

Analytical Method를 이용한 고체 추진제 그레인의 Burn-back 연구

손지현^a · 장진성^a · 오석환^a · 노태성^{a,*}

Study on Solid Propellant Grain Burn-back Analysis Using Analytical Method

Jihyun Sohn^a · Jinsung Jang^a · Seokhwan Oh^a · Taeseong Roh^{a,*}

^aDepartment of Aerospace Engineering, Inha University, Korea

*Corresponding author. E-mail: tsroh@inha.ac.kr

ABSTRACT

The grain burn-back analysis has been performed for the internal ballistics analysis code to be used for the optimal design of the space launch vehicles. The grain burn-back has been used to calculate the burning surface that is essential to the internal ballistics. The calculation of internal ballistics code used in the optimal design is repeated until satisfying the required performance through the change of the design parameter. Therefore, the burn-back method applied to the internal ballistics analysis should be easy to change the design parameter and calculation time should be short. In this study, a burn-back analysis code has been developed using the analysis method. Also, geometric parameters of the grain have been selected and organized. The developed code has been verified by comparison of results of a numerical method.

초 록

우주발사체 최적 설계에 사용될 내탄도 해석 코드를 위한 그레인 Burn-back 연구를 수행하였다. 그레인 Burn-back은 내탄도 해석에 필수적인 그레인의 연소면적의 계산에 사용된다. 최적 설계에 사용될 내탄도 해석 코드는 설계 변수의 변경 및 반복계산을 통해 요구 성능을 만족할 때 까지 반복 계산을 수행한다. 따라서 내탄도 해석에 적용될 Burn-back 해석기법은 설계 변수의 변경이 용이하며 계산시간이 짧아야 한다. 이에 본 연구에서는 Analytical Method를 이용하여 Burn-back 해석코드를 개발하였으며, 그레인 형상에 대해 기하학적 변수를 선정 및 형상 변화에 대해 정리하였다. 개발된 코드는 Numerical Method로부터 산출된 값과 비교하여 검증을 수행하였다.

Key Words: Solid Propellant(고체 추진제), Burn-back Analysis(번백 해석), Analytical Method(해석적 기법)

Received 11 December 2013 / Revised 9 May 2014 / Accepted 17 May 2014

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2013년도 추계학술대회(2013. 12. 4-5, 경주 현대호텔) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

1. 서 론

우주발사체 설계에서 추력, 비추력 등의 추진

기관과 관련된 성능을 계산하기 위해 설계과정에 추진모듈이 포함되며, 고체 로켓의 경우 추진모듈은 내탄도 해석과 최적화기법으로 구성된다. 최적화기법은 내탄도 해석의 계산 결과가 설계에서 요구하는 성능과 구속조건을 만족하도록 성능관련 변수 값의 수정과 이에 따른 내탄도 해석의 반복수행을 통해서 적절한 변수 값을 산출한다. 내탄도 해석은 추력, 압력 등의 값을 산출하며, 이때 연소표면적 값이 중요하게 작용하므로 연소표면적을 계산하기 위한 그레이인 Burn-back 해석이 필요하다[1].

그레이인 Burn-back 해석 방법에는 Numerical Method와 Analytical Method가 있다.

Numerical Method는 면적분석을 하고자하는 그레이인 형상에 대해 그리드를 생성하여 수치적으로 계산하는 방법이다. 그리드의 수, 이산화차수에 따라 정확한 값의 산출이 가능하고, 비정형적인 형상에 대해서도 계산이 가능하지만, 계산시간이 상대적으로 길고, 수치적인 오류를 포함할 수 있다는 단점이 있다.

Analytical Method[2]는 그레이인의 형상을 결정하는 기하학적 변수를 이용하여 면적분석을 한다. 익히 알려진 그레이인 형상에 대해서 적용이 쉽고 계산시간을 상당히 줄일 수 있지만, 형상마다 적용되는 기하학적 변수와 계산이 다르기 때문에 다양한 형상에 대한 정리가 부족하며, 형상 변화의 복잡한 정도와 초기 형상의 단순화 과정에 따라 정확도가 떨어질 수 있다.

