

◆특집◆ 산학연계형 선도산업기술

하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 이용한 2바퀴 이동로봇의 경로 추종제어

임종욱*, 이상재#, 채창현**

(* 금오공과대학교 일반대학원 전자공학과, #,** 금오공과대학교 전자공학부)

Trajectory Tracking Control for Two Wheeled Mobile Robot using Fuzzy Sliding Mode Control based Hyperbolic Function

Jong-uk Lim*, Sang-jae Lee#, Chang-hyun Chai**

(Received 9 June 2014; accepted 27 June 2014)

ABSTRACT

In this paper, we propose a trajectory tracking controller for a two-wheeled mobile robot (WMR) with nonholonomic constraints using a fuzzy sliding-mode controller-based hyperbolic function. The proposed controller is composed of two separate controllers. The sliding-mode controller is used for attitude control of the WMR, and the fuzzy controller-based hyperbolic function is designed to adjust the reach time of the sliding-mode control. Simulation results on a linear and a circular trajectory show that the proposed controller improves the control performance. The proposed controller reduces the reach time by as much as 47% compared to the controller proposed by Xie et al.

Key Words : Fuzzy sliding mode control(퍼지 슬라이딩 모드 제어), Trajectory tracking(궤적 추종), Nonholonomi(논홀로노믹), Two wheeled mobile robot(2바퀴 이동로봇)

1. 서 론

이동로봇이 장애물 회피, 자율주행 등의 원하는 주행을 수행하기 위해 기본적으로 해결해야 문제

는 이동로봇의 경로 추종제어 문제라고 할 수 있다^[1]. 그러나 이동로봇의 추종 제어는 이동로봇이 가지고 있는 비홀로노믹 제약 조건들로 인하여 많은 어려움이 따른다.

이동로봇의 경로 추종을 수행하기 위한 초기 연구에서는 완벽한 속도 추종을 가정한 이동로봇의 기구학만을 고려한 모델링을 연구하였다^[2]. 그러나 실제로 완벽하게 속도를 추종한다는 것은 어려운 문제이므로 로봇의 동특성에 기초하여 기구학 및 동역학을 동시에 고려한 이동로봇의 모델링을 제시하였다^[3].

그러나 기구학 및 동역학을 고려한 이동로봇이

* Department of Electronic Engineering, Graduate School Kumoh National Institute of Technology.

Corresponding Author :

School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology.

E-mail : sjlee@kumoh.ac.kr

** School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology.

갖는 모델의 불확실성 및 외란에 강인한 제어기를 설계하기 위해 적응제어 기법^[4], 강인제어 기법^[5], 슬라이딩 모드제어 기법^[6] 등이 제안되었다.

현재까지 제안된 제어기법 중 슬라이딩 모드제어 기법은 빠른 응답성, 양호한 과도 성능, 파라미터 변화에 대한 강인성 등의 장점을 가지고 있다. 하지만 슬라이딩 모드 제어의 기본구조는 상태 전환면에 의해 변하는 이론으로 슬라이딩 면을 따라 채터링이 발생하는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해 퍼지이론을 도입한 슬라이딩 모드 제어기 설계 방법이 제안되었으며^[7], 슬라이딩 평면으로의 빠른 도달을 위한 이득값을 조정하기 위해 퍼지를 사용하였다^[8].

본 논문에서는 비홀로노믹 특성을 갖는 이동로봇의 빠른 경로 추종을 위해 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 제안된 제어기는 이동로봇의 자세를 제어하기 위해 슬라이딩 모드 제어기를 사용하였으며, 슬라이딩 평면에 도달하는 속도를 조절하기 위해 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 싱글톤을 사용한 퍼지 제어기를 제안하였다.

2. 이동로봇의 모델링

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 구동축과 중심점이 같은 두 바퀴 이동로봇을 고려한다.

