

실행식(Executable expression) 기반 SMART 스토리텔링 수학교육¹⁾

조 한 혁* · 송 민 호**

최근 수학교육 선진화 방안과 함께 3S 수학교육 (Storytelling 수학교육, SMART 수학교육, 그리고 STEAM 융합 수학교육)으로 수학교육 연구와 실천에 다이내믹한 변화가 요구되고 있다. 본 연구에서는 최근에 연구된 스토리텔링 모델 교과서 연구(한국과학창의재단, 2013)를 바탕으로 초등학교 쌍기나무에 대한 실행식(executable expression) 기반 스마트 스토리텔링 수학교육을 디자인하여 제안한다. 연구의 배경에서는 최근에 강조되는 SMART 수학교육과 Papert의 LOGO 마이크로월드를 기반으로 하는 스토리텔링 수학교육에 대하여 살펴 본다. 그리고 이론적 배경으로 기호학, 체화된 인지이론 및 실행식(executable expression)에 관하여 알아 본다. 나아가 실행식 기반 스마트 스토리텔링 수학교육을 실제 교육과정과 비교하여 일차함수, 확률 단원에서 어떻게 다루어질 수 있는지 살펴본다. 또한 실행식 기반 3D 프린터와 같은 공학 기기를 이용하여 가상 세계와 현실 세계 사이의 매개가 가능함을 보인다.

1. 들어가며

최근 수학교육 선진화방향에 따라 초등학교 1, 2학년과 중학교 1학년에 스토리텔링 수학이 도입되었고, 2015년까지 초·중·고등학교 전학년에 스토리텔링 유형의 교과서가 도입될 예정이다. 또한 고등학교 수학 스토리텔링 모델 교과서에 대한 연구도 진행되었는데(한국과학창의재단, 2013), 연구 보고서에는 스토리텔링 모델교과서의 개발 원리로 ‘맥락성의 원리’, ‘과정지향성의 원리’, ‘소통의 원리’, 그리고 ‘다양성의 원리’를 제시하였고, 또한 스토리텔링 모델 교과서의 유형으로 ‘수학사탐구형’, ‘실생활연계형’, ‘학문융합형’, ‘의사결

정형’, 그리고 ‘도구활용형’이 제시되었다. 한편, 2011년에 발표된 스마트교육 추진전략 (교육과학기술부, 2011)에 따라 2015년부터 디지털 교과서를 축으로 하여 스마트교육을 시행할 예정이지만, 그동안 개발된 디지털 교과서에 대한 부정적인 여론이 적지 않다. 그러나 정부는 스마트교육과 디지털교과서 개발을 교육을 넘어 미래의 대표적인 국제적인 산업정책의 하나로 설정하여 계속 발전시킨다는 방침이다.

본 연구에서는 이러한 배경을 바탕으로, 스토리텔링 수학교과서와 스마트 디지털교과서에 대한 연구를 접목시키는 하나의 유형으로 실행식 기반 스마트 스토리텔링에 대한 연구를 제안한다. 실행식(executable expression)²⁾이란 기존의 수

* 서울대학교, hancho@snu.ac.kr

** 숙명여자대학교, minos@sm.ac.kr (교신저자)

1) 본 연구는 숙명여자대학교 2012년도 교내연구비 지원에 의해 이루어졌음

2) 관련된 내용과 예시는 Cho et al(2012) 참고

학적 기호가 가지는 추상성이 주는 어려움을 탈피하고, 초기 단계의 학습자라도 자신에게 의미 있는 형태로 기호를 받아들이고 사용할 수 있도록 설계된 기호 체계를 말한다. 본 연구에서는 먼저 초등학교 6학년 쌓기나무 수학단원에서 시작하여 체화된 인지(embodied cognition)를 기반으로 하는 기호적 중재(semiotic mediation)의 필요성을 부각시키고, 이를 기반으로 실행식의 개념을 도입하며, 또한 이를 기반으로 스토리텔링과 스마트교육을 접목시키는 구체적인 스마트 스토리텔링(SMART storytelling) 수학교육의 유형을 제시한다. 그리고 이러한 내용이 이론적인 틀에서 그치지 않고 구체적인 실제 인공물로 구현될 수 있음을 보여서 학생들에게 보다 친숙한 환경으로 다가갈 수 있도록 하는 방법을 제시한다.

II. 연구의 배경 : 쌓기나무 기반 스토리텔링

최근 연구되는 스토리텔링 및 디지털 수학교과서의 필요성은 기존의 종이 교과서가 제공할 수 없었던 교수학습 상황을 부각시킴으로서 더

욱 분명해질 수 있다. 최근에 발표된 스토리텔링 수학교과서 연구에서 박선용(한국과학창의재단, 2013)은 스토리텔링 수학교육 연구와 프로이덴탈의 RME 현실주의 수학교육 연구를 대비시키며 과연 스토리텔링 교과서가 제공하려는 story 상황과 telling 활동이 RME 수학교육의 핵심인 생성 중인 수학을 학생들에게 경험시킬 수 있는가를 따지면서 두 가지 수학교육 연구의 차별화에 대해 되묻고 있다. ‘스토리텔링’은 story 명사와 tell 동사 그리고 진행형 ing 이렇게 세 가지의 뜻이 연결된 합성어이기에, 재미있는 story에 너무 집중한 나머지 현장성과 상호작용성을 특징으로 하는 tell+ing를 소홀히 하는 스토리텔링에는 문제가 있다. 우리는 스토리텔링 수학교육을 통해 생성 중인 수학을 학생들에게 경험시키려면 story 상황 못지않게 수학적 tell+ing 활동에 강조점을 두어야 한다고 본다. 또한 자기중심적인 telling에서 시작하여 RME 수학교육의 수학적 tell+ing 활동으로 도약할 수 있도록 디자인되어야 한다고 본다. 최근 소비자를 1인칭 주인공으로 만들어 미완성된 이야기를 완성시키게 하는 In-Story 마케팅 전략이 있는데, 본 논문에서는 이러한 In-Story 전략으로 학생들을 자기주도적인

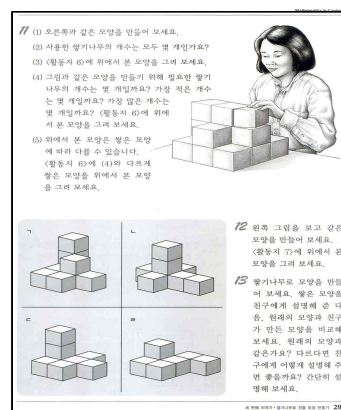
[활동] 쌓기나무 3, 4, 5, 6개로 여러 가지 모양을 만들어 보시오.



