

와이블 수명분포와 대수정규 수리시간분포 하에서 가용도의 추정과 실증시험계획

서 순 근

동아대학교 산업경영공학과

Estimation and Demonstration Test Plan for Availability with Weibull Lifetime and Lognormal Repair Time

Seo, Sun-Keun

Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

<Abstract>

One important measure of performance for a repairable system is steady-state availability. In this paper, a method to estimate and establish confidence interval for the steady-state availability under Weibull lifetime and lognormal repair time distributions is proposed. Also, bias and mean squared error of a point estimator for an availability are investigated. In addition, a procedure to derive the sample size and critical value for availability demonstration test is presented and illustrated with a numerical example

Key Words: availability demonstration test, confidence interval, lognormal repair time, steady state availability, Weibull lifetime

1. 서 론

고장발생 시 원상태로 회복시키는 보전능력을 도입한 시스템 성능척도로 가용성(availability)을 들 수 있으며, 이는 신뢰성, 보전성, 보전지원성에 의존한다. 가용성의 계량적 척도인 가용도를 추정하기 위해서는 수명 및 수리시간분포를 고려해야 한다.

가용도는 수리 가능한 아이템이 규정된 방법으로 작동되고 신제품으로 보전될 때 특정 시점이나 규정된 기간 중에 요구되는 기능을 수행하고 있는 확률로 정의되며, 아이템이 작동할 확률 또는 시간비율로서 해석된다. 즉, 가용도 중 가장 널리 쓰이는 안정상태 (steady state) 가용도 A 는 일반적인 조건 하에서 극한 (limiting) 가용도가 존재한다면 다음이 성립된다 (Ebeling (2005), Lu and Mi (2011)).

$$A = \lim_{t \rightarrow 0} \Pr(\text{아이템이 시점 } t \text{에서 작동})$$

또한 독립이고 동일한 분포를 따르는 아이템의 수명과 수리시간이 각각 X, Y 일 때, X, Y 가 서로 독립이면 A 는 다음과 같이 주어진다.

$$A = \frac{E(X)}{E(X) + E(Y)} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{1}{1 + \rho}$$

여기서 $MTTF(MTTR)$ 는 Mean Time To Failure (Repair)이고, ρ 는 보전 또는 서비스계수로 불리며 $MTTR/MTTF$ 이다.

신뢰도/보전도/가용도(RAM)을 다루는 연구 중에서 가용도의 통계적 추론에 다루는 논문은 상대적으로 그리 많지 않다. 이런 연구 중에서 주로 한 부품의 가용도에 대한 추정과 신뢰한계 또는 가설검정을 다룬 연구들이 대상 수명분포와 수리시간분포에 따라 <표 1>에 정리되어 있다. 이들 연구 중에서 Weerahandi (1993)의 일반화

p-value 접근법을 이용한 Ananda (2003)와 Ananda and Gamage (2004) 외는 수명 또는 수리시간분포의 모수가 두 개일 때 한 모수는 알려져 있다고 가정하고 있다.

이 중에서 수명과 수리시간분포로서 가장 널리 쓰이는 와이블과 대수정규분포를 각각 따를 때의 연구로서 Masters et al. (1992)은 와이블 분포의 형상모수와 대수정규분포의 분산모수가 알려져 있다고 가정할 경우에 신뢰한계를 설정하는 절차를 제시하였으나, 이 신뢰한계가 와이블 분포의 척도모수에도 의존하는 단점을 가지고 있다. Anada and Gamage (2004)는 두 시간 분포의 두 모수가 모두 알려져 있지 않을 때 일반화 p-value 접근법을 이용하여 Monte Carlo 시뮬레이션에 의한 신뢰구간과 가설검정 절차를 제시하였지만, 실제 신뢰구간을 쉽게 도출할 수 없으므로 현업에서 이를 활용하기 어렵다. 또한 두 논문 모두 점 추정량의 통계적 성질을 조사하지 않았다.

한편 제품 수명주기의 설계 및 개발단계에서 완성된 설계안에 따른 시제품이 제품기획단계에서 규정된 기능적, 환경적, 신뢰성, 법적인 요건을 만족하는지 검증하는 설계검증(DV, design verification)과 양산인증 단계에 공정 타당성/실현성 확인(PV, process validation)용으로 실시되는 신뢰성 인증시험에는 신뢰성 실증시험(Reliability Demonstration or Substantiation Test: RDT)

과 신뢰성 수락시험(Reliability Acceptance Tests)이 포함된다. 이와 같이 현업에서 널리 쓰이는 신뢰성 실증시험(Guo et al. (2011))에 비해 가용성 실증시험(Availability Demonstration Test: ADT)에 대한 연구로 Usher and Taylor (2006) 외는 드문 편인데, 그 이유로는 가용도의 추정량에 대한 표집분포를 쉽게 구할 수 없는 등의 이론적 측면과 수명분포만 요구되는 RDT와 달리 수리시간분포도 요구되는 등으로 인해 현업에서 활용도가 떨어지는 실용적 측면을 들 수 있다. 그들은 수명 및 수리시간분포가 모두 지수분포를 따를 때 ADT 시험계획을 구하는 절차를 제시하고 수치예제를 대상으로 이를 예시하고 있다.