Fig. 2는 두 바퀴 이동로봇의 기구학적 모델을 구하기 위한 직교 좌표계이다. 직교 좌표계에서 이동로봇의 기준 위치와 각도를 (x_r, y_r, θ_r) , 현재 위치와 각도를 (x_c, y_c, θ_c) 로 정의하면, 식 (1)과

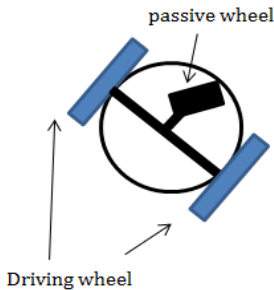


Fig. 1 Structure of WMR

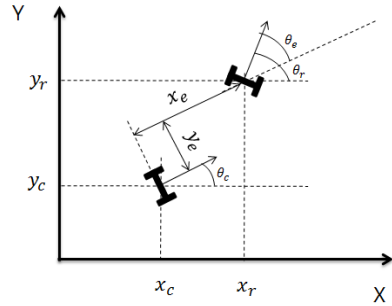


Fig. 2 Coordinates of WMR

같은 순수하게 구동하면서 이동하고(pure rolling) 미끄러지지 않는(do not slip) 이동로봇의 기구학적 구속조건을 구할 수 있다.

$$A(q)\dot{q} = \dot{y}_c \cos \theta_c - \dot{x}_c \sin \theta_c = 0 \quad (1)$$

직교 좌표계에서 표현되는 이동로봇의 기구학 모델은 식 (1)을 이용하면 식 (2)와 같이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \cos \theta \\ v_c \sin \theta \\ w_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 v_c 와 w_c 는 각각 이동 로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다.

기준 위치와 이동로봇의 현재 위치의 차이를 오차위치 P_e 라고 정의하고, 기존의 $X-Y$ 좌표계에서 X 에 대한 θ 만큼의 기울기를 가진 좌표계를 $X_c - Y_c$ 좌표계로 설정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$P_e = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ \theta_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta_c \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서 $X_c - Y_c$ 좌표계와 $X - Y$ 좌표계 사이의 각도는 θ 이며, 좌표변환을 통해 다음과 같은 이동로봇의 오차방정식을 얻을 수 있다.

$$P_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)를 이용하여 구해진 기구학 모델은 다음과 같다.

$$\dot{P}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_e w - v + v_r \cos\theta_e \\ -x_e w + v_r \sin\theta_e \\ w_r - w \end{bmatrix} \quad (5)$$

3. 제어기 설계

이동로봇의 기구학 모델은 고차 비선형 시스템이므로, 이동로봇의 스위칭 함수를 설계하는 것은 매우 어려운 문제이다. 본 논문에서는 스위칭 함수를 설계하기 위해 Jiangdagger가 제안한 역진기법(back-stepping)^[9]으로 접근한다.

Jiangdagger의 보조정리에 의하면, 스위칭 함수는 $|x| < \infty$, $\Phi(x) = x \sin(\tan^{-1}x) \geq 0$ 의 조건이 성립하면 된다.

이동로봇의 오차위치에서 $x_e = 0$ 이라고 가정하고, 다음과 같은 리아프노프 후보함수를 선정한다.

$$V_y = \frac{1}{2} y_e^2 \quad (6)$$

여기에 $\theta_e = -\tan^{-1}(v_r y_e)$ 을 고려한다면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_y &= y_e \dot{y}_e = y_e (-x_e w + v_r \sin\theta_e) \\ &= -x_e y_e w - v_r y_e \sin(-\tan^{-1}(v_r y_e)) \\ &= -y_e x_e w - v_r y_e \sin(\tan^{-1}(v_r y_e)) \end{aligned} \quad (7)$$

$v_r y_e \sin(\tan^{-1}(v_r y_e)) \geq 0$ 이므로, $\dot{V}_y \leq 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 x_e 가 0으로, θ_e 가 $-\tan^{-1}(v_r y_e)$ 로 수렴한다면, y_e 는 0으로 수렴한다는 것을 알 수 있다. 그러므로 스위칭 함수는 슬라이딩모드에서 $x_e = 0$ 과 $\theta_e = -\tan^{-1}(v_r y_e)$ 의 상태를 가지며 점근안정하

다.

