

논문 2014-51-6-27

# 개선된 2단 최소자승법을 이용한 선배열 소나의 조향 빔 형성

## (Steering Beam Pattern Synthesis of Line Array SONAR using Modified Two Step Least Squares Method)

박 경 민\*, 이 석 진\*\*, 정 석 문\*

(Kyung-Min Park, Seok-Jin Lee, and Suk-Moon Chung<sup>©</sup>)

### 요 약

견인 선배열 소나는 해양이라는 유체에서 작동하기 때문에 그 형상이 왜곡되고, 특히 견인 함정이 회전하는 경우 형상이 심하게 변형된다. 이러한 경우 선배열이 갖는 빔 패턴 형성은 제한되며, 이로 인한 신호 대 잡음비 등의 성능 저하를 야기한다. 본 논문에서는 2단 최소자승법에 기초한 개선된 2단 최소자승법 알고리즘을 제안하였으며, 해양에서 운용되는 선배열의 형상을 변침각도로 모델링하여 알고리즘을 적용하였다. 변침각도와 주엽의 위치를 변경하면서, 알고리즘별 조향 빔의 신호 대 잡음비를 분석하였다. 그 결과 제안한 알고리즘이 다른 알고리즘보다 2dB 정도 성능이 향상되었으며, 비교적 일정한 빔 패턴을 형성하였다.

### Abstract

Towed array SONAR is deformed because it operates in fluid such as an ocean. It especially undergoes significant change in shape as a towing vessel takes a turn. In this case, beam pattern synthesis of the line array is limited, resulting in degradation in quality such as signal-to-noise ratio. This paper presents a modified two-step least squares algorithm based on the two-step least squares method. The shape of the sea-operated line array formation with the towing vessel changing course(angle) was modeled and the algorithm was subsequently applied. While changing course and location of the main lobe in beam pattern was altered, signal-to-noise ratio of steering beam pattern synthesis was analyzed by algorithm (proposed and others). As a result, the proposed algorithm presented improvement in performance by 2dB compared to other algorithms while forming relatively constant beam pattern.

**Keywords :** Line Array SONAR, Steering Beam Pattern Synthesis, Two-Step Least Squares

\* 정회원, 해군사관학교 무기체계공학과  
(Dept. of Weapon System Eng., ROKNA)

\*\* 정회원, 경기대학교 전자공학과  
(Dept. of Electronics Eng., KyungGi University)

© Corresponding Author(E-mail: smchung@navy.ac.kr)

※ 본 논문은 해군해양연구소의 2013년도 국고연구비의 지원을 받아 수행된 연구임.

접수일자: 2014년03월25일, 수정일자: 2014년05월15일

수정완료: 2014년05월26일

## I. 서 론

배열은(Array)은 레이더(RADAR : RAdio Detection And Ranging) 및 소나(SONAR : SOund Navigation And Ranging) 시스템에서 널리 사용되고 있다.<sup>[1]</sup> 특히 소나 시스템 중 TASS(Towed Array Surveillance System)는 해양에서 저주파를 수신하기 위해 매우 긴

배열의 형태를 갖는다. 예를 들어 1950년대부터 미국에서 개발된 SOSUS(SOund Surveillance System)는 구 소련의 잠수함을 탐지하기 위해 배열의 형태로 설치한 대표적인 예이다. 최근 함정에는 긴 배열을 견인하여 잠수함의 저주파를 탐지하기 위한 TASS(Towed Array Sonar System)를 설치하여 운용하고 있다.

특히, TASS는 함정이 다수의 음향센서가 부착된 장거리 케이블을 견인하며, 이로 인해 형성되는 배열의 빔(beam)을 통해 수중 물체를 탐지하는 시스템이다. 결국 배열 형태를 갖는 소나 시스템의 빔 패턴 특성은 물체를 탐지하는데 있어 매우 중요한 역할을 한다. 하지만 해양에서 운용되는 TASS는 견인함의 기동에 따라 선배열의 형상은 직선을 유지하지 못하고 왜곡되며, 결국 음파에 대한 빔 패턴의 성능이 크게 저하된다.<sup>[2]</sup> 이러한 단점을 극복하기 위해 여러 가지 방법이 제안되었다. Gerstoft<sup>[2]</sup>는 GPS(Global Positioning System)을 센서에 부착, 배열 위치를 확인하였다. 또한 Felisberto<sup>[3]</sup>는 센서에 나침반(Compass), 경사계(Tiltmeter), 가속도계(Accelerometer)를 적용하여 견인 선배열이 갖는 빔 패턴을 분석하였다.

한편, 레이더 및 소나, 무선통신, 초음파 센서 등 배열을 사용하는 여러 시스템에서 빔을 형성하는 기법은 오랫동안 연구되어 왔다. Tseng and Griffith<sup>[4]</sup>는 선형 제약최소분산(LCMV, Linearly Constraint Minimum Variance)를 이용하여 제약조건을 반복하는 알고리즘을 제안하였다. 또한 Zhou<sup>[5]</sup>는 부엽에서 나타나는 침두치만을 찾아서 설계된 부엽 준위의 값의 오차를 최소화하는 과정을 반복하는 방법을 제안하였다.

이런 빔 형성 기법은 원하는 빔 패턴을 목적함수로 두고, 각 센서의 가중치를 수정함으로써 현재의 빔 패턴을 목적하는 빔 패턴과 근사시키는 과정을 반복적으로 진행한다.

한편, Shi and Feng<sup>[6]</sup>은 기존의 방법과 달리 알고리즘의 반복 과정 중 가중치의 크기뿐만 아니라 위상을 같이 변화시키는 방법으로 2단 최소자승(Two-Step Least Squares Method)법을 제안하였다.

