J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea, 27(3)
pp.155~162, June, 2014
http://dx.doi.org/10.7734/COSEIK.2014.27.3.155

pISSN 1229-3059 eISSN 2287-2302
Computational Structural
Engineering Institute of Korea

고주파수 파워흐름 문제의 아이소-지오메트릭 형상 최적설계

윤 민 호[1] · 하 승 현[2] · 조 선 호[1†]

[1]서울대학교 아이소-지오메트릭 최적설계 창의연구단, [2]존스홉킨스대학교 토목공학과

Isogeometric Shape Design Optimization of Power Flow Problems at High Frequencies

Minho Yoon[1], Seung-Hyun Ha[2] and Seonho Cho[1†]

[1]*National Creative Research Initiatives(NCRI) Center for Isogeometric Optimal Design, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-744, Korea*
[2]*Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University, Baltimore, MD 21218, USA*

Abstract

Using an isogeometric approach, a continuum-based shape design optimization method is developed for steady state power flow problems at high frequencies. In case the isogeometric method is employed to the shape design optimization, the NURBS basis functions used in CAD geometric modeling are directly utilized to embed the exact geometry into the computational framework so that the design parameterization for shape optimization is much easier than that in the finite element method and consequently provides the enhanced smoothness of design perturbations. Thus, exact geometric models can be used in both the response and the shape sensitivity analyses, where normal vector and curvature are continuous over the whole design space so that enhanced shape sensitivity can be expected. Through numerical examples, the developed isogeometric sensitivity is compared with finite difference one to provide excellent agreement. Also, it turns out that the proposed method works very well in the shape optimization problems.

Keywords : *shape design sensitivity analysis, power flow problem, isogeometric method, NURBS basis function, shape design optimization*

1. 서 론

아이소-지오메트릭 해석(IGA; Isogeometric Analysis)은 기본적인 개념이 2003년에 소개된 이래(Cho *et al.*, 2003; Roh *et al.*, 2004; 2005), 2005년에 Hughes 등에 의해 수학적으로 정립된 해석법으로서 CAD에서 사용된 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)를 직접 기저함수로 사용하여 전통적인 유한요소법(FEA; Finite Element Analysis)에 비해 많은 장점을 가지고 있다. 기존의 유한요소법은 응답 및 설계 민감도 해석에서 형상 경계의 선형적인 근사화로 인하여 정확도가 확보되지 않는다는 단점이 있다. 뿐만 아니라 설계민감도를 계산하는데 있어 필수적인 법선벡터 및 곡률을 정확하게 계산하지 못하여 최적설계에 있어서도 정확한 해를 얻어내는데 어려움이 발생한다. 이에 비해 IGA는 CAD에서 쓰이는 NURBS 함수를 기저함수로 이용하여 실제 형상을 고차 기하학적 정보의 손실없이 엄밀한 수치 모델로 나타낼 수 있다. 또한 이러한 모델은 형상 최적설계에서 설계변수 매개화(Design parameterization)가 추가적으로 필요하지 않으며, NURBS 자체의 부드러움은 심각한 요소망의 뒤틀림없이 급격한 형상경계의 변화도 가능하게 한다. 즉, 아이소-지오메트릭 기반 형상 최적설계에서는 최적화를 진행함에 따라 요소망의 재구성(Remeshing)이 필요하지 않다. 이와 관련하여 응력 제한조건을 가지는 구조물의 최적설계(Ahn *et al.*, 2010), 설계 의존형 하중조건을 갖는 구조물 최적설계(Yoon *et al.*, 2011), 민들린 평판의 설계민감도 해석(Lee and Cho, 2013) 등의 연구가 진행된

† Corresponding author:
Tel: +82-02-880-7322; E-mail: secho@snu.ac.kr
Received March 17 2014; Revised May 16 2014;
Accepted May 17 2014
©2014 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

바 있다.

고주파수를 갖는 파워흐름 문제에 대한 형상 최적설계는 연구가 현재 활발하지 않는 상태이다. 100~1,000Hz의 중고주파 영역에서의 구조계의 동적 해석문제에 있어서 유한요소법(FEM; Finite Element Method)이나 경계요소법(BEM; Boundary Element Method)은 정확한 해석을 위해 매우 작은 크기의 요소가 요구되는 약점이 있으며, 구조계 매개변수의 불확실성으로 인하여 결과적으로 해석의 정확도가 저하되는 경향이 있다. 이에 따라 통계학적인 접근이 필요하며, 이러한 한 방법론이 통계학적 에너지 해석법(SEA; Statistical Energy Approach)이다. 그러나 이 방법론은 공간적인 에너지 분포를 나타낼 수 없으므로 이에 대한 대안으로 파워흐름 해석(PFA; Power Flow Analysis)이 제시되었다(Belov *et al.*, 1977). 파워흐름 해석법은 저주파수 영역에서 사용되는 크기의 요소로도 고주파수 영역까지 확장할 수 있는 강점이 있다. 유한요소 기반 파워흐름 해석기법(PFFEM; Power Flow Finite Element Method)이 개발되었으며(Nefske and Sung, 1989), 밀도법 기반 위상 최적설계(Cho *et al.*, 2006) 및 레벨셋 기반 위상 최적설계(Cho *et al.*, 2006)가 연구되었다. 본 논문에서는 복잡한 형상을 가지는 구조물에 대하여 형상 설계민감도 해석을 수행하고, 이를 활용하여 구조물의 최적화된 설계를 구하였다.