스위칭 함수를 다음의 식 (8)로 선정한다.

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \\ \theta_e + \tan^{-1}(v_r y_e) \end{bmatrix} \quad (8)$$

시스템의 동특성을 고려한 미분방정식은 다음과 같다.

$$\dot{s} = -k \text{sat}(s) \quad (9)$$

식 (9)에서 $s_1 \rightarrow 0$, $s_2 \rightarrow 0$ 면 $x_e \rightarrow 0$, $\theta_e \rightarrow -\tan^{-1}(v_r y_e)$ 이므로 $y_e \rightarrow 0$, $\theta_e \rightarrow 0$ 이 된다.

식 (9)의 $\text{sat}(s)$ 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1, & s > \Delta \\ ks, & |s| < \Delta \\ -1, & s < -\Delta \end{cases}, \quad k = \frac{1}{\Delta} \quad (10)$$

$\text{sat}(s)$ 함수는 경계층 밖에서 이상적인 딜레이 특성을 가지고, 경계층 안에서 높은 이득을 가지며 선형적인 특성을 지닌다.

식 (7)과 (8)을 정리하면 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 \text{sat}(s_1) \\ -k_2 \text{sat}(s_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{\theta}_e + \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \dot{v}_r + \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} \dot{y}_e \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} y_e w - v + v_r \cos\theta_e \\ w_r - w + \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \dot{v}_r + \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} (-x_e w + v_r \sin\theta_e) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)을 제어입력 z 에 관해 정리하면 식 (12)와 같다.

$$z = [w] = \frac{\begin{bmatrix} y_e w + v_r \cos\theta_e + k_1 \text{sat}(s_1) \\ w_r + \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \dot{v}_r + \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} (v_r \sin\theta_e) + k_2 \text{sat}(s_2) \end{bmatrix}}{1 + \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} x_e} \quad (12)$$

여기서, $\frac{\partial \alpha}{\partial v_r} = \frac{y_e}{1 + (v_r y_e)^2}$, $\frac{\partial \alpha}{\partial y_e} = \frac{v_r}{1 + (v_r y_e)^2}$ 이다.

식 (11)에서 $k_i, i=1,2$ 가 클수록 시스템의 슬라이딩 평면으로 도달하는 속도가 빨라지지만, 채터링이 심해지는 경향이 있다. 반대로 작을수록 채터링은 줄어들지만 속도가 느려진다.

본 논문에서는 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지제어를 도입하여 상태궤적이 슬라이딩 평면에서 멀리 떨어져 있을 때, $k_i, i=1,2$ 를 크게 조정하여 추적속도를 빠르게 하고, 슬라이딩 평면에 가까워질수록 추적속도를 0이 아닌 작은 값으로 조정하도록 설계하였다. 본 논문에서 제안한 퍼지제어를 사용하면 추적시간을 줄일 뿐만 아니라 채터링 효과도 감소시키는 효과가 있으며, 좀 더 나은 성능과 빠른 속도를 보장한다.

퍼지 제어기의 입력변수는 스위칭 함수 $|s_1|, |s_2|$ 이고, 출력변수는 ψ_1, ψ_2 이다. 사용된 언어변수와 퍼지규칙은 Table 1과 같으며, VS는 very small, S는 small, M은 midium, B는 big, VB은 very big을 의미한다.

이때, 출력이 선형적으로 변화하는 것보다 지수함수적으로 변화한다면 보다 빠른 수렴 특성을 가지게 되므로 본 논문에서는 아래와 같은 지수적인 특성을 갖는 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 싱글톤을 제안한다.

