

## 비파괴충격파 시험법을 이용한 동탄성계수 평가

### Evaluation of the Dynamic Modulus by using the Impact Resonance Testing Method

김도완 Kim, Dowan  
장병관 Jang, ByungKwan  
문성호 Mun, Sungho

정희원 · 서울과학기술대학교 건설시스템디자인공학과 석사과정 (E-mail: marinater@daum.net)  
정희원 · 서울과학기술대학교 건설시스템디자인공학과 석사과정 (E-mail: sheraphim27@nate.com)  
정희원 · 서울과학기술대학교 건설시스템디자인공학부 조교수 · 교신저자 (E-mail: smun@seoultech.ac.kr)

#### ABSTRACT

**PURPOSES :** The dynamic modulus for a specimen can be determined by using either the non-destructed or destructed testing method. The Impact Resonance Testing (IRT) is the one of the non-destructed testing methods. The MTS has proved the source credibility and has the disadvantages which indicate the expensive equipment to operate and need a lot of manpower to manufacture the specimens because of the low repeatability with an experiment. To overcome these shortcomings from MTS, the objective of this paper is to compare the dynamic modulus obtained from IRT with MTS result and prove the source credibility.

**METHODS :** The dynamic modulus obtained from IRT could be determined by using the Resonance Frequency (RF) from the Frequency Response Function (FRF) that derived from the Fourier Transform based on the Frequency Analysis of the Digital Signal Processing (DSP)(S. O. Oyadigi; 1985). The RF values are verified from the Coherence Function (CF). To estimate the error, the Root Mean Squared Error (RMSE) method could be used.

**RESULTS :** The dynamic modulus data obtained from IRT have the maximum error of 8%, and RMSE of 2,000MPa compared to the dynamic modulus measured by the Dynamic Modulus Testing (DMT) of MTS testing machine..

**CONCLUSIONS :** The IRT testing method needs the prediction model of the dynamic modulus for a Linear Visco-Elastic (LVE) specimen to improve the suitability.

#### Keywords

*response frequency, frequency response function, impact resonance testing, coherence function, digital signal processing, stone mastic asphalt, root mean squared error*

Corresponding Author : Mun, Sungho, Assistant Professor  
Department of Civil Engineering, Seoul National University of Science and Technology, 232 Gongneung-ro, Nowon-gu, Seoul, 139-743, Korea  
Tel : +82.2.970.9014  
E-mail : smun@seoultech.ac.kr

International Journal of Highway Engineering

<http://www.ijhe.or.kr/>

ISSN 1738-7159 (Print)

ISSN 2287-3678 (Online)

Received Mar. 18, 2014 Revised Mar. 18, 2014 Accepted Apr. 8, 2014

#### 1. 서론

최근 기후변화 및 다양한 영향으로 인해 도로 및 주변 환경에 대한 피해가 점차 증가하고 있다. 이와 관련하여 전 세계적으로 발생하는 아스팔트 도로의 피해를 줄이기 위한 노력이 급격하게 이루어지고 있다. 그 중 아스

팔트 포장 내의 포트홀이나 싱크홀, 균열 등은 포장의 성분에 따른 강도의 원인으로 발생되기도 한다.

아스팔트 혼합물에 대한 강도를 예측하고 그 성능을 파악하기 위해서 일반적으로 동탄성계수를 사용하며 동탄성계수가 높을수록 포장체의 강도는 크다고 판단한

다. 아스팔트 혼합물에 대한 강도를 측정하는 경우 점탄 성체라는 특성을 가지고 있기 때문에 온도 및 하중재하 속도, 간격이 매우 중요한 요소로 작용한다. 이러한 요소들을 충족시켜 주기 위해 국내에서는 고가의 장비를 구축하여 이에 의존하고 있다.