본 논문에서는 2단 최소자승법이 왜곡된 선배열에 적용될 때 부엽을 추가적으로 감소하기 위한 개선된 알고리즘을 제안하였다. II장에서는 최소자승법과 Shi and Feng의 2단 최소자승법에 대한 빔 형성 기법 이론을 정리하였다. III장에서는 2단 최소자승법에 추가적으

로 부엽을 감소시키는 개선된 2단 최소자승법을 제안하고, IV장에서는 해양에서 운용하는 TASS를 고려하여 견인함의 침로에 따른 선배열의 위치를 추정하는 방법을 제안하였다. V장에서는 IV장에서 제안한 견인함의 침로 변경에 따른 선배열의 위치를 확인한 후, 제안하는 개선된 2단 최소자승법 알고리즘의 빔 패턴 결과와 기존 2단 최소자승법 및 널리 사용되고 있는 선형제약 최소분산 알고리즘의 빔 패턴을 비교하였다.

## II. 빔 형성 기법

### 1. 최소자승법 (Least Squares Method)을 이용한 빔 형성

최소자승법에 의한 빔 형성 문제는 목적하는 빔 패턴과 현재 나타나는 빔 패턴의 오차를 최소화하는 과정으로 요약할 수 있다.

먼저 선배열이 갖는 목적함수를 정의한다. 특정 주파수를 고려한 협대역 선배열이 양방향  $[-90^\circ, 90^\circ]$ 에 직선으로 존재하고  $M$ 개의 센서를 갖고 있다. 이 때, 조향 벡터  $\mathbf{V}(\theta)$ 는 식 (1)과 같이 나타나며, 위상 변화는 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{V}(\theta) = [f_1(\theta)e^{j\phi_1(\theta)}, \dots, f_M(\theta)e^{j\phi_M(\theta)}] \quad (1)$$

$$\phi_i(\theta) = 2\pi x_i \sin\theta / \lambda \quad (2)$$

$f_i(\theta)$ 는 각도  $\theta$  방향에서 입사하는  $i$ 번째 센서의 응답이다. 이 때, 센서의 특성이 모든 각도에서 동일한 응답을 갖는다고 가정하며,  $f_i(\theta) = 1$ 로 한다.

한편, 각 센서의 응답에 가중치를 두어 각도상 응답을 변화시키고자 한다.  $M$ 개의 센서에 연결된 가중치 벡터를  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 라 할 때, 빔 패턴은 식 (3)과 같이 변경된다.

$$P(\theta) = \sum_{i=1}^M w_i^* f_i(\theta) e^{j\phi_i(\theta)} = \mathbf{w}^H \mathbf{V}(\theta) \quad (3)$$

표본화된 각도  $\theta$ 의 집합  $\Theta(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_N \in \Theta)$ 에서의 배열 응답 벡터  $\mathbf{P}$ 로 식 (3)의 값을 표현할 수 있다. 즉, 배열 응답 벡터  $\mathbf{P} = [P(\theta_1), \dots, P(\theta_N)]$ 이며, 각도-조향 행렬  $\mathbf{V} = [\mathbf{V}(\theta_1), \dots, \mathbf{V}(\theta_N)]$ 를 이용하여 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{P} = \mathbf{w}^H \mathbf{V} \quad (4)$$

선배열이 목적하는 빔 패턴의 벡터를  $\mathbf{P}_d = [P_d(\theta_1), \dots, P_d(\theta_N)]$ 라고 할 때, 식 (5)의 목적함수는 현재 배열 응답 벡터와 목적하는 빔 패턴 간의 유클리디언 거리 (Euclidean Distance)로 나타난다.

$$J = \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_d\|^2 \quad (5)$$

목적함수인 식 (5)의 값을 최소화하는 최소자승법은 식 (6)과 같이 이를 만족하는  $\mathbf{w}$ 를 찾는 방법이다.

$$\min_{\mathbf{w}} J = \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_d\|^2 \quad (6)$$

현재 나타난 빔 패턴이 식 (4)와 같이 표현될 경우, 식 (6)의 최적 해와 최적 목적함수는 가중치 벡터로 미분하여 구할 수 있고, 각각 식 (7)과 식 (8)과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{V} \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{V} \mathbf{P}_d^H \quad (7)$$

$$J_{opt} = \mathbf{P}_d (\mathbf{I} - \mathbf{V}^H (\mathbf{V} \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{V}) \mathbf{P}_d^H \quad (8)$$

## 2. 2단 최소자승법(Two-Step Least Squares Method) 빔 형성

일반적인 빔 형성 문제는 목적하는 빔 패턴의 크기만을 고려하여 최소자승법의 문제로 해결한다. Shi and Feng에 의해 제안된 2단 최소자승법은 전통적으로 수행해 왔던 빔 패턴의 크기 뿐만 아니라, 위상을 고려하여 목적하는 빔 패턴에 근접시키는 알고리즘이다.

목적하는 빔 패턴상 특정 각도의  $P_d(\theta)$ 는 크기와 위상으로 식 (9) 및 식 (10)과 같이 나타나며, 동시에 목적 빔 패턴  $\mathbf{P}_d$ 는 식 (11) 및 식 (12)로 변형할 수 있다.

$$P_d(\theta) = P_{dM}(\theta) P_{dP}(\theta) \quad (9)$$

$$P_{dM}(\theta) = |P_d(\theta)|, P_{dP}(\theta) = e^{j\angle P_d(\theta)} \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{dM} = [P_{dM}(\theta_1), P_{dM}(\theta_2), \dots, P_{dM}(\theta_N)] \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{dP} = [P_{dP}(\theta_1), P_{dP}(\theta_2), \dots, P_{dP}(\theta_N)]$$

$$\mathbf{P}_d = \mathbf{P}_{dP} \cdot \text{diag}(\mathbf{P}_{dM}) \quad (12)$$

선배열을 운용하는 대부분의 경우 빔 패턴의 크기  $P_{dM}$ 만 고려하고 직접적으로 목적하는 위상 값  $P_{dP}$ 를 정하지 않는다.

