The Korean Journal of Applied Statistics (2014) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2014.27.3.407
27(3), 407–417

Course Probability in the Game of Yut

Daehyeon Cho[a,1]

[a]Department of Data Science, Inje University

(Received February 4, 2014; Revised March 14, 2014; Accepted April 9, 2014)

Abstract

The game of yut is one of Korean traditional games which every body can enjoy regardless of gender or age. Yut consists of four sticks, each has head and tail. We consider the probabilities of five results of yut which we toss according to the probability p of head. And we calculate the probabilities according to 4 courses which one piece of yut can go through in a yutpan.

Keywords: Number of case, product law of probability, game of yut.

1. 서론

우리나라의 전통적인 명절놀이 중 윷놀이는 가족이나 친구들이 모여 남녀노소 구별 없이 즐기는 국민놀이이다. 추석이나 설과 같은 명절 뿐 만아니라 어느 모임에서나 쉽게 할 수 있는 놀이가 윷놀이이다. 남자 여자 할 것 없이 두 편 혹은 세 편으로 갈라서 윷가락을 던져서 나오는 대로 행마해서 먼저 네 개의 윷말(넉동)을 빼는 쪽이 이기는 게임이다. 미리 이긴 팀과 진 팀에 대한 상이나 벌칙을 정해 두고 게임을 시작하는 것이 게임의 박진감을 더해 주기도 한다. 윷판은 '말밭' '말판' '윷판'이라고 한다.

윷놀이는 말 4개가 모두 출발지를 출발하여 다시 출발한 곳을 먼저 빠져 나가는 편이 이기는 놀이이다. 윷놀이 풍속에 4말을 빼는 것을 '넉동 뺀다'라고도 하는데 이는 말을 '동'이라고도 하는 것임을 알 수 있다. 이러한 윷놀이는 윷을 잘 던지기만 해서 이길 수 있는 것은 아니며, 말판을 쓰는 것도 매우 중요한 승리의 관건이다. 남의 말에 잡히지 않으면서 가장 가까운 길로 가되, 자기 말끼리 덧놓아 '두동산이(두동문이)'나 '석동산이(석동문이)' 많게는 '넉동산이(넉동문이)'를 만들어 한 번에 움직일 수 있게 되면 매우 빨리 날 수도 있다.

윷은 동일한 모양의 4개의 윷가락으로 이루어져있다. 각각의 윷가락은 앞(head)과 뒤(tail)로 이루어져 있으며 윷판에 던져진 윷가락의 앞과 뒤의 구성에 따라 도 개 걸 윷 모라 부른다. 각각 도 개 걸 윷 모가 나옴에 따라 각각 1∼5칸씩 앞으로 나아가게 된다. 도 개 걸 윷 모가 나올 확률은 하나의 윷가락을 윷판에 던졌을 때 앞이 나올 확률에 따라 결정됨을 알 수 있다. 출발지점을 출발하여 던진 윷의 결과에 따라 전진하여 윷판을 돌아 다시 출발 지점으로 돌아오는 게임이 윷놀이라 할 수 있는데 이 경우 한 번 출발한 윷말이 경유하는 코스는 4가지임을 알 수 있다.

윷에 관련된 연구로는 윷 단면의 각도에 따른 앞면이 나올 확률을 논리적으로 구한 Kim과 Hur (1995)의 연구와 앞면이 나올 확률을 논리적으로 구할 수 없을 때 최우추정법과 베이즈추정법을 이

This work was supported by the Inje Research and Scholarship Foundation in 2012.
[1]Department of Data Science/Institute of Statistical Information, Inje University, Kimhae 621-749, Korea.
E-mail: statcho@inje.ac.kr

Table 2.1. The probability of results that we throw four yut sticks

p	도	개	걸	윷	모
0.50	0.25	0.375	0.25	0.0625	0.0625
0.52	0.2300314	0.373801	0.2699674	0.07311616	0.05308416
0.54	0.2102458	0.3702154	0.2897338	0.08503056	0.04477456
0.56	0.1908122	0.3642778	0.3090842	0.09834496	0.03748096
0.58	0.1718842	0.3560458	0.3277882	0.113165	0.03111696
0.60	0.1536	0.3456	0.3456	0.1296	0.0256