[놀이] 2명이 한 모듬이 됩니다.

- 1 한 사람이 가림판 뒤에서 쌓기나무 3개로 모양을 만듭니다.
- 2 모양을 만들고 나서, 다른 사람에게 쌓은 모양을 설명합니다.
- 3 설명을 듣고 쌓기나무로 같은 모양을 만듭니다.
- 4 가림판으로 가려진 모양과 똑같은 모양을 만든 사람이 이깁니다.

a. 대한민국 6학년 교과서



b. MIC 교과서 (번역본)

[그림 II-1] 쌓기나무 내용에 대한 수학교과서

소통과 참여에 참여시키고, 결국은 수학적 telling 활동으로 도약할 수 있도록 초등학교 쌓기나무 단원의 내용을 기반으로 스토리텔링을 디자인하려고 한다.

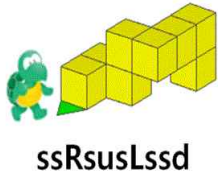
초등학교 2학년 수학에 처음 도입되는 쌓기나무는 6학년 수학에 공간감과 입체부피 그리고 수열의 규칙성 등과 관련하여 다시 도입되고 있다. [그림 II-1] a에 제시된 초등학교 교과서의 쌓기나무 문제는, 두 학생이 한 모듬이 되어 한 학생이 가림판 뒤에서 쌓기나무로 모양을 만든 후 다른 학생에게 그 모양을 설명하는 것이다. 앞에 제시된 문제에서는 다른 학생이 설명에 따라 쌓기나무 모양을 만든다면 그 학생이 이기는 것으로 되어 있는데, 쌓기나무 모양을 설명하는 방식이 수학의 방정식처럼 이미 정립되어 있다면 주어진 설명을 풀어 원래의 쌓기나무 모양을 만드는 학생이 모듬활동에서 이겼다고 보는 것은 타당하다. 그렇지만 연구자가 주목하는 점은 쌓기나무 모양을 설명하는 방식이 수학의 방정식처럼 정립되어 있지 않다는 것이다. 따라서 학생들이 3차원 쌓기나무 모양에 대해 각자의 방식으로 telling 하며 의사소통하는 과정에서, 오히려 상대방이 알아듣도록 쌓기나무 모양을 수학적으로 telling 하는 학생이 주인공이라 할 수 있다는 것이다.

우리는 서로에게 통할 수 있는 쌓기나무 표현을 개발하고 정립하는 과정에서 RME 수학교육의 핵심인 생성 중인 수학을 학생들에게 경험시

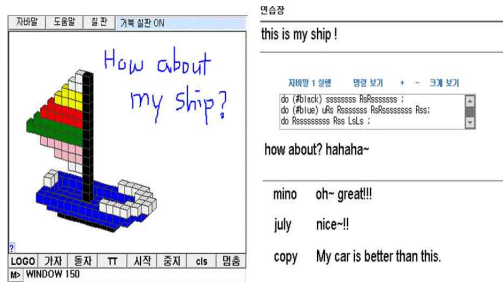
킬 수 있다고 보며, 이 과정에서 수학 표현의 핵심인 문자와 기호가 어떻게 활용될 수 있는지를 논의하려고 한다. 이상구(한국과학창의재단, 2013) 등은 수학 스토리텔링에서 가장 유의할 부분으로 매우 섬세한 수학적 내용을 스토리텔링으로 표현하면서 자칫 오류를 일으킬 수 있음을 지적하면서, 가급적 표준적인 수식을 최대한 활용하는 방법을 강조하고 있다. 우리가 제안하는 쌓기나무 기반 스토리텔링의 도구는 다음과 같이 자신의 행동과 관계된 행동문자이며, 학생들은 1인칭의 관점에서 자신의 몸으로 쌓기나무 모양을 만드는 과정을 행동문자를 연결하여 수학적 표현을 만들면서 쌓기나무에 대해 In-Story telling 하도록 디자인되었다.

<표 II-1> 에서 제안하는 쌓기나무 기반 In-Story 스토리텔링을 대부분의 학생들이 경험한 LEGO 장난감 놀이와 비교할 때 그 유사성과 차별성이 잘 들어날 수 있다. LEGO 장난감은 학생들이 telling 활동 때 사용할 수 있는 레고 조각을 제공하며, 학생들은 이 도구를 이용하여 자신이 1인칭 주인공의 입장에서 구체적인 조작물을 만들면서 In-Story 기반 스토리텔링을 만들어 간다. LEGO 기반 In-Story 스토리텔링의 결과물은 다른 사람들과 공유될 수 있지만, 그 결과물이 만들어지는 과정을 남들과 소통하며 공유하기가 어려우며 따라서 그 결과물에 대한 과정 평가를 수행하기도 어렵다. 다음 [그림 II-2] 에서 볼 수 있듯이 쌓기나무 기반 In-Story 스토리

<표 II-1> 쌓기나무 행동문자와 실행식

	<p>s : 한 발자국(step) 앞으로 R : 오른쪽(Right)으로 90도 돌기 L : 왼쪽(Left)으로 90도 돌기</p>	수평 운동
	<p>u : 위로(up) 움직이기 d : 아래로(down) 움직이기</p>	수직 운동

텔링에서는 telling의 결과물뿐만 아니라 그 과정도 타인과 공유하고 소통할 수 있다.