2. NURBS 기저함수

아이소-지오메트릭 해석에서는 에너지 밀도와 좌표를 동일한 NURBS 기저함수로 표현한다. IGA에서는 FEA에 비해 높은 기하학적 엄밀성을 갖고 B-스플라인에 근거한 NURBS 함수를 이용한 요소망 정밀화(Refinement)가 가능하다.

2.1 노트 벡터 및 기저함수

노트 벡터는 파라메트릭 좌표계에서 ξ_i로 이루어진 1 차원 노트 값들의 집합으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\Xi = \{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{n+p+1}\} \tag{1}$$

여기서, $\xi_i \in \boldsymbol{R}$ 은 i번째 노트, P는 차수, n은 기저함수의 개수를 나타낸다. B-스플라인 기저함수는 다음과 같이 재귀적으로 구성된다.

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_i \le \xi \le \xi_{i+1} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (p=0) \tag{2}$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \tag{3}$$

1차 B-스플라인 기저함수는 유한요소 선형 형상함수와 동일하다. B-스플라인 형상함수 $N_{i,p}(\xi)$와 가중치 w_i를 이용하여 NURBS 형상함수 $R_{i,p}$는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{i,p} = \frac{N_{i,p}(\boldsymbol{\xi}) w_i}{\sum_{j=1}^{n} N_{j,p}(\boldsymbol{\xi}) w_j} \tag{4}$$

NURBS는 기저함수로서 다음의 중요한 특징을 갖는다.

(1) $\sum_{i=1}^{n} R_{i,p} = 1$: 단위분할

(2) $R_{i,p}$ included in $[\xi_i, \xi_{i+p+1}]$: Compact support

(3) Basis function $R_{i,p} \ge 0$ for *all* ξ : Non-negativity

2.2 NURBS curve and surface

NURBS curve는 NURBS 기저함수들의 선형 조합으로 만들어지는데, 이때 기저함수들의 계수들을 조정점(Control point)이라고 한다. n개의 기저함수와 n개의 조정점이 주어져 있을 때의 NURBS curve 표현식은 다음과 같다.

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^{n} R_{i,p}(\xi) B_i \tag{5}$$

유사하게, NURBS surface와 solid는 텐서곱을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S(\xi,\eta) = \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} R_{i,p}(\xi) R_{j,q}(\eta) B_{i,j} \tag{6}$$

$$S(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n} R_{i,p}(\xi) R_{j,q}(\eta) R_{k,r}(\zeta) B_{i,j} \tag{7}$$

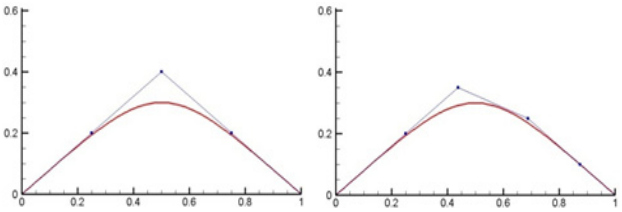
NURBS curve는 또한 다음의 중요한 특징을 같는다.

(1) $p-1$차 미분에 대한 연속성을 가진다.

(2) 노트나 조정점이 k번 반복되면 연속성이 k만큼 감소한다.

