

추계학적 강우모형 매개변수 추정기법의 적합성 분석

조현곤* · 김광섭** · 이재응***

Cho, HyunGon* · Kim, GwangSeob** · Yi, JaeEung***

Analysis of the Applicability of Parameter Estimation Methods for a Stochastic Rainfall Model

ABSTRACT

A stochastic rainfall model, NSRPM (Neyman-Scott Rectangular Pulse Model), is able to reflect the cluster characteristics of rainfall events which is unable in the RPM (Rectangular Pulse Model). Therefore NSRPM has advantage in the hydrological applications. The NSRPM consists of five model parameters and the parameters are estimated using optimization techniques such as DFP (Davidon-Fletcher-Powell) method and genetic algorithm. However the DFP method is very sensitive in initial values and is easily converge to local minimum. Also genetic algorithm has disadvantage of long computation time. Nelder-Mead method has several advantages of short computation time and no need of a proper initial value. In this study, the applicability of parameter estimation methods was evaluated using rainfall data of 59 national rainfall networks from 1973-2011. Overall results demonstrated that accuracy in parameter estimation is in the order of Nelder-Mead method, genetic algorithm, and DFP method.

Key words : Stochastic rainfall model, Neyman-Scott rectangular pulse model, Parameter estimation, Nelder-Mead method

초 록

추계학적 강우모형 NSRPM (Neyman-Scott Rectangular Pulse Model)은 RPM (Rectangular Pulse Model)에서 반영하지 못하는 강우의 군집특성을 잘 반영하여 시간 스케일의 강우를 생성함으로써 수문학적 적용성이 뛰어난 강우모형이다. NSRPM은 5개의 모형 매개변수로 이루어져 있으며 매개변수 추정을 위하여 최적화 기법으로 널리 쓰이고 있는 수치해석 기법인 DFP (Davidon-Fletcher-Powell) 기법, 직접적 탐색 기법인 유전자 알고리즘을 사용하고 있다. 그러나 DFP 기법은 입력 초기값에 민감하며 국소 최저치에 수렴하는 확률이 높은 단점이 있으며 유전자 알고리즘 기법은 탐색에 소요되는 시간이 많이 걸린다는 단점이 있다. 본 연구에서 사용된 Nelder-Mead 기법은 순차적 탐색 기법으로 연산 속도가 빠르며 입력 초기값이 필요하지 않아 사용하기 쉬운 장점을 가지고 있다. 본 연구는 전국 지상기상관측소 59개소를 대상으로 1973-2011년 39년 동안의 시간강우 자료를 수집하고 최적화 기법 DFP 기법, 유전자 알고리즘, Nelder-Mead 기법을 이용하여 NSRPM의 매개변수를 추정하여 지속시간 1시간, 6시간, 12시간, 24시간 별 평균, 분산, 공분산에 대해서 각 기법의 정확성을 평가하였다. 본 연구결과 전반적으로 Nelder-Mead 기법이 가장 높은 정확도를 보였으며 유전자 알고리즘, DFP 기법 순으로 나타났다.

검색어 : 추계학적 강우모형, Neyman-Scott rectangular pulse model, 매개변수 산정, Nelder-Mead 기법

* 정희원 · 경북대학교 건설환경에너지공학부 박사과정 (Kyungpook National University · gonny@knu.ac.kr)

** 정희원 · 교신저자 · 경북대학교 건설환경에너지공학부 교수 (Corresponding Author · Kyungpook National University · kings@knu.ac.kr)

*** 정희원 · 아주대학교 환경건설교통공학부 교수 (Ajou University · jeyi@ajou.ac.kr)

Received August 8, 2013/ revised January 1, 2014/ accepted May 30, 2014

1. 서론

지구온난화에 따른 기후변화는 전 지구적으로 인류, 생태환경에 영향을 미치고 있으며 최근 기후변화에 따른 자연재해로 인한 인적, 물적 피해규모와 빈도는 증가하고 있는 추세이다. IPCC 4차 보고서에 따르면 대기 중 CO₂의 농도가 1970년 280ppm에서 2005년 389ppm으로 증가 하였으며 현재 화석연료에 의존하는 에너지 소비형태가 지속된다면 지구 평균기온은 최대 6.6°C 증가하며 해수면은 59cm 증가한다고 전망하였다. 전 지구적 기후변화가 다양하고 급속하게 진행되고 있어 세계 각 국에서는 기후변화의 영향을 최소화하기 위해 다양한 각도에서 기후변화의 예측과 분석에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 특히 강우 특성의 변화는 기후변화의 지역적 영향에 있어 중요한 요인으로 인식되고 있다. 그러나 강우변동은 시간적으로 분에서 수개월 단위를 가지고 있으며 공간적으로는 수백 미터에서 수천 킬로미터의 변동 범위를 가지고 있어 그 변동성이 매우 크다(Austin and Houze, 1972). 이러한 강우의 특성을 반영하기 위해 점 과정(point process)를 이용한 강우모형에 대한 많은 연구가 수행되었다(Rodriguez-Iturbe, 1986; Rodriguez-Iturbe et al., 1987; Entekhabi et al., 1989; Islam et al., 1990; Cowpertwait, 1991; Velghe et al., 1994; Cowpertwait et al., 1996). 일반적으로 강우모의를 위해 물리학적, 추계학적 모형을 이용하고 있으며 추계학적 모형을 이용할 경우 적은 수의 입력변수를 사용하여 다양한 시간 스케일을 가지는 강우를 생성 할 수 있으며 강우의 통계특성을 반영 할 수 있다. 또한 장기강우자료를 이용하여 강우의 시간적 변화 특성을 표현 할 수 있는 장점을 가지고 있어 저수지, 홍수, 배수시설 설계 등에 이용되고 있다.

추계학적 강우모형은 수문학분야에서 오랫동안 활발하게 수행된 연구주제로 점 강우의 시간분포를 모의하기 위해 점 과정이론을 기본으로 한 여러 모형이 제시되었다. NSRPM (Neyman-Scott Rectangular Pulse Model)과 BLRPM (Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model)은 점 과정을 기본으로 한 추계학적 강우생성 모형이다. NSRPM과 BLRPM은 강우세포를 통한 강우생성으로 다양한 시간스케일을 가지는 관측된 강우의 통계특성을 보존 할 수 있는 군집모형으로 적합성이 뛰어난 것으로 평가받고 있다. 그러나 두 모형 모두 시간스케일이 큰 비강우기간에 대해 과대 추정하는 경향을 보인다. 이러한 문제를 해결하기 위해 Rodriguez-Iturbe et al. (1988)는 매개변수를 추가한 수정된 B-L모형을 제시하였으며 Entekhabi et al. (1989)는 수정된 N-S 모형을 제시하였다. Coperwait et al. (1996)는 강우 및 비강우기간의 변화확률을 고려한 매개변수 추정수식을 제시하였으며 강우 및 비강우기간 변화확률을 고려하여 생성한 강우의 적합성이 더 높음을 보였다.

Burlando and Rosso (1991)는 NSRPM과 BLRPM을 적합성을 평가하여 NSRPM이 BLRPM과 수정된 BLRPM보다 더 현실적인 강우생성에 적합하다고 분석하였다. 수정된 모형이 무강우분포는 잘 모의하지만 매개변수 추정과정에서 복잡해진 수식으로 고차 통계량을 잘 모의하지 못하며 BLRPM, 수정된 BLRPM모형은 매개변수 추정에 사용되는 모멘트에 따라 결과가 매우 민감하게 반응하였다(Velghe et al., 1994). 그러나 점 과정이론을 기본으로 한 강우생성 모형은 극치강우의 전체적인 특성을 반영하기에는 한계가 있으며 모형의 구축과 사용을 위해 복잡한 수식의 계산과 매개변수 추정과정에서 개입되는 주관성 때문에 추계학적 강우모형에서 점 과정이론 사용의 한계를 지적하였다(Burlando and Rosso, 1996). 국내에서도 점과정 강우생성에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. Shin et al. (2011)은 강우세포의 지속시간 분포를 수정한 수정된 NSRPM을 제시하였으며 Kum et al. (2001)은 유전자 알고리즘과 비선형계획법을 통한 매개변수 추정을 비교하여 유전자 알고리즘이 더 높은 정확도를 가진다고 하였다. 직접적인 매개변수 추정기법이 모멘트법을 이용한 매개변수 추정 보다 더 높은 정확도를 보였으며 NSRPM을 기반으로 한 다른 모형의 매개변수도 추정가능하다(Shin et al., 2008; Shin et al., 2011; Jeong, 2009). Kim et al. (1998)은 NSRPM을 이용한 4대강 11개 지점에 대한 강우를 모의하였다.