최적화기법에는 정밀한 내탄도 해석을 위한 정확도가 높은 Numerical Method 보다는, 상대적으로 정확도가 낮더라도 면적분석에 소요되는 시간이 길지 않고, 최적화기법에 사용가능한 변수를 정의할 수 있는 방법이 필요하다. 따라서 계산시간이 비교적 짧고, 그레이인 형상을 결정할 수 있는 기하학적 변수의 정의가 가능한 Analytical Method가 최적화기법에 적절하다.

이에 본 연구에서는 Analytical Method를 적용하기 위한 기하학적 변수를 선정하고, 그레이인 형상을 대표적인 4가지로 구분하였으며, 각 형상에 대해 Analytical Method를 적용한 Burn-back 해석 코드를 개발하였다. 또한 각 형상의 변화

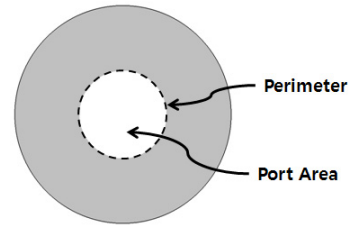


Fig. 1 Port area and perimeter.

Table 1. Explanation of variables (refer to the figure 3, 4, 5).

| | |
|------------|----------------------------------|
| N | Number of Slot/Star/Spoke |
| R0 | Radius of motor case |
| Ri | Radius of internal circle |
| Rp | Port radius, $R_p = R_0 - w - f$ |
| w | Web thickness |
| f | Fillet radius |
| ϵ | Angular coefficient |
| $\theta/2$ | Valley angle |
| rayside | Spoke length |

양상을 알아보기 위해 Perimeter 값을 산출하였고, 이의 타당성을 알아보기 위해 Level Set Method를 이용한 Numerical Method로부터 산출된 Perimeter 값과 비교하였다.

2. 고체 추진제 그레이인 형상

추진제 그레이인의 연소표면적 값을 산출하기 위해서는 Port Area와 Perimeter의 값을 알아야 한다. Port Area는 Fig. 1에 보는 바와 같이 그레이인의 2차원 단면 형상에서 빈 공간 면적이고, 이 면적의 둘레 길이를 Perimeter라고 한다.

Port Area의 초기 형상에 따라 그레이인이 분류되며, 분류된 형상마다 적용되는 기하학적 변수 및 Port Area와 Perimeter의 계산에 차이가 있다. 그레이인의 형상에 적용되는 기하학적 변수에 대한 설명은 Table 1에 정리하였으며, 각 형상에 따라 적용되는 기하학적 변수 및 연소 과정에서

형상 변화(Phase)에 따라 발생하는 형상 종류(Case)를 정리하였다.

2.1 Tube 형상

Tube 형상에는 3개의 기하학적 변수 R0, w1, w2가 적용되며, Fig. 2에 보는 바와 같이 3가지 형상으로 나뉘어진다. Tube 1은 Port Area의 초기 형상이 환형이며, 안쪽과 바깥쪽의 그래인이 동시에 연소된다. Tube 2는 w2=0이므로 Tube 1에서 안쪽 그래인이 없는 형상이고, Tube 3은 w1=0이므로 Tube 1에서 바깥쪽 그래인이 없는 형상이다. Tube 형상에 적용되는 기하학적 변수는 Table 2에 정리하였다.

Tube 1 형상에서 내부 또는 외부 그래인이 완전히 연소되면 Phase가 변하게 되며, w2가 0이 되면 Tube 2와 동일한 조건이 되고, w1이 0이 되면 Tube 3과 동일한 조건의 형상이 된다. Tube 2 또는 Tube 3 조건의 형상은 그래인의 두께가 0이 되었을 때 연소가 종료된다.

2.2 Slot 형상

Slot 형상에는 5개의 기하학적 변수 N, R0, Ri, w, f가 적용된다. Slot 형상의 Perimeter 계산은 Fig. 3에 보는 바와 같이 S1, S2, S3으로 나누어 계산되며 세 부분의 합으로 전체 Perimeter 값을 산출한다. S1은 Slot 끝의 호, S2는 Slot 측면 직선, S3은 내부 원의 호를 의미한다.

Burn-back 과정에서 Tube 형상을 제외한 그래

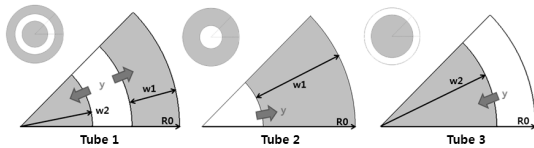


Fig. 2 Tube grain.