2.3 노트 정밀화(Knot refinement)

유한요소의 경우에는 아무리 정밀화를 수행하더라도 CAD의



(a) Ξ= {0,0,0,1,2,2,2,2} (b) Ξ= {0,0,0,1,1.5,2,2,2,2}

Fig. 1 Knot refinement

실제 모델과 해석 모델과는 차이가 존재한다. CAD에서 사용되는 NURBS 기저함수를 활용하기 때문에 아이소-지오메트릭 방법론에서는 적은 수의 요소를 가지는 모델의 경우에도 기하학적 정확도가 유지되며 기하학적 손실없이 요소망 정밀화가 가능하다. 노트벡터 $\Xi=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_{n+p+1}\}$, 조정점 $\boldsymbol{B}^{\boldsymbol{w}}=\{B_1^w,B_2^w,...,B_n^w\}$, 가중치 $\boldsymbol{W}=\{w_1,w_2,...,w_n\}$ 에서 새로운 노트값 $\tilde{\xi}$를 추가할 때 새로운 노트벡터 $\Xi=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_k,\tilde{\xi},\xi_{k+1},...,\xi_{n+p+2}\}$와 가중된 조정점 $\tilde{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{w}}=\{\tilde{B}_1^w,\tilde{B}_2^w,...,\tilde{B}_{n+1}^w\}$와 $\tilde{\boldsymbol{W}}=\{\tilde{w}_1,\tilde{w}_2,...,\tilde{w}_{n+1}\}$는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$\tilde{B}_i^w=\alpha_i B_i^w+(1-\alpha_i)B_{i-1}^w \tag{8}$$

$$\tilde{w}_i=\alpha_i w_i+(1-\alpha_i)w_{i-1} \tag{9}$$

$$\alpha_i=\begin{cases}1 & i\le k-p\\ \dfrac{\tilde{\xi}-\xi_i}{\xi_{i+p}-\xi_i} & k-p\le i\le k\\ 0 & k+1\le i\end{cases} \tag{10}$$

식 (8)~(10)을 통해 Fig.1과 같이 기존 곡선의 변화없이 정밀화가 가능하다.

3. 파워흐름 문제(Power flow problem)

Fig. 2와 같이 경계 Γ와 열린 영역 Ω로 이루어진 물체를 고려하자.

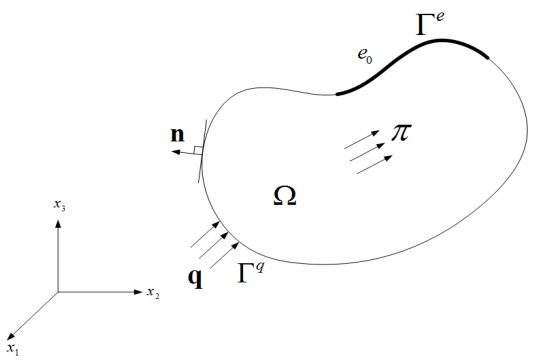


Fig. 2 Power flow problem

에너지 장에 대하여 정상 상태(steady-state)에서의 지배방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{c_g^2}{\eta\omega}\nabla^2 e+\eta\omega e=\pi \tag{11}$$

여기서, e, η, ω, c_g는 각각 시간 및 공간 평균된 에너지 밀도함수, 이력 감쇠율, 가진 주파수, 그룹 속도이다. 평판 구조물에 대해서는 그룹 속도는 다음과 같이 정의된다.

$$c_g=2\times\sqrt[4]{\frac{\omega^2 D}{\rho h}}=2\times\frac{\sqrt[4]{\omega^2 E h^3}}{12\rho(1-\nu^2)} \tag{12}$$

여기서, ρ, ν, h, D는 각각 밀도, 포아송 비, 두께, 평판의 비 굽힘 강도이다. 경계조건은 다음과 같다.

$$e=e_0 \quad on\,\Gamma^e \tag{13}$$

$$q=q_0 \quad on\,\Gamma^q \tag{14}$$

에너지 장에서는 경계 Γ^e에서 e의 에너지가 주어지고, 경계 Γ^q에서는 q의 에너지 유속이 주어진다. 이 두 경계들은 서로 겹치지 않으며, $\Gamma^e\cap\Gamma^q=\partial\Omega$를 만족한다. 균일 경계조건을 만족하는 영역 $\bar{Z}$에 속하는 가상 에너지 밀도함수 $\bar{e}$를 사용하고, 경계조건을 대입하고 발산정리를 이용하여 식 (11)을 약형식(Weak form)의 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$A(e,\bar{e})=L(\bar{e}),\ \text{for all}\ \bar{e}\in\bar{Z} \tag{15}$$

$$A(e,\bar{e})\equiv\int_\Omega\left(\frac{c_g^2}{\eta\omega}\nabla e.\nabla\bar{e}+\eta\omega e\bar{e}\right)d\Omega \tag{16}$$

그리고

$$L(\bar{e})\equiv\int_\Omega\pi\bar{e}\,d\Omega-\int_{\Gamma^q}q\bar{e}\,d\Gamma \tag{17}$$

4. 설계민감도 해석(Design Sensitivity Analysis)

