

속도의존성 결정소성 모델 기반의 유한요소해석을 통한 BCC 금속의 변형 집합조직 예측

김동규¹ · 김재민² · 박원웅² · 임용택[#] · 이용신³

Prediction of Deformation Texture in BCC Metals based on Rate-dependent Crystal Plasticity Finite Element Analysis

D. K. Kim, J. M. Kim, W. W. Park, Y. T. Im, Y. S. Lee

(Received March 12, 2014 / Revised April 30, 2014 / Accepted May 7, 2014)

Abstract

In the current study, a rate-dependent crystal plasticity finite element method (CPFEM) was used to simulate flow stress behavior and texture evolution of a body-centered cubic (BCC) crystalline material during plastic deformation at room temperature. To account for crystallographic slip and rotation, a rate-dependent crystal constitutive law with a hardening model was incorporated into an in-house finite element program, *CAMPform3D*. Microstructural heterogeneity and anisotropy were handled by assigning a crystallographic orientation to each integration point of the element and determining the stiffness matrix of the individual crystal. Uniaxial tensile tests of single crystals with different crystallographic orientations were simulated to determine the material parameters in the hardening model. The texture evolution during four different deformation modes - uniaxial tension, uniaxial compression, channel die compression, and simple shear deformation - was investigated based on the comparison with experimental data available in the literature.

Key Words: Crystal Plasticity, Finite Element Method, Texture, Microstructure, BCC Metal

1. 서 론

철강 소재의 생산과정은 일련의 소성가공 처리를 포함하며, 재료는 그에 따른 미세조직의 변화를 수반하게 된다. 이 때, 소재를 구성하는 결정립의 크기 및 전위 밀도 변화와 함께 결정방위가 일정한 방향으로 배향되면서 결정학적인 집합조직이 발달한다. 이러한 미세조직 변화는 거시적인 강도 및 이방성과 같은 소재의 기계적 성질 및 성형성에 영향을 미치게 된다.

소재의 소성 이방성 거동을 예측하는 데 있어 현상

학적인 항복함수 기반의 유한요소기법이 주로 사용되어 왔다. 하지만, 이러한 방법은 항복함수의 계수를 결정하기 위해 많은 수의 실험이 수반되며, 소재의 변형 동안 점진적으로 발생하는 집합조직의 발달 및 변화로 인한 소재 거동을 예측하는 데 있어 한계를 보인다. 최근에는 이에 대한 대안으로 결정소성 이론을 도입한 결정소성 유한요소법(crystal plasticity finite element method, CPFEM)을 이용해서 소성변형 중에 발달하는 집합조직을 예측하고 이러한 집합조직이 소재의 이방성에 미치는 영향을 이해하기 위한 연구가 활발히 이루어지고 있다[1~4].

1. 한국원자력연구원 중성자과학연구부

2. KAIST 기계공학과 대학원

3. 국민대학교 기계공학과, E-mail: yslee@kookmin.ac.kr

Corresponding Author: KIMM Office of the President, KAIST CAMP Laboratory, Mechanical Engineering Dept., E-mail: ytim@kaist.ac.kr

기존의 연구[1~3]는 주로 슬립계의 수가 적은 알루미늄이나 구리와 같은 면심입방(face-centered cubic, FCC) 결정 구조를 갖는 재료에 대해 이루어졌으며, 유한요소 각 적분점이 균질한 변형을 받는 다결정 집합체로 이루어진 것으로 가정하는 Taylor 모델[5]을 도입하였다. 하지만, 이 경우 집합조직의 발달 강도가 실험에 비해 과하게 예측된다고 알려져 있는 데 이는 해석 상의 평형조건을 만족시키지 못하기 때문이다.