본 연구에서는 아스팔트 혼합물의 동탄성계수를 측정하기 위해 비파괴충격파 시험법(Non-Destructive Impact Wave Testing or Impact Resonance Testing, IRT)을 도입하였다. IRT 시험의 도입으로 인한 본 연구의 목적은 보다 저렴하고 빠른 동탄성계수를 도출해 내기 위함이며, 또한 아스팔트 혼합물의 동탄성계수를 구하는 것에 있어서 공신력을 가지고 있는 MTS 장비의 결과를 비교해 IRT 시험법을 평가하고자 한다.

## 2. 동탄성계수 결정 시험방법

동탄성계수를 평가할 수 있는 방법은 동탄성계수시험(Dynamic Modulus Testing, DMT)의 일축인장/압축시험(Uniaxial Tension and Compression Testing, UTT and UCT), 간접인장시험(Indirect Tension Testing, ITT)이 있으며, 비파괴충격파시험 등이 존재한다.

여기서 IRT 시험을 제외한 나머지 시험법은 기존 MTS사의 장비 하나로 모든 시험의 수행이 가능하다. 다음 Fig. 1은 현재 건설기술연구원에서 구축하고 있는 MTS 810 장비이다.



Fig. 1 MTS 810 System for DMT (copyright : www.mtskorea.com)

MTS 장비를 이용하여 시험을 수행하는 경우, 현재 실험결과에 대한 공신력을 가지고 있다는 장점과 한 장

비로부터 다양한 시험체의 성능을 확인할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 반면, 고가의 장비이며 시험체에 직접적인 응력을 가하기 때문에 한 시험체의 반복적 시험수행이 불가능하다. 이와 같은 맥락에서 시험체의 반복적 수행에 따른 인력 및 시험수행과정의 시간적 소모가 크다는 단점을 가지고 있다.

이러한 단점을 극복하면서 아스팔트 혼합물의 동탄성계수를 평가하기 위해 IRT 시험이 도입되었으며 다음 Fig. 2는 본 연구 초기의 IRT 시험장비를 나타낸다.

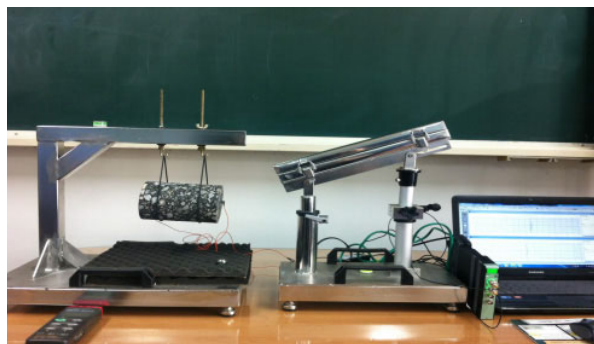


Fig. 2 Equipments for IRT (old-type)

IRT 시험은 현재 보편적으로 사용되는 시험법이 아니기 때문에 공신력이 떨어지며, 이 시험을 다양하게 활용하는 방안이 구축되지 않았다는 단점을 가지고 있다. 반면, 저가의 장비로 단시간 내에 실험을 수행할 수 있다는 장점과 한 시험체에 대한 반복적 수행이 가능하다는 장점을 가지고 있다.

다음 Table 1은 아스팔트 혼합물 시험체의 동탄성계수를 측정하는 과정에서 MTS 810 시스템과 IRT 시험법의 장단점을 구분해 놓은 표이다.

Table 1. MTS 810 System vs IRT System

	MTS 810 System	IRT System
Source Credibility	High	Low
Testing Diversity	High	Low
Repeatability for a specimen	Low	High
Labor Force	High	Low
Time-Consuming	High	Low
Cost of the equipment	High	Low

## 3. 동탄성계수 측정대상 공시체

본 연구에서 두 가지 시험방법을 통한 아스팔트 혼합

물의 동탄성계수를 구하기 위해서 SMA 공시체를 제작하였다. SMA를 대상 공시체로 선택한 것은 소성변형, 균열에서 우수한 특성을 갖고 있기 때문에 일축인장/압축시험에서 공시체의 파괴 및 일탈을 최소화할 수 있다.

