

침식연소에 따른 고체 로켓 내탄도 특성 변화 분석

조민경^{a,*} · 김진용^a · 박성한^b

Analysis of Internal Ballistic Characteristics of Solid Rocket with Erosive Burning

Mingyoung Cho^{a,*} · Jinyong Kim^a · Sunghan Park^b

^aResearch & Development Team, Daejeon plant, Hanwha Corporation, Korea

^bSixth Research & Development Institution, Agency for Defence Development, Korea

*Corresponding author. E-mail: soho24@hanwha.com

ABSTRACT

Two erosive burning models were applied to compare analysis results of ballistic for the internal ballistics of solid rocket motors. By comparing motor tests with results of analysis, the variance of a grain shape was analyzed and coefficients of erosive burning were drawn. Results of comparison presents that the coefficient of erosive burning was proportional to the change of burning area, while inversely proportional to the change of cross area.

초 록

본 연구에서는 침식연소를 고려한 내탄도 프로그램을 이용하여 침식연소 모델에 따른 해석결과를 비교하였다. 동일한 추진제를 적용한 이형 그레이н 형상을 적용한 추진기관의 연소 시 연소실 압력 변화를 비교 분석하여 연소가스의 유량 변화에 따른 침식연소 경향성 변화를 고찰 하였다. 고찰 결과 연소 면적이 클수록 연소실 단면적이 작을수록 침식연소 경향이 증가함을 알 수 있었다.

Key Words: Internal Ballistic(내탄도), Erosive Burning(침식연소), Solid Rocket(고체 로켓), Performance Prediction(성능 예측)

1. 서 론

고체로켓의 내탄도 해석은 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석과 노즐에서의 유동해석으로 구분 할 수 있다. 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석은 연소실 전 구간에 걸친 질량, 모멘텀, 에너지 보존방정식과 실험을 통해 얻어지는 연소속도를 사용하여 해석한다.

연소 속도 측정에 주로 사용되는 스트렌드 버

너에서는 연소속도를 압력과 온도에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 그러나 연소가스의 유동속도가 특정 속도 이상이 되면 추진제 연소 속도에 영향을 미치게 되며 이러한 현상을 침식연소라고 한다[1]. 침식연소는 추진제의 조성파 연소시 연소실 환경에 따라 그 영향이 다르게 나타난다. 연소가 진행되는 과정에서 연소실 축 방향 유동속도가 증가하거나 연소실 압력이 증가하면 erosive burning이 증가하며, 연소실의 온도가 높을수록 침식연소는 줄어든다[2].

본 연구에서는 연소실 축방향의 압력변화와 침식연소를 고려한 연소속도의 변화를 예측하여 고체 로켓의 일차원 내탄도 해석을 수행하였다. 침식연소 효과로 연소경향이 변화한 모터의 시험결과와 해석결과를 비교하였으며 해석결과에 적용한 침식연소 상수값을 각 모터의 연소면적과 단면적과 비교하여 각 모터의 침식연소에 의한 연소특성 변화를 고찰하였다.

2. 내탄도 해석 모델

2.1 지배 방정식

Fig. 1과 같이 연소실 그레인에 미소체적을 설정하여 연속 보존 방정식을 설정하고 모터 전반에 걸쳐 연속, 운동량, 에너지 방정식을 적용한다[3].

추진제 그레인 내 유동을 일차원 유동으로 가정하면 비정상상태에서 질량 보존식과 운동량 보존식은 다음과 같이 연소실 축방향으로의 연소가스의 속도(U)와 미소구간의 단면적(A)에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 여기서 ρ 는 연소가스의 밀도 ρ_p 는 고체추진제의 밀도 \dot{r} 은 연소속

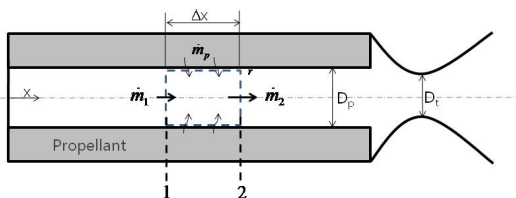


Fig. 1 Schematic of a solid rocket motor.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho UA) = \rho_p L_p \dot{r} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho UA) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2 A) = -A g_0 \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

도를 의미한다.

질량 보존식(Eq. 1)과 운동량 보존식(Eq. 2)을 연소실 내 미소구간을 control volume으로 설정하고 (Fig. 1)에 대해 적분하여 간략하게 정리하면 Eq. 3, Eq. 4과 같이 표현할 수 있다. 이때 시간에 대한 미분에 적용하는 변수 값은 control volume 안에서 중간값을 차용하므로 하첨자 m을 붙여 표현하였다.