4.1 전미분

Fig. 3과 같은 영역의 변화는 매개변수 τ를 이용하여 변환 T로 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\tau}}\equiv T(\boldsymbol{x},\tau) \tag{18}$$

$$\Omega_\tau\equiv T(\Omega,\tau) \tag{19}$$

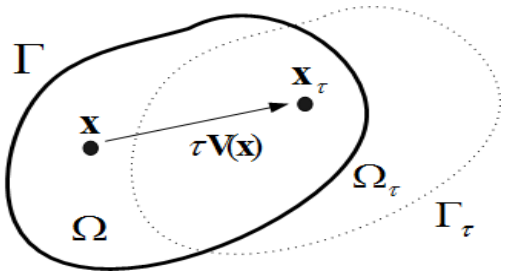


Fig. 3 영역의 변화

영역이 변화할 때 질점(Material point)의 변화율인 설계속도와 이를 이용한 응답의 전미분은 다음과 같이 유도된다.

$$V(\boldsymbol{x}_\tau,\tau) \equiv \frac{d\boldsymbol{x}_\tau}{d\tau} = \frac{dT(\boldsymbol{x},\tau)}{d\tau} = \frac{\partial T(\boldsymbol{x},\tau)}{\partial \tau} \tag{20}$$

$$\dot{z} \equiv \frac{d}{d\tau}(\boldsymbol{x}+\tau \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}))|_{\tau=0} = \boldsymbol{z}' + \nabla \boldsymbol{z}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{V} \tag{21}$$

또한 영역 적분형태로 표현된 성능함수의 설계민감도는 전미분을 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$\psi_1 = \int_\Omega f(\boldsymbol{x}) d\Omega \tag{22}$$

$$\psi_1' = \frac{d}{d\tau}\int_{\Omega_\tau} f_\tau(\boldsymbol{x}_\tau) d\Omega_\tau|_{\tau=0} \tag{23}$$

$$= \int_\Omega [f'(\boldsymbol{x}) + \nabla f^T \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}) + f div\ \ \boldsymbol{V}(\boldsymbol{x})] d\Omega$$

경계적분 형태를 갖는 성능함수의 설계민감도는 다음과 같다.

$$\psi_2 = \int_\Gamma g(\boldsymbol{x}) d\Gamma \tag{24}$$

$$\psi_2' = \int_\Gamma [g'(\boldsymbol{x}) + (\nabla g(\boldsymbol{x})^T \boldsymbol{n} + \kappa g(\boldsymbol{x}))\, \boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{n}] d\Gamma \tag{25}$$

4.2 고주파수 파워 흐름문제의 설계민감도

앞서 정의한 전미분을 이용하여 식 (15)에 1차 변분을 취하면 각 항은 식 (21), (23), (25)을 이용하여 다음의 식을 얻는다.

$$A(\dot{e},\bar{e}) = L_V'(\bar{e}) - A_V'(e,\bar{e}),\ \ for\, all\ \ \bar{e} \in \bar{Z} \tag{26}$$

$$A(\dot{e},\bar{e}) = \int_\Omega \left(\frac{c_g^2}{\eta\omega}\nabla \dot{e} \nabla \bar{e} + \eta\omega \dot{e}\bar{e}\right) d\Omega \tag{27}$$

$$L_V'(\bar{e}) = L_{ex}'(\bar{e}) - L(\nabla \bar{e}\, \boldsymbol{V}) \tag{28}$$

$$= \int_\Omega (\pi_{,m} \bar{e}\, V_m + \pi \bar{e}\, V_{m,m}) d\Omega$$

$$- \int_{\Gamma^q} (q_k \bar{e} n_k + \kappa q \bar{e})\, V_m n_m d\Omega$$

$$A_V'(e,\bar{e}) = A'(e,\bar{e}) - A(\nabla e^T \boldsymbol{V},\bar{e}) - A(e,\nabla \overline{e^T} \boldsymbol{V}) \tag{29}$$

$$= -\int_\Omega e_{,m} V_{m,i} \frac{c_g^2}{\eta\omega} \delta_{ij} \overline{e}_{,j} d\Omega$$

$$- \int_\Omega e_{,i} \frac{c_g^2}{\eta\omega} \delta_{ij} \overline{e}_{,m} V_{m,j} d\Omega + \int_\Omega e_{,i} \frac{c_g^2}{\eta\omega} \delta_{ij} \overline{e}_{,j} V_{m,m} d\Omega$$

$$+ \int_{\Gamma_T^2} \eta\omega e \bar{e}\, V_{m,m} d\Gamma$$

여기서, κ는 곡률을 의미하며 식 (28), (29)에서 알 수 있듯이 법선벡터와 곡률이 설계민감도 해석에서 매우 중요하다. 일반적인 유한요소법의 경우, 경계가 선형적으로 표현되어 있어서 이러한 항을 계산하기 어렵다. 그러나 아이소-지오메트릭 기법에서는 경계가 엄밀하게 표현되어 있으므로 이러한 고차항을 계산할 수 있어 정확한 설계민감도 해석이 가능하다.