따라서 본 논문은 수명이 연관분포 중에서 가장 많이 채택되고 있는 와이블 분포를 따르고, 수리시간이 현장 데이터에 대한 적합도가 가장 높다고 알려진 대수정규분포를 따를 때 안정상태 가용도 A 에 대한 점 추정량의 편의(bias)와 평균제곱오차(Mean Squared Error: MSE)를 조사하여 이의 통계적 성질을 규명하고 이에 대한 단측 신뢰하한을 구하는 절차를 제시하고자 한다. 여기서 와이블 분포는 형상모수가, 대수정규분포는 분산모수가 알려져 있다고 가정하며, 더불어 전송된 A 의 추정량을 이용하여 ADT 계획을 도출하는 절차도 제안하고 수치예로서 이를 예시하고자 한다.

<표 1> 기존 연구의 분류

저자	수명분포	수리시간 분포
Thompson (1966) Krishna and Sharma (1995) Wang and Kececioglu (2000) Singh and Swaminathan (2002)	지수	지수
Gray and Lewis (1967) Gray and Schucany (1969) Ananda (2003)	지수	대수정규
Cabuk (1986)	지수	감마
Masters and Lewis (1987)	감마	대수정규
Lu and Mi (2011)	감마	감마
Chandrasekhar and Natarajan (1996)	지수와 특정 감마의 혼합(mixture)	대수정규
Chandrasekhar et al. (1994)	대수정규/역가우스	대수정규
Chandrasekhar and Natarajan (1997)	대수정규	역가우스
Masters et al. (1992)	와이블	대수정규
Ananda and Gamage (2004)	와이블/감마/대수정규	대수정규

2. 가용도의 추정

2.1 점 추정량과 신뢰한계

수명 X 는 형상모수와 척도모수가 각각 m, η 인 와이블 분포를 따를 때 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$f(x) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1} e^{-(x/\eta)^m}, \quad x > 0 \quad (1)$$

일반적으로 와이블 분포의 형상모수 m 은 대상 제품에 대한 과거 실적자료, 유사제품, 다양한 정보원로부터 유추할 수 있으므로 신뢰성 실증시험 등에서는 형상모수 값을 알고 있다고 가정하고 있다(Guo et al. (2011)). 즉, 수명 X 가 형상모수가 m 이고 척도모수가 η 인 와이블 분포(Weibull(m, η))를 따르면 T^m 은 평균이 η^m 인 지수분포를 따름을 이용한다.

또한 수리시간 Y 는 $\ln Y$ 의 평균과 분산이 각각 μ, σ^2 인 대수정규분포(LN(μ, σ^2))를 따를 때 확률밀도함수는 식 (2)와 같이 주어진다.

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma y} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln y - \mu}{\sigma}\right)^2}, \quad y > 0 \quad (2)$$

따라서 $MTTF$ 와 $MTTR$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$MTTF = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (3)$$

$$MTTR = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (4)$$

X 와 Y 로부터 각각 크기 n 인 독립적인 확률표본 $x_i, i=1, \dots, n$ 과 $y_j, j=1, \dots, n$ 을 얻을 경우를 고려하자. 여기서 x_i 와 y_i 가 교대로 발생하므로 n 을 동일한 경우로 한정해도 무방하다.

두 확률표본으로부터 다음을 정의하면,

$$U' = \frac{2 \sum_{i=1}^n x_i^m}{\eta^m} = \frac{2n \hat{\eta}^m}{\eta^m}$$

여기서, $\hat{\eta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m}{n}\right)^{1/m}$ 는 η 의 점추정량임.

$$V = \frac{e^{\hat{\mu}}}{e^{\mu}} = \frac{\bar{y}_G}{e^{\mu}}$$

여기서, $\hat{\mu} = \ln \bar{y}_G = \ln \left[\left(\prod_{j=1}^n y_j\right)^{1/n}\right]$ 는 μ 의 점추정량임.