실제 재료는 각 결정립별로 주어진 결정방위에 따라 상이한 슬립시스템 간 전위들의 상호작용과 변형 이력을 겪게 되며 결정립계에서는 이웃한 결정립 간 상호작용을 수반하게 되어 결정립의 회전에 영향을 미치게 된다. 이러한 결정립 단위에서의 미시소성 메커니즘을 감안하기 위해서는 유한요소 각 적분점에 대해 개별 방위를 부여함으로써 각 위치에서의 구성 방정식을 계산하여 결정립계에서의 적합조건과 평형 조건 모두를 만족시킬 수 있다[4]. 또한, 각 결정립별로 상이한 경화특성을 정확히 모사하기 위해서는 주어진 결정방위에 따른 유동응력 거동을 잘 모사하는 것이 선행되어야 한다.

따라서, 본 연구에서는 Taylor 모델의 한계를 극복하기 위해 유한요소 적분점별로 개별방위를 부여함으로써 가상의 다결정체 미세조직을 모사하였다. 속도 의존성 단결정 결정소성 모델 기반의 3차원 결정소성 유한요소해석을 통해 체심입방(body-centered cubic, BCC) 결정 구조를 갖는 금속재료의 집합조직 발달 거동을 예측함으로써 이러한 변형 집합조직이 소재의 기계적 특성에 미치는 영향에 대한 이해를 돕고자 하였다. 이 때, 단결정의 결정방위별 유동응력 거동을 정확히 모사하기 위해 속도 의존성 결정소성 구성모델과 임계분해 전단응력의 변화를 표현하는 변형경화 모델에 포함된 물성 매개변수들을 실험 결과와의 비교를 통해 역산하였다. 단결정의 결정방위별 일축 인장 해석을 통해 결정된 물성 매개변수들을 사용하여 네 가지의 서로 다른 변형 모드 하에서의 미세조직 및 집합조직 변화를 예측하고 기존 문헌에서 보고된 실험 결과와 비교 고찰하였다.

2. 결정소성 모델

소성 속도구배텐서(\mathbf{L}^p)는 각 슬립계에서의 전단 변형($\dot{\gamma}^\alpha$)의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{L}^p = \sum_{\alpha=1}^n \dot{\gamma}^\alpha \mathbf{s}^\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha = \sum_{\alpha=1}^n \boldsymbol{\mu}^\alpha \dot{\gamma}^\alpha + \sum_{\alpha=1}^n \boldsymbol{\omega}^\alpha \dot{\gamma}^\alpha \quad (1)$$

이때, $\boldsymbol{\mu}^\alpha$ 와 $\boldsymbol{\omega}^\alpha$ 은 각각 현재 형상의 α 슬립계의 슬립면 법선벡터(\mathbf{n}^α)와 슬립방향벡터(\mathbf{s}^α)로 정의된 Schmid[6] 텐서의 대칭부와 비대칭부이다.

전단변형률 속도($\dot{\gamma}^\alpha$)와 전단응력(τ^α)의 관계는 다음의 속도의존성 모델[7]을 도입하였다.

$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^\alpha}{\tau_c^\alpha} \right|^{1/m} \quad (2)$$

위 식에서 $\dot{\gamma}_0$ 은 기준 전단변형률 속도이고, τ_c^α 는 임계분해 전단응력이다.

분해전단응력은 결정립의 진응력을 슬립계에 투영하여 다음과 같이 구한다.

$$\tau^\alpha = \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\mu}^\alpha \quad (3)$$

변형경화는 임계분해 전단응력의 증가로 인해 야기되며 이는 다음과 같이 모사된다[8].

$$\dot{\tau}_c^\alpha = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} |\dot{\gamma}^\beta| \quad (4)$$

$h_{\alpha\beta}$ 는 슬립경화계수로 모든 활성슬립계의 슬립에 의한 경화를 고려해준다. Peirce 등[9]은 다음과 같은 선형수식 모델을 제시하였다.

$$h_{\alpha\beta} = h_\beta \left(q + (1-q)\delta_{\alpha\beta} \right) \quad (5)$$

여기서, $\delta_{\alpha\beta}$ 는 크로네커 델타이며, 경화계수 h_β 는 다음과 같다[10].

$$h_\beta = h_0 \left(1 - \frac{\tau_c^\beta}{\tau_s} \right)^a \quad (6)$$

h_0 는 초기 경화계수, τ_s 는 포화 유동응력에 도달했을 때 분해전단응력이다.