NSRPM을 구축하기 위한 매개변수의 추정은 일반적으로 DFP (Davidon-Fletcher-Powell)기법과 유전자 알고리즘을 이용하고 있다. 본 연구에서는 Nelder-Mead 기법을 이용한 NSRPM 매개변수 추정과 유전자 알고리즘, DFP 기법을 이용한 매개변수 추정의 정확도를 비교 분석하였다.

2. 추계학적 강우모형과 매개변수 추정

2.1 NSRPM (Neyman-Scott Rectangular Pulse Model)

Rodriguez-Iturbe et al. (1986)은 수문학적 활용을 위한 점 강우생성에서 RPM (Rectangular Pulse Model)이 반영하지 못하는 강우의 군집특성을 고려하기 위해 Neyman-Scott과정을 추가한 NSRPM을 제시하였다. NSRPM은 수문학 분야에서 널리 이용되고 있으며 RPM에서 반영하기 힘들었던 강우의 군집특성을 잘 반영하는 것으로 평가받고 있다. NSRPM은 5개의 독립적인 확률 분포로 이루어져 있으며 구축과정은 다음과 같다(Fig. 1).

강우사상이 시작하는 시간적 간격은 매개변수 λ 를 가지는 지수 분포를 따르며 각 강우사상이 가지는 세포의 개수는 기하함수와 지수함수를 이용하여 결정한다. 본 연구에서는 기하함수를 이용하여 강우세포의 개수를 정하였으며 매개변수 μ 를 가진다. 강우세포의 위치는 매개변수 β 를 가지는 지수함수를 따르며 각 강우세포의

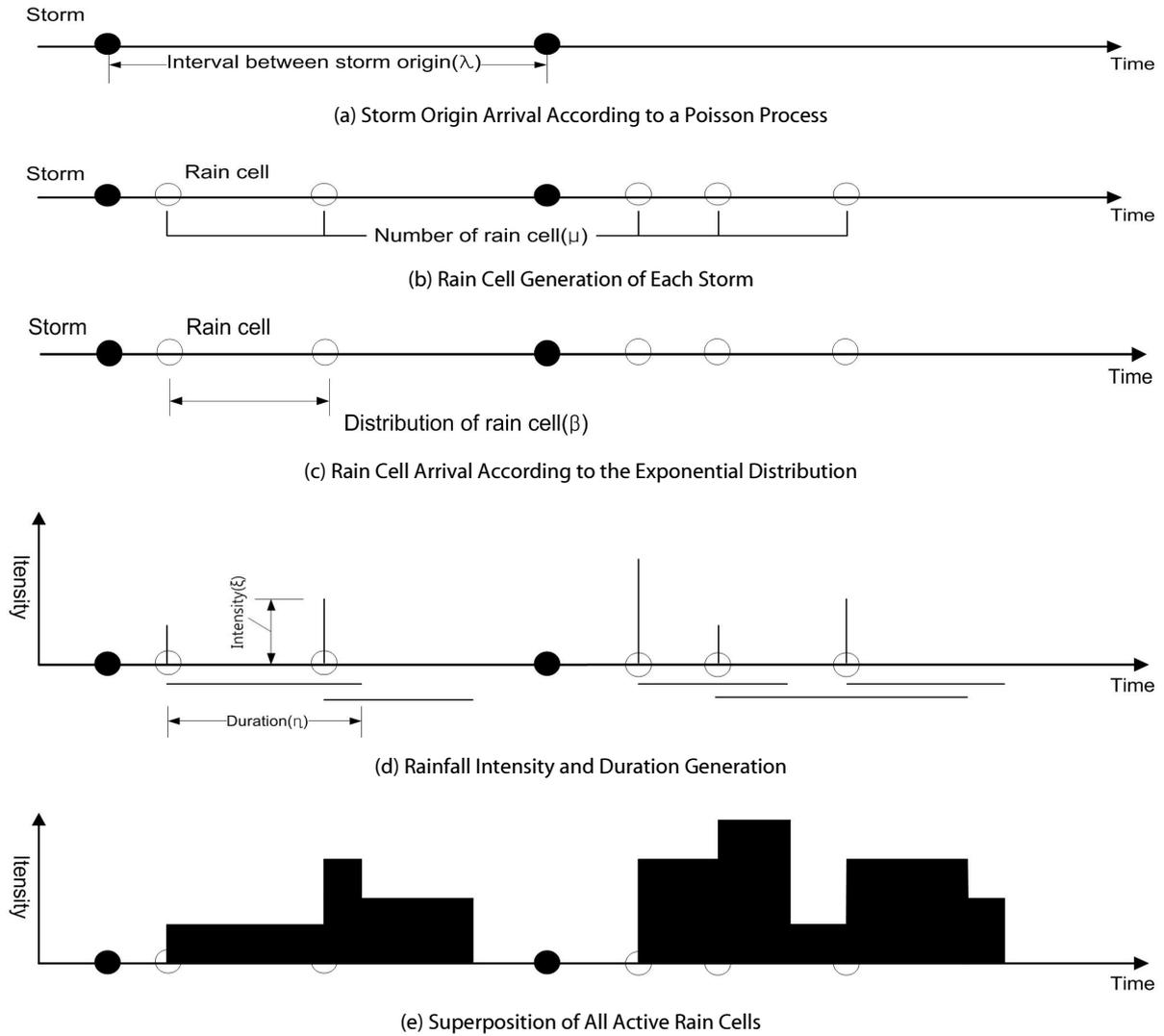


Fig. 1. Schematic Diagram of the Neyman-Scott Rectangular Pulse Model

지속시간, 강우강도는 매개변수 η , ξ 를 가지는 지수함수를 따른다.

Rodriguez-Iturbe et al. (1987)은 NSRPM의 강우의 지속시간 τ 시간 강우량의 평균과 분산 및 공분산을 다음과 같이 제시하였다 (Eqs. (1)-(3)).

$$E[Y_i^{(\tau)}] = \lambda \eta^{-1} \mu \xi \tau \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y_i^{(\tau)}] = & \lambda \eta^{-3} (\eta \tau - 1 + e^{-\eta \tau}) \left[4\mu \xi^2 + 2(\mu^2 - \mu) \xi^2 \frac{\beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right] \\ & - \lambda (\beta \tau - 1 + e^{-\beta \tau}) \frac{2(\mu^2 - \mu) \xi^2}{\beta(\beta^2 - \eta^2)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Cov}[Y_i^{(\tau)}, Y_{i+h}^{(\tau)}] = \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \lambda \eta^{-3} (1 - e^{-\eta \tau})^2 e^{-\eta(h-1)\tau} \left[2\mu \xi^2 + (\mu^2 - \mu) \xi^2 \frac{\beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right] \\ & - \lambda (1 - e^{-\beta \tau})^2 e^{-\beta(h-1)\tau} \frac{(\mu^2 - \mu) \xi^2}{\beta(\beta^2 - \eta^2)} \end{aligned}$$

2.2 NSRPM 매개변수 추정

NSRPM의 매개변수를 추정하기 위하여 본 연구에서의 목적함수는 Cowpertwait et al. (1996)의 연구에 사용된 목적함수를 이용하였다(Eq. (4)). 관측된 평균, 분산, 상관계수 제곱오차의 최소화를 통하여 매개변수를 추정하였다.

Table 1. Range of NSRPM Parameters for Optimization in all the Station

Parameter	$\lambda(h^{-1})$	μ	$\beta(h^{-1})$	$\eta(h^{-1})$	$\xi(mm/h)$
Minimum value	0.001	2.0	0.01	0.10	0.30
Maximum value	0.050	100.0	0.50	10.00	15.0

$$\min S = \left(1 - \frac{\widehat{E}(Y_i^{(\tau)})}{E(Y_i^{(\tau)})}\right)^2 + \left(1 - \frac{\widehat{Var}(Y_i^{(\tau)})}{Var(Y_i^{(\tau)})}\right)^2 + \left(1 - \frac{\widehat{corr}(Y_i^{(\tau)}, Y_{i+h}^{(\tau)})}{corr(Y_i^{(\tau)}, Y_{i+h}^{(\tau)})}\right)^2 \quad (4)$$

본 연구에 사용된 매개변수의 범위는 다음과 같다(Table 1). 매개변수 추정을 위해 비제약 비선형 최적화기법 중 널리 쓰이고 있는 DFP 기법과 유전자 알고리즘과 본 연구에서 사용된 Nelder-Mead 기법을 이용하였다. DFP 기법, 유전자 알고리즘을 이용하여 추정된 매개변수와 Nelder-Mead 기법을 이용하여 추정된 매개변수의 정확도를 비교하기 위해서 지속시간 1시간 강우의 평균, 분산, lag 1시간 자기상관계수, 지속시간 6시간 분산, 자기상관계수를 이용하여 총 5개의 항으로 이루어진 목적함수를 구성하였다.