다음 Table 2는 SMA 공시체를 제작하기 위한 배합 비율을 나타낸 표이다.

Table 2. Mixture Ratio for SMA

Type	Ratio(%)
SMA O-19	3.8
SMA O-13	34.7
SMA O-10	43.73
No. 8	1.42
No. 16	2.86
No. 30	2.37
No. 50	0.96
No. 100	0.96
No. 200	0.96
Filler	3.46
AP(PG 76-22)	4.2
Additives(rubber)	0.57

같은 비율로 공시체를 제작하되, 다짐을 실시하는 과정에서 충격으로 인한 공시체의 파괴 및 일탈을 줄이고, 현장의 롤러다짐과 가장 유사한 조건을 적용하기 위해 선회다짐법으로 다짐을 실시하였다. 공시체의 공극 별 동탄성계수 결과를 비교해 보기 위하여 공극률은 10, 15, 20%로 조정하였다. 공시체는 높이 17.8cm, 지름 15cm의 원기둥모양이며, 같은 크기의 공시체이기 때문에 공극률에 따른 공시체의 무게는 각기 다르다.

다짐까지 마무리된 공시체는 다짐이나 보관 시 조건에 따라 표면에서 목표와는 상이한 물성을 갖을 수 있으며, 또한 표면조차 고르지 못한 경우가 발생한다. 이러



Fig. 3 SMA

한 불안정요소를 보완하기 위하여 공시체의 상하면으로부터 높이 1.15cm, 옆 표면으로부터 2.5cm 안쪽의 시험체를 제작된 공시체로부터 다시 코어링하였다.

결국 최종적으로 시험에 사용되어질 공시체의 크기는 높이 15cm, 지름 10cm의 원기둥모양 공시체이다. 앞의 Fig. 3은 본 연구에 사용되어질 SMA 공시체이다.

#### 4. MTS 810 System

MTS 810 System을 이용하여 동탄성계수 시험(Dynamic Modulus Testing, DMT)을 수행하는 경우 시험대상 공시체에 대하여 일축으로 인장 또는 압축을 가하면서 이에 대한 동탄성계수를 측정하게 된다. 따라서 이를 수행하는 MTS 810 시스템은 공시체의 동탄성계수 뿐만 아니라 다른 실제 응력에 대한 변형의 크기 등의 결과를 도출해 내는 것이 가능하다.

본 연구에서 MTS 810 시스템을 사용하여 동탄성계수를 측정하는 과정에서 4가지의 실험온도(오차율 고려) 5, 20, 40, 54℃로 설정하였으며, 하중주기 주파수는 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 20Hz로 설정하였다. 이러한 모든 시험수행은 AASHTO TP 62-03(AASHTO, 2005)의 절차에 의한 것이며, 일축압축/인장시험 시 85mm 변형측정자기센서(Linear Variable Differential Transformer, LVDT) 4기를 공시체에 120° 간격으로 설치하여 수직방향에 대한 변형을 측정하는 방식으로 수행되었다.

#### 5. IRT System

MTS 810의 AASHTO TP 62-03에 의한 시험은 공시체에 실제 외력을 가하여 동탄성계수를 측정하기 때문에 역학적으로 후크의 법칙인 응력과 변형률의 관계



Fig. 4 Experiment of IRT

에 의존한다. 하지만 본 연구에서 도입한 IRT 시험법은 외력에 대한 주파수를 이용하여 디지털신호처리(Digital Signal Processing, DSP)를 활용하는 방법이다. 따라서 이에 대한 수행절차를 설명하고자 한다. Fig. 4은 IRT 시험 중의 모습을 보여준다.

IRT 시험에서 공시체를 수직방향으로 고정시킨 후 64g의 쇠구슬로 가격시킨다. 이때 외력에 대한 신호를 측정하기 위하여 공시체 양면에 가속도계가 부착되어야 한다. 가속도계는 B&K사의 Accerlerometer-Types 4516를 사용하였다. 이 가속도계로 인하여 충격이 가해지는 당시의 신호와 충격이 전달되어 반대쪽 가속도계에 전해지는 신호를 양방향으로 처리하게 된다.