유한요소 각 적분점은 개별 결정방위를 갖는 단결정으로 가정되며, 이 때의 응력 및 변형률 사이의 구성방정식은 식 (2)와 (3)을 식 (1)에서의 우변의 변형률 항에 대입함으로써 구한다.

Table 1 Parameters fitted for uniaxial tension of Fe single crystals

$\dot{\gamma}_0$ [s^{-1}]	m	τ_0 [MPa]	τ_s [MPa]	h_0 [MPa]	a	q
0.001	0.05	20	80	140	0.1	1.4

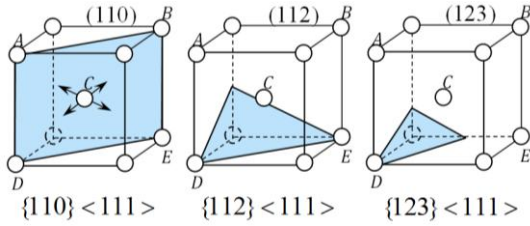


Fig. 1 Slip systems of BCC crystalline materials

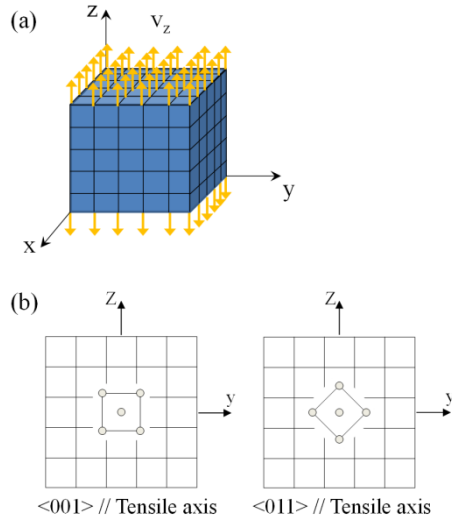


Fig. 2 (a) FE mesh and boundary condition applied for uniaxial tension of single crystals and (b) initial orientation of single crystals

$$\sigma' = \left[\sum_{\alpha=1}^n \frac{\dot{\gamma}_0^\alpha}{\tau_c^\alpha} \left| \frac{\tau_c^\alpha}{\tau_s^\alpha} \right|^{\frac{1}{m}-1} \mu^\alpha \otimes \mu^\alpha \right]^{-1} \dot{\epsilon} \quad (7)$$

이와 같은 구성관계식을 식 (8)과 같은 강점소성 유한요소 약형에 도입한다.

$$\int_V \delta \dot{\epsilon}^T \sigma' dV + \int_V K_p \delta \dot{\epsilon}_v^T \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_F} \delta v^T t^* dS = 0 \quad (8)$$

이때, σ' 과 t^* 은 각각 편차응력과 표면력을 나타내고, K_p 은 벌칙상수를 나타낸다.

본 연구에서는 강점소성 유한요소해석 프로그램인 CAMPform3D[11]를 사용해 해석을 수행하였다.

3. 결정소성 유한요소해석

결정소성 모델 기반의 유한요소해석의 신뢰도를 높이기 위해서는 임의로 주어진 결정방위에 따른 유동응력 거동을 잘 모사하는 것이 선행되어야 한다. 즉, 주어진 외력에 대해 결정방위별로 다르게 나타나는 유동특성을 정확히 모사하기 위해서는 식 (3)에서와 같이 결정립의 슬립시스템에서의 전단변형과 전단응력의 관계를 올바르게 설정해 주어야 하며, 이를 위해서는 임계분해 전단응력의 변화를 정확히 표현하는 것이 매우 중요하다.