2.3 DFP (Davidon-Fletcher-Powell) 기법

비제약 비선형 문제를 해결하기 위한 최적화 기법으로 DFP 기법이 널리 쓰이고 있으며 수치해석적인 기법으로 다차원 미분 가능한 함수의 최소화 기법으로 이용되고 있다. DFP 기법은 가우스 뉴턴법의 종류로서 헤시안(Hessian) 역행렬의 근사행렬을 이용하여 현재의 추정값에서 곡률조건을 만족하는 해를 찾는 기법이다. 그러나 매 회 계산에서 헤시안 행렬의 계산이 필요하며 처음에 주어진 초기값에 민감한 단점을 가지고 있다. 또한 실제적인 최적화 문제는 연속 이산변수들이 혼합되어있고 미분이 가능하지 않는 경우가 있어 이러한 문제 해결에는 사용하지 못하며 국소 최소해 선택하는 경우가 높은 단점을 가지고 있다.

2.4 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)

다윈의 자연진화 이론을 기본으로 한 기법 EA (Evolutionary Algorithm)의 종류이며 경험적인 기법으로 해를 탐색하는 최적화 기법이다. 유전자 알고리즘은 선택(selection)-교배(crossover)-돌연변이(mutation) 순의 연산과정을 거쳐 최적화 문제를 해결한다. 초기 부모집단을 무작위로 형성하고 선택-교배-돌연변이 연산을 거쳐 부모세대보다 높은 적합도를 가지는 자식세대가 다시 부모세대와 교체되면서 최적해를 결정한다. 부모세대의 각 개체들은 적합도의 크기에 따라 교배횟수가 차등 허용되어 적합도가 높은 개체는 교배횟수가 많아지며 적합도가 낮은 개체는 교배횟수가 줄어들어

도태하게 된다. 부모세대의 적합도는 다음과 같이 정해진다(Eq. (5)).

$$P_{(i)} = \frac{L_i}{\sum_{i=0}^n L_i/n} = \frac{L_i}{\bar{L}} \quad (5)$$

여기서 $P_{(i)}$ 는 i 번째 개체가 선택될 확률, L_i 는 i 번째 개체의 적합도, \bar{L} 는 모집단의 평균 적합도이다.

유전자 알고리즘은 단일점에서 해를 탐색하는 것이 아니라 일반적으로 변수의 2-4배의 부모세대를 형성하기 때문에 국소 최소점에서 수렴될 위험성이 적으며 목적함수의 도함수가 아닌 함수 값만을 사용하기 때문에 적용성이 뛰어난 것으로 평가받고 있다. 그러나 부모세대의 개체수가 많으면 연산에 필요한 시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

2.5 Nelder-Mead 기법

Nelder-Mead 기법은 목적함수에 대한 미분을 이용하지 않고 다차원의 제약이 없는 최적화 문제를 해결하는 직접적인 기법으로 잘 알려져 있다. 현실문제에서 최적화문제를 해결하기 위한 목적함수는 비선형의 형태가 대부분이고, 비평활함수 또는 미분이 존재하지 않는 경우가 많다. 따라서 Nelder-Mead 기법은 이러한 목적함수에 대한 미분을 요구하지 않기 때문에 함수 값이 불확실한 경우, 불연속 함수, 미분이 존재하지 않는 경우에 대한 최적화의 문제를 해결하기 위해 널리 이용된다.

함수 $f(\mathbf{x})$ 를 목적함수, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{k+1}$ 을 일반적인 심플렉스를 형성하는 점들이라고 하면 f_h 는 \mathbf{x}_h 에서 얻어진 $f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_{k+1})$ 의 함수 값 중 가장 큰 함수 값, f_l 는 \mathbf{x}_l 에서 얻어진 $f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_{k+1})$ 의 함수 값 중 가장 작은 함수 값이라고 한다면 목적함수의 가장 큰 값을 갖도록 하는 \mathbf{x}_h 을 제외한 모든 점의 중심 $\mathbf{x}_c = \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{x}_i}{k}$ 을 계산할 수 있다. 이러한 정의를 토대로 아래의 단계들을 통해 수행되며 Fig. 2는 Nelder-Mead 기법의 흐름도 나타낸 것이다.

2.5.1 반사(Reflection)

- (1) 반사된 점(reflected point) $\mathbf{x}_h^* = (1+r)\mathbf{x}_c - r\mathbf{x}_h$ 을 계산한다. 여기서, r 은 양의 상수이며 반사 계수(reflection coefficient)

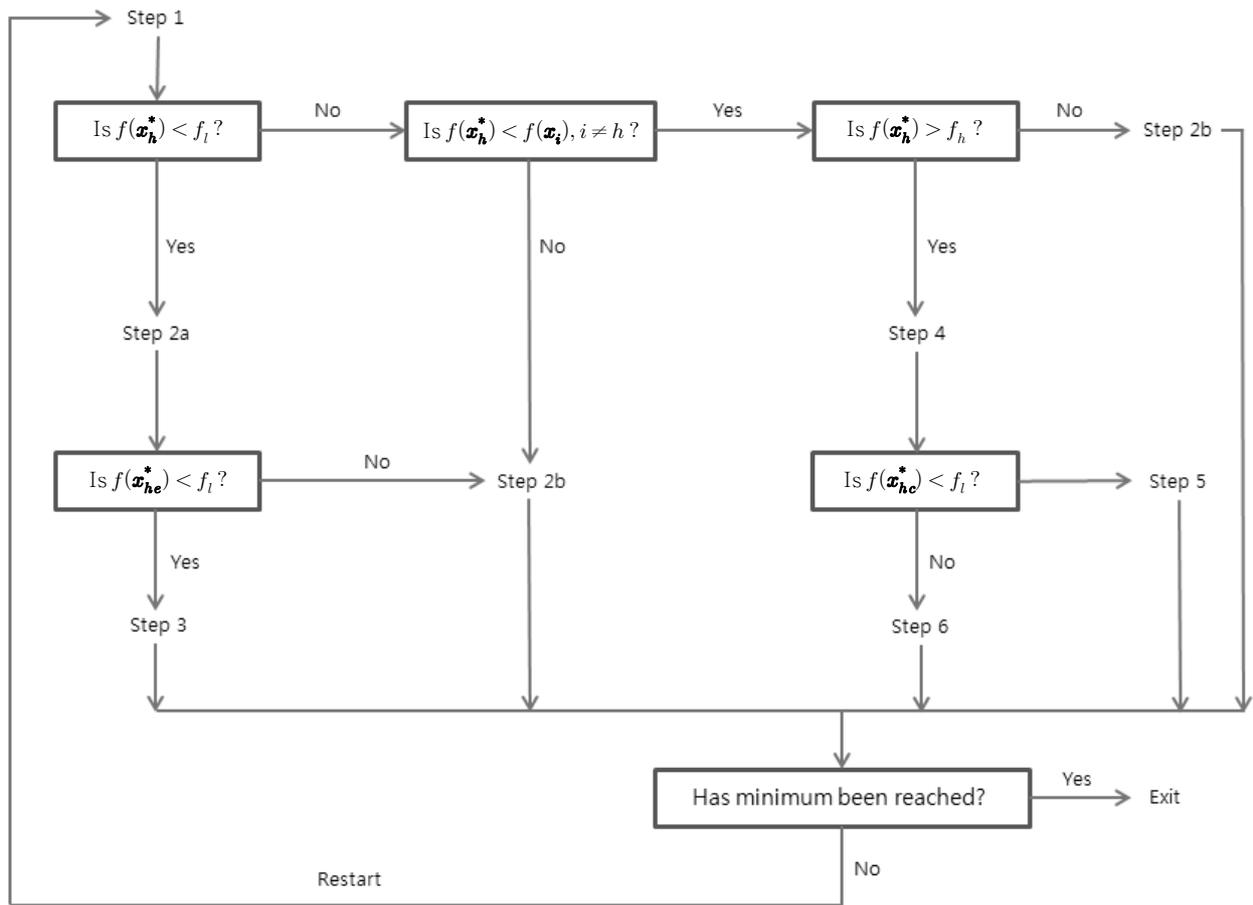


Fig. 2. Flow Chart Representing the Process of the Nelder-Mead Method

라고 부른다.