U' 는 자유도가 $2n$ 인 χ^2 분포($\chi^2(2n)$)을, V 는 $LN(0, \sigma^2/n)$ 을 따른다(Masters et al. (1992)).

따라서 U' 와 V 가 독립이므로 $U = (U')^{1/m}$ 와 V 의 결합 확률밀도함수는 다음과 같다.

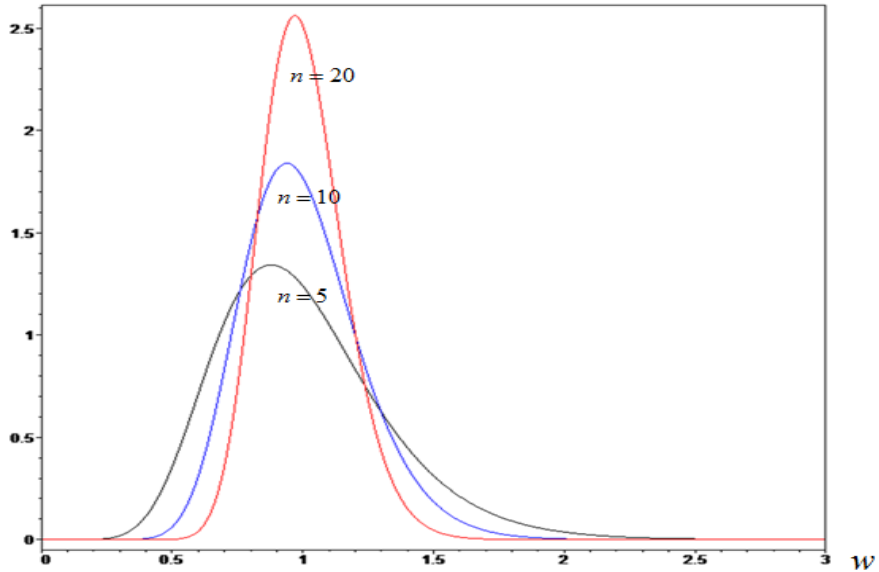
$$f(u, v) = \frac{m u^{nm-1} e^{-u^m/2} \sqrt{n} e^{-\frac{(\ln v)^2}{2\sigma^2/n}}}{\Gamma(n) 2^n \sqrt{2\pi} \sigma v}, \quad u > 0, v > 0$$

$\hat{\rho} = e^{\hat{\mu} + \frac{\sigma^2}{2}} / (\hat{\eta} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}))$ 로 두면 변수변환 방법에 의해 $W = \rho / \hat{\rho} = U / [(2n)^{1/m} V]$ 의 확률밀도함수는 식 (5)가 된다.

$$f(w) = c \int_0^\infty e^{-n \left[\frac{(\ln z)^2}{2\sigma^2} + (wz)^m \right]} (wz)^{nm-1} dz \quad (5)$$

여기서, $c = \frac{n^{n+\frac{1}{2}} m}{\sqrt{2\pi} \Gamma(n) \sigma}$

$m=2, \sigma=0.5$ 일 때 $n=5, 10, 20$ 일 경우에 W 의 확률분포가 <그림 1>에 도시되어 있는데, n 가 커지면 분포가 대칭 형태로 접근해 간다.



<그림 1> W의 분포: $m = 2, \sigma = 0.5$

Masters et al. (1992)은 본 논문과 달리 $W' = U'/V$ 의 확률밀도함수를 이용하여 A 에 대한 신뢰한계를 구하고 있는데, 식 (6)의 신뢰한계와 달리 이 한계가 n, m, σ 외에 η 에도 의존하는 단점을 가지고 있다.

W 의 $1 - \alpha$ 분위수를 w_α 로 두면, 식 (6)이 성립하므로,

$$\Pr(W = \rho/\hat{\rho} \geq w_\alpha) = \Pr(\rho \geq w_\alpha \hat{\rho}) \geq 1 - \alpha \quad (6)$$

ρ 에 대한 $100(1 - \alpha)\%$ 신뢰하한은 상기 식으로부터 구할 수 있다. 또한 $\hat{A} = 1/(1 + \hat{\rho}) = 1/[1 + (\rho/W)]$ 이므로 A 에 대한 $100(1 - \alpha)\%$ 신뢰하한은 $1/[1 + (\rho/w_\alpha)]$ 가 된다.

상기의 신뢰한계를 설정하는데 도움이 될 수 있도록 m 가 1, 1.5, 2, 3, 4이고, σ 가 0.3, 0.5, 1.0이며, n 가 5~30일 때 기호연산 소프트웨어인 Maple (2011)에 의해 도출한 W 의 분위수 값(90% 양측 신뢰구간의 도출이 가능하도록 $\alpha = 0.95$ 인 경우가 추가됨)이 <표 2>에 정리되어 있다.