유한요소의 각 적분점은 개별적인 결정방위를 갖는 결정립으로 가정하였다. 단결정의 결정방위별 유동응력 거동을 모사하기 위한 해석에서는 변형 전의 전체 유한요소 적분점이 갖는 초기 결정방위는 모두 동일하다고 설정하였다. 단결정에 대한 일축인장 해석을 수행하고 문헌의 실험 결과[12]와의 비교를 통해 식 (4)-(6)에 주어진 바와 같은 속도 의존성 결정소성 구성모델과 변형경화 모델에 포함된 물성 매개변수들을 역산하였다.

단결정의 결정방위별 일축인장 해석을 통해 결정된 물성 매개변수들을 사용하여 다결정의 일축인장(uniaxial tension), 일축 압축(uniaxial compression), 채널 다이 압축(channel die compression), 단순 전단(simple shear) 변형 모드에 따른 집합조직 발달 거동을 예측하기 위한 해석을 수행하였다.

3.1 단결정의 결정방위별 유동응력

개발된 결정소성 유한요소해석 프로그램에 대해 검증하고 해석의 신뢰도를 높이기 위해서 단결정의 결정방위별 일축인장 해석을 통해 유동응력을 예측하고 문헌[12]의 실험결과와 비교 고찰하였다.

해석 대상 소재는 Fig. 1에 주어진 바와 같은 슬립시스템을 갖는 BCC 결정의 고순도 철(ferrovac E iron)이며, 경계조건은 Fig. 2(a)에서와 같이 z 축의 위아래 각 면에서의 절점들 면에 수직한 속도성분을 부여하여 문헌에서의 실험조건과 동일하게 변형률 속도를 $0.00033 s^{-1}$ 으로 일정하게 유지하면서 일

축 인장변형을 가하였다. 해석에는 3 차원 육면체 선형 요소 125 개를 사용하였고, 각 적분점은 단결정으로 이루어진다고 가정하였으며, 변형 전의 초기 결정방위는 인장 방향인 z 축 방향으로 단결정의 특정 결정면이 정렬된 것으로 설정하였다. 이때, 두 단결정의 특정 결정면은 Fig. 2(b)에서와 같이 각각 [001]과 [011]으로 설정하였다.

Fig. 3은 결정방위별 단결정의 일축 인장 해석을 통해 유동응력을 예측하고, 실험결과와 비교한 결과를 보여주고 있다. 초기의 항복점은 τ_0 에 의해 결정되며 변형경화 정도 및 경화율은 τ_s 와 h_0 에 의해 결정된다. 이점을 토대로 시행착오 반복법을 통해서 (2)의 속도 의존성 모델과 식 (4)-(6)의 경화 모델에 사용된 물성 매개변수들은 Table 1에 주어진 바와 같이 도출되었다. 초기 결정방위가 [001]과 [011]로 서로 다를 때 두 단결정의 유동거동 예측 결과는 초기 항복점 및 경화속도 측면에서 실험 결과와 상당히 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 다만, Fig. 3(a)의 [001] 결정방위의 단결정에 대한 유동응력의 경우 전반적으로 해석결과가 실험결과를 잘 따르기는 하지만 변형이 누적될수록 해석결과가 실험 결과에 비해 다소 높게 예측되었다. 이러한 차이는 속도 의존성 모델과 경화 모델에 적용된 매개변수들의 최적화를 통해 보다 더 줄일 수 있을 것이다. 다만, 실제 실험에 있어서도 단결정의 결정방위를 정확하게 제어하기 어려운 점을 감안한다면, 오차범위 내에서 실험결과를 비교적 잘 재현하고 있다고 사료된다.