용하여 구한 Park과 Park (1996)의 연구를 들 수 있다. Oh (2010)은 윷의 뒤가 나올 확률에 따른 표준 윷을 제안하였다. 이러한 윷에 관한 연구들은 윷가락의 앞면이나 뒷면이 나올 확률에 대한 과학적인 연구들이다. 본 연구는 실제 윷놀이라는 게임에서 윷말이 지날 수 있는 4가지 코스에 대한 경유확률에 관한 연구이다. 게임에 대한 파산 확률이나 파산할 때까지의 총 게임 수에 대하여는 많은 연구가 있다 (Chang, 1995; Cho, 1996; Sandell, 1989). 이러한 연구들은 주로 경우의 수와 조건부확률의 성질 등, 확률이론 (Ross, 2006; Chung, 1974)에 의해 연구된 결과들이다. 상대를 이기기 위한 전략을 세우거나 게임에 대해 걸리는 시간 등을 알기 위해서는 게임 시 발생하는 각종 사건들에 대한 확률 문제들을 알아보는 것이 필수적이다.

본 연구에서는 윷가락의 앞(head)이 나올 확률(p)에 따른 도 개 걸 윷 모의 확률의 변화를 알아보고 확률과 경우의 수에 대한 기본적인 확률이론 (Sin, 2004; Jeon과 Kim, 1987; Ross, 2006)을 이용하여 이들 확률에 따른 각 코스를 경유할 확률을 구하고자한다.

2. 각 코스를 경유할 확률

모양이나 크기가 구별이 되지 않는 윷가락 4개를 던진 결과는 앞면이 나온 것의 개수에 따라 앞면이 나올 확률을 p라 할 경우 모수가 $(4, p)$인 이항분포를 따름을 알 수 있다 (Sin, 2004; Jeon과 Kim, 1987; Ross, 2006). 앞이 나오는 윷가락의 수에 따라 하나인 경우 도, 두 개인 경우 개, 세 개인 경우 걸이라 하며 모두 앞이 나온 경우를 윷이라 하며 앞이 하나도 나오지 않는 경우를 모라고 한다. 윷놀이에서 도 개 걸 윷 모가 나옴에 따라 윷말이 1칸∼5칸씩 목적지를 향해 전진한다. 일반적으로 게임에서 나타나는 결과에 따른 보상은 결과가 나타날 가능성이 낮은 경우의 보상이 나타날 가능성이 높은 경우에 대한 보상보다 높으며 이를 확률게임이라 할 수 있다. 도 개 걸 윷 모에 대한 보상이 각각 1∼5칸씩 이므로 확률 게임이려면 각각이 나타날 확률이 보상의 순서로 순서화 되어야한다. 모의 보상이 윷보다 많으려면 $p > 0.5$임을 알 수 있다. p에 따른 도 개 걸 윷 모의 확률은 다음과 같다.

Table 2.1을 보면 p 값이 0.5보다 클 경우 개 걸 윷 모가 나타날 확률의 순서가 보상의 순서와 상반됨을 알 수 있다. 그러나 p의 값이 0.5와 같은 경우를 제외하면 도가 나타날 확률은 걸이 나타날 확률보다 작음을 알 수 있다. 결국 윷놀이는 확률 게임이 아님을 알 수 있다. p의 변화에 따른 도 개 걸 윷 모가 나올 확률의 크기와 순서 등에 관하여는 Oh (2010)에 더 자세히 연구되어 있다. 결국 실제 게임에서 p의 변화를 주는 것만으로는 나타날 확률이 도 개 걸 윷 모의 순서로 하는 것은 불가능함을 알 수 있다. 이러한 고정된 p에 따른 도 개 걸 윷 모가 나타날 확률을 이용하여 윷말이 각 코스를 경유할 확률을 구하고자 한다.

윷놀이를 위한 말판을 간단히 도식하면 Figure 2.1과 같다. 편의상 시작지점을 H라하고 윷판의 다른 꼭지점을 (가), (나), (다)로 하고 중앙을 (라)라 하였다. 윷말이 경유하는 길에 따라 서로 다른 4가지 코스가 있으며 각 코스의 길이는 각각 눈의 길이를 1로 했을 때 다음과 같다.