2.2 편의와 MSE

가용도에 대한 추정량의 통계적 성질을 조사하기

위해 두 분포의 모수와 n, ρ 에 따른 편의와 MSE를 구하고자 한다. 먼저 W 의 확률밀도함수(식 (5))와 $\hat{A} = 1/[1 + (\rho/W)]$ 로부터 편의($E(\hat{A}) - A$)와 분산($Var(\hat{A})$)를 수치적분으로 구할 수 있다.

따라서 가용도의 참값 A 를 고려한 상대 편의와 더불어, \hat{A} 에 대한 편의와 분산으로부터 구해진 상대 MSE가 다음과 같이 정의된다.

$$\text{상대 편의} = \frac{E(\hat{A}) - A}{A}$$

$$\text{상대 MSE} = \frac{(E(\hat{A}) - A)^2 + Var(\hat{A})}{A^2}$$

$m = 2, \sigma = 0.5, n = 10$ 일 때 $1/\rho$ 에 따른 상대 편의와 상대 MSE의 제곱근(상대 RMS(Root Mean Square))을 <그림 2>와 <그림 3>에서 볼 수 있다. 또한 n 에 따른 상대 편의도 <그림 4>에 도시되어 있다.

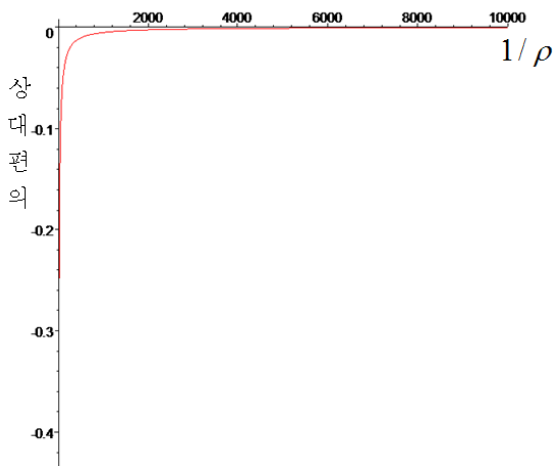
이로부터 n 가 크거나 ρ 가 작아질수록 상대 편의와 MSE가 급속하게 작아지며, 상대 편의를 보면 모든 경우에 가용도를 낮게 평가하고 있어 보수적인 관점에서 충분히 활용할 수 있음을 파악하였다.