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 - \frac{\partial(V\rho_m)}{\partial t} + \left(\frac{L_p r_2 + L_p r_1}{2} \right) \rho_p \Delta x \quad (3)$$

$$P_2 = P_1 - \frac{2}{(A_1 + A_2)g_0} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m U_m V) + \dot{m}_2 U_2 + \dot{m}_1 U_1 \right] \quad (4)$$

연소실 축방향 질량유량은 비정상상태에서 그레인 확공과 밀도 변화에 의해 감소되고 그레인 연소 표면에서 공급되는 추진제 질량유량에 의해 증가한다. 연소실 압력은 연소가스의 유속과 질량 유량에 대한 함수로 나타나며 그레인 단면적이 클수록 압력변화는 작게 나타난다.

해석에 적용한 질량 보존식과 운동량 보존식은 비정상상태 일차원 미분방정식이다. 연소실로 공급되는 연소 가스량 (\dot{m}_p) 과 노즐 목으로 빠져나가는 유량(\dot{m}^*)이 동일하지 않으므로 시간변화에 따른 유량차를 고려하여 해석하여야 한다.

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_p - \dot{m}^* \quad (5)$$

연소관 내부에서 생성되는 연소가스가 이상기체라고 한다면 시간에 따른 질량 변화는 시간에 따른 압력과 부피의 변화로 나타낼 수 있다(Eq 6). 이 때 온도 변화에 의한 연소가스 질량 변화는 무시된다[4].

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{PV}{RT} \right) = \frac{V}{RT} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{RT} \frac{dV}{dt} \quad (6)$$

연소가스의 체적 변화는 추진제 연소속도에 의한 그레인의 확공(Grain Burnback)으로 표현될 수 있다(Eq 7).

$$\frac{dV}{dt} = \sum \rho_p \dot{r} L_p \Delta x \quad (7)$$

위 식을 연소실 시간변화에 따른 연소실 압력 변화에 대한 식으로 나타내면 Eq. 8과 같다.

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{m} (\dot{m}_p - \dot{m}^* - \sum \rho_p \dot{r} L_p \Delta x) \quad (8)$$

2.2 연소속도 모델

본 연구에서는 Lenoir & Robillard 모델 변형 식을 사용하였으며 Eq. 9[5], 10[4]과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{r}_0 + \dot{r}_c \\ &= aP_x^n + \alpha G^{0.8} D^{-0.2} \exp(-\beta \dot{r} \rho_p / G) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{r} = aP_x^n + \alpha G^{0.8} f(D)^{-1} \exp(-\beta \dot{r} \rho_p / G) \quad (10)$$

where,

$$f(D) = 0.5^{-0.2} [0.9 + 0.189D(1 + 0.043D(1 + 0.023D))] \quad (10)$$

위 모델들은 스트랜드 버너의 연소속도 모델 식에 침식연소 효과가 고려된 연소속도 항을 추가한 형태이다. Eq. 10은 Eq. 9 모델을 사용할 경우 큰 scale의 모터에서 침식연소가 과도하게 예측되는 것을 방지하기 위해 보정된 모델이다 [4]. 위 두식 모두 연소가스의 유동속도와 추진제의 특성치가 모두 고려된 식이기 때문에 고체 로켓 연소 해석에 광범위하게 적용할 수 있다.

Eq. 9에서 β 는 추진제 성분에 따라 독립적인 값을 가지며 일반적으로 SI단위에서 53인 값을 갖는다[5]. 그리고 G 는 연소가스의 mass flux 값이며 D 는 그레인 단면에 특성길이를 의미한다. α 는 추진제 표면에서의 열전달에 관한 상수이다. 추진제 표면에서 이뤄지는 열전달은 추진제의

열적 특성과 연료 주변온도 및 연료 표면온도에 의해 결정되며 Eq. 11과 같이 표현된다[5].

$$\alpha = \frac{0.0028 c_{p,p} g \mu^{0.2} Pr^{-2/3}}{\rho_p c_{p,p}} \frac{T_f - T_s}{T_c - T_p} \quad (11)$$