이러한 신호처리가 중요한 이유는 IRT 시험법에서는 공진주파수를 이용하여 동탄성계수를 결정하기 때문이다. 이에 대한 이론은 기존의 연구(S. O. Oyadiji등; 1985)에서 비롯된 것이다. 기존 연구에 따르면, 공시체에 가해지는 외력으로 인한 전달파는 P파로 인식한다. 사실 공시체 내에 전달되는 파는 다방향으로 전파되고 공시체를 고정시켜 놓은 물질에도 전파될 수 있다. 이러한 파동의 회절이나 중첩은 P파로 가정함으로 인하여 고려되지 않는다.

이 이론에 의한 탄성계수 결정 공식은 다음 Eq. (1)과 같다.

$$E_n = 16\rho f^2 L^2 / (2n - 1)^2 \quad (1)$$

여기서,  $\rho$ ,  $L$ 은 공시체의 밀도 및 수평방향 길이를 의미하는 시험체 요소이며,  $n$ 은 자유도를 뜻한다. 동탄성계수( $E_n$ )는 가장 중요한 의미를 갖는 공진주파수( $f$ )에 의해 결정된다.

## 6. DSP와 신호처리방법

공시체에 의하여 가해진 진동과 전달되는 진동은 가속도계에 의하여 아날로그 신호로 받아지고 이를 다시 디지털신호화 하는 펄스장비를 통해 정보를 수집하게 된다. 이러한 정보는 시간에 따른 가속도의 크기(외력에 의한 진동)로 표현된다. 다음 Fig. 5는 진동파에 의한 Time-Function을 나타낸다.

Input 신호와 Output 신호의 차이를 해명하는 것은 신호의 전파속도가 매우 빠르기 때문에 바로 해석되는 것이 곤란하다. 따라서 디지털신호에 대한 처리가 필요하다.

이러한 이유와 공진주파수를 찾아야 한다는 이유 때문에 시간에 대한 디지털신호를 주파수에 대한 Frequency Function으로 변환하는 과정이 필요하다. 이를 수행하는 것이 Frequency Response Function(FRF)이며 이는 시간에 대한 함수를 Fourier Transform을 이용하여 주파수대역대로 표현하는 표현방법의 일종이다. 주파수분석에 대한 이론적 설명은 기존 연구(문성호 외 3명, 서울시 내 아스팔트/콘크리트 도로 소음 측정 및 분석에 대한 연구; 2013)에 수록되어 있다.

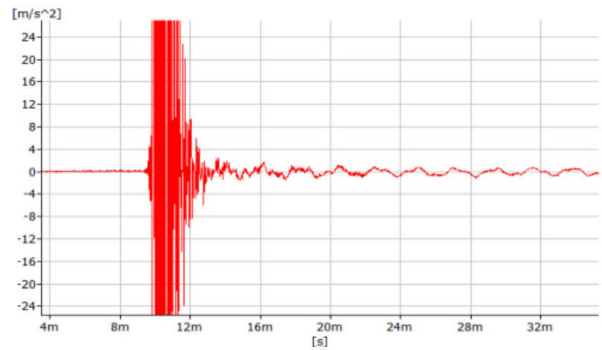


Fig. 5 Time-Function for One Wave Signal

FRF는 Eq. (2)와 같이 신호에 반응한 결과적 복합스펙트럼(Complex Spectrum of the Response)과 勵起(Excitation)에 대한 복합스펙트럼의 비로 정의된다.

$$H(f) = \frac{X(f)}{F(f)} \quad (2)$$

다음 Fig. 6는 위 Time-Function을 FRF로 변환한 것을 나타낸다.