5. 아이소-지오메트릭 형상 최적설계

개발된 아이소-지오메트릭 응답 및 설계민감도 해석의 정확성 및 형상 최적설계로의 적용성을 수치 예제를 통하여 확인하였다.

5.1 응답 해석의 검증

이 예제를 통하여 유도된 지배방정식에 표현된 에너지 밀도 및 에너지 장의 정확도를 모달해석(Modal Analysis)으로 얻은 해석적 에너지 해와 비교하였다. Fig. 4와 같이 평판은 각 모서리에 단순 지지되어 있으며, 평판의 중앙에 단일 진동수를 가지는 압력 가진력이 부과되었다.

영률은 7.1×10^{10}N/m^2,밀도는 2700kg.m^3, 두께는 0.001m, F=0.01, 길이는 $l_x = l_y = 1$ m, 진동수는 239Hz, 이력 감쇠율 0.2이 사용되었다.

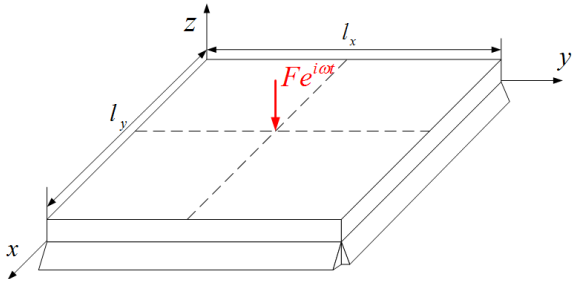
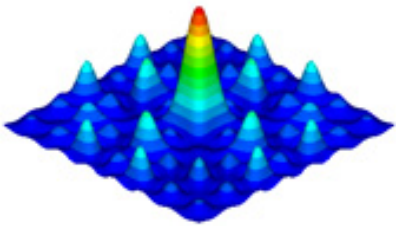
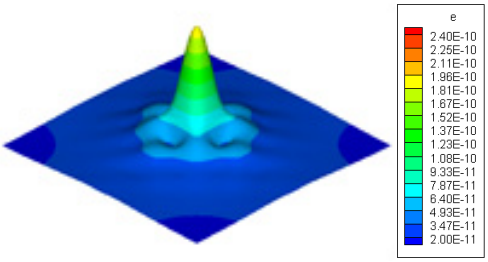


Fig. 4 Rectangular plate model



(a) Analytic energy density distribution



(b) IGA 2nd order solution

Fig. 5 Comparison of IGA with analytic solution

Fig. 5(a)는 해석적 해이고, Fig. 5(b)는 아이소-지오메트릭 2차 기저함수 기반 근사해이다. 해석적 해는 모달 해석으로부터 얻은 것으로 다음의 식을 통해 시간적으로 평균하여 얻은 해이다.

$$\langle E\rangle = \frac{1}{4}Re\left(D_c\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^* + D_c\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^* + 2D_c\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^* + 2D_c(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^* - m_p\frac{\partial w}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^*\right) \quad (30)$$

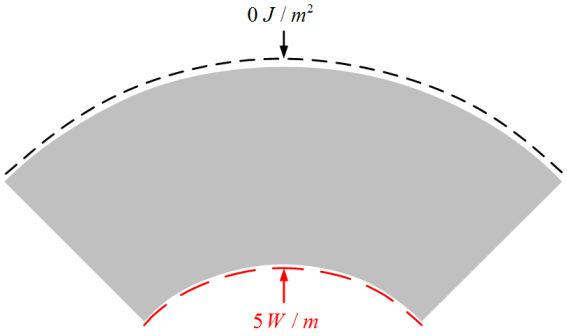
여기서, $D_c = \mathrm{D}(1+\eta i)$, $m_p = \rho h$이며, w는 변위이다. 공간 평균은 다음 식을 통하여 구한다.

$$e = \langle \overline{E}\rangle = \frac{k_x k_y}{4\pi^2}\int_0^{\pi/k_y}\int_0^{\pi/k_x}\langle E\rangle dxdy \quad (31)$$

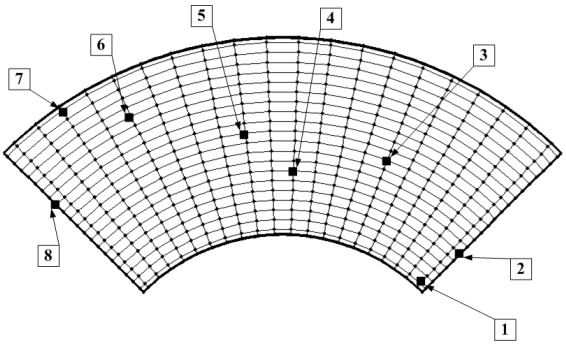
그에 비해 아이소-지오메트릭 근사 해는 시간 및 공간 평균을 취하여 얻은 해이다. 따라서 공간적으로 해가 부드럽게 되어 있는 것을 알 수 있고 가운데 최대값과 전체적인 분포를 해석적 해와 비교할 때 적절함을 확인할 수 있다.