- (2) 만약 $f_l < f(x_h^*) < f_h$ 이면 x_h 를 x_h^* 로 대체한 새로운 심플렉스를 얻고 중심을 다시 설정하는 알고리즘을 다시 수행한다.

2.5.2 확장(Expansion)

- (1) 만약 반사된 점(reflected point)이 현재까지 중 가장 좋은 점이라면 즉, $f(x_h^*) < f_l$ 확장된 점(expanded point) $x_{hc}^* = \gamma x_h^* + (1-\gamma)x_c$ 를 계산한다. 여기서, $\gamma > 1$ 이며 확장 계수(expansion coefficient)라고 부른다.
- (2) (a) 만약 $f(x_{hc}^*) < f_l$ 이면 x_h 를 x_{hc}^* 로 대체하고 알고리즘을 다시 수행한다.
 (b) 만약 $f(x_{hc}^*) > f_l$ 이면 x_h 를 x_h^* 로 대체하고 알고리즘을 다시 수행한다.

2.5.3 축소(Contraction)

- (1) 만약 모든 $i \neq h$ 에 대하여 $f(x_h^*) > f(x_i)$ 이면 축소된 점(contracting point) $x_{hc}^* = \beta x_h^* + (1-\beta)x_c$ 를 계산한다. 여기

서, $\beta(0 < \beta < 1)$ 은 축소 계수(contraction coefficient)라고 부른다.

- (2) 만약 $f(x_{hc}^*) < f(x_{k+1})$ 이면 x_{k+1} 을 x_{hc}^* 로 대체하고 알고리즘을 다시 수행한다.

Nelder-Mead 기법의 장점은 목적함수의 미분을 요구하지 않을 뿐더러 순차적인 탐색절차를 따르며 다른 최적화 기법들에 비해 계산속도가 매우 빠르기 때문에 시간과 비용적인 측면에서도 매우 효율적이다(Nelder and Mead, 1965).

3. 적용

3.1 대상지점

강우의 변동은 사공간적으로 상이한 특성을 보이기 때문에 하나의 지점을 이용한 NSRPM 매개변수 추정의 정확도 판단은 한계가 있다. 따라서 기상청에서 운영하고 있는 전국 지상기상 관측소 중 30년 이상의 장기자료를 보유하고 있는 59개의 지점에 대하여

1972-2011년 동안의 시간단위 강우자료를 이용하여 각 기법별로 매개변수를 추정하고 정확도를 분석 하였다.

3.2 매개변수 추정 및 정확도 분석

지속시간 1시간 강우의 평균, 분산, 공분산과 지속시간 6시간 강우의 분산, 공분산을 이용하여 평균, 분산, 자기상관계수로 구성된 목적함수를 생성하여 NSRPM 매개변수를 추정하였다. 낙동강 유역의 20개 지점에 대하여 DFP 기법, 유전자 알고리즘, Nelder-Mead 기법을 이용하여 추정한 매개변수는 다음과 같다(Table 2).

추정된 매개변수를 이용하여 지속시간 1시간, 6시간, 12시간, 24시간별 강우통계를 계산하였다. 계산된 강우통계 특성은 지속시

간이 짧을수록 정확도가 우수했으며 평균, 분산의 정확도가 공분산, 상관계수보다 높은 정확도를 보였다. 한강 일부 지점과 낙동강 일부 지점에 대하여 추정된 매개변수를 이용하여 강우의 특성을 재생산 한 결과는 다음과 같다(Table 3).

Table 3에서 M, V, C는 각각 평균, 분산, 공분산을 나타내며 괄호안의 숫자는 지속시간을 의미한다. 관측된 강우 통계량과 각 기법별로 추정된 강우 통계량의 정확도를 분석하기 위해서 절대오차를 이용하였다(Eq. (6)).

$$\frac{|Cal - Obs|}{Obs} \times 100\% \tag{6}$$

Table 2. Parameter Estimates for the Sample Stations

		λ (h ⁻¹)	μ	β (h ⁻¹)	η (h ⁻¹)	ξ (mm/h)			λ (h ⁻¹)	μ	β (h ⁻¹)	η (h ⁻¹)	ξ (mm/h)
Busan	DFP	0.0085	98.0163	0.3032	3.805	1.5155	Pohang	DFP	0.0098	17.8398	0.1992	3.8629	5.4672
	GA	0.0081	83.2359	0.307	2.7547	1.3257		GA	0.0104	24.9987	0.2119	4.7061	4.7068
	N-M	0.0092	16.6835	0.2226	2.5638	5.5648		N-M	0.0088	11.068	0.1346	1.6883	4.3339
Daegu	DFP	0.0014	73.3894	0.0147	2.7576	7.1802	Sanchung	DFP	0.0084	32.9101	0.1619	4.8114	7.0062
	GA	0.0123	16.9087	0.2228	3.8076	5.0996		GA	0.0086	83.5308	0.2467	3.4819	1.8396
	N-M	0.0109	15.9454	0.211	3.4018	5.2009		N-M	0.0095	15.9842	0.1629	1.8605	4.8055
Geochang	DFP	0.0102	12.9205	0.2118	0.8545	2.1732	Tongyoung	DFP	0.0078	36.7307	0.1739	4.6246	5.1488
	GA	0.0101	50.7802	0.2414	3.4286	2.1747		GA	0.0086	20.7699	0.1855	3.4369	5.9021
	N-M	0.0127	15.4691	0.2019	3.3882	5.8527		N-M	0.0095	16.7097	0.1802	2.7165	5.419
Geoje	DFP	0.009	20.8132	0.1694	2.6509	5.7345	Eusung	DFP	0.0022	70.7318	0.0274	4.8516	8.2779
	GA	0.0096	74.3839	0.2688	2.7987	1.5886		GA	0.0117	15.5715	0.1989	4.0479	5.8954
	N-M	0.009	18.9941	0.1635	2.3741	5.641		N-M	0.0101	8.8918	0.0999	1.8075	5.3691
Gumi	DFP	0.0083	19.026	0.1237	4.2051	6.9852	Uljin	DFP	0.0001	52.4799	0.322	0.4153	11.8399
	GA	0.0126	12.6031	0.1849	3.0732	5.2659		GA	0.0078	21.2281	0.1634	2.0718	2.7033
	N-M	0.0101	8.8918	0.0999	1.8075	5.3691		N-M	0.0077	19.0915	0.1396	1.8097	2.7299
Hapchun	DFP	0.0106	69.3125	0.3059	3.072	1.4128	Ulrungdo	DFP	0.003	11.493	0.02	0.9004	5.0283
	GA	0.0119	16.311	0.2262	3.2859	5.7519		GA	0.0098	50.3563	0.3199	3.7915	1.5972
	N-M	0.0114	14.3979	0.2168	3.3766	6.8192		N-M	0.0082	5.8084	0.1018	1.0694	4.4494
Jinju	DFP	0.0032	18.1092	0.0208	0.9052	5.8966	Ulsan	DFP	0.0095	17.7815	0.1894	4.0695	6.7538
	GA	0.011	15.6304	0.1855	2.4791	5.3529		GA	0.0107	28.4448	0.2635	3.6528	3.5298
	N-M	0.0112	16.1322	0.1916	2.5921	5.3501		N-M	0.0093	18.1245	0.2152	2.3817	3.9806
Milyang	DFP	0.0093	84.1607	0.2667	3.835	1.4937	Youngchun	DFP	0.011	15.5464	0.1649	2.6477	4.0317
	GA	0.0106	55.8731	0.2734	3.9446	2.1005		GA	0.0116	14.6184	0.2091	3.0575	4.7086
	N-M	0.0103	16.9413	0.186	2.9859	5.3084		N-M	0.0097	8.2346	0.1077	1.547	4.9751
Munkung	DFP	0.0061	46.5498	0.1041	4.921	5.4696	Youngduk	DFP	0.0059	50.4146	0.1052	3.974	3.116
	GA	0.0118	40.1007	0.2719	2.5791	1.771		GA	0.0097	24.3114	0.2022	2.8695	2.9007
	N-M	0.014	15.3751	0.2081	3.8018	5.8722		N-M	0.0074	9.9966	0.0954	1.2423	3.8504
Namhae	DFP	0.01	31.7072	0.2	4.1678	5.4926	Youngju	DFP	0.0117	19.94	0.217	4.5021	6.1323
	GA	0.0103	25.6702	0.347	0.6223	0.9944		GA	0.0106	15.0589	0.1677	2.6246	5.3482
	N-M	0.0097	17.7878	0.1693	2.2797	5.4242		N-M	0.011	16.4767	0.1762	2.9504	5.3552

