| = \left| \frac{\dot{V}_1(L + jM)}{H + jK} \right| = \frac{V_1 \sqrt{L^2 + M^2}}{\sqrt{H^2 + K^2}} \quad (5)$$

입력은 식 (6)과 같으며 효율은 식 (7)과 같다.

$$P_r = 3 \text{Re}[\dot{V}_1 \dot{I}_{1s}^*] = 3 \text{Re}[\dot{V}_1^* \frac{\dot{V}_1(L - jM)}{(H - jK)}] \\ = 3 V_1^2 \frac{(LH + MK)}{(H^2 + K^2)} \text{ W} \quad (6)$$

$$\eta_s = \frac{\omega T_s}{P_r} \quad (7)$$

무효전력은 식 (8)과 같으며, 역률은 식 (9)와 같다.

$$P_q = 3Im[\dot{V}_1 \dot{I}_1^*] = 3V_1^2 \frac{(LK' - MH)}{(H^2 + K^2)} \text{Var} \quad (8)$$

$$pf_s = \frac{P_r}{\sqrt{P_r^2 + P_q^2}} \quad (9)$$

3. 정확한 등가회로 해석

그림 1의 3상유도전동기의 등가회로에서 키르히호프의 전압법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (r_1 + r_0) + j(x_1 + x_m) & -(r_0 + jx_m) \\ -(r_0 + jx_m) & (r_0 + \frac{r_2'}{s}) + j(x_m + x_2') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

위 식에서 회전자전류 \dot{I}_2 를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} (R_1 + jX_1) & \dot{V}_1 \\ -(r_0 + jx_m) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + jX_1) & -(r_0 + jx_m) \\ -(r_0 + jx_m) & (R_2 + jX_2) \end{vmatrix}} \quad (11)$$

여기서 $R_1 = r_1 + r_0$, $X_1 = x_1 + x_m$, $R_2 = r_0 + \frac{r_2'}{s}$, $X_2 = x_m + x_2'$ 이다. $\dot{V}_1 = V_1 \angle 0^\circ$ 으로 두면,

$$\dot{I}_2 = \frac{V_1(r_0 + jx_m)}{A + jB} \quad (12)$$

$$I_2 = |\dot{I}_2| = \frac{V_1 \sqrt{r_0^2 + x_m^2}}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (13)$$

여기서

$$A = R_1 R_2 - X_1 X_2 - r_0^2 + x_m^2$$

$$B = R_1 X_2 + R_2 X_1 - 2r_0 x_m \text{이다.}$$

고정자 전류 \dot{I}_1 은 다음과 같다.

$$\dot{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \dot{V}_1 - (r_0 + jx_m) \\ 0 & (R_2 + jX_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + jX_1) & -(r_0 + jx_m) \\ -(r_0 + jx_m) & (R_2 + jX_2) \end{vmatrix}} = \frac{V_1(R_2 + jX_2)}{A + jB} \quad (14)$$

$$I_1 = |\dot{I}_1| = \frac{V_1 \sqrt{R_2^2 + X_2^2}}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (15)$$

토크와 출력은 각각 다음과 같다.

$$T = \frac{3}{\omega_s} I_2^2 \left(\frac{r_2'}{s}\right) = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_1^2 (r_0^2 + x_m^2)}{(A^2 + B^2)} \left(\frac{r_2'}{s}\right) \text{ N.m} \quad (16)$$

$$P_{out} = \omega T W \quad (17)$$

입력은 식 (18)과 같으며, 식 (19)는 효율을 나타낸다.

$$\begin{aligned} P_{in} &= 3Re[\dot{V}_1 \dot{I}_1^*] = 3Re\left[\dot{V}_1 \frac{\dot{V}_1^* (R_2 - jX_2)}{(A - jB)}\right] \\ &= 3V_1^2 \frac{(R_2 A + X_2 B)}{(A^2 + B^2)} \text{ W} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (19)$$

무효전력은 식 (20)과 같으며, 식 (21)은 역률을 나타낸다.