- R_1 : if $|s_j| < \frac{L}{5}$ then $\psi_j = \cosh(1)$
- R_2 : if $|s_j| > \frac{L}{5}, |s_j| < \frac{2L}{5}$ then $\psi_j = \cosh(\frac{U}{4})$
- R_3 : if $|s_j| > \frac{2L}{5}, |s_j| < \frac{3L}{5}$ then $\psi_j = \cosh(\frac{2U}{4})$
- R_4 : if $|s_j| > \frac{3L}{5}, |s_j| < \frac{4L}{5}$ then $\psi_j = \cosh(\frac{3U}{4})$
- R_5 : if $|s_j| > \frac{4L}{5}, |s_j| < L$ then $\psi_j = \cosh(U)$

여기서, L 은 입력의 최대값, U 는 출력의 최대값, 그리고 $j=1,2$ 이다.

4. 모의실험 및 고찰

Table 1 Fuzzy control rule

$ s_j $	VS	S	M	B	VB
k_j	VS	S	M	B	VB

제안된 제어기의 유효성을 입증하기 위해 추종 궤적을 직선과 원으로 선정하여 모의실험을 수행하고 선행 연구와 비교 고찰하였다.

직선 추종을 위한 모의실험에서 사용된 기준속도는 $v_r = 1.0, w_r = 1.5$ 이며, 초기오차는 $x_e(0) = 3, y_e(0) = 0.5, \theta_e(0) = 2\pi/3$ 로 가정하였으며, 모의실험 결과는 Fig. 4와 같다.

Fig. 4에서 목표 경로는 실선, Xie 등이 제안한 제어기의 결과는 점선, 본 논문에서 제안한 제어기의 경우는 쇄선으로 도시하였다.

모의실험의 결과를 추종오차별로 구별한 결과는 Fig. 5 ~ Fig. 7과 같다.

Fig. 5는 추종오차 x_e 의 모의실험 결과로, 제안한 제어기를 사용한 추종 경로(쇄선)는 약 0.2초에 수렴하여 Xie 등(실선)의 0.6초에 비해 우수한 제어성능을 나타내고 있음을 알 수 있다.

추종오차 y_e 의 모의실험 결과는 Fig. 6과 같으며, Fig. 6에서 제안한 제어기를 사용한 추종 경로(쇄선)는 약 3초에 수렴하고 있으므로 Xie 등(실