Table 3. Sample Moments of Observed and Estimated Rainfall Data

		M(1)	V(1)	C(1)	M(6)	V(6)	C(6)	M(12)	V(12)	C(12)	M(24)	V(24)	C(24)
Seoul	Obs.	0.392	5.186	2.839	2.352	91.585	32.384	4.704	248.31	72.879	9.408	641.33	143.73
	DFP	0.381	5.303	2.805	2.286	92.525	34.568	4.572	254.18	55.600	9.144	619.57	63.99
	GA	0.382	4.766	3.604	2.293	102.932	33.251	4.587	272.36	43.089	9.174	630.91	44.76
	N-M	0.392	5.233	2.891	2.353	90.625	32.076	4.707	245.40	51.197	9.414	593.20	58.74
Inchun	Obs.	0.318	3.873	2.233	1.911	68.379	25.252	3.823	185.08	54.236	7.647	474.79	106.36
	DFP	0.319	3.663	2.446	1.919	74.730	27.472	3.838	204.41	40.078	7.676	488.96	43.63
	GA	0.326	3.385	2.963	1.958	84.019	28.109	3.916	224.26	34.593	7.832	517.70	35.36
	N-M	0.318	3.847	2.195	1.910	69.093	25.487	3.821	189.16	40.809	7.642	459.94	46.88
Suwon	Obs.	0.348	4.259	2.342	2.087	73.356	28.272	4.175	205.31	54.373	8.351	524.86	87.80
	DFP	0.348	4.149	2.311	2.089	75.971	32.723	4.178	217.38	60.266	8.357	555.30	76.88
	GA	0.357	3.786	2.870	2.143	84.208	30.436	4.287	229.28	42.301	8.575	543.18	45.06
	N-M	0.347	4.224	2.309	2.087	74.010	28.496	4.174	205.01	48.772	8.349	507.57	58.71
Kangrung	Obs.	0.289	2.665	1.910	1.734	62.607	29.328	3.469	190.92	65.898	6.939	563.57	71.54
	DFP	0.298	2.751	2.03	1.793	62.336	28.169	3.586	181.01	48.386	7.172	458.79	58.28
	GA	0.291	2.643	2.021	1.748	62.286	28.499	3.497	181.57	47.995	6.994	459.13	56.92
	N-M	0.289	2.774	2.092	1.734	60.287	28.443	3.468	177.46	86.332	6.937	527.58	268.22
Sokcho	Obs.	0.292	2.257	1.574	1.754	50.415	22.969	3.509	146.29	48.264	7.019	392.63	82.13
	DFP	0.280	2.363	1.572	1.680	48.547	22.151	3.360	141.39	42.260	6.721	367.31	55.81
	GA	0.287	2.193	1.686	1.722	51.661	23.667	3.443	150.65	40.248	6.887	381.81	48.09
	N-M	0.292	2.268	1.596	1.754	50.051	22.844	3.509	145.79	39.746	7.019	371.07	48.31
Busan	Obs.	0.333	4.056	2.441	2.003	78.043	28.842	4.006	208.06	56.086	8.013	542.89	84.00
	DFP	0.331	3.809	2.950	1.986	85.431	29.854	3.972	230.57	40.302	7.945	541.74	42.44
	GA	0.323	3.803	3.000	1.942	86.232	29.971	3.883	232.41	40.207	7.767	545.23	42.25
	N-M	0.334	4.116	2.502	2.004	76.918	28.488	4.008	210.82	45.128	8.016	511.88	51.51
Daegu	Obs.	0.265	2.34	1.273	1.594	40.470	15.066	3.189	110.67	30.290	6.379	282.17	54.72
	DFP	0.259	2.501	1.139	1.559	40.404	24.225	3.118	129.26	87.591	6.237	433.70	294.85
	GA	0.277	2.304	1.244	1.665	40.247	14.674	3.331	109.84	23.282	6.663	266.24	26.57
	N-M	0.265	2.330	1.262	1.594	40.674	15.129	3.189	111.61	24.713	6.379	272.64	28.75
Gumi	Obs.	0.265	2.206	1.109	1.592	36.614	13.845	3.184	102.83	26.242	6.368	256.82	47.14
	DFP	0.263	2.268	1.064	1.581	37.881	17.734	3.163	111.23	38.402	6.326	299.26	57.69
	GA	0.272	2.207	1.108	1.635	36.204	13.509	3.270	99.42	23.662	6.540	246.18	29.02
	N-M	0.265	2.279	1.167	1.593	35.548	13.568	3.186	98.23	31.353	6.373	259.17	52.51
Pohang	Obs.	0.248	2.049	1.1871	1.492	38.838	15.785	2.985	108.14	32.562	5.971	279.29	48.41
	DFP	0.248	2.132	1.141	1.489	37.536	14.657	2.978	104.39	24.745	5.956	258.26	29.45
	GA	0.259	2.033	1.179	1.557	38.368	15.358	3.114	107.45	25.114	6.228	265.13	29.20
	N-M	0.248	2.112	1.249	1.493	37.762	15.497	2.986	106.52	31.598	5.973	276.23	45.08
Unsan	Obs.	0.281	2.680	1.682	1.690	53.250	20.460	3.381	144.82	40.826	6.762	382.67	60.16
	DFP	0.278	2.763	1.439	1.673	48.046	19.171	3.346	134.44	33.291	6.693	335.45	40.46
	GA	0.294	2.674	1.737	1.767	52.966	18.948	3.535	143.83	27.481	7.071	342.62	29.84
	N-M	0.281	2.715	1.719	1.691	52.571	20.236	3.382	145.62	32.661	6.764	356.55	37.72

DFP 기법을 이용한 NSRPM 매개변수 추정오차는 서울 8.5%, 부산 10%, 대구 60%, 목포 35%으로 평균 약 70%의 오차를 보였으며 지속시간별 강우의 평균의 오차는 약 2%로 비교적 정확도가 높았지만 분산, 공분산에서의 오차가 50-100%으로 평균의 정확도에 낮은 결과를 보였다. 유전자 알고리즘을 이용한 NSRPM 매개변수 추정오차는 서울 14%, 부산 11%, 대구 8%, 목포 약 15%로 59개 지점에 대한 평균 오차는 약 9%으로 나타났다. 유전자 알고리즘 또한 지속시간별 강우 평균의 오차가 약 2%로 다른 통계특성에 비해 가장 높은 정확도를 보였으나 분산오차 7%, 공분산오차 10-40%로 DFP로 추정된 강우통계량에 비해 높은 정확도

를 보였다. Nelder-Mead 기법을 이용한 매개변수 추정오차는 서울 8%, 부산 5%, 대구 5.5%, 목포 9%으로 전국 59개 지점 평균 약 6% 오차를 보였으며 지속시간별 강우의 평균, 분산, 공분산 전체에서 오차범위 0.5-15%사이로 높은 정확도를 보였다. DFP 기법, 유전자 알고리즘, Nelder-Mead 기법을 이용하여 NSRPM의 매개변수 추정과 관측 강우통계량의 오차를 비교한 결과 DFP 기법 약 70%, 유전자 알고리즘 약 9%, Nelder-Mead 기법 약 6% 오차를 가졌으며 Nelder-Mead 기법을 이용한 매개변수 추정이 가장 높은 정확도와 전반적인 강우 통계특성 대해서 안정적인 정확도를 보였다(Table 4). 또한 가장 많은 지점에서 Nelder-Mead