2단 최소자승법은 최적 값에 근사하는 가중치 벡터  $\mathbf{w}$ 를 찾기 위해 위상 값  $P_{dP}$ 를 활용하는 방법이다.

먼저 빔 패턴의 크기와 위상 값을 이용해서 문제를 식 (13)과 같이 새롭게 적용한다.

$$\min_{\mathbf{w}, \mathbf{P}_{dP}} \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_d\|^2 = \min_{\mathbf{w}, \mathbf{P}_{dP}} \|\mathbf{w}^H \mathbf{V} - \mathbf{P}_{dP} \cdot \text{diag}(\mathbf{P}_{dM})\|^2 \quad (13)$$

최소자승법은 오차를 최소화하는 반복 과정을 진행하며, 과정 중 새로운 가중치 벡터를 구한다. 마찬가지로 2단 최소자승법도 동일하게 오차를 최소화하는 반복 과정을 진행한다. 목적하는 빔 패턴의 위상 값은  $(n-1)$ 에서 주어진 가중치 벡터  $\mathbf{w}_{n-1}$ 을 이용하여, 식 (14)와 같이 목적하는 빔 패턴의 크기 벡터를 구한다.

$$(\mathbf{P}_{dP})_n = \mathbf{w}_{n-1}^H \cdot \mathbf{V} \cdot (\text{diag}(\mathbf{P}_{dM}))^{-1} \quad (14)$$

새롭게 구해진  $n$ 번째 시간에서 목적하는 빔 패턴의 크기  $(\mathbf{P}_{dP})_n$ 이 단위 크기를 갖도록 단위원에 위치시키고, 위상 값은 유지한 채 새로운 빔 패턴의 위상  $(\mathbf{P}_{dP})_n$ 를 만든다. 이를 이용하여 식 (15)과 같이  $n$ 번째 시간에서의 가중치 벡터를 구한다.

$$\mathbf{w}_n = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^H)^{-1} \cdot \mathbf{V} \cdot \text{diag}(\mathbf{P}_{dM}) \cdot (\mathbf{P}_{dP0})_n \quad (15)$$

## III. 개선된 2단 최소자승법 빔 형성 기법

### 1. 알고리즘 이론

2단 최소자승법 빔 형성 기법은 목적 빔 패턴의 위상을 활용하여, 최소자승법을 수행하는 것을 확인할 수 있다. 본 논문에서는 이에 추가하여 부엽(sidelobe)를 추가적으로 감소시키면서 목적하는 주엽(mainlobe)의 형태를 유지하는 알고리즘을 제시하고자 한다.

제안하는 알고리즘인 개선된 2단 최소자승법 빔 형성 기법의 목적함수는 식 (6)의 최소자승법의 목적함수에 추가적인 에너지를 갖는 식 (16)과 같이 설정한다.

$$J = \| \mathbf{P}_d - \mathbf{w}^H \mathbf{V} \|^2 + k \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (16)$$

여기서, 부엽의 에너지를 나타내는 공분산 행렬  $\mathbf{R}$ 은 식 (17)와 같이 지정한 부엽의 방위  $\theta_s$ 만을 고려한다.

$$\mathbf{R}_{ss}(0) = \sum_{s=1}^m \mathbf{V}(\theta_s) \mathbf{V}^H(\theta_s) \quad (17)$$

이때, 선형제약최소분산에서 사용되는 공분산 행렬과 마찬가지로 행렬  $\mathbf{R}_{ss}$ 는 큰 값(ill-posed)을 가질 수 있기 때문에 대각 성분에 적당한 양수를 더해해서 새롭게 공분산 행렬을 만든다.<sup>[4, 7]</sup>

$$\mathbf{R}_{ss} \leftarrow \mathbf{R}_{ss} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (18)$$

최소자승법의 가중치 벡터를 찾는 방법과 동일하게, 주어진 목적함수를 가중치 벡터로 미분하여 최적값을 유도하는 가중치 벡터  $\mathbf{w}$ 를 식 (19)~식 (22)의 과정을 통해 찾는다.

$$\nabla_{\mathbf{w}} J = 2 \mathbf{V}(\mathbf{P}_d - \mathbf{V} \mathbf{w}^H) + 2k \mathbf{R} \mathbf{w} = 0 \quad (19)$$

$$\mathbf{V} \mathbf{V}^H \mathbf{w} + k \mathbf{R} \mathbf{w} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_d^H \quad (20)$$

$$(\mathbf{V} \mathbf{V}^H + k \mathbf{R}) \mathbf{w} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_d^H \quad (21)$$

$$\mathbf{w} = [\mathbf{V} \mathbf{V}^H + k \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_d^H \quad (22)$$

식 (22)에서 구한 가중치 벡터  $\mathbf{w}$ 는 기존의 2단 최소자승 알고리즘과 달리 첫 번째 항에 부엽의 에너지를 최소화할 수 있도록 계수  $k$ 를 사용하여 공분산 행렬에 적용하였다.