3.2 다결정의 변형 집합조직

앞서 단결정의 결정방위별 인장에 대한 결정소성 유한요소해석을 통해 도출된 속도 의존성 모델과 경화 모델에 적용된 물성 매개변수들을 이용하여 다결정의 변형에 대한 해석을 실시하였다. 변형 전의 전체 유한요소 적분점이 갖는 초기 결정방위는 특정한 방향성을 가지지 않는 무작위한 형태를 갖는다고 가정하였다. Fig. 4는 다결정의 초기 결정방위분포를 등적 극점도(equal area pole figure)로 나타낸 것이다. 본 연구에서는 EDAX TSL OIM(orientation image microscopy) analysis v6.1 프로그램을 사용하여 극점도를 도시하였다.

다결정의 변형 해석에 적용된 경계조건은 Fig. 5에 주어진 바와 같다. 일축 인장 및 압축의 경우

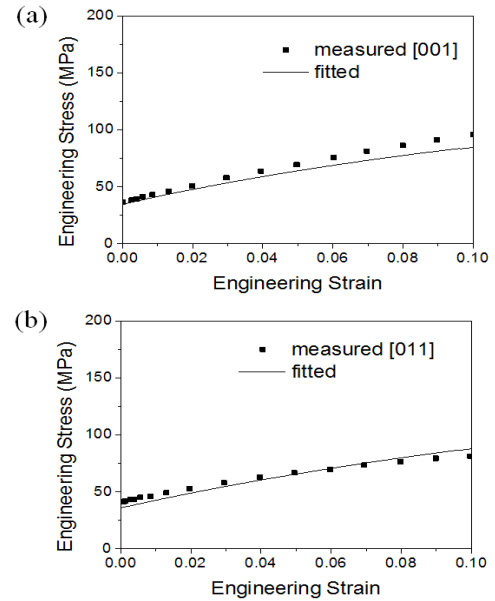


Fig. 3 Fitted stress-strain curves obtained by CPFE analysis for Fe single crystals with the tensile axes parallel to (a) [001] and (b) [011]

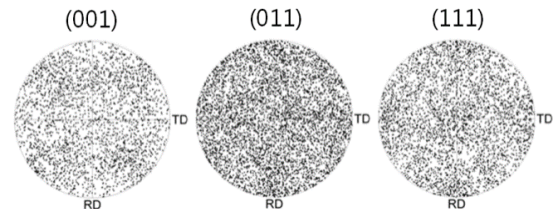


Fig. 4 Initial orientation distribution represented by 1000 different crystals in terms of equal area pole figure

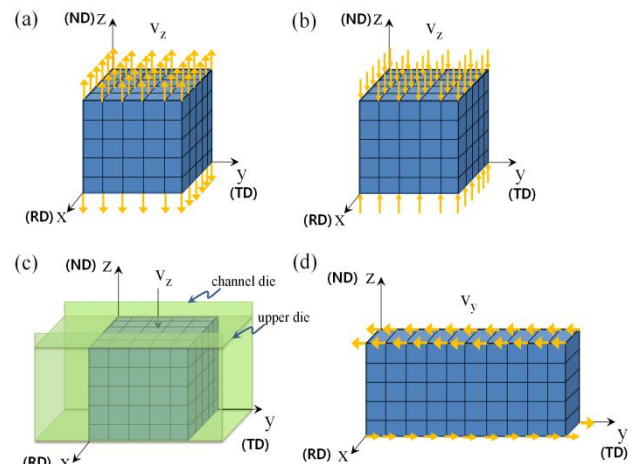


Fig. 5 FE mesh for polycrystalline specimens and boundary conditions of (a) uniaxial tension, (b) uniaxial compression, (c) channel die compression, and (d) simple shear

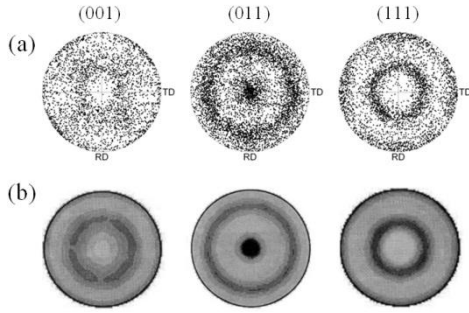


Fig. 6 Equal area pole figures obtained by (a) the CPFE analysis of uniaxial tension ($e=0.5$) of BCC material and (b) the experiment of uniaxial compression ($e=0.5$) of FCC material [13]