<표 2> W의 분위수

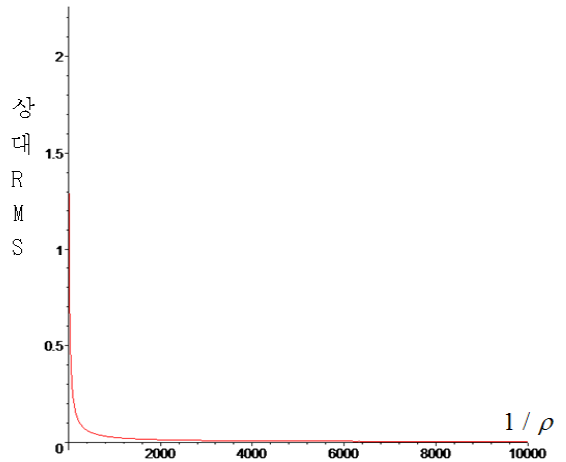
m	σ	q	n									
			5	6	7	8	10	12	15	20	25	30
1	0.3	0.01	.2475	.2883	.3231	.3531	.4023	.4415	.4874	.5433	.5835	.6144
		0.05	.3836	.4247	.4584	.4866	.5316	.5663	.6060	.6529	.6860	.7109
		0.10	.4756	.5144	.5456	.5713	.6118	.6425	.6772	.7175	.7456	.7666
		0.95	1.898	1.811	1.744	1.690	1.610	1.552	1.489	1.418	1.371	1.337
	0.5	0.01	.2335	.2731	.3069	.3362	.3846	.4233	.4691	.5251	.5658	.5972
		0.05	.3662	.4068	.4402	.4684	.5135	.5485	.5688	.6366	.6705	.6962
		0.10	.4574	.4963	.5276	.5537	.5947	.6260	.6615	.7030	.7320	.75381.
		0.95	2.015	1.912	1.833	1.771	1.678	1.611	1.539	1.460	1.406	368
	1.0	0.01	.1815	.2158	.2459	.2725	.3176	.3545	.3994	.4558	.4979	.5310
		0.05	.3011	.3396	.3719	.3995	.4448	.4806	.5226	.5737	.6106	.6389
		0.10	.3897	.4283	.4601	.4868	.5297	.5630	.6014	.6471	.6796	.7043
		0.95	2.537	2.357	2.224	2.122	1.971	1.866	1.754	1.634	1.555	1.499
1.5	0.3	0.01	.3836	.4254	.4596	.4881	.5336	.5684	.6083	.6552	.6882	.7131
		0.05	.5165	.5537	.5833	.6076	.6456	.6742	.7064	.7436	.7694	.7887
		0.10	.5982	.6313	.6572	.6784	.7111	.7354	.7627	.7938	.8152	.8310
		0.95	1.577	1.524	1.484	1.451	1.401	1.365	1.325	1.280	1.249	1.227
	0.5	0.01	.3527	.3933	.4267	.4549	.4990	.5355	.5761	.6245	.6589	.6851
		0.05	.4835	.5208	.5508	.5757	.6148	.6445	.6783	.7177	.7452	.7659
		0.10	.5664	.6002	.6271	.6492	.6834	.7092	.7381	.7715	.7946	.8118
		0.95	1.710	1.640	1.587	1.545	1.482	1.436	1.386	1.331	1.294	1.266
	1.0	0.01	.2518	.2878	.3185	.3452	.3896	.4253	.4679	.5206	.5594	.5896
		0.05	.3754	.4126	.4434	.4695	.5117	.5447	.5830	.6291	.6621	.6873
		0.10	.4620	.4980	.5273	.5517	.5906	.6205	.6548	.6952	.7238	.7454
		0.95	2.261	2.116	2.008	1.926	1.804	1.718	1.627	1.528	1.465	1.417
2.0	0.3	0.01	.4739	.5131	.5445	.5704	.6109	.6416	.6763	.7166	.7446	.7656
		0.05	.5959	.6288	.6547	.6758	.7085	.7329	.7600	.7912	.8127	.8286
		0.10	.6677	.6962	.7184	.7364	.7640	.7845	.8071	.83291.	.8505	.8635
		0.95	1.447	1.407	1.376	1.351	1.313	1.285	1.254	219	.1196	1.178
	0.5	0.01	.4260	.4645	.4959	.5228	.5635	.5954	.6320	.6751	.7056	.7287
		0.05	.5488	.5827	.6098	.6321	.6669	.6932	.7229	.7574	.7814	.7993
		0.10	.6243	.6544	.6783	.6977	.7278	.7503	.7755	.8044	.8244	.8392
		0.95	1.593	1.535	1.491	1.456	1.404	1.366	1.324	1.278	1.247	1.224
	1.0	0.01	.2875	.3232	.3535	.3796	.4228	.4574	.4985	.5490	.5860	.6147
		0.05	.4110	.4469	.4766	.5015	.5418	.5731	.6094	.6529	.6840	.7078
		0.10	.4961	.5303	.5580	.5811	.6177	.6458	.6779	.7158	.7426	.7628
		0.95	2.166	2.032	1.933	1.856	1.744	1.664	1.580	1.489	1.429	1.387