3. 해석 프로그램

3.1 해석 기법

침식연소를 고려한 연소실 압력 변화 및 모터 성능 해석 알고리즘은 Fig. 2와 같다. 연소실 전체의 압력 변화는 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 Eq. 8을 수치해석하여 계산한다. 연소실 축방향 질량 유량과 연소실 압력은 변수값들이 서로 결합되어 있는 방정식으로 나타난다(Eq. 3, Eq. 4). 원하는 해를 얻기 위해서는 연소실 압력, 온도, 연소가스 질량유량에 대한 연립방정식으로 계산이 수행된다. 연립 방정식을 이용한 해석 수행을 위해 가정한 압력값과 계산된 연소실 압력이 동일해지는 시점까지 반복하여 해석을 수행하는 방식을 채택하였다. 각 검사체적에 대한 해석과정은 연소실 앞단에서 후단 방향으로 순차적으로 이뤄진다.

그레인 표면으로부터 공급되는 연소가스의 유량을 계산하기 위해서는 연소면소 면적 계산이 요구된다. 실린더형 그레인의 경우 연소면적을 수식으로 표현하기 용이하지만 일반적인 고체

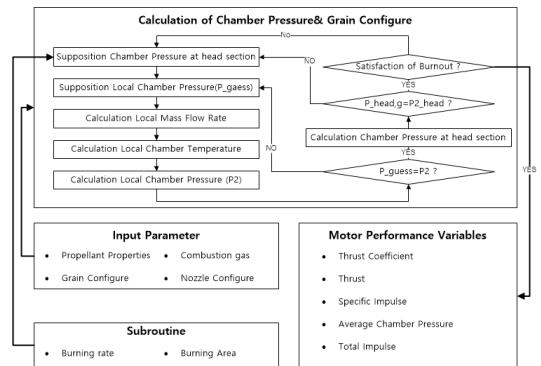


Fig. 2 Performance prediction process of a solid rocket motor.

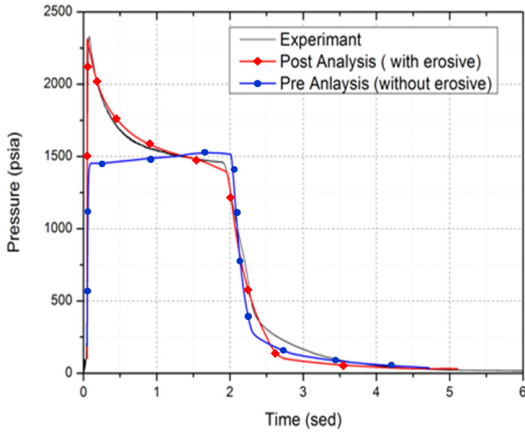


Fig. 3 Comparison of predicted pressure.

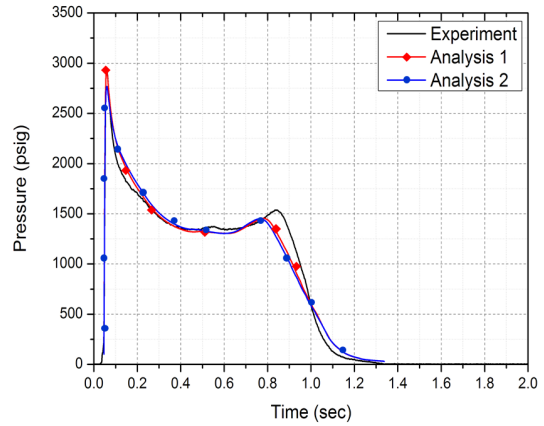


Fig. 4 Comparison of predicted pressure.

추진기관에 적용되는 그레인 형상은 연소면적을 수식화하기 어렵다. 일반적인 고체 추진기관의 침식연소해석을 위해 상용프로그램을 이용하여 고체 추진기관의 국부 연소 면적을 도출하였다. 연소실 압력 계산과정에서 도출된 연소실 후단 압력값과 연소가스 물성치를 바탕으로 노즐 유동을 계산하여 모터의 성능 변수를 도출 한다.

3.2 해석 프로그램 검증

Fig. 3에서 검은색 선이 시험 결과이다. 침식 연소에 의해 초기 압력이 상승하였으며 전체 연소실 압력 변화 경향도 침식연소를 고려하지 않은 예측 그래프(파란선)과 상이함을 볼 수 있다. 침식연소에 의해 연소초기 연소속도 증가하여 연소 경향성이 변화하게 된다. 이러한 경향성 변화를 분석하고 예측하기 위해 본 연구에서 수행한 해석 모델을 바탕으로 내탄도 해석을 진행하였다. 해석을 위해 시험 모터 적용 추진제의 물성과 연소 특성값 및 모터 그레인의 국부 연소 면적을 분석하여 적용하였다. 해석 결과 내탄도 해석 결과(적색선)과 시험 결과가 유사함을 확인할 수 있었다.