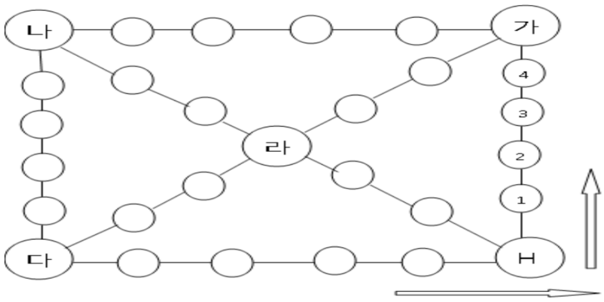

Figure 2.1. The graph of Yutpan

제 1코스(C_1) :	(H)-(가)-(라)-(Home)	:	$5+3+3$	11
제 2코스(C_2) :	(H)-(가)-(×라)-(Home)	:	$5+3+3+5$	16
제 3코스(C_3) :	(H)-(×가)-(나)-(Home)	:	$5+5+3+3$	16
제 4코스(C_4) :	(H)-(×가)-(×나)-(Home)	:	$5+5+5+5$	20

윷놀이에서 하나의 윷가락이 앞(head)이나 뒤(tail)가 나올 확률에 따라 도 개 걸 윷 혹은 모가 나올 확률이 달라짐을 Table 2.1에서 확인하였다. 이러한 확률의 변화에 따라 각 코스를 경유하게 될 확률이 결정됨을 알 수 있다. 각각의 코스를 경유하게 될 확률을 구하기 위해서는 경유하게 되는 모든 경우의 수를 고려하는 것이 필수적이다. 이러한 전체경우의 수를 구하는 데 유용한 다음의 정리를 소개한다 (Jeon과 Kim, 1987; Ross, 2006).

정리 2.1 $x_1+\cdots+x_r=n$ (단 $n \geq r$)을 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수는 $\binom{n-1}{r-1}$이다.

2.1. (가)를 경유하는 경우의 확률

윷놀이에서 도 개 걸 윷 모가 나오는 경우를 각각 1∼5라하고 각각이 나올 확률을 $p_1 \sim p_5$라 하자. 위의 정리를 이용하면 (가)를 경유하는 경우에 대한 경우의 수는 아래와 같이 구조화 할 수 있다.

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5$를 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수 : 1

$x_1+x_2+x_3+x_4=5$를 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수 : 4

$x_1+x_2+x_3=5$를 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수 : 6

$x_1+x_2=5$를 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수 : 4

$x_1=5$를 만족하는 양의 정수의 해 집합의 수 : 1

그러므로 총 경우의 수는 16가지임을 알 수 있다. 이러한 16가지 경우에 대한 양의 해집합을 구하면 다음과 같다.

$$(1,1,1,1,1)$$
$$(2,1,1,1),(1,2,1,1),(1,1,2,1),(1,1,1,2)$$
$$(1,1,3),(1,3,1),(3,1,1),(1,2,2),(2,1,2),(2,2,1)$$
$$(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)$$
$$(5)$$

그러므로 (가)를 경유하는 경우에 대한 확률을 P(가)라 하고 이를 확률의 곱의 법칙과 합의 법칙을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$p_1^5 + 4p_1^3p_2 + 3p_1^2p_3 + 3p_1p_2^2 + 2p_1p_4 + 2p_2p_3 + p_5.$$

2.2. (가)를 경유하지 않고 (라)를 경유하는 경우의 확률

(가)를 경유하지 않고 (라)를 경유하는 경우는 (나)를 경유하는 경우와 같다. 이 경우는 다음과 같은 서로 배반인 사건들로 나누어 원하는 확률을 구하고자한다. (가)를 경유하지 않고 (나)로 가는 경우는 다음과 같이 Home에서 (가) 사이에 ①∼④ 중 어디를 마지막으로 경유하느냐에 따라 4가지의 배반인 사건으로 나누어 생각해 볼 수 있다.

2.2.1. ①∼④ 중에서 ①을 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우 ①∼④ 중에서 ①을 최종으로 경유하고 (가)를 넘어 (라)로 가기 위해서는 2번째 시행에서 반드시 모가 나와야한다. 그런 다음 나머지 시행에서 (나)에 최종으로 도달하면 된다. 즉, 도(1) 모(5)가 나온 후 나머지 시행에서 (나)에 최종으로 도달하는 경우의 수는 다음과 같음을 알 수 있다.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1 + x_2 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1,1,1)$$
$$(1,1,2),(1,2,1),(2,1,1)$$
$$(1,3),(3,1),(2,2)$$
$$(4)$$

그러므로 이들에 대한 확률은 다음과 같다.