Table 2. Variables of tube grain shape.

| Tube 1 | Tube 2 | Tube 3 |
|--------|--------|--------|
| R0 | R0 | R0 |
| w1 | w1 | w1=0 |
| w2 | w2=0 | w2 |

인 형상은 w=0을 기준으로 Perimeter의 변화에 따른 Phase 변화에 대해 Case를 구분한다.

Slot 형상에서 w=0이 된 후, S1이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 1, S2가 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 2, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 3으로 구분하였다. 또한 w=0이 되기 전, S2가 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 4, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 5로 하였으며, Case 4에서 S3=0이 되거나 Case 5에서 S2=0이 되는 경우는 Case 6으로 구분하였다. Slot 형상의 Phase 변화에 따른 Case 구분은 Table 3에 정리하였다.

6개의 Case는 남아있는 그래인의 두께가 0이 되었을 때 연소가 종료된다. 이 때 연소가 진행된 길이는 Eq. 1의 y_{max} 이며, 이 수식은 Star와 Wagon Wheels 형상에서도 동일하게 적용이 가능하다.

$$y_{max} = \sqrt{R_0^2 + R_p^2 - 2R_0R_p \cos \frac{\pi}{N}} - f \quad (1)$$

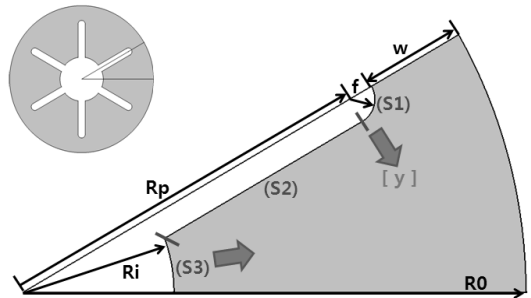


Fig. 3 Slot grain.

Table 3. Cases of slot shape.

| Case | w>0 (S1>0) | w=0 |
|------|-------------|------------------|
| 1 | S2>0, S3>0 | S1=0, S2>0, S3>0 |
| 2 | | S2=0, S1>0, S3>0 |
| 3 | | S3=0, S1>0, S2>0 |
| 4 | S2=0, S3>0 | S1>0, S3>0 |
| 5 | S3=0, S2>0 | S1>0, S2>0 |
| 6 | S2=0 ⇒ S3=0 | S1>0 |
| | S3=0 ⇒ S2=0 | |

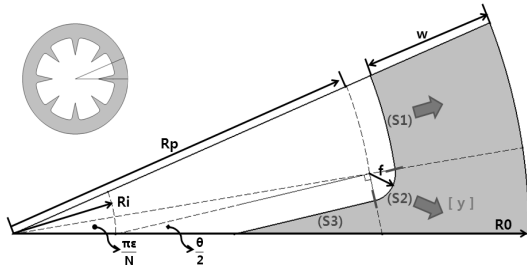


Fig. 4 Star grain.

Table 4. Cases of star shape.

| Case | w>0 (S1>0, S2>0) | w=0 (S1=0) |
|------|------------------|------------|
| 1 | S3>0 | S3=0, S2>0 |
| 2 | | S2=0, S3>0 |
| 3 | S3=0 | S2>0 |

2.3 Star 형상

Star 형상에는 6개의 기하학적 변수가 적용된다. 5개의 변수는 N, R0, w, f, ε이며, 나머지 한 개의 변수는 Ri 또는 θ/2이다. Ri와 θ/2는 서로 종속적이므로 둘 중 하나의 값이 정해지면 다른 하나의 값도 정해지게 된다.

Star 형상의 Perimeter 계산은 Fig. 4에 보는 바와 같이 S1, S2, S3으로 나뉘어 계산되며 세 부분의 합으로 전체 Perimeter 값을 산출한다. S1은 Star의 바깥쪽 호, S2는 모서리 호, S3은 측면 직선을 의미한다.

Star 형상에서 w=0이 된 후에는 S1=0이 되며, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 1, S2가 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 2로 구분하였다. 또한 w=0이 되기 전, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 3으로 하였다. Star 형상의 Phase 변화에 따른 Case 구분은 Table 4에 정리하였다.