## 2. 알고리즘 반복 과정

### 가. 초기화

개선된 2단 최소자승법 알고리즘은 Shi and Feng<sup>[6]</sup>의 2단 최소자승법 알고리즘과 동일하게 적용한다.

먼저 선배열에 적용하기 위해 먼저 가중치 벡터와 패턴을 초기화 한다. 이때 패턴의 모든 각도와 지정된 부엽 지역의 각도에 대한 정규화를 실시하고, 이에 따른 공분산 행렬을 식 (23) 및 식 (24)와 같이 생성한다.

$$\mathbf{R}_{ss}(0) = \sigma^2 \mathbf{I} + \sum_{s=1}^m \mathbf{V}(\theta_s) \mathbf{V}^H(\theta_s) \quad (23)$$

$$\mathbf{R}_{uu}(0) = \sigma^2 \mathbf{I} + \sum_{s=1}^m \mathbf{V}(\theta_s) \mathbf{V}^H(\theta_s) \quad (24)$$

이를 바탕으로 초기 가중치 벡터는 Capon의 빔 형성 기법을 바탕으로 식 (25)와 같이 설정한다. 이를 양방향의 범위  $[-90^\circ, 90^\circ]$ 에서 적절히 표본화한 각도  $\gamma_s (1, 2, \dots, s)$ 의 집합  $\Gamma (\Gamma \ni \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)$ 를 이용하여, 조향-각도  $\mathbf{V}_{Pattern} = [\mathbf{V}_{\gamma_1}, \mathbf{V}_{\gamma_2}, \dots, \mathbf{V}_{\gamma_s}]$ 를 만들어 초기 빔 패턴 크기를 식 (31)과 같이 얻는다.

$$\mathbf{w}_0 = ((\mathbf{R}_{uu})^{-1} \mathbf{V}(\theta_0)) / (\mathbf{V}^H(\theta_0) (\mathbf{R}_{uu})^{-1} \mathbf{V}(\theta_0)) \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_M = |\mathbf{w}_0^H \mathbf{V}_{pattern}| \quad (26)$$

### 나. 빔 패턴의 첨두치 값 및 방위 확인

초기  $P_M$ 에서 첨두치(peak)가 나타나는 부분을 찾아, 이에 해당하는 각도들을 찾아낸다. 첨두치가 나타나는 방위( $\theta_i, i = 1, 2, \dots, L$ )가 확인되면, 첨두치 방위의 각도-조향 행렬  $\mathbf{V} = [\mathbf{V}(\theta_1), \mathbf{V}(\theta_2), \dots, \mathbf{V}(\theta_L)]$ 을 만든다.

### 다. 목적 패턴과 현재 패턴의 차이

사용자가 원하는 목적 패턴의 크기  $P_M$ 으로 정하고, 그 중 첨두치가 나타난 방위를 고려하여  $P_M(\theta_i)$ 과  $P_{dM}(\theta_i)$ 를 구한다. 이 두 패턴의 차이  $e_i$ 은 식 (27)와 같다.

$$e_i = |P_M(\alpha_i) - P_{dM}(\alpha_i)|, (i = 1, 2, \dots, L) \quad (27)$$

### 라. 가중치 벡터 갱신

초기항에 부엽의 크기를 감소시킬 수 있는 공분산 행렬을 추가하여 2단 최소자승법에 반복 적용하고 가중치 벡터를 새롭게 갱신한다.

먼저, 주어진  $\mathbf{w}_0, n = 0$ 에서,  $n = n+1$ 로 갱신하여, 식 (28)와 같이  $n$ 번째 목적 빔 패턴의 위상을 확인한다.

$$(\mathbf{P}_{dP})_n = \mathbf{w}_{n-1}^H \cdot \mathbf{V} \cdot (\text{diag}(\mathbf{P}_{dM}))^{-1} \quad (28)$$

위와 같이 구해진  $(\mathbf{P}_{dP})_n$ 의 모든 값들을 단위원에 가장 가까운 값으로 변경하여,  $(\mathbf{P}_{dR})_n$ 을 생성한다. 이를

이용하여, 새로운  $n$ 번째 가중치 벡터는 식 (29)와 같이 구한다.

$$\mathbf{w}_n = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^H + k\mathbf{R}_{ss})^{-1} \cdot \mathbf{V} \cdot \text{diag}(\mathbf{P}_{dM}) \cdot (\mathbf{P}_{dR}^H)_n \quad (29)$$

마. 반복 과정 및 반복 종료의 조건

앞의 과정 나.~라. 과정을 반복하여 원하는 빔 패턴에 도달할 때까지 알고리즘을 진행한다. 먼저, 과정 다.에서  $\|\mathbf{w}_n - \mathbf{w}_{n-1}\|^2 < 10^{-6}$ 정도를 만족할 때까지 진행한다. 이후, 과정 2)의  $e_i$ 값을 설정하여 전체 알고리즘의 반복을 종료한다.<sup>[6]</sup>

#### IV. 견인 선배열 소나의 형상 모델

일반적으로 해양에서 운용되는 견인 선배열의 형상과 관련된 연구는 많이 진행되어 왔다. 본 논문에서는 Gerstoff<sup>[2]</sup> 등이 제안한 선배열 형상 모델을 바탕으로 견인함의 변침각도를 추가하여 형상을 모델링하는 방법을 적용하였다.

Gerstoff<sup>[2]</sup>에서 제안한 배열의 형상은 그림 1에서 설정된 좌표계 상에서 선배열의 head(견인함과 가까운 선배열의 시작)와 tail(견인함과 가장 먼 선배열의 끝)이 포물선 형상을 유지하는 것이다.