Table 4. Root Mean Squared Errors of NSRPM for Sample Moments

		M(1)	V(1)	C(1)	M(6)	V(6)	C(6)	M(12)	V(12)	C(12)	M(24)	V(24)	C(24)
Seoul	DFP	2.8	2.4	1.2	2.8	1.0	6.7	2.8	2.4	23.7	2.8	3.4	55.5
	GA	2.5	8.1	26.9	2.5	12.4	2.7	2.5	9.7	40.9	2.5	1.6	68.9
	N-M	0.1	1.1	1.8	0.1	1.0	1.0	0.1	1.2	29.7	0.1	7.5	59.1
Inchun	DFP	0.4	5.4	9.5	0.4	9.3	8.8	0.4	10.4	26.1	0.4	3.0	59.0
	GA	2.4	12.7	32.7	2.4	22.9	11.3	2.4	21.2	36.2	2.4	9.0	66.7
	N-M	0.0	0.9	1.7	0.1	1.0	0.9	0.1	2.2	24.8	0.1	3.1	55.9
Suwon	DFP	0.1	2.6	1.3	0.1	3.6	15.7	0.1	5.9	10.8	0.1	5.8	12.4
	GA	2.7	11.1	22.6	2.7	14.8	7.7	2.7	11.7	22.2	2.7	3.5	48.7
	N-M	0.0	0.8	1.4	0.0	0.9	0.8	0.0	0.1	10.3	0.0	3.3	33.1
Busan	DFP	0.8	6.1	20.9	0.8	9.5	3.5	0.8	10.8	28.1	0.8	0.2	49.5
	GA	3.1	6.3	22.9	3.1	10.5	3.9	3.1	11.7	28.3	3.1	0.4	49.7
	N-M	0.0	1.5	2.5	0.0	1.4	1.2	0.0	1.3	19.5	0.0	5.7	38.7
Daegu	DFP	2.2	6.8	10.5	2.2	0.2	60.8	2.2	16.8	189.2	2.2	53.7	438.8
	GA	4.5	1.6	2.2	4.5	0.6	2.6	4.5	0.8	23.1	4.5	5.6	51.4
	N-M	0.0	0.5	0.8	0.0	0.5	0.4	0.0	0.8	18.4	0.0	3.4	47.4

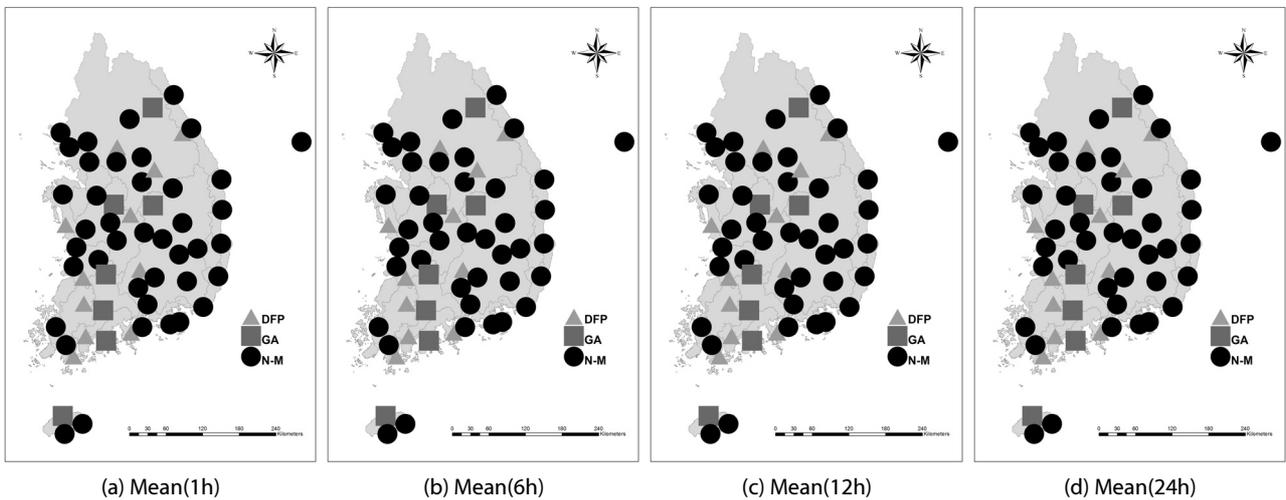


Fig. 3. Comparison of the Relative Accuracy of Each Sites

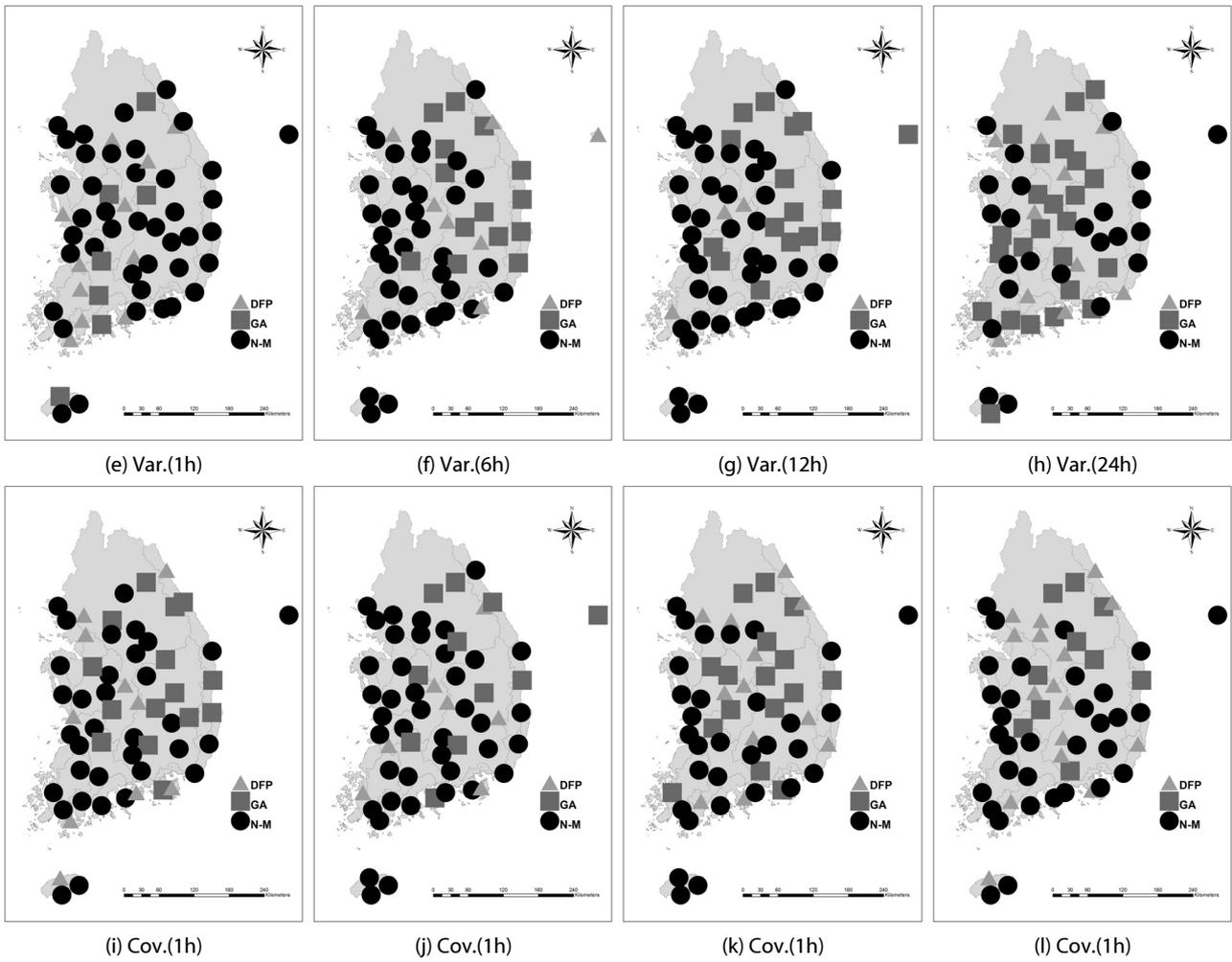


Fig. 3. Comparison of the Relative Accuracy of Each Sites (continue)