2.4 Wagon Wheels 형상

Wagon Wheels 형상에는 7개의 기하학적 변수가 적용된다. 6개의 변수는 N, R0, w, f, ε, θ/2이며, 나머지 한 개의 변수는 Ri 또는 rayside이다. Ri와 rayside는 서로 종속적이므로 둘 중 하나의 값이 정해지면 다른 하나의 값도

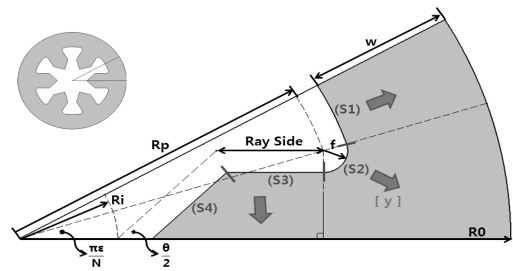


Fig. 5 Wagon wheels grain.

Table 5. Cases of wagon wheels shape.

| Case | w>0 (S1>0, S2>0) | w=0 (S1=0, S2>0) |
|------|------------------|------------------|
| 1 | S4=0 (S3=0) | - |
| 2 | S3=0, S4>0 | S4>0 |
| 3 | S3=0 ⇒ S4=0 | - |
| 4 | S3>0, S4>0 | S4=0 (S3=0) |
| 5 | | S3=0, S4>0 |

정해지게 된다.

Wagon Wheels 형상의 Perimeter 계산은 Fig. 5에 보는 바와 같이 S1, S2, S3, S4로 나뉘어 계산되며 네 부분의 합으로 전체 Perimeter 값을 산출한다. S1은 Wagon Wheel의 바깥쪽 호, S2는 모서리 호, S3은 Spoke 측면 직선, S4는 Spoke 앞면 대각선을 의미한다.

Wagon Wheels 형상에서 w=0이 되기 전, S4가 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 1, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 2로 하였으며, Case 2에서 S4=0이 되는 경우는 Case 3으로 구분하였다. 또한 w=0이 된 후에는 S1=0이 되며, S4가 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 4, S3이 가장 먼저 0이 되는 경우를 Case 5로 구분하였다. Phase 변화에서 S4=0이 되면 Spoke의 두께가 0이 되면서 사라지므로 S3 또한 0이 된다. Wagon Wheels 형상의 Phase 변화에 따른 Case 구분은 Table 5에 정리하였다.

3. 해석 결과

Analytical Method를 적용하여 개발된 그레이인

Burn-back 해석코드의 신뢰성을 확인하기 위해, 기 개발된 해석코드를 이용하여 동일한 그레인 초기 형상에 대해 각 해석코드에서 산출된 Perimeter의 값을 비교하였다. 기 개발된 해석코드는 Numerical Method의 Level Set Method가 적용되었다[3].

3.1 Tube 형상

비교에 사용된 Tube 형상은 $w_2=0$ 인 Tube 2 형상이다. Tube 2 형상의 Perimeter는 증가하는 양상을 보이며, 이로부터 점층형 연소를 예상할 수 있다.

Tube 형상은 다른 형상에 비해 상당히 단순한 형태이고, 적용되는 기하학적 변수의 개수도 적으며, Phase의 변화도 복잡하지 않기 때문에 Analytical Method와 Numerical Method의 Perimeter 값이 거의 일치한다.

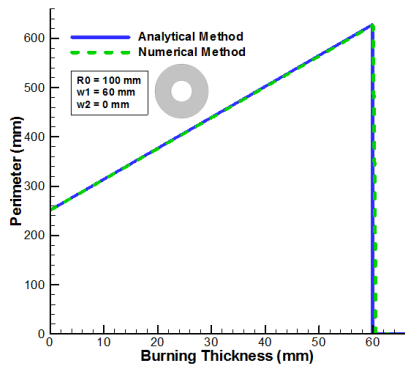


Fig. 6 Comparison result for tube 2.

3.2 Slot 형상

비교에 사용된 Slot 형상은 $w=0$ 이 되기 전, S3이 가장 먼저 0이 되는 Case 5 형상으로, Perimeter가 증가하다가 감소하는 양상을 보인다.