[그림 II-2] LEGO 배 모양을 쌓기나무 행동문자로 만들기

III. 이론적 배경

1. 기호적 중재와 체화된 인지

수학 기호는 수학적 지식의 기호화, 표현, 의사소통, 생성을 위한 ‘도구’로 여겨진다 (Steinbring, 2006). 수학적 개념은 기호나 표상을 통하여 표현할 수 있으므로 수학적 기호는 외적 도구인 동시에 학습자의 사고 과정에 영향을 준다는 측면에서 내적 도구이기도 하다. 이와 관련하여 Vygotsky는 정신적 도구로써 문자의 사용을 강조하였는데, 일반적으로 수학적 기호는 학습자에게 외적 도구로 주어지며, 학습에 의해 내적 도구화되는 과정을 거친다. Vygotsky(1978)에 따르면, 외적 도구는 사회적 상호작용을 통한 내면화를 거쳐서 내적 도구로 변환될 수 있는데, 이때 상호작용은 기호 체계의 사용에 의한 기호적 절차로 이루어진다. 이때 발생하게 되는 복잡한 기호적 절차를 극복하고 수학적 기호가 가진 의미와 대상을 학습자가 내면화할 수 있을 때 비로소 그 수학적 기호는 학습자의 내적 도구가 될 수 있다. 이와 관련하여 Botzer & Yerushalmy

(2008)은 ‘기호적 중재 수단(means of semiotic mediation)’라는 용어를 사용하였는데, 이것은 특정 과제를 수행하기 위해 도구를 사용하는 구체적 행위 보다는, 그러한 행위 속에서 도구 사용과 관련하여 새롭게 의미가 생성되고 진화되는 것에 초점을 두고 있다. 또한 Dreyfus(1993)는 외재적 표상과 정신적 표상을 구분하면서, 외재적 표상이 정신적 표상의 형성에 영향을 미친다고 주장하였다. 즉, 복잡한 기호적 절차는 특별한 인공물을 매개로 인간의 감각이 지닌 의미를 분명히 할 수 있다. 그리고 이때 사용되는 특별한 인공물이 수학적 지식과 기호적 절차, 그리고 학습자의 내면 사이에서 어떻게 작용하는지를 이해하는 것이 중요하게 되었다. 이를 위해서 학습자의 내면에서 발생하는 현상을 학습자의 언어적, 비언어적 표현을 통해 유추하고, 다양한 기호적 표현을 통하여 학습자의 학습 현상을 유도하는 관점에서 기호적 접근이 이루어지고 있다. 기호적 접근의 핵심은 학생들이 주어진, 혹은 발생한 기호적 표현을 내면화하고 이를 외부 대상에 적용하여 그 대상을 이해하는 일련의 사고 과정을 기호라는 관점에서 해석하는 것이라 할 수 있다.

Piaget가 말하였듯이, 익숙하지 않은 외부의 자극에 대해서 쉽게 발생하는 개체의 반응은 기존의 체계 내에 그 자극을 포함시키려는 시도이며, 학습자에게 가장 익숙한 체계는 자신의 신체이다. 즉, 어떤 새로운 개념이 자신의 신체 또는 신체적 활동과 같은 매우 익숙한 도구와 연결될 수 있다면 좀더 손쉽게 내면화될 수 있음을 의미한다. 이런 관점에서 신체적 활동에 기반한 활동적 표현 양식의 중요성은 여러 학자들에 의해서 강조되었는데 Bruner의 EIS 이론, Duvinsky의 APOS 이론 등은 신체적 활동을 지식 형성의 기초 단계로 나타내고 있다. 인지과학이 발달함에 따라 이성을 신체와 환경 사이의 상호작용을 통

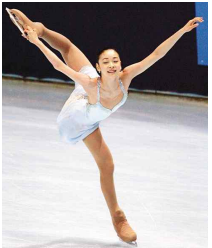
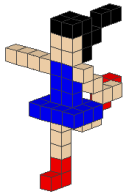
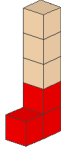
한 능동적 발생이라는 관점으로 보는 변화가 일어나기 시작하였다(Lakoff & Núñez, 1997). 즉, 신체와 환경을 분리하고 뇌만 바라보아서는 마음에 대해 올바르게 이해할 수 없으므로 인간의 마음을 신체, 뇌, 환경의 상호작용 관계로 이해하게 되었는데, 이러한 인식이 바로 ‘체화된 인지(embodied cognition)’ 관점으로 발전하게 되었다. 체화된 인지 이론에 따르면 행동, 감각 그리고 인식은 매우 밀접하게 관계되어 있으며, 수학 교육 분야에서도 체화된 인지 이론이 가지는 의미에 관한 연구가 늘어나고 있다. Núñez(2007)는 수학은 우리가 생각할 수 있는 가장 추상화된 개념적 체계인데, 이조차도 본질적으로는 우리 신체, 언어 그리고 인식이라는 관점에서 근본적으로 체화된 것이라고 말하고 있다. 비슷한 관점에서 Radford et al(2005)는 인간의 사고는 기호, 인공물, 신체에 의해 중재될(mediated) 뿐 아니라 그 자체에 놓여있다고 주장한다.

Papert는 체화된 인지와 비슷한 관점에서 신체와 공간을 연결짓는 가상의 공간인 마이크로월드를 만들었고, 이러한 환경에 LOGO라는 이름을 붙였다. LOGO에서는 가상의 공간에 존재하는 거북 위에 학습자를 위치시키고 거북의 움직임을 제어하는 기호 체계(가자와 돌자 명령)를 통하여 공간 도형을 만들 수 있다. Papert(1980)는 거북 은유를 통한 학습을 분리 학습(dissociated learning)과 동조 학습(syntonic learning)으로 이름지었는데, 이때 동조 학습은

신체-동조성과 자아-동조성을 포함한다. 즉, 거북 위에 있는 학습자라는 은유를 통하여 거북을 학습자와 동일시 함으로써 신체적으로 체화하는데, 이러한 관점으로 신체-동조성 성질을 가지는 표현은 체화된 인지로 간주될 수 있다(Lakoff & Núñez, 2000). 다음의 <표 III-1>에서 오른쪽에 쓰인 심볼 표현인 ‘ssuuuu’을 살펴보면, 발에서부터 시작하여 위로 올라가면서 피겨 선수를 구성하였음을 알 수 있다. 즉, 피겨 선수를 표현하고 구성한 학습자는 중심축을 발로 보았으며, 발로부터 시작하여 아래에서부터 위로 만들기를 하였음을 알 수 있다. 또한 심볼 표현을 보면 오른발-왼발-왼팔-치마-몸-오른팔-머리의 순서로 만들었다는 것을 알 수 있는데, 이와 같이 쌓기나무를 표현하는 심볼을 통해 사용자의 사고과정을 읽어낼 수 있다.