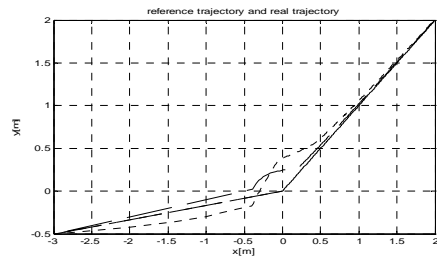


Fig. 4 Reference trajectory and real trajectory for straight line

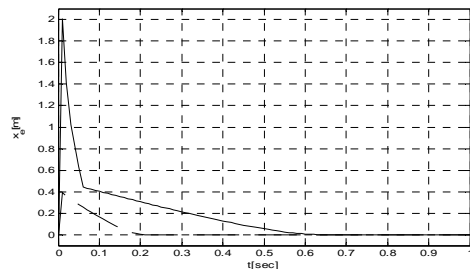


Fig. 5 Tracking error of x for straight line

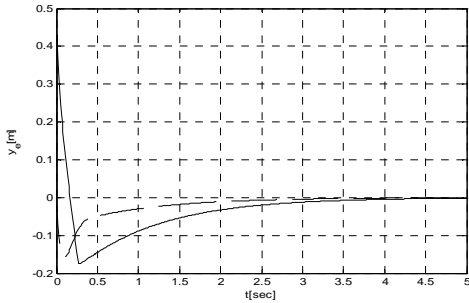


Fig. 6 Tracking error of y for straight line

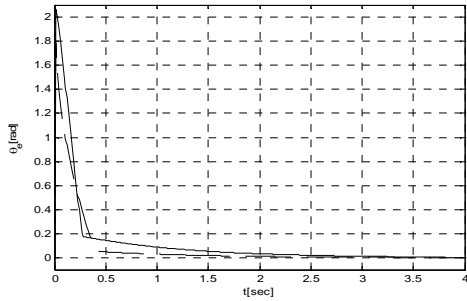


Fig. 7 Tracking error of θ for straight line

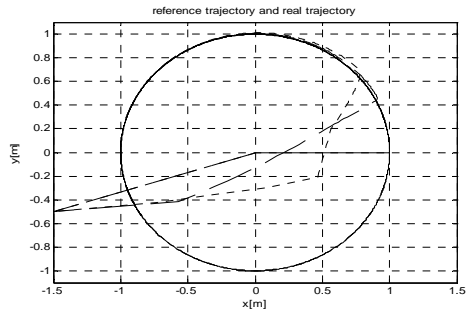


Fig. 8 Reference trajectory and real trajectory for circle

선의 수렴 속도인 4초에 비해 우수한 성능을 보이는 것으로 판단할 수 있다.

추종오차 θ_e 에 관한 모의실험은 Fig. 7과 같다. Fig. 7에서 제안한 제어기의 경우(쇄선)에는 약 1.7초에 수렴하고, Xie 등의 제어기는 약 3.2초에 수렴하므로, 수렴속도를 47% 이상 단축한다.

원의 경우 기준속도는 $v_r = 1.5, w_r = 1.5$ 이며, 초기오차는 $x_e(0) = 2.5, y_e(0) = 0.5, \theta_e(0) = \pi/4$ 이다.

Fig. 8에서 목표 경로는 실선, Xie 등이 제안한 제어기의 결과는 점선, 본 논문에서 제안한 제어기의 경우는 쇄선으로 도시하였다.

모의실험의 결과를 추종오차별로 구별한 결과는 Fig. 9 ~ Fig. 11과 같다.

Fig. 9는 추종오차 x_e 의 모의실험 결과로, 제안한 제어기를 사용한 추종 경로(쇄선)는 약 0.4초에 수렴하여 Xie 등(실선)의 0.7초에 비해 우수한 제어 성능을 나타내고 있음을 알 수 있다.

추종오차 y_e 의 모의실험 결과는 Fig. 10과 같으며, Fig. 10에서 제안한 제어기를 사용한 추종 경로(쇄선)는 약 1.7초에 수렴하고 있으므로 Xie 등(실선)의 수렴 속도인 2.4초에 비해 우수한 성능을 보이는 것으로 판단할 수 있다.

추종오차 θ_e 에 관한 모의실험은 Fig. 11과 같다. Fig. 11에서 제안한 제어기의 경우(쇄선)에는 약 1.8초에 수렴하고, Xie 등의 제어기는 약 2.1초에 수렴하므로, 수렴속도를 14% 이상 단축한다.