$$p_1p_5\left(p_1^4 + 3p_1^2p_2 + 2p_1p_3 + p_2^2 + p_4\right).$$

2.2.2. ①∼④ 중에서 ②를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우 ①∼④ 중에서 ②를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어 (라)로 가기 위해서는 ②를 최종으로 경유하고 난 다음 시행에서 반드시 모(5)나 윷(4)이 나와야한다. 그런 다음 나머지 시행에서 (나)에 최종으로 도달하면 된다. 그러므로 구하고자 하는 확률은 ②를 경유할 확률과 모나 윷이 나온 후 (나)에 도달할 확률을 구하여 곱하면 된다. 먼저 ②를 경유할 경우의 수는 $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 = 2$를 만족하는 양의 해집합의 수와 같다. 이 경우에 해당하는 해집합은 (1, 1), (2)이다

즉, ②를 경유한 다음 모(5)가 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 수는 아래와 같다.

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1 + x_2 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 2

$x_1 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1,1),(2,1),(1,2),(3)$$

그러므로 ②를 경유한 다음 모(5)가 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^2+p_2\right)p_5\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right).$$

다음으로 ②를 경유한 다음 윷(4)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 수는 아래와 같다.

$x_1+x_2+x_3+x_4=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1+x_2+x_3=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1+x_2=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$\begin{array}{l}(1,1,1,1)\\(1,1,2),(1,2,1),(2,1,1)\\(1,3),(3,1),(2,2)\\(4)\end{array}$$

그러므로 ②를 경유한 다음 윷(4)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^2+p_2\right)p_4\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right).$$

이를 종합하면 ①∼④ 중에 ②를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우에 대한 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^2+p_2\right)\left\{p_5\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)+p_4\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\right\}.$$

2.2.3. ①∼④ 중에서 ③을 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우 ①∼④ 중에서 ③을 최종으로 경유하고 (가)를 넘어 (라)로 가기 위해서는 ③을 최종으로 경유 한 다음 시행에서 반드시 모(5)나 윷(4), 혹은 걸(3)이 나와야한다. 그런 다음 나머지 시행에서 (나)에 최종으로 도달하면 된다. 먼저 ③을 경유할 경우의 수는 $x_1+x_2+x_3=3$, $x_1+x_2=3$, $x_1=3$을 만족하는 양의 해집합의 수와 같다. 이 경우에 해당하는 해집합은 $(1,1,1)$, $(1,2)$, $(2,1)$, (3)이다

③을 최종으로 경유하고 난 다음 모(5)가 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 수는 아래와 같다.

$x_1+x_2=2$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1=2$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1),(2)$$

그러므로 ③을 최종으로 경유하고 모(5)가 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)p_5\left(p_1^2+p_2\right).$$

다음으로 ③을 최종으로 경유하고 윷(4)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 수는 다음과 같다.

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1 + x_2 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 2

$x_1 = 3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1,1),(2,1),(1,2),(3)$$

그러므로 ③을 최종으로 경유하고 난 다음 윷(4)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^3 + 2p_1p_2 + p_3\right) p_4 \left(p_1^3 + 2p_1p_2 + p_3\right).$$

마지막으로 ③을 최종으로 경유하고 난 다음 걸(3)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 수는 다음과 같다.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1 + x_2 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&(1,1,1,1)\\&(1,1,2),(1,2,1),(2,1,1)\\&(1,3),(3,1),(2,2)\\&(4)\end{aligned}$$

그러므로 ③을 최종으로 경유하고 걸(3)이 나온 후 경유지 (나)에 도달하는 경우의 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^3 + 2p_1p_2 + p_3\right) p_3 \left(p_1^4 + 3p_1^2p_2 + 2p_1p_3 + p_2^2 + p_4\right)$$

그러므로 ①∼④ 중에서 ③을 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우에 대한 확률은 다음과 같다.

$$\left(p_1^3 + 2p_1p_2 + p_3\right) \left\{p_5 \left(p_1^2 + p_2\right) + p_4 \left(p_1^3 + 2p_1p_2 + p_3\right) + p_3 \left(p_1^4 + 3p_1^2p_2 + 2p_1p_3 + p_2^2 + p_4\right)\right\}.$$