5.2 설계민감도의 검증

아이소-지오메트릭 형상 최적설계가 가지는 여러 장점중의 하나는 기하학적으로 복잡한 형상을 갖는 문제에서 고차항의

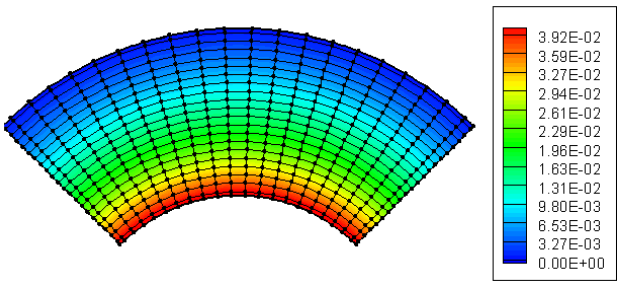


(a) Power flow problem

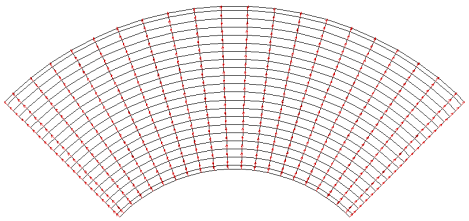


(b) Isogeometric model

Fig. 6 Steady state power flow problem



(a) Energy density field



(b) Design velocity field

Fig. 7 Contours of IGA results and design velocity

기하학적 정보를 가지는 정확한 경계의 표현이 가능하고, 이를 활용한 정확한 설계민감도 해석이 가능하다는 점이다. 따라서 Fig. 6과 같이 정상 상태의 파워흐름 문제에서 곡선 형상을 가지는 구조물에 대한 아이소-지오메트릭 형상 설계민감도 해석의 정확성을 검증하였다. 영률은 195Gpa, 포아송비는 0.28, 감쇠율은 0.1, 밀도는 7800kg/m^3, 진동수는

Table 1 Verification of design sensitivity

DOF	Finite difference sensitivity	Analytical design sensitivity	Agreement %
1	-4.322726e-06	-4.295607e-06	99.373
2	-6.704235e-06	-6.677341e-06	99.599
3	-1.020710e-05	-1.017932e-05	99.728
4	-7.483358e-06	-7.456362e-06	99.639
5	-1.122669e-05	-1.119847e-05	99.749
6	-1.581739e-05	-1.578637e-05	99.804
7	-2.268949e-05	-2.265208e-05	99.835
8	-1.229774e-05	-1.226897e-05	99.766

239Hz가 사용되었다.

Fig. 7(a)에는 아이소-지오메트릭 해석 결과인 에너지 밀도 분포를 도시하였으며, Fig. 7(b)에는 설계민감도 해석에 필요한 형상 설계속도장이 표시되어 있다. 아이소-지오메트릭 설계민감도 해석에 사용되는 설계 속도장은 섭동된 조정점과 NURBS 함수의 선형 결합으로 쉽게 얻어진다.

$$V(\Xi)=\sum_I W_I(\Xi)\delta B_I \tag{32}$$

여기서, δB_I 는 섭동된 양이며, 본 예제에서는 설계변수 크기의 0.1% 이다. 이와 설계 속도장은 선형 관계를 가지며, Fig. 7(b)와 같이 임의의 방향으로 설계 속도장이 정의되었다.

Table 1에는 Fig.7(b)에 나와 있는 DOF 위치에 따라 유한차분으로 구한 설계민감도와 해석적 설계민감도 값이 제시되어 있으며, 곡선을 가지는 구조물에서 주어진 설계 속도장에서 매우 정확함을 확인할 수 있다.