신체적인 활동은 인간이 가지고 있는 가장 기본적인 경험이기 때문에, 신체적인 활동에 대한 비유를 통해서 어떤 개념을 설명하는 것은 학습자에게 매우 효과적일 수 있다. 쌓기나무 기반 스토리텔링에서도 신체활동을 기반으로 하는 행동문자를 사용하고 있는데, Ernest(2010)는 ‘모든 인간 활동은, 수학적 활동과 학습을 포함하여 신체적인 활동이다’라고 언급하며 수학적 활동의 기저에 신체동조적(Embodied)인 관점이 숨어 있음을 지적하였다. Ernest는 또한 수학적 지식은 신체동조적인 표현과 같은 많은 은유와 관계 속에서 지식 망과의 연계를 통하여 점차 증대하고

<표 III-1> 물리적 대상과 거북 은유를 통한 기호 표현

	 <p>ssuuuuTRsCLssTsCuTsCuRTsCRs sTsCuTsCuRsdddLsLsLssLsssLsLsL suuuLssssRRTssssCusuRRsuRRsLsLs ddRRsuLsTuCss</p>	 <p>ssuuuu</p>
---	---	---

풍부해진다고 설명하며, 수학적 활동을 기호 조작의 관점에서 보고 수학을 언어에 비유하였다. 수학교육에 있어서 기호학적 관점의 중요성은, 유치원과 초등학교 학생들로 하여금 수, 셈, 대수에 관한 긍정적인 자세를 유지하도록 해주고, 학교 입학 전의 수학적 인지의 개발을 좀 더 명확하게 접근하기 위한 널리 알려진 전략이라는 점이라며 기호학이 가지는 중요성을 강조할 수 있다. 또한, 인공지능을 통한 활동의 중요성을 강조하면서 활동이 학습자에게 내면화되어 도구로 작용하도록 유도하는 semiotic 개념으로 수학교육을 이해하려는 접근도 있다(Presmeg 2003, 2006).

2. 실행식(Executable expression)

Papert의 Logo 마이크로월드 환경은 ‘흰 눈이 쌓인 별판 위를 거북이가 가자, 돌자 명령에 따라 이동하면서 발자국으로 그림을 만든다’라는 스토리텔링 환경인데, Bruner는 스토리텔링을 우리 지식을 조직화하기 위한 구조물이자 생각하는 방법으로 간주한다(Bruner, 1996). Bruner는 특히 아동의 지능 발달을 활동적 표현(Enactive representation), 영상적 표현(Iconic representation), 상징적 표현(Symbolic representation)의 순서를 따르는 표현수단의 증대와 그 사이의 조정능력의 증대로 보고 있으며, 이를 바탕으로 EIS 라는 지식의 표현 체계를 제시하였다. Ernest(2010)는 Bruner가 그의 이론인 나선형 교육과정을 구상하면서 Peirce의 기호학을 교육적인 상황으로 재분류하여 EIS 이론을 만들고, Piaget의 아동에 대한 단계 이론을 그의 EIS 이론에 접목시키면서 Peirce와 Piaget의 연구를 조화시키려는 시도를 하였다고 설명하였다. Papert의 Logo 에서는 거북이의 가자와 돌자 행동을 텍스트 형태로 표현하며 아바타인 거북이를 통해 변화 각을 그려낸다.

스마트 교육환경에서 Logo 에서와 같은 문자 표현을 통한 의사소통을 강조하는 가장 큰 이유는 텍스트 형태의 표현을 통해 생각을 읽고 분석하고 반성할 수 있다는 것이다 (Noss, 2001; Hoyles & Noss, 2003). 다시 말해서, 텍스트 형태의 표현은 학습자와 교육자 모두에게 서로의 생각을 볼 수 있는 창문이라는 다음과 같은 이유가 있기 때문이다.

It is not enough for the tool to merely 'be there', it must enter into user's thoughts, actions and language. **Expressive power opens windows for the learner, it affords a way to construct meanings.** ... If learners can express what they mean, we might get a glimpse of these meanings ourselves (Noss & Hoyles, 1996).

많은 연구자들은 학습자가 조작하는 기호(화면상의 아이콘 포함)에 대한 결과물을 보여주는 LOGO와 유사한 마이크로월드 학습 환경을 개발하고 이를 실제 수업에 적용하는 연구를 하고 있다. 이러한 연구들에서는 공통적으로 수학 학습에 대한 기호적 접근을 위해서 기호가 가지는 의미를 학습자에게 내면화시키는 과정에 주목하고 있다. 특히 기호나 아이콘을 통하여 패턴을 탐구하고 표현하고 생성하는 학습 환경에 관한 연구가 많이 진행되고 있다(Stacey, 1989; Duval, 1995; Radford, 2000; Lannin, 2005; Samson, 2008; Rivera & Becker, 2008). 이러한 연구에서는 기존의 수학적 기호가 가지는 추상성이 주는 어려움을 탈피하고, 초기 단계의 학습자라도 자신에게 의미 있는 형태로 기호를 받아들이고 사용할 수 있도록 표현 체계 및 학습 환경을 연구하였는데, 본 연구에서는 이때 학습자가 만들어내는 일련의 기호 체계를 실행식이라 부른다. 앞에서 소개

한 쌓기나무 기반의 실행식은 수학적 사고가 가능한 일련의 기호 체계로 표현된다는 점에서 기호적 접근의 측면을 가지며, 또한 학습자의 신체 활동과 관련된 일련의 기호열을 통해 구체적인 대상 또는 조작이 정의된다는 점에서 체화된 인지 관점을 반영하고 있다.