선배열의 head와 tail을 잇는  $x_a$ 축에서, 선배열상 각각의 센서가 갖는 수직 거리는 식 (30)과 같이 2차 포물선으로 표현 가능하다. 이 포물선의 head는  $x_a$ 와  $y_a$  좌표계 원점에 위치하고, tail은  $x_a$ 축상  $L_a$ 에 위치한다.

$$y_a = \frac{4a}{L_a}(L_a - x_a)x_a \quad (30)$$

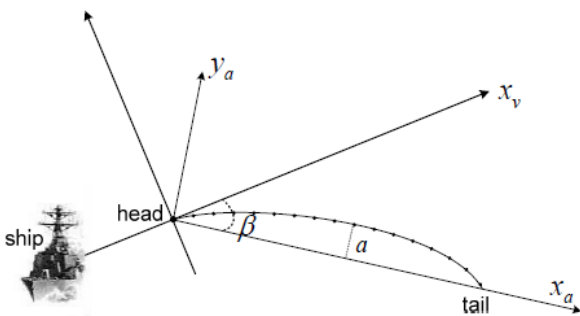


그림 1. 선배열의 좌표계  
Fig. 1. The Coordinate system of the line-array.

$L_a$ 는  $x_a$ 축을 따라 투영된 선배열의 길이를 나타낸다. 선배열 전체 길이가  $L_s$ 인 경우 식 (30)의 포물선을 전체 적분하여 식 (31)과 같이  $L_a$ 와  $L_s$  관계를 유도할 수 있고, 선배열상 위치하는 각 센서의 위치  $x_s$ 를 비례 관계로 확인할 수 있다.

$$L_s \approx L_a + \frac{8}{3} \frac{a^2}{L_a}, \quad x_a = x_s \frac{L_a}{L_s} \quad (31)$$

Gerstoff는 식 (31)을 유도한 이후, 실시간 GPS의 정보를 추가하여 센서의 위치를 얻어냈다. 본 논문에서는 견인함이 지시하는 목적 변침각도를 이용하여 선배열의 형상을 찾는 방안을 제시한다.

그림 2와 같이 견인함이  $\alpha$ 의 각도로 변침하고, 선배열이 매우 긴 경우, 선배열의 tail은 변침 전 방향에 그대로 위치하며, head부터 견인함을 따라가기 시작한다. 그러므로 침로각  $\alpha$ 는  $x_v$ 축과 tail의 접선이 연장된 임의의 직선이 만드는 외각과 동일하다. 이 때  $x_a$ 와  $y_a$ 의 좌표계 원점에 위치하는 head의 회전각  $\beta$ 는 포물선의 기울기가 되며, tail에서는  $-\beta$ 로 나타나고, 식 (32)와 같이 포물선 기울기로 표현된다.

$$\left. \frac{dy_a}{dx_a} \right|_{x_a=0} = \tan\beta, \quad \left. \frac{dy_a}{dx_a} \right|_{x_a=L_a} = -\tan\beta \quad (32)$$

식 (32)의 기울기 값이  $L_a$ 의 전 구간에서 식 (33)과 같이 1차 함수로 표현 가능하며, 이를 다시 적분하여 식 (34)와 같이 2차 포물선 식을 유도할 수 있다.

$$\frac{dy_a}{dx_a} = -2 \frac{\tan\beta}{L_a} x_a + \tan\beta \quad (33)$$

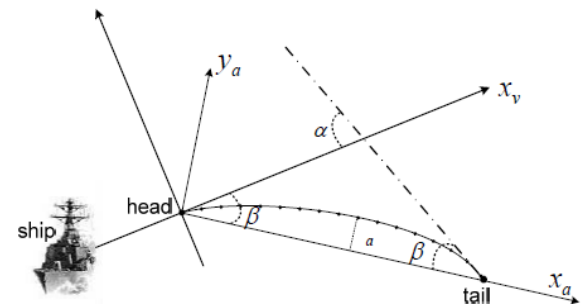


그림 2. 변침각도를 포함한 선배열의 좌표계  
Fig. 2. The Coordinate system of the line array with turning course.

$$y_a(x_a) = -\frac{\tan \beta}{L_a} x_a^2 + \tan \beta x_a + C \quad (34)$$

식 (34)에서  $x_a$ 와  $y_a$  좌표계 원점에 포물선이 위치하므로 상수항  $C = 0$ 을 만족한다. 결국 다시 정리하면 식 (35)와 같다.

$$y_a(x_a) = \frac{\tan \beta}{L_a} (L_a - x_a) x_a \quad (35)$$

식 (35)를 P. Gerstoft<sup>[2]</sup>에서 제안된 식 (30)과 비교하면 새로운 관계를 식 (36)과 같이 유도할 수 있다.

$$a = \frac{\tan \beta}{4} L_a, \quad L_s = L_a \left(1 + \frac{\tan^2 \frac{\alpha}{2}}{6}\right) \quad (36)$$

식 (36)를 통해, 견인함의 침로를 지정할 경우 변형된 선배열의 형상을 그림 3과 같이 얻을 수 있다.  $i$ 번째 센서 수평 위치가  $x_i$ , 수직 위치  $y_i$ 이고, 배열이 향하는 양방향(endfire)이  $[-90^\circ, 90^\circ]$ , 정횡방향(broadside)을  $0^\circ$ 로 설정할 경우, 선배열 빔 패턴은 식 (37)와 같다.<sup>[3]</sup>

$$b(f, \mathbf{u}) = \sum_{i=0}^{M-1} e(jw[x_m \sin \phi - y_m \cos \phi]) \quad (37)$$