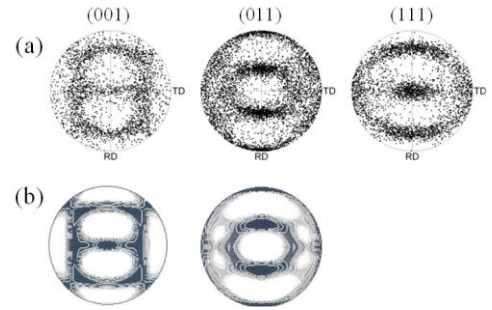


Fig. 8 Equal area pole figures obtained by (a) the CPFE analysis of channel die compression ($e=0.5$) of BCC material and (b) the experiment of flat rolling ($e=0.5$) of BCC material [14]

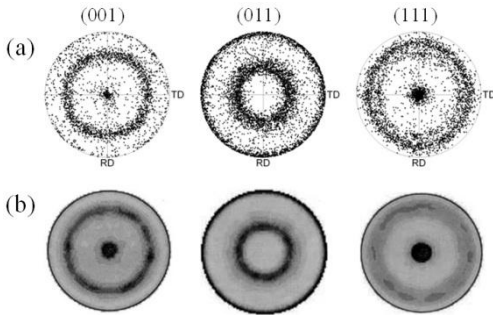


Fig. 7 Equal area pole figures obtained by (a) the CPFE analysis of uniaxial compression ($e=0.5$) of BCC material and (b) the experiment of uniaxial tension ($e=0.5$) of FCC material [13]

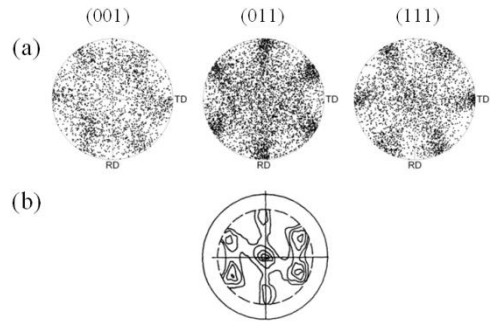


Fig. 9 Equal area pole figures obtained by (a) the CPFE analysis of simple shear ($\gamma=1.24$) of BCC material and (b) the experiment of torsion ($\gamma=1.24$) of BCC material [15]

Fig. 5(a)와 (b)에서와 같이 소재의 z 축 위아래 각 면에서의 절점들 면에 수직한 속도 경계조건을 부여하였으며, 채널 다이 압축의 경우 Fig. 5(c)에서와 같이 소재가 강체인 채널 금형 내부에서 상부 평판 금형에 의해 무마찰 조건 하에서 압축되는 경계조건을 부여하였다. 단순전단의 경우 Fig. 5(d)에서와 같이 소재의 z 축 위아래 각 면에서의 절점들 방향이 서로 반대인 y 축 방향 속도성분을 부여하였다. 임의의 강제적인 경계조건이 부여되는 것을 방지하기 위해서 대칭조건은 설정하지 않았다. 해석에 사용된 유한요소의 개수는 125개였으며, 8개의 적분점을 갖는 육면체의 선형 요소를 사용하였기 때문에 적분점에 부여된 총 결정방위의 개수는 1000개였다. 단, 단순전단의 경우는 120개의 요소수를 사용하였다.