5.3 내부 에너지 발생이 있는 구조물의 최적설계

Fig. 8과 같이 평판의 내부 중앙에 에너지 생성이 $10^7 W/m^2$로 발생하고 각 모서리에서 에너지 값이 $0 J/m^2$을 가지는 문제에 대해서 초기 재료량의 80%이내를 사용하는 제약

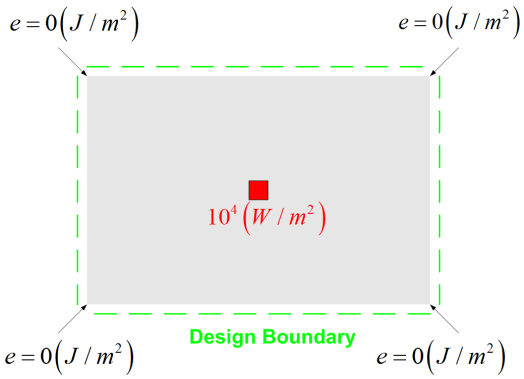


Fig. 8 Power flow analysis of rectangular plate

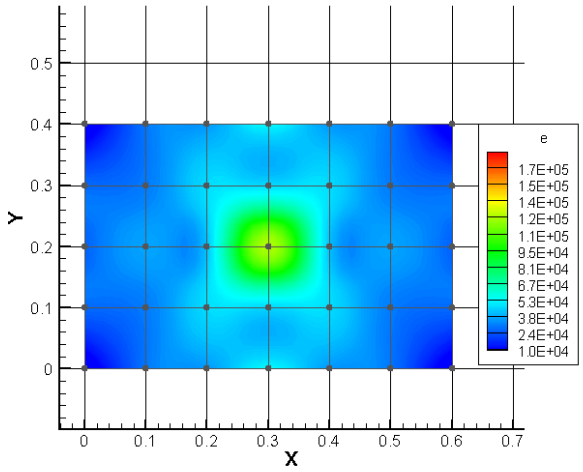
조건 하에서 구조물의 에너지 컴플라이언스를 최소화하는 형상 최적설계를 수행하였다.

$$\text{Minimize } C=\int_\Omega \pi e d\Omega-\int_{\Gamma^q} qe d\Gamma \tag{33}$$

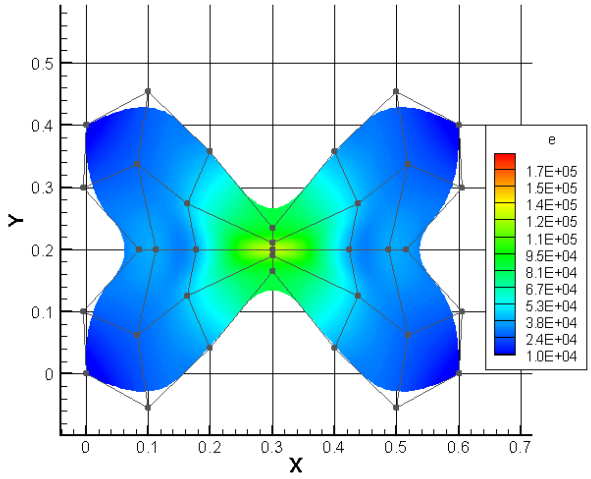
$$\text{Subject to } V=\int_\Omega d\Omega \le V_{initial}\times 0.8 \tag{34}$$

평판은 가로길이가 0.6m이고 세로길이가 0.4m, 두께가 0.001m이며 진동수는 1000Hz, 밀도는 7800kg/m^3, 감쇠율은 0.1, 포아송 비는 0.28, 영률은 195Gpa가 쓰였으며 설계변수는 구조물의 형상이다.

Fig. 9를 통해서 CAD에서 쓰이는 NURBS 기저함수를 이용한 아이소-지오메트릭 형상 최적설계로 인하여 부드러운 경계를 갖는 최적설계를 얻을 수 있음을 알 수 있다. Fig. 10에서는 최적설계의 결과로 초기 재료량의 80%만 사용하