## V. 실험

### 1. 실험 조건

IV장에서 제시한 선배열을 이용하여 제안하는 알고리즘의 빔 패턴을 그림 3과 같이 확인하였다. 견인함의 변침각도  $\alpha$ 는  $0^\circ \sim 90^\circ$ 까지 변형하여, 왜곡된 선배열을 묘사하였다. 배열의 좌표는 양방향(endfire)이  $[0^\circ, 180^\circ]$ , 정횡방향(broadside)을  $90^\circ$ 로 설정하였다. 선배열 센서의 개수  $M = 32$ 이며, 직선 길이  $L_s = 960\text{m}$ 이며, 센서 간격은 등간격으로  $d = 30\text{m}$ 이다. 일반적으로 해양에서 동작하는 음파의 속도( $c$ )는  $1,500\text{m/s}$ 이며, 목적하는 음파 파장  $\lambda = 2d$ 로 위신평(aliasing)을 배제하며, 목적 주파수  $f = c/\lambda = 1,500/(2 \times 30) = 25\text{Hz}$ 이다.

비교하는 알고리즘은 Tseng<sup>[4]</sup>이 제안한 선형제약최소분산 알고리즘과, III장에서 설명한 Shi and Feng<sup>[6]</sup>의 2단 최소자승법 빔 패턴 설계 알고리즘이다.

전체 Broadside를  $0.2$ 도 간격으로 표본화하고, 빔의 조향 각도는  $[-60^\circ, 60^\circ]$ 로 설정하였다. 주엽 내 형상은

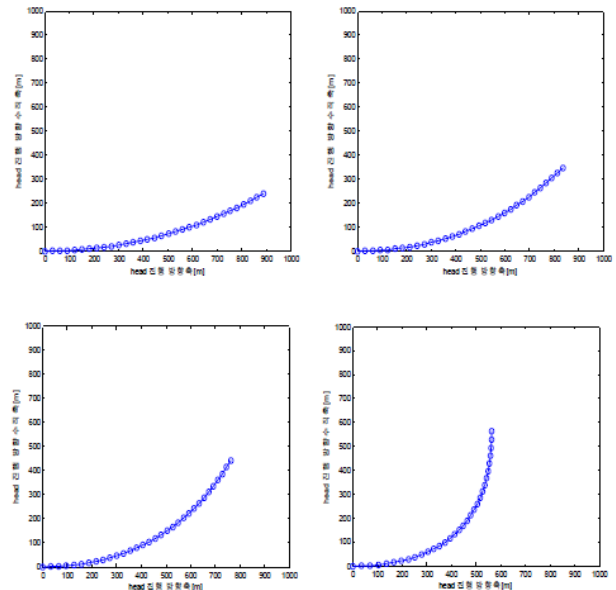


그림 3. 변침각도  $\alpha$ 에 따른 선배열 형상  
(맨 왼쪽 위부터 시계방향으로  $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ )

Fig. 3. Line array shape with turning course  $\alpha$ .  
(Clockwise from top left in  $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ )

식 (38)를 만족하며, 부엽은 주엽 최대치의  $-35\text{dB}$ 를 목표로 한다. 모든 알고리즘은 반복 횟수를 200번까지만 수행토록 하였다.

$$P_d(\theta) = \cos^2\left(\frac{90}{\text{beamwidth}}\theta\right) \quad (38)$$

제안하는 알고리즘인 개선된 2단 최소자승법 알고리즘의 실험 적용시, 식 (22)에서  $k = 2$ 로 설정하여, 부엽 에너지를 감소하는데 목적을 두었다.

### 2. 알고리즘별 실험 결과 및 평가

먼저 비교 알고리즘 2개와 제안하는 알고리즘이 특정 변침각도  $\alpha$ 에서 빔의 형상을 확인하였다.

그림 4와 같이 3가지 알고리즘에 대해 변침각도가 없는 등간격 선배열을 고려할 때 모두 주엽 빔이 정확히 형성되었으며, 부엽의 크기도 목적 값 주변으로 수렴하였다. 하지만 Tseng의 알고리즘은 그 특성상 주엽의 형태를 정할 수 없다. 한편, 제안하는 알고리즘은 부엽의 크기가 기준값보다 낮게 나타났다.

그림 5와 그림 6에서는 변침각도와 주엽의 방향을 변화시켜 알고리즘 결과를 비교하였다. 그림 5에서 Tseng

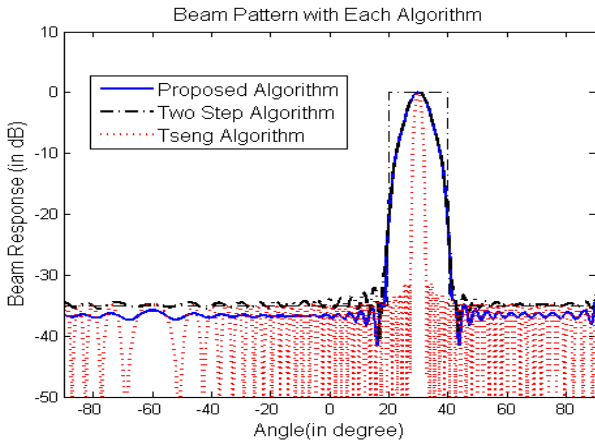


그림 4. 변침각도  $\alpha = 0^\circ$ , 주엽의 방향  $30^\circ$   
 Fig. 4. Beam pattern with turning course  $\alpha = 0^\circ$ , and direction of mainlobe  $30^\circ$ .