BCC 결정구조를 갖는 재료의 일축 인장 및 압축 변형에 따른 집합조직의 경우 실험적으로 측정된 결과를 문헌에서 찾을 수 없어 대신 슬립시스템이 기하학적으로 유사한 FCC 결정구조를 갖는 재료에

대한 기존 문헌의 집합조직 측정결과와 비교하였다. 이는 BCC 와 FCC 결정구조를 갖는 재료의 슬립시스템의 기하적인 특성으로 인해 가능하다. 즉, BCC 결정구조를 갖는 재료의 주 슬립시스템 $\{110\}\langle 111 \rangle$ 와 FCC 결정구조를 갖는 재료의 슬립시스템 $\{111\}\langle 110 \rangle$ 를 비교해 보면 슬립면과 슬립방향이 서로 뒤바뀐 것을 알 수 있다. 이로 인해 아래 식 (9) 과 식 (10)에 주어진 바와 같이 소성 스핀텐서의 부호가 반대가 되어 결과적으로 BCC 재료의 인장 및 압축 변형에 의해 발달된 집합조직은 FCC 재료의 압축 및 인장 변형에 의해 발달된 집합조직과 유사하게 된다.

$${}^{BCC} \omega^\alpha = \frac{1}{2} (\mathbf{s}^\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha - \mathbf{n}^\alpha \otimes \mathbf{s}^\alpha) = -{}^{FCC} \omega^\alpha \quad (9)$$

$$\Omega^p = \sum_{\alpha=1}^n \omega^\alpha \gamma^\alpha \quad (10)$$

BCC 재료의 인장 및 압축 변형에 대한 결정소성 유한요소해석 결과를 살펴보면 각각 Fig. 6과 Fig. 7에

주어진 바와 같이 공칭 변형률 $\epsilon=0.5$ 에서 집합조직 발달이 뚜렷하였으며, 문헌에서 보고되는 FCC 재료의 압축 및 인장 변형에 의해 발달되는 집합조직과 매우 유사한 결과를 확인할 수 있었다.

채널 다이 압축의 경우 Fig. 8에서와 같이 변형모드가 유사한 평판 압연에 의해 발달된 집합조직 측정결과와 비교하였으며, 단순 전단의 경우 Fig. 9에서와 같이 변형모드가 동등한 비틀림 변형에 의해 발달된 집합조직 측정결과와 비교하였다. 두 변형모드에 대해 각각 공칭 압하율 $\epsilon=0.5$ 공칭 전단변형률 $\gamma=1.24$ 까지 결정소성 유한요소해석을 수행하였다. 해석 결과 두 변형모드 모두에서 변형량이 증가할수록 집합조직 발달 정도가 강해지면서 동일한 변형량에 대해서 문헌에서 보고되는 실험 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 기존의 문헌[16]에 따르면 가장 대표적인 다결정 결정소성 모델인 Taylor 모델의 경우 대변형에 대해서는 집합조직의 발달강도가 상당히 강하게 예측되는 문제가 알려져 있다. 이는 Taylor 모델[5]이 결정립들의 변형이 동일하다고 보는 가정에 따른 상계해를 도출하기 때문인 데 본 연구의 결정소성 유한요소해석에서는 각 적분점별로 서로 다른 결정방위를 가짐으로써 고유한 응력 및 변형 상태에 놓이게 되어 전체적으로 평형 및 적합조건을 만족하도록 하였다.

4. 결론

본 연구에서는 단결정 소성이론에 기반한 유한요소 해석을 통해 BCC 결정구조를 갖는 금속재료의 소성 변형에 따른 결정방위별 유동응력과 집합조직을 예측하였다. 먼저, BCC 단결정의 결정방위별 유동응력 거동을 정확히 모사하기 위해 속도 의존성 결정소성 구성모델과 임계분해 전단응력의 변화를 표현하는 변형경화 모델에 포함된 물성 매개변수들을 실험 결과와의 비교를 통해 역산하였다. 다음으로, BCC 다결정의 변형모드에 따른 집합조직 발달 거동을 예측하기 위한 해석을 수행하였다. 이 때, 단결정의 결정방위별 일축 인장 해석을 통해 결정된 물성 매개변수들을 사용하였으며, 일축 인장, 일축 압축, 채널 다이 압축, 단순 전단의 네 가지 변형모드에 대해 해석을 수행하였다. 이를 통해 변형모드별 변형 집합조직을 수치적으로 예측하였고, 극점도 비교를 통해 문헌의 실험 결과와 잘 일치하는 결과를 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No. 2013R1A2A2A01016814)을 받아 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