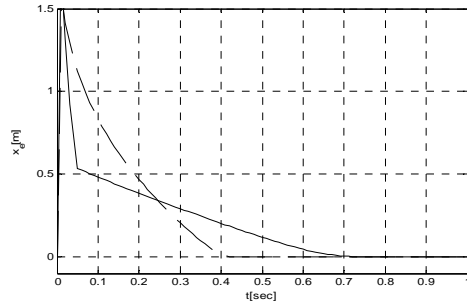


Fig. 9 Tracking error of x for circle

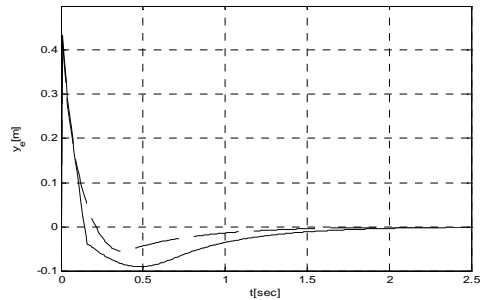


Fig. 10 Tracking error of y for circle

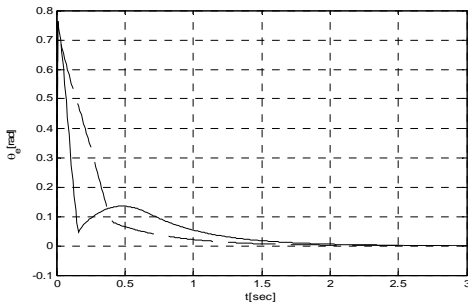


Fig. 11 Tracking Error of θ for circle

5. 결론

본 논문에서는 비홀로노믹 특성을 갖는 이동로봇의 빠른 경로 추종을 위해 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안하였다. 제안된 제어기는 이동로봇의 자세를 제어하기 위해 슬라이딩 모드 제어를 사용하였으며, 슬라이딩 평면에 도달하는 속도를 조절하기 위해 하이퍼볼릭 함수 기반의 퍼지 싱글톤을 사용한 퍼지 제어를 제안하였다. 본 논문에서 제안한 하이퍼볼릭 기반의 퍼지제어를 사용하면 이동로봇의 추종 오차와 추종시간을 크게 감소하는 우수한 제어 성능을 보장한다.

모의실험 결과, 제안된 제어기는 Xie 등의 제어기에 비해 직선에서 추종오차 x_e 는 0.4초, 추종오차 y_e 는 1초, 추종오차 θ_e 는 1.5초의 시간을 단축시키며, 원을 추종하는 경우 추종오차 x_e 는 0.3초, 추종오차 y_e 는 0.7초, 추종오차 θ_e 는 0.3초의 시간을 단축시킨다. 따라서 본 논문에서 제안된 제어기가 Xie 등의 제어기에 비해 우수한 성능을 보인다는 것을 알 수 있다.

제안된 제어기는 이동로봇뿐만 아니라 비홀로노믹 제약조건을 지닌 항공기나 잠수정 등에도 적용할 수 있을 것으로 사료되며, 향후 제안된 제어기의 견실성에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후 기

본 연구는 ‘산업통상자원부’, ‘한국산업기술진흥원’, ‘대경지역사업평가원’의 ‘광역경제권 선도산업 육성사업’으로 수행된 연구결과입니다.

REFERENCES

- (1) I. Kolmanovsky and N.H. McClamroch, "Developments In Nonholonomic Control Problems", IEEE Control Systems, Vol.15, No.6, pp.20-36, 1995.
- (2) Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for a nonholonomic mobile robot", in Proc, IEEE Int. Conf. Robot and Automation, pp.384-389, 1990.
- (3) T. Fukao, H. Nakagawa, and N. Adachi, "Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot", IEEE trans. Robotics and Automation, Vol.16, No.5, pp.609-615, 2000.
- (4) W.E .Dixon, M.S. deQueiroz, D.M. Dawson, and T.J. Flynn, "Adaptive tracking and regulation of a wheeled mobile robot with controller/update law modularity", IEEE trans. Control System Technology, Vol.12, No.1, pp.138-147, 2004.
- (5) M.S. Kim, J.H. Shin, S.G. Hong, and J.J. Lee, "Designing a robust adaptive dynamic controller for nonholonomic mobile robots under modeling uncertainties and disturbances", Mechatronics, Vol.13, No.5, pp.507-519, 2003.
- (6) J.M. Yang and J.H. Kim, "Sliding mode control of trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots", IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol.15, No.3, pp.578-587, 1999.
- (7) H.T. Yau and C.L. Chen, "Chattering-free fuzzy sliding-mode control strategy for uncertain chaotic systems", Chaos, Solitons & Fractals, Vol.30, No.3, pp.709-718, 2006.
- (8) M.J. XIE and L.T. LI, "Trajectory tracking control for mobile robot based on the fuzzy sliding mode", Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation,

pp.2706-2709, 2012.

- (9) Z.P, JIANGdagger, H. NIJMEIJER, “ Tracking Control of Mobile Robots : A Case Study in Backstepping”, Automatica, Vol.33, No.7, pp.1393-1399, 1997.