2.2.4. ①∼④ 중에서 ④를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어가는 경우 ①∼④ 중에서 ④를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어 (라)로 가기 위해서는 ④를 최종으로 경유하고 난 다음 시행에서 반드시 도(가)아 아닌 것들이 나와야한다. 그런 다음 나머지 시행에서 (나)에 최종으로 도달하면 된다. 먼저 ④를 최종으로 경유할 경우의 수는 $x_1+x_2+x_3+x_4 = 4$, $x_1+x_2+x_3 = 4$, $x_1+x_2 = 4$, $x_1 = 4$를 만족하는 양의 해집합의 수와 같다. 이 경우에 해당하는 해집합은 $(1,1,1,1)$, $(1,1,2)$, $(1,2,1)$, $(2,1,1)$, $(2,2)$, $(1,3)$, $(3,1)$, (4)이다. 그러므로 ④를 최종으로 경유할 확률은 다음과 같다.

$$p_1^4 + 3p_1^2p_2 + p_2^2 + 2p_1p_3 + p_4$$

즉, ④를 최종으로 경유하고 모(5)가 나온 후 (나)를 경유하려면 다음에 반드시 도(1)가 나와야한다. 그러므로 ④를 최종으로 경유한 다음 모(5)가 나온 후 (나)를 경유하는 확률은 $(p_1^4+3p_1^2p_2+p_2^2+2p_1p_3+p_4)p_5p_1$이다.

다음으로 최종으로 ④를 경유한 다음 윷(4)이 나온 후 (나)를 경유하는 경우의 수는 다음과 같다.

$x_1+x_2=2$를 만족하는 해집합의 수 : 1

$x_1=2$을 만족하는 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다

$$(1,1),(2)$$

그러므로 최종으로 ④를 경유하고 윷(4)이 나온 후 (나)를 경유하는 경우에 대한 확률은 $(p_1^4+3p_2p_1^2+p_2^2+2p_3p_1+p_4)p_4(p_1^2+p_2)$이다.

또한 ④를 최종으로 경유한 다음 걸(3)이 나온 후 (나)를 경유하는 경우의 수는 다음과 같다.

$x_1+x_2+x_3=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1+x_2=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 2

$x_1=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1,1),(1,2),(2,1),(3)$$

그러므로 ④를 최종으로 경유한 다음 걸(3)이 나온 후 (나)를 경유하는 경우에 대한 확률은 $(p_1^4+3p_1^2p_2+p_2^2+2p_1p_3+p_4)p_3(p_1^3+2p_1p_2+p_3)$이다.

마지막으로 ④를 최종으로 경유한 다음 개(2)가 나온 후 (나)를 경유하는 경우의 수는 다음과 같다.

$x_1+x_2+x_3+x_4=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1+x_2+x_3=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1+x_2=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 3

$x_1=4$를 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&(1,1,1,1)\\&(1,1,2),(1,2,1),(2,1,1)\\&(1,3),(3,1),(2,2)\\&(4)\end{aligned}$$

그러므로 ④를 최종으로 경유하고 개(2)가 나온 후 (나)를 경유하는 경우에 대한 확률은 $(p_1^4+3p_1^2p_2+p_2^2+2p_1p_3+p_4)p_2(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4)$이다.

그러므로 ①∼④ 중에서 ④를 최종으로 경유하고 (가)를 넘어 (나)에 도착할 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\left(p_1^4+3p_2p_1^2+p_2^2+2p_3p_1+p_4\right)\left\{p_5p_1+p_4\left(p_1^2+p_2\right)+p_3\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)\right.\\&\left.+p_2\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\right\}.\end{aligned}$$

그러므로 (가)를 경유하지 않고 (나)에 도착하는 확률은 위의 4가지 경우의 확률을 더한 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&p_1p_5\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\\
&+\left(p_1^2+p_2\right)p_5\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)+\left(p_2+p_1^2\right)p_4\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\\
&+\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)\left\{p_5\left(p_1^2+p_2\right)+p_4\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)+p_3\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\right\}\\
&+\left(p_1^4+3p_1^2p_2+p_2^2+2p_1p_3+p_4\right)\left\{p_5p_1+p_4\left(p_1^2+p_2\right)+p_3\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right)\right.\\
&\left.+p_2\left(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4\right)\right\}
\end{aligned}$$

그러므로 이는 제 3 코스를 경유할 확률인 $P(C_3)$임을 알 수 있다.

2.3. (가)를 경유하고 (라)를 경유하는 경우의 확률

이들 경우의 확률은 확률의 곱의 법칙에 따라 (가)까지의 경우의 확률과 (가)에서 (라)에 도달하는 경우의 확률을 곱하면 된다.