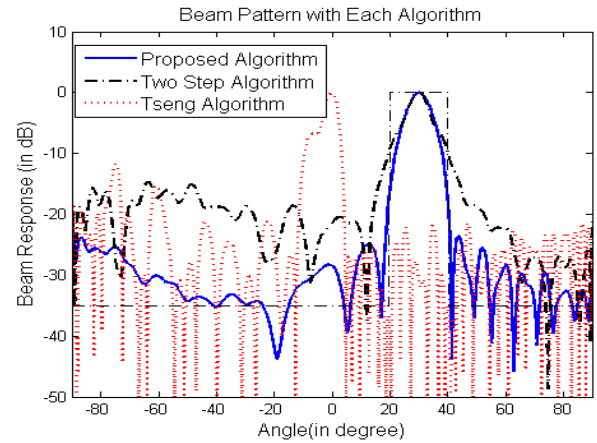


그림 6. 변침각도  $\alpha = 90^\circ$ , 주엽의 방향  $30^\circ$   
 Fig. 6. Beam pattern with turning course  $\alpha = 90^\circ$ , and direction of mainlobe  $30^\circ$ .

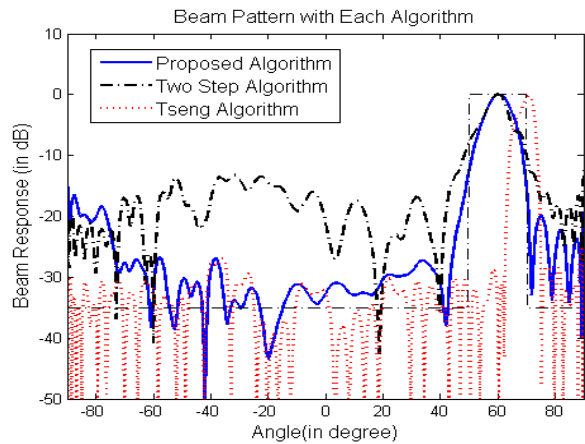


그림 5. 변침각도  $\alpha = 60^\circ$ , 주엽의 방향  $60^\circ$   
 Fig. 5. Beam pattern with turning course  $\alpha = 60^\circ$ , and direction of mainlobe  $60^\circ$ .

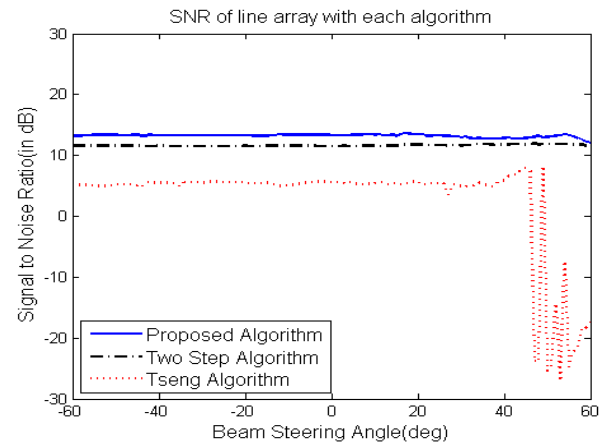


그림 7. 변침각도  $\alpha = 30^\circ$ 에서 조향 빔 신호 대 잡음비  
 Fig. 7. Signal-to-Noise ratio of steering beam pattern with turning course  $\alpha = 30^\circ$ .

의 알고리즘은 주엽 중앙보다 오른쪽으로 치우쳐 빔을 형성하였고, 2단 최소자승법은 부엽 에너지가 비교적 높게 나타났다. 제안하는 알고리즘은 상대적으로 부엽 에너지가 낮고 주엽의 형태를 유지하였다.

빔 패턴을 모든 조향각도에서 비교하기 위해 식 (39) 과 같이 신호 대 잡음비로 분석하였다. 이는 전 방향에서 등방성 잡음이 존재할 때를 가정한 것으로, 지정된 주엽 쪽에서 나타난 응답 크기의 총합과, 부엽 쪽에서 나타난 응답 크기의 총합의 비율로 표시하였다.

또한 그림 6에서 볼 수 있듯이, 변침각도가 큰 경우 Tseng의 알고리즘은 주엽이 목적하는 범위를 벗어났고, 2단 최소자승법은 그림 5와 같이 부엽의 에너지가 높게 형성되었다.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum b(\theta_{mainlobe})^2}{\sum b(\theta_{sidelobe})^2} \quad (39)$$

그림 7과 그림 8의 결과에서 제안하는 알고리즘의 빔 패턴은 2단 최소자승법 알고리즘의 결과보다 2dB 정도의 신호 대 잡음비의 성능 향상을 보였다. 한편 Tseng의 알고리즘은 주엽의 위치가 변하면서 성능치가 일정한 값을 유지하지 못하고, 진동하는 것을 알 수 있다.

그림 9에서는 변침각도  $\alpha = 90^\circ$ 인 상태로, 선배열이 심하게 왜곡된 경우이다. 2단 최소자승법은 주엽의 위치가 이동하면서, 성능이 급격히 감소하는 것을 알 수 있으며, Tseng의 알고리즘은 그림 7, 8과 동일하게 심한 진동을 나타내었다. 제안하는 알고리즘은 주엽의 위

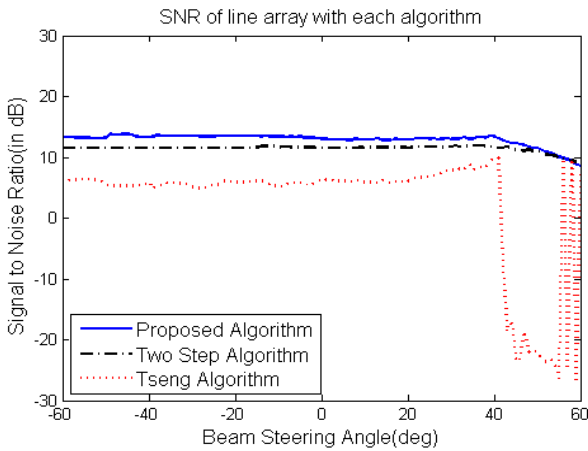


그림 8. 변침각도  $\alpha = 45^\circ$ 에서 조향 빔 신호 대 잡음비  
Fig. 8. Signal-to-Noise ratio of steering beam pattern with turning course  $\alpha = 45^\circ$ .