$$\begin{aligned} Q &= 3Im[\dot{V}_1 \dot{I}_1^*] = 3Im\left[\dot{V}_1 \frac{\dot{V}_1^* (R_2 - jX_2)}{(A - jB)}\right] \\ &= 3V_1^2 \frac{(R_2 B - X_2 A)}{(A^2 + B^2)} \text{ Var} \end{aligned} \quad (20)$$

$$pf = \frac{P_{in}}{\sqrt{P_{in}^2 + Q^2}} \quad (21)$$

3상 유도전동기의 간이등가회로에 의한 토크 오차 분석

표 1. 3상 유도전동기 파라미터
Table 1. 3-Phase induction motor parameters

출력	25kW
극수	8
정격전압	220Vrms
주파수	60Hz
고정자저항	0.0438Ω
회전자저항	0.0542Ω
철손저항	0.757Ω
여자리액턴스	5.03Ω
고정자누설리액턴스	0.151Ω
회전자누설리액턴스	0.151Ω

4. 해석 결과

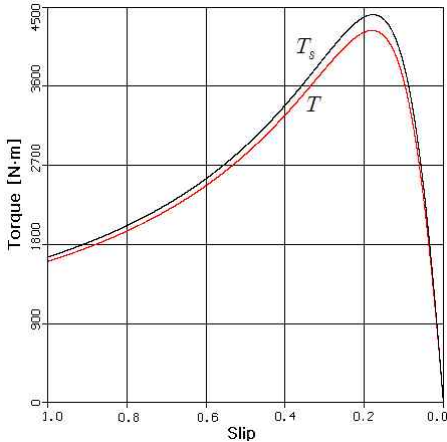


그림 3. 슬립 변화에 따른 정확한 등가회로의 토크 T 및 간이등가회로의 토크 T_s
Fig. 3. Torque T of exact equivalent circuit and T_s of simplified equivalent circuit

해석을 위한 3상유도전동기의 파라미터는 표 1과 같다. 그림 3은 그림 1의 정확한 등가회로의 토크 T 와 간이등가회로의 토크 T_s 를 나타내고 있다. 간이등가회로에 의한 토크 T_s 가 T 보다 더 큰 값으로 계산되어서 오차가 발생하고 있는 모습을 나타내고 있다. T_s 의 최대치는 4417N.m이며, T 의 최대치는 4233N.m으로서 약 4.35%의 오차를 나타내고 있다.

그림 4는 슬립 변화에 따른 회전자전류의 모습을 나타내고 있다. 기동시 I_1' 는 980A, I_2 는 965A이다.

그림 5는 슬립 변화에 따른 고정자전류를 나타내고

있다. 기동전류는 I_{1s} 가 1041A, I_1 이 995A로 간이등가회로에 의한 전류가 약 4.62%의 오차로 크게 계산되었다. 동기속도에서 I_{1s} 는 61.2A, I_1 은 59.5A이다.

그림 6은 효율, 그림 7은 역률을 나타내고 있다. 효율은 간이등가회로에 의한 오차가 거의 없는 것으로 타나났으며, 역률은 간이등가회로에 의해서 약간의 오차가 발생하고 있음을 알 수 있다.

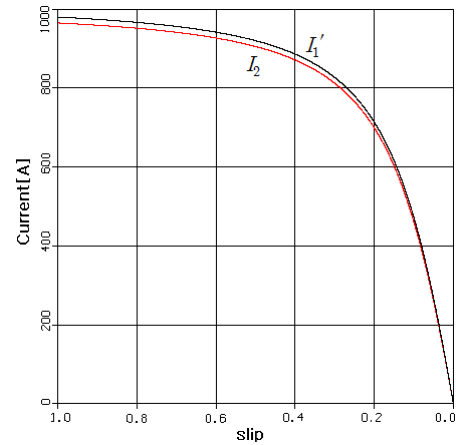


그림 4. 슬립 변화에 따른 정확한 등가회로의 회전자전류 I_2 및 간이등가회로의 회전자전류 I_1'
Fig. 4. Rotor current I_2 of exact equivalent circuit and I_1' of simplified equivalent circuit

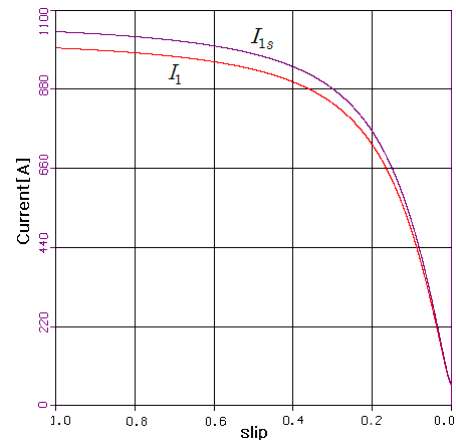


그림 5. 슬립 변화에 따른 정확한 등가회로의 고정자전류 I_1 및 간이등가회로의 고정자전류 I_{1s}
Fig. 5. Stator current I_1 of exact equivalent circuit and I_{1s} of simplified equivalent circuit