<표 2> (계속) W 의 분위수

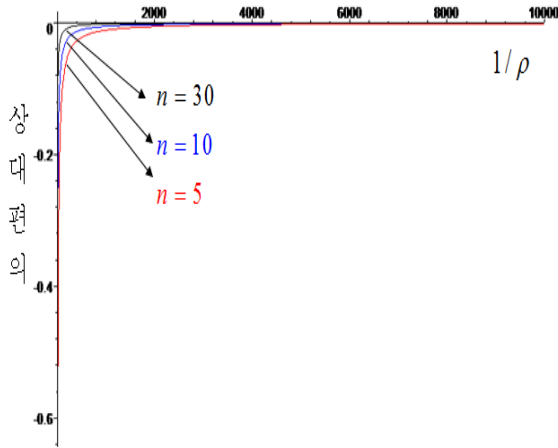
m	σ	q	n									
			5	6	7	8	10	12	15	20	25	30
3	0.3	0.01	.5778	.6113	.6377	.6593	.6927	.7178	.7459	.7783	.8006	.8173
		0.05	.6808	.7077	.7288	.7459	.7720	.7915	.8131	.8377	.8546	.8671
		0.10	.7397	.7625	.7803	.7946	.8165	.8326	.8504	.8705	.8843	.8944
		0.95	1.340	1.310	1.286	1.267	1.239	1.218	1.194	1.168	1.150	1.136
	0.5	0.01	.5018	.5364	.5644	.5875	.6241.7	.6521	.6840	.7215	.7479	.7678
		0.05	.6127	.6423	.6659	.6852	153	.7380	.7636	.7931	.8137	.8290
		0.10	.6797	.7057	.7261	.7428	.7685	.7877	.8092	.8338	.8508	.8634
		0.95	1.504	1.455	1.417	1.388	1.343	1.311	1.275	1.236	1.210	1.190
	1.0	0.01	.3188	.3537	.3833	.4087	.4506	.4839	.5235	.5719	.6073	.6347
		0.05	.4421	.4765	.5048	.5286	.5669	.5966	.6311.6	.6723	.7017	.7242
		0.10	.5260	.5582	.5843	.6060	.6405	.6669	971	.7327	.7578	.7768
		0.95	2.102	1.975	1.881	1.808	1.702	1.627	1.547	1.461	1.405	1.365
4	0.3	0.01	.6311	.6606	.6839	.7028	.7321	.7541	.7786	.8068	.8263	.8409
		0.05	.7222	.7458	.7641	.7790	.8018	.8187	.8375	.8589	.8735	.8844
		0.10	.7741	.7940	.8094	.8218	.8407	.8547.1	.8701	.8876	.8995	.9083
		0.95	1.299	1.271	1.250	1.234	1.208	190	1.169	1.146	1.131	1.119
	0.5	0.01	.5362	.5685	.5945	.6161	.6503	.6763	.7060	.7409	.7655	.7840
		0.05	.6411	.6685	.6903	.7082	.7360	.7570	.7807	.8080	.8271	.8413
		0.10	.7043	.7282	.7470	.7623	.7859	.8036	.8234	.8461	.8617	.8734
		0.95	1.472	1.425	1.390	1.362	1.321	1.290	1.257	1.220	1.196	1.178
	1.0	0.01	.3314	.3660	.3951	.4202	.4614	.4943	.5331	.5807	.6155	.6424
		0.05	.4550	.4886	.5162	.5395	.5769	.6059	.6396	.6798	.7086	.7305
		0.10	.5386	.5699	.5952	.6163	.6497	.6754	.7047	.7394	.7638	.7823
		0.95	2.083	1.958	1.865	1.793	1.688	1.615	1.536	1.452	1.397	1.357



<그림 2> 상대 편의: $m = 2, \sigma = 0.5, n = 10$



<그림 3> 상대 RMS: $m = 2, \sigma = 0.5, n = 10$



<그림 4> n에 따른 상대 편의: $m = 2, \sigma = 0.5$

2.3 적용예제

수명은 형상모수(m)가 1.5인 와이블 분포를, 수리시간은 σ 가 0.5인 대수정규분포를 따른다고 알려져 있다. 10회 관측한 작동시간과 수리시간(단위: hr)이 다음과 같다.

작동시간: 456, 161, 231, 845, 175, 547, 306, 52, 621, 119
 수리시간: 4.9, 1.4, 5.4, 5.1, 3.2, 2.8, 1.6, 3.6, 5.6, 1.8

먼저 $\sum_{i=1}^{10} x_i^{1.5} = 77,463.91$ 이고 $\prod_{j=1}^{10} y_j = 98,283.15$

가 되므로 $\hat{\eta} = 391.50, \hat{\mu} = 1.150$ 로 추정된다.

따라서 $\hat{\rho} = 0.0101$ 가 되므로 $\hat{A} = 0.990$ 가 된다. 또한 A 에 대한 90% 신뢰하한은 식 (6)과 <표 2>로부터 $1 / (1 + \frac{0.0101}{0.6834}) = 0.9854$ 가 된다.

3. 가용도 실증시험

3.1 시험계획

아이템의 구매자는 낮은 가용도($A_1 = 1 / (1 + \rho_1)$)를 가진 제품의 시험 합격확률(소비자 위험률인 β)을 낮게 보증하는 시험계획에 관심을 가진다. 한편 생산

자는 높은 가용도($A_0 = 1 / (1 + \rho_0) > A_1$)를 가진 제품의 시험 불합격 확률(생산자 위험률인 α)을 낮도록 설정하는데 관심이 있다. 이럴 경우에 유용한 가용도 실증시험(ADT)은 다음과 같은 절차로 수행된다.