Slot 형상은 비교적 적은 개수의 기하학적 변수가 적용되지만, Analytical Method와 Numerical Method의 Perimeter 값의 차이가 크게 발생하였다. 전체 Burning Thickness의 80% 범위에서 추력이 발생하고, 나머지 범위에서는 Sliver가 발생한다고 하였을 때, 추력 발생 범위에서의 오차는 10~14%이며, Sliver가 생기는 범위에서의 오차는 더 증가하였다. 이는 연소 진행 과정에서 발생하는 연소 면적의 증첩현상에 의해 Numerical Method의 수치적인 오차가 크게 발생하기 때문으로 예상된다. 하지만 고체 추진 기관의 성능 해석에서 가장 큰 영향을 미치는

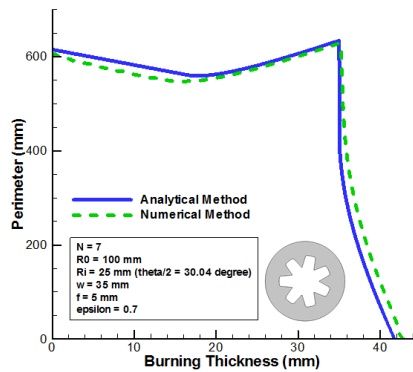


Fig. 8 Comparison result for star.

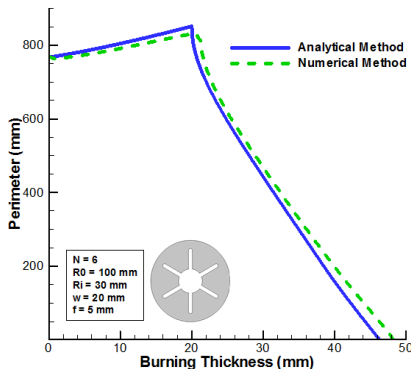


Fig. 7 Comparison result for slot.

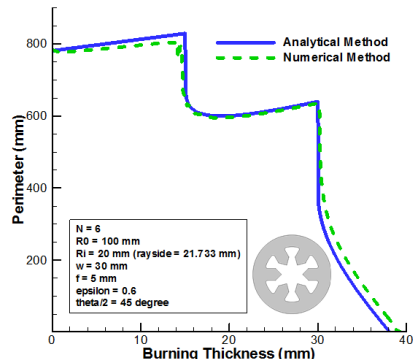


Fig. 9 Comparison result for wagon wheels.

초기 연소 면적 및 Phase 변화가 발생하는 위치는 정성적으로 거의 일치함을 확인할 수 있다.

3.3 Star 형상

비교에 사용된 Star 형상은 $w=0$ 이 되기 전, S3이 가장 먼저 0이 되는 Case 3 형상으로, Perimeter가 감소하다가 증가하는 양상을 보인다. Star 형상은 Phase의 변화가 비교적 단순하지만, 추력 발생 범위의 초기 연소 구간에서 최대 4%의 오차가 발생하며, Sliver가 생기는 범위에서의 오차는 더욱 증가하였다.

3.4 Wagon Wheels 형상

비교에 사용된 Wagon Wheels 형상은 $w=0$ 이 되기 전, S3과 S4가 0이 되는 Case 1 형상으로, Perimeter의 값이 거의 일정한 구간이 두 번 나온 후에 감소하는 양상을 보이며, 이로부터 중립형의 이중 추력이 발생할 것을 예상할 수 있다.

Wagon Wheels 형상은 적용되는 기하학적 변수의 개수가 많으며, 형상 변화도 비교적 복잡하기 때문에 여러 범위에서 Analytical Method와 Numerical Method의 Perimeter 값의 차이가 발생하였다. 추력 발생 범위의 첫 번째 중립형 연소 구간에서 Numerical Method의 경우 Spoke 부분의 계산에서 수치적인 오차가 크게 발생하며 최대 10%의 오차가 발생하고, Sliver가 생기는 범위에서의 오차는 더 증가하였다. 하지만 Slot 형상과 마찬가지로 고체 추진기관의 성능 해석에 결정적으로 영향을 미치는 초기 연소 면

적 및 추력 변화 부분은 정성적으로 거의 일치함을 확인할 수 있다.