3.3 해석 결과 분석

검증한 해석 프로그램을 이용하여 침식연소 모델 적용에 따른 해석 결과 차이와 그레인 형상변화에 따른 내탄도 해석을 진행하였다. 적용

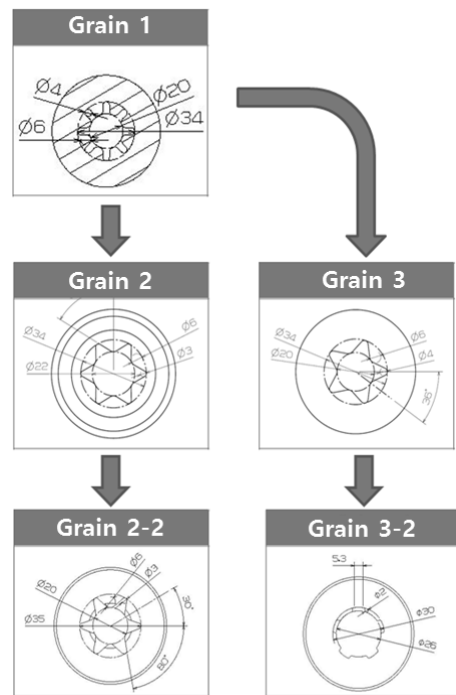


Fig. 5 Configuration of motor grains.

된 추진제는 동일하며 연소실 압력 비교를 위해 web연소시간을 기준으로 평균압력과 최대압력을 비교하였다. Fig. 4는 시험결과와 침식연소 해석 모델 Eq. 9, 10을 적용한 각각의 해석결과를 비교한 그래프이다. 비교 결과 초기 압력 상승 및 web 연소시간 동안 압력 변화 특성이 유사함을

Table 1. Burning time & average pressure I.

grain 1	burn time	Ang. Pres.	Max. Pres.
experiment	0.8	1,532	2,937
Analysis 1	0.75	1,556	2,927
Analysis 2	0.74	1,561	2,769
grain 2	burn time	Ang. Pres.	Max. Pres.
experiment	0.91	1,340	1,741
Analysis 1	0.78	1,326	1,637
Analysis 2	0.83	1,318	1,601
grain 2-2	burn time	Ang. Pres.	Max. Pres.
experiment	0.98	1,241	1,493
Analysis 1	0.87	1,195	1,410
Analysis 2	0.90	1,192	1,419
grain 3	burn time	Ang. Pres.	Max. Pres.
experiment	0.94	1,199	1,468
Analysis 1	0.87	1,195	1,410
Analysis 2	0.90	1,192	1,419
grain 3-2	burn time	Ang. Pres.	Max. Pres.
experiment	1.24	981	1,437
Analysis 1	1.23	950	1,436
Analysis 2	1.20	960	1,425

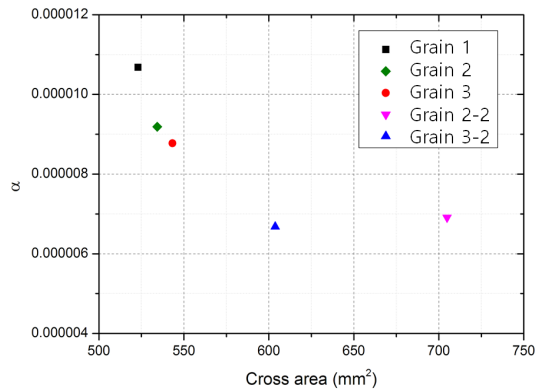
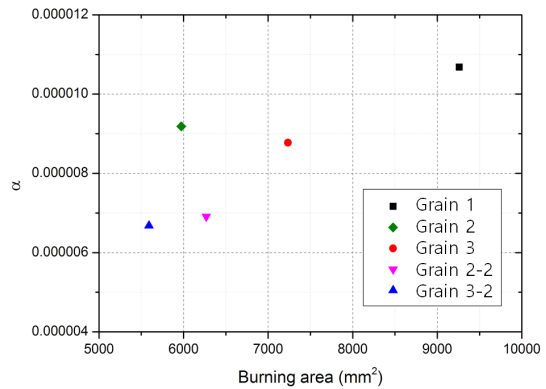
* 연소시간 단위: sec, 압력 단위 : psia

* 해석 1은 Eq. 9를 적용한 결과,
해석 2는 Eq. 10을 적용한 결과임.