실행식은 마이크로월드와 외적 도구에서 그 작용 과정을 통해 결과물을 생성할 뿐 아니라 학습자의 내면에서도 과정을 거쳐 결과물을 생성할 수 있기에 학습자의 내적 도구화, 즉 학습자가 기호와 그 작용 결과물에 의미를 부여하는 것이 가능하다. 정리하면, 실행식은 일반적으로 다음과 같은 특징을 갖는다. 첫 번째, 실행식에 사용되는 기호는 대상 또는 조작을 명시적으로 지칭하고 있다. 수학적 기호가 가지는 추상성은 때로는 학습자에게 의미가 불분명한 대상이 되어 학습자가 수학 기호를 내면화하는데 장애요인이 될 수 있다. 초기 단계의 학습자가 이를 극복하기 위한 한 방안으로 학습자가 충분히 인지할 수 있는 의미를 기호에 부여하고 이 기호를 통한 조작 활동을 제시할 수 있다. 실행식에서 사용하는 기호들은 이러한 관점에서 설계된 것이다. 두 번째, 실행식의 사용은 학습자의 내면에 실행(executable) 할 수 있는 약속된 현상을 제시한다. 수학적 기호는 수학자들에 의해서 발전되어 온 것으로 고도로 정제된 형태이며 그 의미는 매우 추상화되어 있는 상태이다. 학습자는 수학적 기호에 어떤 의미를 가진다기 보다는 주어진 기호와 관련된 정보들(수식, 그래프 등)을 연결해서 암기하는 방식을 많이 취하게 된다. 이는 수학적 기호를 내면화하여 내적 도구로 활용하기에 기존의 수학적 기호는 초기 단계의 학습자가 다루기에는 높은 수준에 있음을 의미한다. 이를 위해서 체화된 행동 양식에 기반하여 수학적 기호를 내적 도구화하는 초기 단계의 학습자를 위하여 실행식이 구성되었다. 세 번째,

실행식은 학습자의 내부 뿐만 아니라 외부 환경에서도 기호 작용에 따른 결과물을 피드백으로 제시할 수 있다. 이는 적절한 매개물을 통한 실행식의 내적 도구화, 즉 외재적 표상을 통하여 내재적 표상을 형성하는 기능이라 할 수 있다. 이러한 특징은 학습 환경의 개발에 실행식과 같은 요소에 대한 피드백이 설계 원리로 작용할 수 있음을 의미한다. 네 번째, 실행식에서는 수학적 사고를 요하는 활동이 가능하다. 익숙한 신체 행동에 기반한 문자의 사용은 곧 반복적인 기호열의 나열을 야기하게 된다. 이때 치환기호 등의 도입을 통하여 압축화, 일반화, 변수화 등이 이루어지게 된다. 다섯 번째, 실행식의 사용은 교수자, 학습자, 매개물 사이의 의사소통을 가능하게 한다. 학습 구성원 사이에 공유된 실행식은 그 결과물에 대한 학습자의 내면화 및 매개물의 외재적 표상을 통하여 수학적 대상에 대한 의사소통이 가능하게 한다. 또한 실행식의 의사소통 가능성은 학습자의 활동에 대한 평가와 피드백도 가능케 한다.

IV. 실행식(Executable expression) 기반 스마트 스토리텔링

최근 교육과학기술부(2011)에서 스마트 교육을 위한 정책을 제시하는 등 정보화 시대에는 지식 소비자보다 지식 생산자가 필요하며, 이를 위해서 지식이 나열된 기존의 교과서 구성 형태보다 학습자 스스로 지식을 생성할 수 있는 다양한 학습 환경이 중요시된다. 이러한 학습 환경을 구성하기 위해서 다양한 콘텐츠와 스마트 기기들이 연구되어 학교 현장에 도입되고 있다. 그러나 대부분의 스마트 교육과 관련된 연구들은 교수자 입장에서 스마트 기기를 사용하는 방법에 대해서 언급하고 있으며, 학습자의 입장에서 스마

트 기기를 활용하는 학습 환경의 개발에 접근하는 경우는 많지 않다. 또한, 다양한 스마트 기기 또는 어플리케이션의 활용은 오히려 교수자에게 또 다른 형태의 교수법, 즉 익혀야 하는 대상으로 받아들여져 거부감을 불러일으키는 경우가 적지 않다. 이러한 현상은 특정 기기 또는 소프트웨어에 종속된 교수용 자료 개발이 스마트기기를 활용한 교육 연구의 주요 형태인 것처럼 보이도록 만들었다. 교육과학기술부(2011)는 특정 기기나 어플리케이션에 종속되는 현상을 줄이며 동시에 스마트교육의 가능성을 높이기 위해서 다음과 같은 요소를 강조하고 있다: 자기주도적 학습(Self-Directed), 흥미(Motivated), 수준과 적성(Adaptive), 풍부한 자료(Resource free), 정보기술 활용(Technology embedded). 이러한 스마트교육의 요소들은 단순히 스마트기기를 사용하는 것이 스마트교육 연구는 아니며, 오히려 전체적인 교수 설계에서 스마트 기기나 어플리케이션이 차지하는 역할을 명확하게 규명하여 적절하게 사용하고 교수 목적에 따라 필요한 경우 설계 및 개발이 이루어져야함을 암시하고 있다. 또한 이러한 특징들은 그 자체로 독립적이기보다는 하나의 교수 학습 상황에서 동시에 나타날 때 각각의 특징이 가지는 효과가 더 극대화 된다고 볼 수 있다. 예를 들어 스마트 교육의 ‘흥미’ 요소는 학습자가 스스로 학습 내용을 찾거나(자기주도적 학습), 자신의 수준에 알맞은 형태의 내용이 소개되었을 때(수준과 적성), 또는 다양한 실생활 자료를 통하여 학습하거나(풍부한 자료), 다양한 상호작용이 가능한 정보기술을 활용하였을 때(정보기술 활용) 보다 쉽게 발생한다. 본 절에서는 이러한 관점에서 스마트교육과 스토리텔링을 접목시키는 구체적인 스마트 스토리텔링(SMART Storytelling) 수학교육의 유형을 살펴보고자 한다.