3.5 해석결과 고찰

각 형상에 대해 Burning Thickness에 대한 Perimeter 비교를 수행한 결과, 주 추력이 발생하는 구간 및 추력 부분에 대해서는 Analytical Method 및 Numerical Method의 해석 결과가 정성적으로 일치함을 확인하였다. 하지만 Tube 2 형상을 제외하고는 초기 연소 시 Numerical Method의 결과가 낮은 Perimeter를 보이며 연소 후반으로 갈수록 Analytical Method의 결과에 비해 Perimeter가 증가하는 공통적인 경향을 보임을 확인했다. 이와 같은 오차의 원인을 확인하기 위해 Slot 형상의 그레이인을 대상으로 추가 연구를 수행하였다.

Fig. 10은 Slot 형상의 초기 Perimeter 변화를 보여준다. 그림에서 확인할 수 있듯이 연소초기에 Numerical Method를 이용하여 계산한 Perimeter의 경우, 연소가 진행됨에 따라 값이 감소함을 확인할 수 있다. 하지만 Fig. 3에서도 확인했듯이 Slot 형상 그레이인은 연소 초기에는 Perimeter가 증가하는 형상이다. 따라서 이는 Numerical Method에서 발생하는 Numerical Error에 의한 오차라고 판단하여 이를 확인하기 위한 연구를 수행하였다.

Fig. 11은 Slot 형상에 대한 수직 벡터를 나타낸 그림이며, Burn-back은 그레이인 표면에서 수직 한 방향으로 진행된다. 따라서 Fig 11과 같이

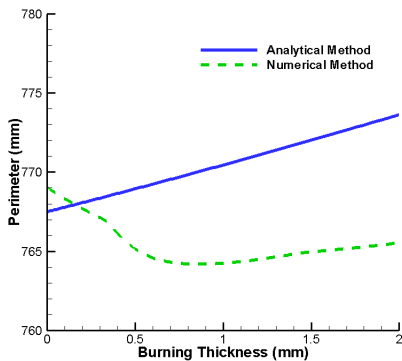


Fig. 10 Initial perimeter change of slot.

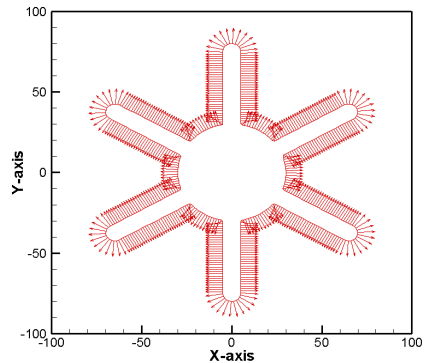


Fig. 11 Normal vector of slot.

Port Area에 갈래가 있는 형상의 경우, Burn-back의 진행에 따라 연소면적이 겹쳐지는 부분이 발생하게 되며, 이는 Star 및 Wagon Wheels 형상에서도 공통되는 부분이다.

본 연구에서 결과 비교에 사용된 Level Set Method는 2차원 평면의 그리드와 추진제 형상의 Mesh 점을 이용하여 Zero Level Set 값을 계산하고, 이를 통해 면적분석을 하는 방법이다. 따라서 Fig. 11과 같이 진행 방향이 겹쳐지게 되는 경우, 충분한 그리드 수 및 Mesh 점이 없다면 Zero Level Set 값을 이산화 하는데 있어 Numerical Error가 발생하며, 이로 인해 형상 변화와 관련된 계산과 내탄도 계산 등 여러 과정에서 오차가 발생하게 된다.

또한 이산화의 차수에 따라서도 Numerical Error가 발생할 수 있다. 본 연구에서는 1차의 이산화 차수가 적용되어 오차가 발생할 가능성이 크며, 이에 따른 Numerical Error는 적절한 차수의 증가로 감소시킬 수 있을 것으로 판단된다.

Fig. 12는 Numerical Method를 사용하여 해석한 Slot 형상 그레이의 Burn-back 형상으로, Burn-back 진행이 겹쳐지는 부분을 확대한 그림이다. Fig. 11에서 확인할 수 있듯이 진행 방향이 겹쳐지는 부분은 연소 초기($t=0.06s$)에 Burn-back이 수직으로 진행되지 않으며, 시간이 경과한 후($t=0.6s$)에는 수직방향으로 진행됨을 확인할 수 있다. 이로 인해 Fig. 10의 결과와 같이 Numerical Method를 사용했을 시 초기

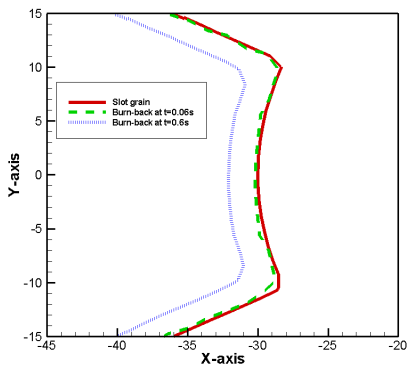


Fig. 12 Burn-back of slot.