(a) Original design



(b) Optimal design

Fig. 9 Comparison of original and optimal designs

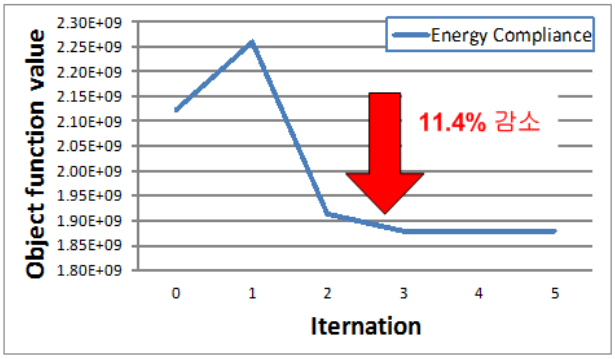


Fig. 10 History of objective function

였음에도 불구하고 약 11.4%의 목적함수 감소량이 있었음을 알 수 있다. 물리적인 관점에서 해석해 볼 때, 평판 중앙에 진동에너지가 가해지고 양 끝단이 고정되어 있는 경우에는 에너지의 흐름이 양 끝단으로 퍼져나가는 흐름이 타당하며 이에 따라 적절한 최적화 형상을 얻었음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 아이소-지오메트릭 해석법을 이용하여 정상상태에서의 고주파수를 가지는 파워 흐름문제에 대해서 응답해석, 설계민감도 해석 및 형상 최적설계를 수행하였다. 아이소-지오메트릭 방법론을 통해서 CAD에서 쓰이는 NURBS 기저함수를 통하여 수치 모델의 경계를 기하학적으로 엄밀하게 표현할 수 있고 그에 따른 응답 해석은 모달 해석으로 얻어진 해석적 해와도 일치함을 보였다. 설계민감도 해석 측면에서는 복잡한 경계를 가지는 형상의 수치예제를 통해서 개발된 설계민감도 식을 검증하였다. 아이소-지오메트릭 방법론에서는 형상 설계민감도 식에서 나타나는 고차항의 법선 벡터와 곡률값을 정확하게 구해낼 수 있다는 장점이 있다. 형상 최적설계 측면에서는 유한요소 기반 최적설계와는 달리 최적설계 도중에 설계변수의 재 매개화(re-parameterization)없이 최적화를 수행하였으며, NURBS 기저함수의 특징인 부드러운 경계를 가지는 최적설계를 얻을 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 2010 년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0018282).

Reference

Ahn, S.H., Kim, M.-G., Cho, S. (2010) Isogeometric Shape Design Optimization of Structures under Stress Concentrations, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 23(3), pp.275~281.

Belov, V.D., Rybak, S.A., Tartkovskii, B.D. (1977) Propagation of Vibrational Energy in Absorbing Structures, *Journal of Soviet Physics Acoustics*, 23(2), pp.115~119.

Cho, M., Roh, H.Y. (2003) Development of Geometrically Exact New Shell Elements Based on General Curvininear Coordinates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56(1), pp.81~115.

Cho, S., Ha, S.H., Park, C.H. (2006) Topological Shape Optimization of Powerflow Problems at High Frequencies Using Level Set Approach, *International Journal of Solid and Sturctures*, 43, pp.172~192.

Cho, S., Park, C.Y., Park, Y.H., Hong, S.Y. (2006) Topology Design Optimization of Structures at High Frequencies Usign Power Flow Analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 298, pp.306~220.

Hughes, T.J.R, Cottrell, J.A., Bazileves, Y. (2005) Isogeometric Analysis : CAD, Finite Elements NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 195, pp.5257~5296.

Lee, S.W., Cho, S. (2013) Isogeometric Shape Design Sensitivity Analysis of Mindlin Plates, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 26(4), pp.255~262.

Nefske, D.J., Sung, S.H. (1989) Power Flow Finite Element Analysis of Dynamics Systems : BASIC Thoery and Application to Beams, *Journal of Vibration, Acoustics Stress and Reliability in Design*, 111, pp.94~100.

Roh, H.Y., Cho, M. (2004) The Application of Geometrically Exact Shell Elements to B-spline Surfaces, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, pp.2261~2299.

Roh, H.Y., Cho, M. (2005) Integration of Geometric Design and Mechanical Analysis Using B-spline Functions on Surface, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(14), pp.1927~1949.

Yoon, M.H., Koo, B.Y., Ha S.H., Cho, S. (2011) Isogeometric Shape Design Optimization of Structures Subjected to Design-dependent Loads, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 24(1), pp.1~7.

요 지

본 논문에서는 아이소-지오메트릭 해석법을 이용하여 고주파수를 가지는 파워흐름 문제에 대하여 연속체 기반 형상 최적설계를 수행하였다. 아이소-지오메트릭 기법을 형상 최적설계에 적용하면, CAD 기하 모델링에서 쓰이던 NURBS 기저 함수가 직접 쓸 수 있기에 정확한 기하학 정보가 수치계산에서 고려되고, 이에 따라 형상 최적설계 관점에서 볼 때, 전통적인 유한요소법에 비해 향상되고 부드러운 설계 섭동량을 가지는 설계 매개화가 가능하게 된다. 즉, 정확한 기하 모델이 응답 해석과 설계민감도 해석에 쓰이게 되고, 이에 따라 설계영역 전체에서 법선 벡터와 곡률이 연속적으로 되게 된다. 결과적으로 정밀한 민감도 해석이 가능하게 된다. 몇 가지 수치예제를 통하여 개발된 아이소-지오메트릭 설계민감도가 유한차분 설계민감도와 비교하여 정확성을 확인할 수 있었으며, 형상 최적설계 문제를 통해서 본 방법론을 적용하여 검증하였다.

핵심용어 : 형상 설계민감도 해석, 파워흐름 문제, 아이소-지오메트릭 기법, NURBS 기저함수, 형상 최적설계