(가)에서 (라)에 도달하는 경우의 수는 다음의 경우의 수와 같다.

$x_1+x_2+x_3=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

$x_1+x_2=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 2

$x_1=3$을 만족하는 양의 해집합의 수 : 1

위의 각 경우에 해당하는 해집합은 다음과 같다.

$$(1,1,1),(2,1),(1,2),(3)$$

그러므로 이들에 대한 확률은 $p_1^3+2p_1p_2+p_3$이다.

(가)를 경유하고 (라)를 경유하는 경우는 제 1코스이다. 제 1의 코스를 경유할 확률인 $P(C_1)$은 (가)를 경유할 확률과 (가)에서 출발하여 (라)에 도착할 확률의 곱으로써 다음과 같다.

$$\left(p_1^5+4p_1^4p_2+3p_1^2p_3+3p_1p_2^2+2p_1p_4+2p_2p_3+p_5\right)\left(p_1^3+2p_1p_2+p_3\right).$$

2.4. (가)를 경유하고 (라)를 경유하지 않는 경우의 확률

(가)를 경유하는 사건에 대해 (라)를 경유하는 사건과 경유하지 않는 사건은 서로 배반임을 알 수 있다. 그러므로 (가)를 경유하고 (라)를 경유하지 않고 결승점에 도착하는 경우인 제 2코스를 경유할 확률 $P(C_2)$는 다음과 같음을 알 수 있다. $P(\text{가})-P(C_1)$:

2.5. (가)를 경유하지 않고 (나)를 경유하지 않는 경우의 확률

(가)를 경유하는 경우와 경유하지 않는 사건은 서로 배반인 사건이므로 (가)를 경유하지 않을 확률은 $(1-P(\text{가}))$이다. (나)를 경유하는 사건과 경유하지 않는 사건 또한 서로 배반이므로 (가)를 경유하지 않고 (나)를 경유하지 않고 결승점에 도착하는 제 4코스를 경유할 경우에 대한 확률 $P(C_4)$는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$(1-P(\text{가}))-P(C_3)$$

Table 2.2. The via probability according to the four courses.

코스	확률	
1	$(p_1^5+4p_1^3p_2+3p_1^2p_3+3p_1p_2^2+2p_1p_4+2p_2p_3+p_5)(p_1^3+2p_1p_2+p_3)$	: say $P(C_1)$
2	$(p_1^5+4p_1^3p_2+3p_1^2p_3+3p_1p_2^2+2p_1p_4+2p_2p_3+p_5)-P(C_1)$	
3	$p_1p_5(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4)$ $+(p_1^2+p_2)p_5(p_1^3+2p_1p_2+p_3)+(p_2+p_1^2)p_4(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4)$ $+(p_1^3+2p_1p_2+p_3)\{p_5(p_1^2+p_2)+p_4(p_1^3+2p_1p_2+p_3)+p_3(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4)\}$ $+(p_4+2p_3p_1+p_2^2+3p_2p_1^2+p_1^4)\{p_5p_1+p_4(p_1^2+p_2)+p_3(p_1^3+2p_1p_2+p_3)$ $+p_2(p_1^4+3p_1^2p_2+2p_1p_3+p_2^2+p_4)\}$	: say $P(C_3)$
4	$\{1-(p_1^5+4p_1^3p_2+3p_1^2p_3+3p_1p_2^2+2p_1p_4+2p_2p_3+p_5)\}-p(C_3)$	

Table 2.3. The Course probability according to p

코스		제 1코스	제 2코스	제 3코스	제 4코스
p	0.50	0.2075348	0.2504730	0.1839117	0.3580805
	0.52	0.2028398	0.2438345	0.1753168	0.3780089
	0.54	0.1973853	0.2367150	0.1682296	0.3976702
	0.56	0.1912546	0.2290401	0.1626006	0.4171048
	0.58	0.1844902	0.2207480	0.1583873	0.4363746
	0.60	0.1770956	0.2117903	0.1555614	0.4555528

이들 각각의 코스를 경유할 확률을 정리하면 Table 2.2와 같다. 표의 결과를 이용하여 앞이 나올 확률 p가 $0.5 \sim 0.6$까지 0.02 간격으로 변함에 따른 윷말이 각 코스를 경유할 확률은 Table 2.3과 같다. Table 2.3의 결과를 보면 $P(C_3) < P(C_1) < P(C_2) < P(C_4)$임을 알 수 있으며 p의 값이 증가함에 따라 제 4코스를 경유할 확률인 $P(C_4)$는 증가함을 알 수 있으며 제 4코스 이외의 코스를 경유할 확률은 p의 값이 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다.