REFERENCES

- [1] K. K. Mathur, P. R. Dawson, 1989, On Modeling the Development of Crystallographic Texture in Bulk Forming Processes, *Int. J. Plast.*, Vol. 5, No. 1, pp. 67~94.
- [2] E. Z. Kim, Y. S. Lee, 1996, Finite Element Analysis for Steady State Forming Process of Polycrystalline Metal Including Texture Development, *Trans. Mater. Process.*, Vol. 5, No. 4, pp. 297~304.
- [3] K. H. Jung, D. K. Kim, Y. T. Im, Y. S. Lee, 2012, Prediction of Deformation Texture Based on a Three-Dimensional Crystal Plasticity Finite Element Method, *Trans. Mater. Process.*, Vol. 21, No. 4, pp. 252~257.
- [4] F. Roters, P. Eisenlohr, L. Hantcherli, D. D. Tjahjanto, T. R. Bieler, D. Raabe, 2010, Overview of Constitutive Laws, Kinematics, Homogenization and Multiscale Methods in Crystal Plasticity Finite-element Modeling: Theory, Experiments, Applications, *Acta Mater.*, Vol. 58, No. 4, pp. 1152~ 1211.
- [5] G. I. Taylor, 1938, Plastic Strain in Metals, *J. Inst. Metal.*, Vol. 62, pp. 307~324.
- [6] E. Schmid, W. Boas, 1935, *Kristallplastizität: Mit Besonderer Berücksichtigung der Metalle*, Springer-Verlag, Germany, pp. 1~373.
- [7] J. W. Hutchinson, 1976, Bounds and Self-Consistent Estimates for Creep of Polycrystalline Materials, *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 348, No. 1652, pp. 101~127.
- [8] R. J. Asaro, 1979, Geometrical Effects in the Inhomogeneous Deformation of Ductile Single Crystals, *Acta Metall.*, Vol. 27, No. 3, pp. 445~453.
- [9] D. Peirce, R. J. Asaro, A. Needleman, 1982, An Analysis of Nonuniform and Localized Deformation in Ductile Single Crystals, *Acta Metall.*, Vol. 30, No. 6, pp. 1087~1119.

- [10] S. B. Brown, K. H. Kim, L. Anand, 1989, An Internal Variable Constitutive Model for Hot Working of Metals, *Int. J. Plast.*, Vol. 5, No. 2, pp. 95~130.
- [11] S. Y. Kim and Y. T. Im, 2002, Three-Dimensional Finite Element Analysis of Non-isothermal Shape Rolling, *J. Mater. Process. Tech.*, Vol. 127, No. 1, pp. 57~63.
- [12] A. S. Keh, 1965, Work Hardening and Deformation Sub-structure in Iron Single Crystals Deformed in Tension at 298K, *Philos. Mag.*, Vol. 12, No. 115, pp. 9~30.
- [13] L. Anand, 2004, Single-crystal Elasto-viscoplasticity: Application to Texture Evolution in Polycrystalline Metals at Large Strains, *Comput. Methods. Appl. Mech.*, Vol. 193, No. 48-51, pp. 5359~5383.
- [14] U. F. Kocks, C. N. Tome, H. R. Wenk, 2000, *Texture and Anisotropy: Preferred Orientations in Polycrystals and their Effect on Materials Properties*, Cambridge University Press, UK, pp.179~239.
- [15] F. Montheillet, M. Cohen, J. J. Jonas, 1984, Axial Stresses and Texture Development during the Torsion Testing of Al, Cu and α -Fe, *Acta Metall.*, Vol. 32, No. 11, pp. 2077~2089.
- [16] D. N. Lee, 2006, *Texture and Related Phenomena*, The Korean Institute of Metals and Materials, Republic of Korea, pp. 199~216.