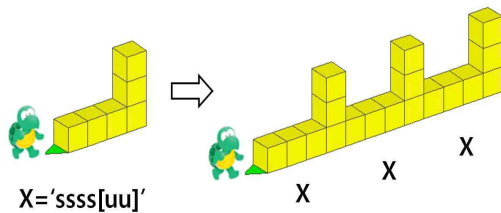
자기주도적 학습을 하는 학습자는 스스로 자

신의 현재 상태를 진단하고, 이를 토대로 능동적인 학습 태도를 가지게 된다. 이것은 지금까지 주로 수학교육에서 이루어진 기계적인 지식 습득과는 대비된다. 기존의 수학교육은 제시된 수학적 지식을 암기하고 이를 문제에 적용하는 방법을 습득하여 주어진 문제의 답을 구하는 과정을 올바르게 구현하느냐에 초점을 맞추고 있다. 자기주도적인 태도를 지닌 학습자는 이러한 수동적인 태도를 벗어나서 보다 능동적인 지식 습득에 관심을 가진다. 이렇게 관심을 가지기 위해서는 학습자에게 제공하는 스토리에 학습자가 흥미를 가져야 한다. 문제는 수학교육의 목표는 수식 기호를 다루는 것에 있기 때문에 수식 계산 문제, 단순한 문장제 문제 등을 포함한 대부분의 스토리가 결국 학습자에게 수식의 사용을 인위적으로 강조하게 되며 이 과정에서 많은 학습자가 흥미를 잃게 된다. 즉, 학습자가 다룰 수 있는 기본적인 도구가 아직 학습자에게 익숙하지 않은 상황이라 할 수 있다. 이것은 수학적 기호가 가진 추상적 조작 성질을 접하기 이전에 기호 조작이 가지는 의미를 충분히 경험하는 활동의 중요성을 의미한다. 이와 관련하여 실행식은 기호 사용에 관한 물리적, 정신적 조작 경험을 제공할 수 있다. 여기에서는 실행식을 이용한 일차함수와 확률, 그리고 공학 기기의 사용에 관하여 살펴본다.

1. 실행식과 일차함수

쌓기나무 실행식을 기반으로 일차함수의 규칙성을 살펴보자. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 가장 중요한 것 중 하나는 단계에 따라 일정하게 변화하는 규칙을 찾아낸 다음, 일정하게 변화하는 규칙을 상수 a, 단계를 x, 단계 변화와 관계없이 일정한 부분을 상수 b로 표현하는 것이라 할 수 있다. Cho et al(2012, 2013)은 초등학교

6학년 학생들을 대상으로 이러한 활동을 실행식의 치환 기능을 기반으로 소개하고 있는데, [그림 V-1] 에서와 같이 $X = \text{'ssss[uu]}$ 로 치환하고 X 를 3번 사용하면 오른쪽과 같은 모형을 만들 수 있다.



[그림 V-1] 실행식의 치환 기능

이러한 문자 치환 기능을 익히면 다음과 같은 활동이 가능해 진다. <표 V-1>은 모형(a)과 단계(3단계)가 제시되었을 때, 각 단계별 모양을 추측하는 활동이다. 이것은 주어진 모형을 동일한 모양으로 단계만큼 분해할 수 있는 조각을 찾아 내는 문제와 관련이 있다. <표 V-1>의 b와 c에

서 볼 수 있듯이 이 문제는 하나의 정답이 있는 것이 아니라 학생이 자신에게 의미 있는 형태로 인식할 수 있는 다양한 형태의 정답이 존재할 수 있다.

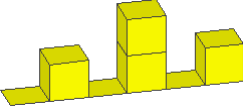
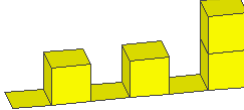
<표 V-1>의 c 에서 표현된 것을 익숙한 수식으로 표현하면 $f(x) = Ax + B$ 의 일차함수 형태가 된다³⁾. 일차함수에서 중요한 성질 중 하나는 정의역에 해당하는 변수의 변화량에 따라 함수값이 일정하게 변화한다는 점이고, <표 V-1>은 '단계'라는 변수의 변화량에 따라 '전체 형태'가 일정하게 변화한다고 볼 수 있으므로 <표 V-1>은 일차함수의 성질을 잘 드러내고 있다. A와 B가 숫자가 아닌 도형이라는 점과 수학적으로 약속된 수식($f(x) = ax + b$) 과 다른 형태 (do 3A B)로 표현된다는 점을 제외한다면 일차함수가 가진 의미와 일치한다고 볼 수 있다.⁴⁾ 오히려 수학적으로 엄밀하지 않은 이런 원시적 표현 방식은 일차함수 표현의 발생적 접근이라는 측면에서 학습자에게 의미를 가질 수 있을 것이다.

<표 V-1> 단계에 따라 주어진 모형의 기본 요소 찾기

<p>3단계</p>		
	<p>A = </p> <p>B = </p> <p>do B A A A</p> <p>또는</p> <p>do B 3A</p>	<p>A = </p> <p>B = </p> <p>do A A A B</p> <p>또는</p> <p>do 3A B</p>
a	b	c

3) 여기에서 변수 x 는 단계를 의미하며 <표 V-1>의 경우 x 의 값은 3이다.
 4) 함수가 집합 사이의 대응 관계라는 점, 도형 집합을 정의역과 치역으로 생각할 수 있다는 점, 일렬로 나열된 문자가 순차적으로 실행되므로 + 기호가 생략된 것으로 볼 수 있다는 점 등은 실행식의 표현과 의미가 정확하게 함수의 그것과 일치함을 알 수 있다.

<표 V-2> 확률적 문제 상황을 위한 실행식 명령문과 적용 예

<p>X=' ms , ms[u]' do 3X</p>		
<p>실행식</p>	<p>실행 결과 예시</p>	

일차함수와 관련된 수학교육이 해를 구하는 해석적 측면이 많이 강조되고 있기 때문에 자칫 놓칠 수 있는 일차함수의 성질에 대한 질적 접근 및 이해를 도울 수 있는 학습 형태라는 점에서 의미를 가진다고 할 수 있다.