Perimeter가 감소하는 결과를 보인다고 판단된다.

이와 같이 경계 부분에서 발생한 Error에 의해 초기 Perimeter가 감소하였으며 이로 인해 실제 Input 보다 연소가 지연되었고 Analytical Method의 결과에 비해 초기에는 낮은 Perimeter를 보이다가 연소 후반에는 높은 Perimeter를 보였으며, 연소 지연에 의해 연소 시간이 Analytical Method에 비해 증가하였다.

이와 같은 오차는 Slot 형상뿐만 아니라 Burn-back이 진행되면서 진행방향이 중첩되는 형상을 가진 그레이인 형상에 공통된 현상이며, 원인은 앞서 언급한대로 중첩된 부분에서 발생하는 Numerical Error라고 판단된다.

본 연구의 목적은 Analytical Method를 최적화기법에 적용이 가능한 Burn-back 해석 코드를 개발하는데 있으며, Numerical Error에 의한 오차를 제외하면 기 개발된 해석코드와 일치하는 결과를 보임으로 본래의 목적은 달성한 것으로 판단된다.

Numerical Error와 관련된 부분은 추후 연구를 통해 보완할 계획이다.

4. 결 론

Analytical Method를 적용하여 그레이인 Burn-back 해석코드를 개발하였다. 그레이인의 초기 형상을 대표적인 4개의 형상으로 구분하고, 각 형상에 대해 해석코드를 개발하였으며, 기 개발된 해석코드와의 비교를 수행하였다.

각 형상에 대해서 Analytical Method와 Numerical Method로부터 산출된 값의 변화 양상은 거의 동일하지만, 정량적인 값은 차이가 있었다. 하지만 비교적 단순한 형상이거나 적용되는 기하학적 변수의 개수가 적을수록 두 방법에서 산출되는 값의 차이가 감소함을 확인했다. 또한 전체적으로 연소 후반 범위에서 Analytical Method보다 Numerical Method의 값이 커지고 이에 따라 오차가 증가하지만, 연소가 종료되는 시점에서 Sliver가 생기는 범위이며, 고체 추진기

관의 성능에 주로 영향을 미치는 추력 발생 구간에서의 오차는 대부분 10%이내였다. 해석 결과 비교를 통해 확인한 Numerical Error에 의해 발생한 오차는 추후에 진행될 Error의 보완을 통해 감소할 수 있으며, 오차가 감소할 경우 이론적인 해석 적용에는 타당할 것으로 보인다.

그레인 Burn-back 해석코드로 산출된 Port Area와 Perimeter로 부터 그레인의 연소면적을 예측할 수 있고, 이를 내탄도 해석에 적용하여 압력, 추력 등을 계산할 수 있으며, 기하학적 변수를 이용하여 우주발사체 설계과정의 추진모듈에서 내탄도 해석과 함께 최적화기법에 적용되어 설계에서 요구하는 성능을 도출하기 위한 계산과정에 적용이 가능하다.

후 기

본 연구는 한국연구재단 및 미래창조과학부 (우주핵심기술개발사업, 과제번호 2012033521)

및 인하대학교의 지원으로 수행되었으며, 지원에 감사드립니다.

References

1. Acik, S., "Internal Ballistic Design Optimization of a Solid Rocket Motor," Middle East Technical University, Degree of Master of Science, MAY, 2010.
2. Hartfield, R., Jenkins, R., Burkhalter, J. and Foster, W., "A Reveiw of Analytical Methods for Solid Rocket Motor Grain Analysis," *39th Joint Propulsion Conference and Exhibit*, AIAA 2003-4506, 2003.
3. Planells, R.C. and Guerrero, M.S., "Study of Grain Burnback and Performance of Solid Rocket Motors," Universitat Politècnica de Catalunya, Project Report, IANUARY, 2013.