- (i) 채택 가능한 가용도의 하한(A_0)과 기각해야 될 가용도의 상한(A_1)을 정한다.
- (ii) 허용할 수 있는 생산자와 소비자 위험률(각각 α 와 β)을 설정하고, 과거 실적자료 또는 유사한 아이টে에 대한 정보 등으로부터 와이블 수명분포의 m 과 대수정규 수리시간 분포의 σ 를 구한다.
- (iii) (i)과 (ii)의 조건 하에서 ADT 시험계획인 표본 크기(n)와 임계값(c_A)을 설정한다.
- (iv) 각각 n 회의 수명과 수리시간 데이터로 구한 가용도 값이 임계값이상이면 대상 아이템이 가용도 기준을 입증하고 있음을 확인할 수 있다.

즉, 상기 절차에 따른 ADT에 대한 시험계획은 $\hat{A} \geq c_A$ 또는 $\hat{\rho} \leq c_\rho$ 가 되면 시험에 합격하므로 다음 두 조건을 만족하는 n 과 c_A (또는 c_ρ)을 규정하는 문제가 된다(Usher and Taylor(2006)).

$$\Pr(\hat{A} \geq c_A | A_0) = \Pr(\hat{\rho} \leq c_\rho | A_0) = \Pr(W \geq \rho_0 / c_\rho) \geq 1 - \alpha \tag{7}$$

$$\Pr(\hat{A} \geq c_A | A_1) = \Pr(\hat{\rho} \leq c_\rho | A_1) = \Pr(W \geq \rho_1 / c_\rho) \leq \beta \tag{8}$$

식 (7)과 (8)로부터 다음과 같은 관계가 성립하므로,

$$\frac{\rho_0}{c_\rho} \leq w_\alpha, \quad \frac{\rho_1}{c_\rho} \geq w_{1-\beta}$$

먼저 식 (9)를 만족하는 n (즉, n_0)을 구한다.

$$\frac{w_{1-\beta}}{w_\alpha} \leq c_\rho \leq \frac{\rho_1}{\rho_0} = d, \quad \text{여기서 } d \geq 1 \text{ 임.} \tag{9}$$

여기서 식 (7)의 좌변 확률이 (근사적으로) $1 - \alpha$ 가 되도록 설계한다면 c_ρ 또는 c_A 가 다음 식에 의해 설정된다.

$$c_\rho = \frac{\rho_0}{w_\alpha}, c_A = \frac{1 - A_0}{A_0 w_\alpha} \tag{10}$$

위와 같이 설정된 ADT 계획(n_0, c_A)의 가용도 A 에 대한 합격확률인 검사특성(OC)곡선은 다음과 같이 구해진다.

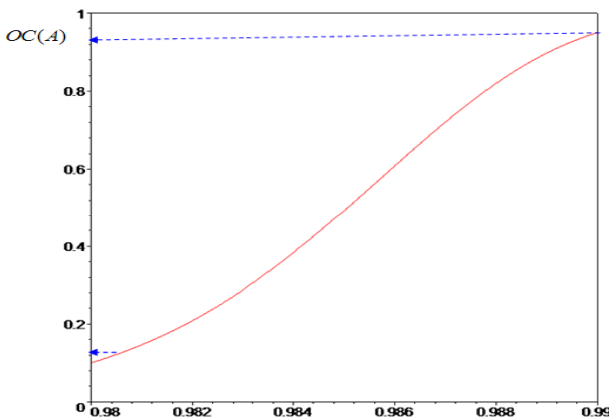
$$\begin{aligned} \Pr(a) &= \Pr(\hat{A} \geq c_A \mid A = a, n = n_0) = \\ \Pr(\hat{\rho} \leq c_\rho \mid A = a, n = n_0) &= \\ \Pr(W \geq \frac{1-a}{ac_\rho} \mid A = a, n = n_0) & \end{aligned} \tag{11}$$

3.2 수치예제

수명은 형상모수(m)가 2인 와이블 분포를, 수리시간은 σ 가 0.5인 대수정규분포를 따른 경우를 고려하자. A 가 0.99(즉, ρ 는 1/99)일 때 불합격 확률(α)이 0.05이고, A 가 0.98(ρ 는 1/49)일 때 합격 확률(β)이 0.05인 가용도 실증시험을 설계하고자 한다.

$d = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{A_0}{1 - A_0} \times \frac{1 - A_1}{A_1} = 2.02$ 을 만족하는 n 를 식(9)로부터 구하면 $n_0 = 9$ 가 되며, 식 (10)을 만족하는 $c_\rho = \frac{\rho_0}{w_{0.05}} = 0.01552$ 가 된다.

상기 시험계획에 대해 식 (11)로 구한 OC 곡선은 <그림 5>에서 확인할 수 있다.