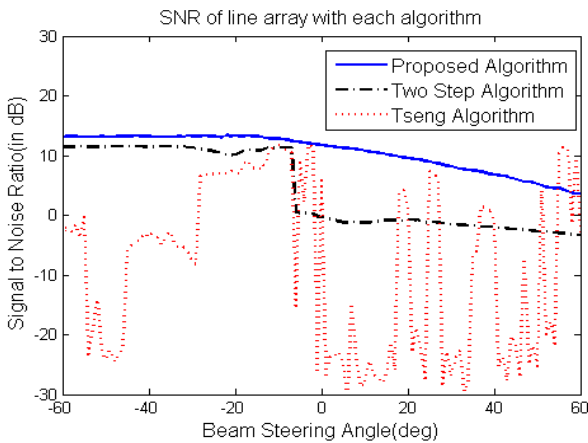


그림 9. 변침각도  $\alpha = 90^\circ$ 에서 조향 빔 신호 대 잡음비  
Fig. 9. Signal-to-Noise ratio of steering beam pattern with turning course  $\alpha = 90^\circ$ .

치가 tail 방향으로 이동하면서, 성능은 감소하지만, 비교적 일정한 감소치를 유지하였다.

이러한 결과가 나타나는 이유는 제안하는 알고리즘이 부엽의 에너지를 사전에 충분히 감소시킴으로써, 다른 알고리즘과 달리 목적 함수를 최소화시킬 수 있는 가중치 벡터를 찾아내는데 기여하는 것을 알 수 있다.

## VI. 결 론

2단 최소자승법 빔 형성 기법을 기반으로 부엽의 에너지를 추가적으로 감소시키는 개선된 2단 최소자승법 알고리즘을 제안하고 견인함의 변침각도에 따른 조향 빔 신호 대 잡음비에 대한 성능 평가 결과 기존의 2단

최소자승법 알고리즘보다 2dB 이상 성능이 향상되었다. 변침각도와 조향 빔의 위치를 변경시에도 비교적 일정한 신호 대 잡음비 성능을 나타내었다. 특히, 제안하는 알고리즘은 비교된 알고리즘에 비해 왜곡된 선배열에서도 빔 패턴의 형태와 성능이 유지되는 것을 알 수 있다. 이러한 실험 결과를 볼 때 왜곡된 형상을 갖는 견인 선배열 소나에서 제안하는 알고리즘은 최적 빔 패턴 구현에 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

## REFERENCES

- [1] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing (Part IV)*, New York: A JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION, 2002.
- [2] P. Gerstoft, W. S. Hodgkiss, H. Song, M. Siderius, and P. L. Nielsen, "Adaptive Beamforming of a Towed Array During a Turn," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 28, No. 1, Jan. 2003.
- [3] P. Felisberto and S. M. Jesus, "Towed-array beamforming during ship's manoeuvring," *IEE Proc.-Radar, Sonar Navig.*, Vol. 143, No. 3, Jun. 1996.
- [4] C.-Y. Tseng and L. J. Griffiths, "A Simple Algorithm to Achieve Desired Patterns for Arbitrary Arrays," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 40, No. 11, Nov. 1992.
- [5] P. Zhou and M. Ingram, "Pattern synthesis for arbitrary arrays using an adaptive array method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 47, No. 5, pp. 862-869, May 1999.
- [6] Z. Shi and Z. Feng, "A New Array Pattern Synthesis Algorithm Using the Two-Step Least Squares Method," *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 12, No. 3, Mar. 2005.
- [7] B. D. Jun, J.-S. Lim, and K.-M. Sung, "An Array Beam pattern Synthesis Using Partial Constrained Adaptive Optimization", *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 46, No. 7B, 2007.



## — 저 자 소 개 —



박 경 민(정회원)  
2003년 해군사관학교 전자공학과  
학사 졸업.  
2012년 서울대학교 전기컴퓨터공  
학부 석사 졸업.  
2013년~현재 해군사관학교 무기  
체계공학과 조교수.

<주관심분야 : 수중음향신호처리, 적응신호처리,  
배열신호처리>



이 석 진(정회원)  
2006년 서울대학교 전기컴퓨터공  
학부 학사 졸업.  
2008년 서울대학교 전기컴퓨터공  
학부 석사 졸업.  
2012년 서울대학교 전기컴퓨터공  
학부 박사 졸업.

2012년 3월 (주)LG전자 CTO연구소 선임연구원.  
2014년 3월~현재 경기대학교 전자공학과 조교수  
<주관심분야 : 음향신호처리, 적응신호처리, 배열  
신호처리, 음원분리>



정 석 문(정회원)-교신저자  
1985년 부산대학교 전자공학과  
학사 졸업.  
1987년 부산대학교 전자공학과  
석사 졸업.  
1994년 부산대학교 전자공학과  
박사 졸업.

1993년 3월~현재 해군사관학교 무기체계공학과  
교수

<주관심분야 : 디지털신호처리, 광신호처리, 항적  
탐지, 무기체계>