Table 5. Moments of Observed and Estimated Rainfall Data at Seoul

		m(1)	v(1)	c(1)	m(6)	v(6)	c(6)	m(12)	v(12)	c(12)	m(24)	v(24)	c(24)
JUN	Obs.	0.1982	1.561	0.949	1.1895	30.242	12.552	2.3789	88.141	21.497	4.7579	213.551	41.575
	DFP	0.1986	1.432	1.070	1.1918	32.004	12.308	2.3837	88.624	17.932	4.7673	213.111	19.506
	GA	0.2048	1.457	1.082	1.2291	32.204	12.772	2.4581	89.951	19.556	4.9162	219.015	21.852
	N-M	0.1983	1.609	1.000	1.1896	29.403	12.309	2.3792	83.424	27.579	4.7584	222.004	44.577
JUL	Obs.	0.5202	7.154	4.071	3.1211	127.659	48.499	6.2421	348.680	107.761	12.4842	918.439	157.459
	DFP	0.53	6.214	4.705	3.1798	137.196	47.850	6.3595	370.093	64.786	12.719	869.757	68.306
	GA	0.5179	6.393	5.279	3.1072	150.388	51.955	6.2144	404.684	68.213	12.4288	945.795	71.130
	N-M	0.5362	6.885	4.215	3.2169	129.115	48.619	6.4339	355.470	78.709	12.8678	868.357	91.139
AUG	Obs.	0.4514	6.660	3.381	2.7085	112.889	32.716	5.4171	295.039	77.178	10.8342	746.817	187.483
	DFP	0.4633	6.274	4.245	2.7799	119.705	31.164	5.5597	301.737	36.925	11.1195	677.324	37.509
	GA	0.4419	6.229	4.369	2.6516	122.206	32.606	5.3032	309.622	38.872	10.6063	696.988	39.534
	N-M	0.4799	5.964	4.522	2.8792	123.279	32.719	5.7583	311.996	38.393	11.5167	700.778	38.929

기법을 이용한 매개변수 추정이 다른 기법보다 높게 나타났다(Fig. 3).

Nelder-Mead 기법은 지속시간 24시간 분산에서는 유전자 알고리즘과 같은 24개의 지점으로 나타났으나 지속시간 1시간 강우평균에서 59지점 중 41개의 지점에서 가장 높은 정확도를 보였으며 지속시간별 강우 통계에서도 25-41개의 지점에서 가장 높은 정확도를 보여 약 전체 50%의 지점을 차지하였다. DFP 기법은 약 5-10개의 지점에서 가장 높은 정확도를 보여 본 연구에서 사용된 기법 중에서 가장 적은 지점수를 가졌으며 유전자 알고리즘은 약 10-20개의 지점에서 높은 정확도를 보였다.

서울지점에 대하여 여름철 강우의 월별 관측 강우특성과 추정된 강우특성은 다음과 같다(Table 5). 월별 강우특성의 오차는 앞서 지점별 오차와 같이 절대오차를 이용하였다. 여름철 6-8월의 월별 강우특성 오차에서 Nelder-Mead를 이용한 모의가 가장 작았다. 특히 6, 7월 오차의 평균이 DFP, GA기법을 이용한 경우 약 10-15%의 오차를 보인 반면 Nelder-Mead를 이용한 경우에는 약 5-8%의 오차를 보였으며 분산 및 공분산 모의가 우수하였다. 8월 강우특성의 오차는 연구에 이용된 기법 모두다 약 15-20%의 오차를 보였으며 기법별 특성은 뚜렷하게 나타나지 않았다(Table 6).

Table 6. Root Mean Squared Errors of NSRPM for Moments at Seoul

		m(1)	v(1)	c(1)	m(6)	v(6)	c(6)	m(12)	v(12)	c(12)	m(24)	v(24)	c(24)
JUN	DFP	0.20	8.25	12.80	0.19	5.83	1.94	0.20	0.55	16.59	0.20	0.21	53.08
	GA	3.33	6.64	14.08	3.33	6.49	1.76	3.33	2.05	9.03	3.33	2.56	47.44
	N-M	0.05	3.11	5.42	0.01	2.77	1.94	0.01	5.35	28.29	0.01	3.96	7.22
JUL	DFP	1.88	13.14	15.57	1.88	7.47	1.34	1.88	6.14	39.88	1.88	5.30	56.62
	GA	0.44	10.63	29.67	0.45	17.80	7.13	0.44	16.06	36.70	0.44	2.98	54.83
	N-M	3.08	3.75	3.52	3.07	1.14	0.25	3.07	1.95	26.96	3.07	5.45	42.12
AUG	DFP	2.64	5.80	25.56	2.64	6.04	4.75	2.63	2.27	52.16	2.63	9.31	79.99
	GA	2.10	6.48	29.24	2.10	8.25	0.34	2.10	4.94	49.63	2.10	6.67	78.91
	N-M	6.31	10.46	33.77	6.30	9.20	0.01	6.30	5.75	50.25	6.30	6.16	79.24

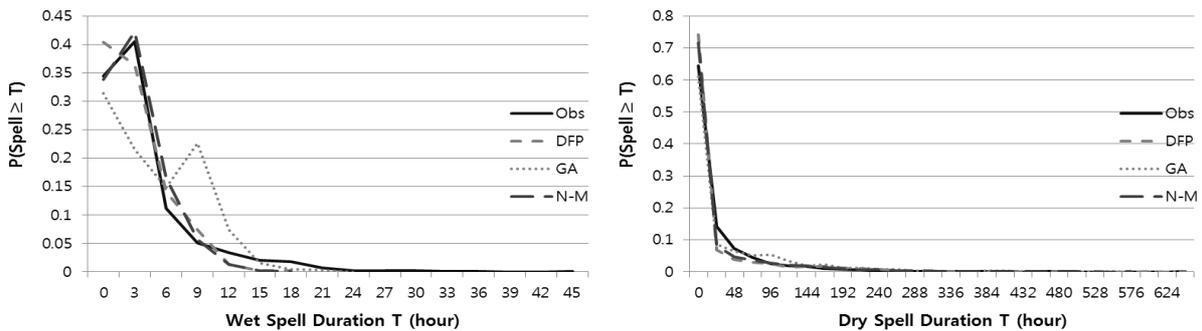


Fig. 4. Wet and Dry Spell Empirical PDF at Seoul

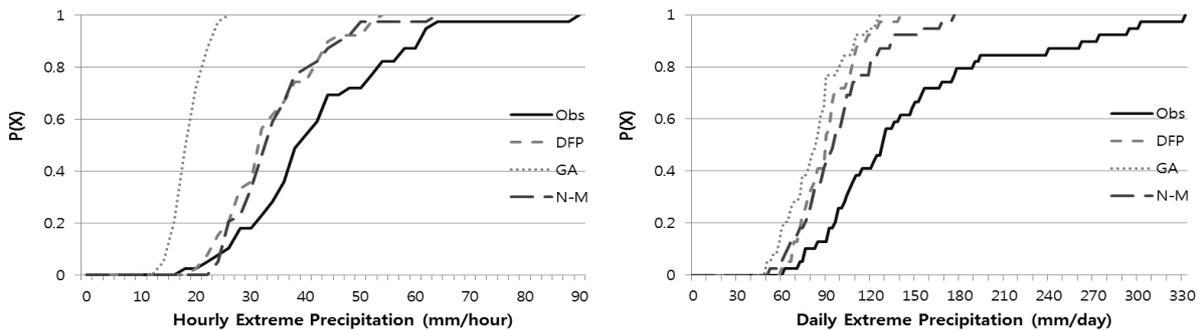


Fig. 5. Cumulative Distribution of Hourly and Daily Extreme Precipitation at Seoul

3.3 건조, 습윤기간 및 극치강우의 재현성 평가

서울지점을 대상으로 본 연구에서 이용된 기법들을 통한 생성된 강우와 관측된 강우의 건조, 습윤 기간의 지속시간분포별로 비교 분석하였다. 습윤 지속시간분포 비교분석에서 Nelder-Mead를 이용한 모의가 다른 기법에 비해 관측과 가장 비슷한 분포를 보였으며 DFP를 이용한 모의도 이와 비슷한 분포형태를 보였으나 GA를 이용한 모의에서는 관측과 다소 상이한 분포형태를 보였다. 건조 지속시간분포 비교분석에서도 위와 비슷하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다(Fig. 4).

관측된 강우의 극치값 모의의 비교분석을 위한 누적 극치강우분포에서 Nelder-Mead를 이용한 모의가 다른 기법에 비해 지속시간 1시간 및 24시간의 극치강우분포와 비슷한 분포를 가졌다. 앞서 비교한 건조, 습윤 기간의 지속시간분포결과와 동일한 결과를 가져왔다(Fig. 5).