<그림 5> 수치예제의 OC곡선

4. 결론

수리가능 시스템의 신뢰성에 관한 척도로 안정상태 가용도가 널리 쓰이고 있다. 이런 가용도를 추정하는 연구논문은 다른 신뢰성 분야에 비해 그리 많지 않은 편이다.

따라서 본 논문은 대표적인 수명 및 수리시간분포인 와이블과 대수정규 분포를 따를 때 안정상태 가용도에 대한 점 추정량의 분포를 구하고, 이의 편의와 평균제곱오차를 조사하여 통계적 성질을 규명하였다. 이로부터 기존 연구결과를 개선한 가용도에 대한 신뢰한계를 구하는 절차도 제시하였다. 여기서 와이블 분포는 형상모수가, 대수정규분포는 분산관련 모수(형상모수)가 알려져 있다고 가정하였다.

더불어 전술된 안정상태 가용도의 추정량을 이용하여 가용성 실증시험 계획을 도출하는 절차도 제안하고 수치예로서 이를 예시하였다.

본 논문은 비교적 연구가 활발하지 않는 가용도에 대한 관심과 보급에 기여할 것으로 판단되며, 가용도의 신뢰구간을 설정할 때 각 분포의 한 모수를 알고 있다고 가정하고 있는 제약을 해결할 수 있는 후속연구가 요망된다.

참고문헌

- [1] Ananda, M. M. A. (2003), "Confidence Intervals for Steady State Availability of a System with Exponential Operating Time and Lognormal Repair Time, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 137, 499-509.
- [2] Ananda, M. M. A. and Gamage, J. (2004), "On Steady State Availability of a System with Lognormal Repair Time," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 150, 409-416.
- [3] Cabuk, S. (1986), "Simple Test of Hypotheses on System Availability and Mean Time to Repair," *IEEE Transactions Reliability*, Vol. 35, 581-583.
- [4] Chandrasekhar P. R. and Natarajan, R. (1996), "Confidence Limits for Steady-State Availability of Systems with a Mixture of exponential and Gamma

- Operating Time and Lognormal Repair Time,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 36, 1303-1304.
- [5] Chandrasekhar, P. and Natarajan, R. (1997), “Confidence Limits for Steady State Availability of Systems with Lognormal Operating Time and Inverse Gaussian Repair Time,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 37, 969-971.
- [6] Chandrasekhar, P., Natarajan, R. and Sujatha (1994), “Confidence Limits for Steady State Availability of Systems,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 34, 1365-1367.
- [7] Ebeling C. E. (2005), *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, 2nd ed., Waveland Press, USA.
- [8] Gray, H. and Lewis, T. (1967), “A Confidence Interval for the Availability Ratio,” *Technometrics*, Vol. 9, 465-471.
- [9] Gray, H. and Schucany, W. (1969), “Lower Confidence Limits for Availability Assuming Lognormally Distributed Repair Times,” *IEEE Transactions Reliability*, Vol. 18, 157-162.
- [10] Guo, H., Liao, H., Gerokostopoulos, A., and Mettas, A. (2011), “Design of Reliability Demonstration Testing for Repairable Systems,” *2011 Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium*, 1-6.
- [11] Krishna, H. and Sharma, K. K. (1995), “Inferences on Availability Ratio,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 35, 105-108.
- [12] Lu, M. and Mi, J. (2011), “Statistical Inference about Availability of System with Gamma Lifetime and Repair Time,” *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, Vol. 18, 1-24.
- [13] Maplesoft (2011), *Maple™ 15*, Maplesoft, Waterloo, Canada.
- [14] Masters, B. and Lewis, T. (1987), “A Note on the Confidence Interval for the Availability Ratio,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 27, 487-492.
- [15] Masters, B., Lewis, T. and Kolarik, W. (1992), “A Confidence Interval for the Availability Ratio for the Systems with Weibull Operating Time and Lognormal Repair Time,” *Microelectronics Reliability*, Vol. 32, 89-99.
- [16] Singh, V. P. and Swaminathan, S. (2002), “Sample Sizes for System Availability,” *2002 Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium*, 51-55.
- [17] Thompson, M. (1966), “Lower Confidence Limits and a Test of Hypotheses for System Availability,” *IEEE Transactions Reliability*, Vol. 15, 32-36.
- [18] Wang, W., and Kececioglu, D. B. (2000), “Confidence limits on the Inherent Availability of Equipment,” *2000 Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium*, 162-167.
- [19] Usher, J. H., and Taylor, G. D. (2006), “Availability Demonstration Testing,” *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 22, 473-479.
- [20] Weerahandi, S. (1993), “Generalized Confidence Intervals,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 88, 899-905.