확인 할 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 불 때 분석한 모터의 경우 모터 scale 변화에 의한 칩식연소 변화 경향이 미비하게 나타난 것으로 판단 할 수 있다.

Fig. 5는 해석결과 분석에 적용한 그레인 형상이다. 그레인 1안 형상을 기준으로 초기 칩식연소에 의한 압력상승 정도를 감소시키기 위해 5star형태 그레인(그레인 2안)과 6star형 그레인(그레인 3안)으로 변형하여 시험을 진행 하였다.

해석 시 시험값을 기준으로 해석값이 $\pm 2\%$ 오차 범위내에 들어오도록 칩식연소 상수값인 α 값

Fig. 6 Relation between α and cross area.Fig. 7 Relation between α and burning area.

을 조정하여 해석하였다.

그레인 2~3안에 대하여 설계 1안과 동일하게 해석을 진행하였으며 시험결과와 해석결과의 연소시간과 압력은 Table 1과 같다. 칩식연소 상수값 조정을 통해 도출된 해석결과가 시험결과와 유사함을 확인 할 수 있다. 각 그레인 형상을 적용한 모터의 위해 적용된 상수값을 각 모터의 연소면적과 비교해 보면(Fig. 6) 그레인 면적이 증가함에 따라 칩식연소 상수 값 또한 증가하는 경향을 갖는 것을 알 수 있다.

이와는 반대로 그레인의 단면적이 증가할수록 칩식연소 상수값은 감소하는 경향을 보인다. 이는 칩식연소가 축방향으로의 유량 증가로 인해 그레인 표면에 발달하는 열경계층이 얇아져 그레인 표면으로의 열전달이 촉진되기 때문에 이러한 경향을 보이는 것으로 판단된다.

4. 결 론

고체 추진기관 침식연소를 고려한 해석을 위한 비정상 일차원 해석 모델을 개발하여 연소실 축방향 연소속도 및 압력 변화를 예측하였다. 본 연구에서 제시한 모델 검증에 위해 침식연소의 영향으로 인한 초기 연소실 압력 상승이 발생한 모터의 시험 결과와 비교하였다. 모터의 연소면적 분석 및 추진제/연소가스의 특성값을 적용하여 해석 하였으며 해석결과와 시험 결과가 유사함을 확인 할 수 있었다. 또한 프로그램에 두가지의 침식연소 모델을 적용하여 해석결과의 유사성을 확인하였으며 각기 다른 그레인 형상의 모터의 시험결과를 바탕으로 해석을 진행하여 침식연소 상수값의 변화를 고찰 하였다. 해석 결과 연소면적이 크고 연소실 단면적이 작을수록 침식연소 상수값은 증가하는 경향성을 갖는 것을 확인 하였다. α 값은 그레인 표면으로의 열전달에 대한 함수로 추진제 고유의 열적 parameter 값과 추진제 표면과 연소실의 온도에 대한 함수이다(Eq. 11). 이를 바탕으로 볼 때 동일 추진제를 적용한 상이한 형상의 그레인의 추진기관에서 α 값이 변화하는 것은 그레인 형상에 따라 그레인 표면으로의 열전달 경향이 변화하는 것을 의미한다. 이는 큰 연소면적과 작은 단면적이 연소실내 발생하는 연소가스 mass flux

양의 상승을 유발하여 그레인 표면에 발생하는 열경계층을 약화시켜 그레인 표면으로의 열전달을 촉진시켜 발생하는 것으로 판단된다.

References

1. Srinivasan K., Narayanan S., Sharma O.P., "Numerical studies on erosive burning in cylindrical solid propellant grain", Springer-Verlag, Heat Mass Transfer 44:579-585, 2008.
2. Moss J., Heister S., Linke K., "Experimental Program to Assess Erosive Burning in Segmented Solid Rocket Motors", 43rd AIAA Joint Propulsion Conference & Exhibit, Jul. 2007.
3. Heister, S. D. "Analysis of Ballistic Anomalies in Solid Rocket Motors." *Journal of propulsion and power*, Vol. 7, No. 6, pp. 887-893, 1991.
4. Ellis M. Landsbaum, "Erosive Burning Revisited", 39th AIAA Joint Propulsion Conference & Exhibit, Jul. 2003.
5. Sutton, G. P., "Rocket Propulsion Elements, 7th ed.", John Wiley & Sons Inc., 2001.