4. 결론

최근 지구온난화로 인한 기후변화에 적응대책을 위한 노력이 대두되고 있다. 특히 강우는 사공간적인 변동이 매우 크며 기상인자들 간의 상관관계 또한 복잡하고 다양하게 연결되어있어 강우분포 특성을 파악하고 실생활에 적용하기에는 한계가 있다. 본 연구에서는 강우생성 모형으로 수문학 분야에서 널리 쓰이고 있는 NSRPM의 매개변수를 비선형 계획법인 DFP 기법, 직접적인 탐색기법인 유전자알고리즘과 Nelder-Mead 기법을 이용하여 추정하고 각 기법의 정확도 및 적합성을 비교하였다. DFP 기법은 비제약 비선형 최적화기법으로 널리 쓰이며 다차원 미분가능한 함수의 최소화 기법으로 이용된다. DFP 기법을 이용한 매개변수 추정은 빠른 연산이 가능하다는 장점이 있으나 주어진 초기값에 민감하며 역행시안 행렬의 계산이 필요하며 국소해를 찾는 경향이 있다. 유전자 알고리즘은 다윈의 진화이론은 기본으로 한 직접적인 탐색기법으로 목적함수의 도함수를 이용하지 않고 함수값 자체를 이용하기 때문에 실제적인 문제에서 미분가능하지 않는 문제를 해결할 수 있으며 변수의 2-4배의 부모세대를 형성하기 때문에 국소해에 수렴될 가능성이 적다. 그러나 연산에 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. Nelder-Mead 기법은 목적함수의 미분이 필요하지 않아 현실적인 문제에 적용성이 뛰어나며 순차적 탐색절차를 통해 계산속도가 빠르기 때문에 효율적인 최적화 기법으로 평가받고 있다.

DFP 기법을 이용한 강우통계 특성 오차범위는 10-70%으로 연구에 사용된 기법 중에서 가장 큰 오차를 보였다. 특히 강우 통계특성 중 분산, 공분산에서의 오차는 평균에서의 오차보다 매우 크게 나타나 통계 특성에 따른 오차의 편차가 매우 심하게 나타났다. 유전자 알고리즘을 이용하였을 때의 오차범위는 5-40%으로 나타

났으며 강우 평균의 정확도는 높으나 분산, 공분산에서의 정확도는 상대적으로 낮은 결과를 보여 편차가 존재하였지만 DFP 기법보다 편차의 정도는 낮게 나타났다. Nelder-Mead 기법을 이용한 강우 통계특성 오차의 범위는 1-15%으로 나타났으며 강우 평균, 분산, 공분산에서의 오차 또한 다른 두개의 기법보다 편차가 낮은 결과를 보였다.

Nelder-Mead 기법을 이용한 매개변수 추정이 지속시간 24시간의 공분산을 제외한 강우특성에서 전국 59개의 지점 중 약 50%인 20-40개의 지점에서 가장 높은 정확도를 보였으며 지속시간 24시간 공분산의 지점 수는 24개로 유전자 알고리즘과 동일 수를 가졌다. 유전자 알고리즘은 59개의 지점 중 10-20개의 지점에서 가장 높은 정확도를 보였으며 DFP 기법은 5-10개 지점에서만 가장 높은 정확도를 보였으며 서울지점을 대상으로 한 여름철(6-8월)월별 정확도 분석에서도 가장 높은 정확도를 보였다.

관측 및 모의된 강우의 건조, 습윤 지속시간분포의 분석결과 DFP와 Nelder-Mead 기법을 이용하여 모의하였을 때의 지속시간 분포의 형태가 관측된 시간분포와 적합하게 나타났으며 그 중 Nelder-Mead를 사용했을 때에 가장 잘 적합하였다. 지속시간별 극치강우량의 누적분포의 평가에서도 건조, 습윤 지속시간의 분석결과와 비슷하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구결과 세 가지 기법 중 Nelder-Mead 기법을 이용한 NSRPM 매개변수 추정이 전반적으로 강우의 통계적 특성을 가장 근접하게 추정한 것으로 나타났으며 대상 지점의 약 50%에서 가장 높은 적합성을 보였다. 또한 건조, 습윤기간 및 극치 강우량의 재현성에서도 연구에서 사용된 추정기법 중 가장 우수하였다. 분석결과를 바탕으로 NSRPM 매개변수 추정에 있어서 Nelder-Mead 기법은 다양한 분포의 강우 특성을 잘 반영할 수 있는 매개변수 추정이 가능하다고 판단된다. 또한 개선된 매개변수의 추정은 추계학적 강우모형을 통한 관측된 강우특성을 보다 잘 반영한 강우생성을 가능하게 할 것으로 판단되며 모의 강우의 수문학적 적용에 있어 적합성을 개선할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2013-065006).

References

- Austin, P. M. and Houze, R. A. (1972). "Analysis of the structure of precipitation patterns in new england." *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 11, pp. 926-934.
- Burlando, P. and Rosso, R. (1991). "Comment on parameter

- estimation and sensitivity analysis for the modified Bartlett-Lewis rectangular pulses mode of rainfall by S. Islam et al.” *Journal of Geophysical Research*, Vol. 96, No. D5, pp. 9391-9395.
- Burlando, P. and Rosso, R. (1996). “Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation.” *Journal of Hydrology*, Vol. 187, pp. 45-64.
- Cowpertwait, P. S. P. (1991). “Further developments of the Neyman-Scott clustered point process for modeling rainfall.” *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 7, pp. 1431-1438.
- Cowperwait, P. S. P., O’Connell, P. E., Metcalfe, A. V. and Mawdsley, J. A. (1996). “Stochastic point process modelling of rainfall. I. Single-site fitting and validation.” *Journal of Hydrology*, Vol. 175, pp. 17-46.
- Entekhabi, D., Rodriguez-Iturbe, I. and Eagleson, P. S. (1989). “Probabilistic representation of the temporal rainfall by a modified Neyman-Scott rectangular pulse model: Parameter Estimation and Validation.” *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 2, pp. 295-302.
- Islam, S., Entekhabi, D., Bras, R. L. and Rodriguez-Iturbe, I. (1990). “Parameter estimation and sensitivity analysis for the modified Bartlett-Lewis rectangular pulses model of rainfall.” *Journal of Geophysical Research*, Vol. 95, No. D3, pp. 2093-2100.
- Jeong, C. S. (2009). “Study of direct parameter estimation for Neyman-Scott rectangular pulse model.” *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 42, No. 11, pp. 1017-1028 (in Korean).
- Kim, J. H., Lee, J. S., Lee, J. J. and Son, K. I. (1998). “A modeling of daily precipitation series using the poisson cluster process.” *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 18, No. 2(3), pp. 231-241 (in Korean).
- Kum, J. H., Ahn, J. H., Kim, J. H. and Yoon, Y. N. (2001). “Parameter estimation of a point rainfall model, Neyman-Scott rectangular pulses model.” *Proceedings of Korea Water Resources Association Conference*, pp. 206-211 (in Korean).
- Nelder, J. A. and Mead, R. (1965). “A simplex method for function minimization.” *The Computer Journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 308-313.
- Rodriguez-Iturbe, I. (1986). “Scale of fluctuation of rainfall models.” *Water Resources Research*, Vol. 22, No. 9, pp. 15-37
- Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D. R. and Isham, V. (1988). “A point process for rainfall: Further Development.” *Proceedings of the Royal Society of London A*, 417, pp. 283-298.
- Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D. R. and Isham, V. (1987). “Some models for rainfall based on stochastic point processes.” *Proceedings of the Royal Society of London A*, 410, pp. 269-288.
- Shin, J. Y., Joo, K. W. and Heo, J. H. (2011). “A study of new modified Neyman-Scott rectangular pulse model development using direct parameter estimation.” *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 44, No. 2, pp. 135-144 (in Korean).
- Shin, J. Y., Jeong, C. S., Kim, T. S., Heo, J. H. (2008). “Study of direct parameter estimation for Neyman-scott rectangular pulse model.” *Proceedings of Korean Society of Civil Engineers Conference*, pp. 1612-1616 (in Korean).
- Velghe, T., Troch, P. A., De Troch, F. P. and Van de Velde, J. (1994). “Evaluation of cluster-based rectangular pulse point process models for rainfall.” *Water Resource Research*, Vol. 30, No. 10, pp. 2847-2857.