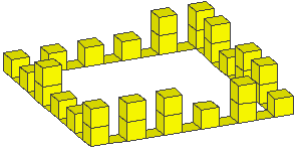
2. 실행식과 확률

초등학교 6학년 2학기에는 확률이 등장하는데, 본 연구에서는 쌓기나무 스토리텔링을 기반으로 다음과 같이 확률을 접근하고 있다. 확률적 상황은 스토리텔링으로 접근하기에 적합한 상황인데, 확률적 문제 상황은 그것을 이해하고, 해결하는 방법을 학습자가 telling 하는 과정이 필요하기 때문이다. 그리고 학습자에 따라 다양한 이해와 표현 또는 해결 방법 등이 나타날 수 있다는 점에서 스토리텔링의 소재로 많이 다루어지고 있다. 그러나 확률적 상황이라는 story를 표현하거나 학생이 자신의 생각을 telling 하는 과정에서 사용되는 구어체 표현은 학습자의 해석 방향에 따라 달라질 수 있고, 학습 목적에 해당하는 수학적 기호 표현을 위해 결국 문자 표현으로 변환해야 한다는 점 등 잠재적인 문제 요소를 내포하고 있다. 우리는 다음과 같이 쌓기나무 기반 치환문자와 실행식을 확률 상황에 맞게 확장시키면서 학습자에게 흥미 있는 확률상황 스토리를 제공하는 동시에 생각과 의사소통의 도구로 문자를 사용하여 학습자의 telling에 다양함 및 엄밀함을 부여할 수 있다(Cho et al, 2012).

<표 V-2>를 살펴보면 문자 X는 두 개의 문자열과 쉼표 기호(,)로 구성되어있는데 이것은 X를 실행하면 두 개의 문자열 중 하나가 무작위로 실행된다는 의미이다. 즉, X를 사용하면 'ms'가 실행될 확률은 50%이고, 'ms[u]'가 실행될 확률도 50%이다. 실행식의 사용은 어떤 확률적 상황이 제시될 때, 학습자가 그 상황을 문자로 표현할 뿐만 아니라 그에 대한 시각적 피드백을 가능하게 한다. 이것은 확률적 상황에 관한 story가 학습자에게 직접 조작하고 실험해볼 수 있는 의미 있는 story가 되는 것을 의미하며, 동시에 학습자에게 자신이 생각하는 확률적 상황을 telling 할 수 있는 도구가 생겼음을 의미한다. 실행식을 이용한 telling 도구는 구어체 문장이 아닌 기호 체계라는 점에서 다중적인 의미로 해석될 수 없다. 이것은 확률적인 상황과 추상화된 수식 사이에 중간 과정이 생겼음을 의미한다.

확률적 상황을 표현하는 구어체 문장과 이를 일정한 규칙을 가진 실행식으로 변화시키는 학습 형태를 살펴보자. 다음의 <표 V-3>은 확률적 문제 상황을 학습자에게 제시하고 있다. 여기에서 '랜덤 마을 만들기'라는 가상의 story는 한 마을에 사람들이 1층 또는 2층의 집을 랜덤하게 짓는다고 할 때, 생겨날 수 있는 마을의 모습을 시뮬레이션 할 수 있는 실험 환경을 만드는 것이다. 이 story에 대한 학습자의 telling은 <표 V-3>과 같이 구어체 표현과 실행식 표현으로 나타날 수 있다.

<표 V-3> 실행식을 이용한 확률적 문제 상황 예시

story	telling	telling에 대한 피드백 예시
<p><랜덤 마을 만들기> 한변의 길이가 11인 정사각형 모양의 길을 따라 집이 한 채씩 있는 마을이 있다. 집과 집 사이에는 도로가 한칸 존재한다. 집주인이 랜덤하게 1층 또는 2층 중 선택해서 집을 짓는다고 할 때, 나타날 수 있는 마을의 모양을 모두 표현할 수 있는 실험 상황을 만들어보세요.</p>	<p>집주인이 1층 또는 2층 집을 짓는 것을 X 라고 하면 도로 높고(m) 집짓고(X)를 다섯 번 반복하면 마을의 한 변이 완성됩니다. 방향을 돌리기와 앞의 과정을 3번 더 반복하면 됩니다.</p> <p>X='ms , ms[u]' do 4 {5X R}</p>	

<표 V-3>과 같은 스토리텔링은 주어진 문제에 대한 정답에 해당하는 확률을 찾는 것이 아니라, 확률적 상황을 표현하는 실험 상황 자체를 만든다는 점에서 기존의 스토리텔링과 차별화된다. <표 V-3>의 telling에 나타나는 두 가지 표현은 적절한 실행식이 제공된다면 확률적 상황을 표현하는 구어체 문장을 실행식으로 표현할 수 있음을 보여준다. 또한 실행식의 표현을 거꾸로 되짚어보면 실행식의 s를 집의 한 층으로 해석하고 있음을 알 수 있다. 즉, s를 어떻게 해석하느냐에 따라서 동일한 실행식을 가지면서 전혀 다른 story를 만들어낼 수 있는 것이다. 이것은 확률적 상황들 사이에 존재하는 구조적인 공통점을 명시적으로 드러낼 수 있다는 점에서 의미 있다고 볼 수 있다.

3. 실행식과 3D 프린터를 이용한 Learning by Design

지금까지 살펴본 실행식은 가상 세계에서 수학적 대상을 표현하고, 학습자의 사고 실험을 위한 도구가 되며, 결과물을 공유하는 언어가 됨을 보았다. 여기에 나아가 학습자가 실세계의 대상을 기반으로 표현한 가상 세계의 수학적 구조물

을 다시 한번 실세계에 재현할 수 있다면 학생들의 흥미와 동기를 유발하고 자신의 작품에 의미를 부여할 수 있는 의미있는 활동이 될 것이다. 본 연구에서는 이러한 실세계 구성 도구로 실행식 기반 3D 프린터를 제시하고자 한다. 실행식 기반 3D 프린터는 별도의 프로그램 코딩 없이 실행식을 인식하여 그 결과물을 컴퓨터 가상 공간에서와 동일하게 3D 결과물을 출력할 수 있는 환경을 말한다.