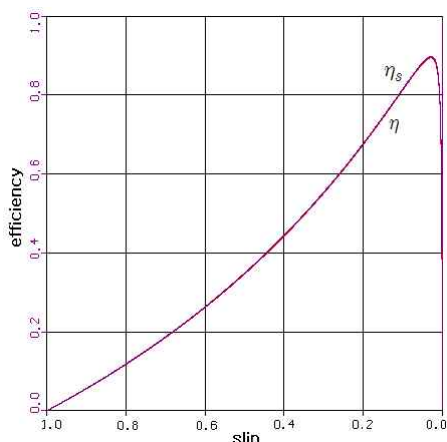


그림 6. 슬립 변화에 따른 정확한 등가회로의 효율 η 및 간이등가회로의 효율 η_s
 Fig. 6. Efficiency η of exact equivalent circuit and η_s of simplified equivalent circuit

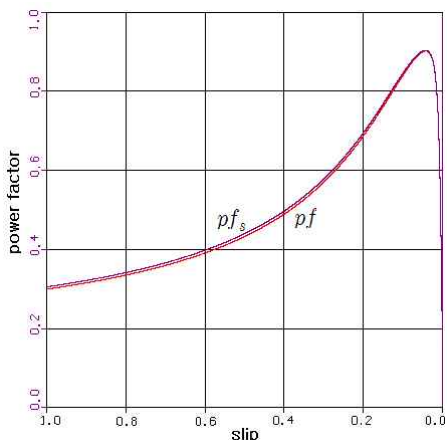


그림 7. 슬립 변화에 따른 정확한 등가회로의 역률 pf 및 간이등가회로의 역률 pf_s
 Fig. 7. Power factor pf of exact equivalent circuit and pf_s of simplified equivalent circuit

5. 결 론

본 논문에서는 3상 유도전동기의 등가회로에 키르히호프의 전압법칙을 적용하여 전류를 구한 후 토크를 계산하는 방법을 제안하였으며, 간이등가회로에 의한 토크 계산의 오차를 제시하였다. 또한 효율, 역률을 계산하여 간이등가회로의 의한 해석결과와 비교함으

로써 간이등가회로에 의한 오차를 제시하였다. 간이 등가회로에 의해서 최대토크는 약 4.35%, 기동전류는 약 4.62%의 오차가 발생함을 알 수 있었다. 그러나 토크 및 전류와는 달리 효율에는 간이등가회로에 의한 오차가 거의 발생하지 않으며, 역률에서는 약간의 오차가 발생함을 알 수 있었다. 유도전동기의 특성해석에 간이등가회로에 의한 해석을 지양하고 본 논문에서 제시한 방법을 적용해서 정확한 해석을 해야 할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다.

References

- [1] M.-H. Shin, D.-S. Hyun, and S.-B. Cho "Maximum torque control of stator-flux-oriented induction machine drive in the field-weakening region" IEEE Trans. on IA, vol. 38, no. 1, pp. 117-122, 2002.
- [2] Myoung-Ho Shin, "Analysis on Parameter Detuning of Induction Motor Drives in Constant Torque Region", Journal of KIIE, vol. 26, no. 11, pp. 81-86, 2012.
- [3] Yoon-Jong Lee, "Electric Machinery" Dongmyoung Press, Korea, pp. 285-286, 2001.
- [4] Stephen J. Champan, "Electric Machinery Fundamentals", 5th Edition, McGraw-Hill Korea, 2012.
- [5] Energy Conversion Lab. of Hanyang Univ., "Electric Machinery", 2nd Edition, Hongneung Science Press, Korea, pp.373, 2011.
- [6] Myoung-Ho Shin, "Errors of Proportional Shifting due to Simplified Equivalent Circuit of a 3-Phase Induction Motor", Journal of KIIE, vol. 27, no. 1, pp. 109-112, 2013.

◆ 저자소개 ◆



신명호(申明昊)

1967년 11월 27일생. 1989년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2001년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1991~1996년 삼성종합기술원 근무(선임연구원). 2002년 8월~현재 서울과학기술대학교 전기정보

공학과 교수.