3. 결론

우리는 누구나 행복한 삶을 추구한다. 함께 즐기는 게임에서도 확률에 대한 지식을 통하여 더욱 더 재미있는 놀이를 할 수 있으며 박진감 넘치는 놀이문화를 이루어 갈 수 있다. 우리나라의 전통놀이 중에서 윷놀이는 남녀노소가 즐기는 건전한 놀이이다. 그러나 일반적인 상식과는 달리 윷놀이는 확률게임이 아님을 알 수 있다. 즉 나타날 경우에 대한 확률이 작을수록 보상이 커야하지만 도의 확률에 비해 개의 확률이 큼을 알 수 있다. 또한 4가지 코스에 대한 확률도 코스에 대해 경유하는 길이는 제1코스 $<$ 제2코스 $=$ 제3코스 $<$ 제4코스이지만 이들 코스를 경유할 확률의 크기는 $P(C_3) < P(C_1) < P(C_2) < P(C_4)$임을 알 수 있다. 이러한 확률은 상대의 말을 잡을 수도 있으며 업고 갈 수도 있는 윷놀이에서 다양한 전략을 통하여 좀 더 재미있고 생각하는 놀이를 즐길 수 있으리라 확신한다. 또한 각 코스를 경유할 확률을 구하는 방법을 응용하면 윷놀이 한판을 하는데 걸리는 평균게임시간을 계산할 수 있다. 실제 윷놀이에서 발생하는 다양한 경우에 대한 코스를 경유하는 확률을 구하기 위해서는 먼저 전략의 표준화가 이루어져야한다. 업고 갈 것인가 아니면 각각 갈 것인가 하는 것만 해도 어느 전략이 나은 표준 전략이라고 하기 어려워 전략의 표준화가 쉽지 않지만 표준화가 이루어진다면 본 연구 결과를 활용하여 실제 윷놀이에서 각 코스를 경유할 확률에 관한 연구가 가능하리라 여겨진다.

References

Chang, D. K. (1995). A game with four players, *Statistics and Probability Letters*, **23**, 111–115.

Cho, D. H. (1996). A Game with n players, *Journal of Korean Statistical Society*, **25**, 185–193.

Chung, K. L. (1974). *A Course in Probability Theory*, Academic press, New York.

Jeon, J. W. and Kim, W. C. (1987). *Introduction to probability Theory*, Youngji Publishers.

Kim, M. K. and Hur, M. H. (1995). The Probability of Yut, *Proceedings of the Korean Statistical Society Spring Conference 1995*, 91–97.

Oh, C. H. (2010). A study on probability of the Korean board game Yut, *Journal of the Korean Data and Information Science Society*, **21**, 719–727.

Park, J. and Park, H. (1996). On estimation of the probability of Yut, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **9**, 83–94.

Ross, S. (2006). *A First Course in Probability*, fourth ed., Prentice Hall, New jersey.

Sandell, D. (1989). A Game with three players, *Statistical Probability Letters*, **7**, 61–63.

Sin, Y. W. (2004). *Basic theory of probability*, Kyungmoon Publishers.

윷말의 코스 경유 확률

조대현[a,1]

[a]인제대학교 데이터정보학과

(2014년 2월 4일 접수, 2014년 3월 14일 수정, 2014년 4월 9일 채택)

요 약

우리나라의 전통적인 명절놀이 중 윷놀이는 가족이나 친구들이 모여 남녀노소 구별 없이 즐기는 놀이다. 하나의 윷가락의 앞면이 나올 확률 p에 따른 도 개 걸 윷 혹은 모가 나올 확률을 이용하여 윷놀이에서 윷말이 경유하는 4가지 코스에 대해 각각의 코스를 경유할 확률을 계산하였다.

주요용어: 경우의 수, 윷놀이, 확률의 곱의법칙.

이 논문은 2012년도 인제연구장학재단 국외 연수지원에 의한 연구결과임.

[1](621-749) 경남 김해시 어방동 607, 인제대학교 데이터정보학과, 통계정보연구소. E-mail: statcho@inje.ac.kr