[표 VI-1]은 현실에 존재하는 비행기⁵⁾와 그 특징을 표현한 실행식, 가상 공간에 만든 쌍기나무 비행기, 그리고 실행식을 3D 프린터로 전달해서 만든 모형을 보여준다. [표 VI-1]의 오른쪽 상단은 비행기를 만들기 위한 쌍기나무 명령이며, 오른쪽 하단은 이 명령을 3D 프린터로 전달하여 제작한 모형이다. 이러한 과정은 대상의 특징을 잡아서 표현하고 만들어보는 것이므로 일종의 Learning by making 활동이라 할 수 있다. 여기에서 더 나아가 만들어진 결과물을 3D 프린터해서 실제 모형으로 만들어내는 과정은 making 영역이 다시 현실세계로 돌아옴을 의미한다. 이러한 실제 - 가상 - 실제의 순환 과정은 가상의 공간에서 결과물에 대한 관찰에서 그쳤던 기존의 Learning by making의 영역을 확대하였다고

5) 사진 출처 : http://en.wikipedia.org/wiki/File:An-2_OK-HFL_EDST_02.jpg

과정에서 여러 확률적 문제 상황들이 동일한 형태의 기호로 변형될 수 있음을 보았고, 이를 통해서 그러한 문제 상황들이 가지고 있는 본질적인 구조가 동일함을 명시적으로 확인할 수 있음을 보았다. 마지막으로 실행식 기반 3D 프린터를 이용하여 이렇게 만들어진 가상 공간의 모형을 다시 실제 현실에서 구성하는 방법과 그 과정을 소개하였다. 이러한 학습환경은 학습자의 흥미와 동기를 유도함과 동시에 모형의 구조를 함께 고려하게 함으로써 단순히 만들기 활동이 아닌 건축물과 같은 실제 대상에 대해서 구조를 찾고 표현하는 활동이 될 수 있으므로 수학을 배우는 학생에게 또 다른 실제적인 의미를 부여할 수 있다는 점에서 의미있다고 할 수 있다.

참고문헌

- 교육과학기술부 (2011). **스마트교육 추진 전략**. 서울: 국가정보화전략위원회.
- 한국과학창의재단 (2013). **고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발, 스토리텔링 모델 교과서 개발 공청회 자료 및 수학교육 정책연구 최종보고서**. 서울: 한국과학창의재단.
- Botzer, G., & Yerushalmy, M. (2008). Embodied Semiotic Activities and Their Role in the Construction of Mathematical Meaning of Motion Graphs, *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 13, 111-134.
- Bruner, J. (1996). **교육의 문화** (강현석, 이자현 역). 서울: 교육과학사.
- Cho H. H., Lee J. Y., Kim C. H., & Lee D. H. (2012). The MCY-Activities: Constructing and Sharing Three Types of Pattern. *Proceedings of Asian Technology Conference in Mathematics 2012*.
- Cho H. H., Lee J. Y., & Song M. H. (2013). Pattern Generalization Activities in a Logo-based MCY Learning Environment. *Psychology of Mathematics Education 2013*.
- Dreyfus, T. (1993). Didactic Design of Computer-based Learning Environments. In Keitel, C. & Ruthven, K. (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology*, *NATO ASI Series 121*, 101-130. Berlin: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education*, pp 142-157, Berlin, Springer.
- Ernest, P. (2010). Mathematics and Metaphor, *An International Journal of Complexity and Education* 7(1), 98-104
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). "What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education?" In Bishop, A.J., Clements, M.A., Keitel, C., Kilpatrick, J., Leung, F.K.S. (eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 323-349
- Lakoff, G., & Núñez, R. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In L. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings into being*. New York: Basic Books.

- Lamin, J. K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning through Patterning Activities, *Mathematical Thinking and learning*, 7(3), pp 231-258.
- Noss, R. (2001) For a Learnable Mathematics in the Digital Culture. *Educational Studies in Mathematics* 48, 21-46.
- Noss, R., & Hoyles. (1996) *Windows on mathematical meaning*, Springer-Verlag.
- Núñez, R. (2007). The cognitive science of mathematics: Why is it relevant for mathematics education? In: R. A. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing.
- Presmeg, N. (2003). Creativity, mathematizing, and didactizing: Leen Streefland's work continues. *Educational Studies in Mathematics* 54, 127-137.
- Presmeg, N. (2006). Semiotics and the "Connections" Standard: Significance of Semiotics for Teachers of Mathematics, *Educational Studies in Mathematics* 61, 163-182.
- Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics* 42, pp 237-268.
- Radford, L., Bardini, C., Sabena, C., Diallo, P., & Simbagoye, A. (2005). On embodiment, artifacts, and signs: a semiotic-cultural perspective on mathematical thinking. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the PME 4*, 113-120. Malbourne: PME.
- Rivera, F. D., & Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM Mathematics Education*, 40(1), pp 65-82.
- Samson, D. A. (2008). Enactivism and Figural Apprehension in the Context of Pattern Generalisation. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantl, pp 501-508.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics* 20, pp 147-164.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics* 61(12), 133-162.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

On the SMART Storytelling Mathematics Education Based on Executable Expressions

Cho, Han Hyuk (Seoul National University)

Song, Min Ho (Sookmyung Women's University)

Recently, 3S Mathematics Education (Storytelling mathematics education, SMART mathematics education, and STEAM mathematics education) is emphasized. Based on recently published report on Storytelling mathematics textbook, we propose executable expression based SMART storytelling mathematics related to the elementary mathematic curriculum on 3D building blocks. We designed letters and expressions to represent three dimensional shape of 3D building blocks, and we compare its characteristics with that of LEGO blocks. We assert that text-based executable expressions not only construct what students want

to make but also teachers can read students thinking process and can support educational help based on students needs.

We also present linear function, quadratic function, and function variable concepts using executable expressions based on 3D building block as an example of SMART storytelling mathematics. This research was supported by the collaborated creativity mentoring project between Siheung City and college of education at Seoul National University. We hope designed executable expressions can be used for the development of SMART storytelling mathematics education.

* Key Words : Storytelling(스토리텔링), Mathematics Education(수학교육), Executable Expression, Learning Environments(학습 환경).

논문접수 : 2014. 4. 11

논문수정 : 2014. 5. 8

심사완료 : 2014. 5. 9