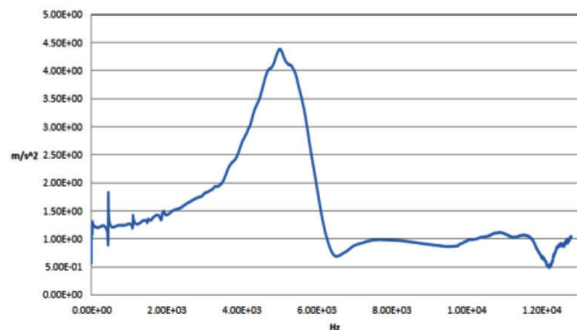


Fig. 6 FRF for One Wave Signal

시간함수를 FRF로 변환한다는 것은 공진주파수를 찾기 위함이다. 사실 동역학적으로 댐퍼의 효과가 없는 경

우, 임의의 재료상의 가속도(진동)의 크기가 무한대로 진행되는 지점이 공진주파수이다. 점탄성 공시체의 경우 미분방정식의 전개 시 스프링상수와 댐핑계수로 모델링화 된다. 따라서 댐핑의 효과를 고려한다면 가장 높은 지점에서 공진이 발생한다고 판단할 수 있다. 하지만 항상 FRF의 가장 높은 지점에서 공진이 발생되리라는 보장이 존재하지 않는다. 또한 파동의 전파를 기존 연구에서 P파로 가정하였다 뿐이지 사실상 P파가 아닌 다방향 전파이기 때문에 특정신호 외의 다른 신호를 함께 수용할 수밖에 없다. 따라서 실험의 신뢰도를 판단하기 위해 기여함수(Coference Function, CF)를 사용하도록 한다. 다음 Eq. (3)은 CF에 대한 식이다.

$$C_{xy}(w) = \frac{P_{xy}(w)}{\sqrt{P_{xx}(w)P_{yy}(w)}} \quad (3)$$

여기서,  $P_{xx}(w)$ 과  $P_{yy}(w)$ 는 각각 입력신호와 출력신호의 파워 스펙트럼 밀도이며,  $P_{xy}(w)$ 는 입·출력 신호에 대한 상호스펙트럼밀도 함수이다. 이 식은 Fourier Transform과정에서 허수의 표현을 내포하고 있기 때문에 제곱 절댓값으로 사용된다. 신호에 대한 Fourier Transform의 구성은 다음 Eq. (4)와 같이 허수근을 포함한다.

$$\hat{x}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-iwt} dt \quad (4)$$

CF는 그 신뢰성을 0에서부터 1 사이의 값으로 표현하기 위하여 제곱근의 함수로 표현한다. 이는 백분율 표현으로 인지될 수 있으며 시험이 신뢰성을 완벽히 갖춘 경우 1로 표현되며, 역 상황에서는 0의 값을 갖는다.

## 7. IRT와 MTS에 의한 동탄성계수 결과

다음 Fig. 7~10는 MTS 810 System을 이용한 공극률별 SMA의 동탄성계수 마스터커브(Master Curve), 위상각 마스터커브, 전이함수(Shift Factor)를 나타낸 것이다. SMA의 동탄성계수 마스터커브를 결정하기 위한 기준 온도(Standard Temperature)는 5°C로 설정하였으며 Fig. 7은 semi-log 스케일로 표현한 그래프이며, Fig. 8은 log-log 스케일의 표현 결과이다. 이들의 구분은 저온과 고온에서의 결과를 관측하기 위함이다.

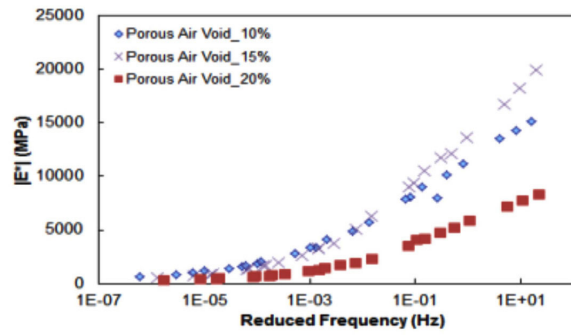


Fig. 7 Dynamic Modulus Master Curve (semi-log scale)

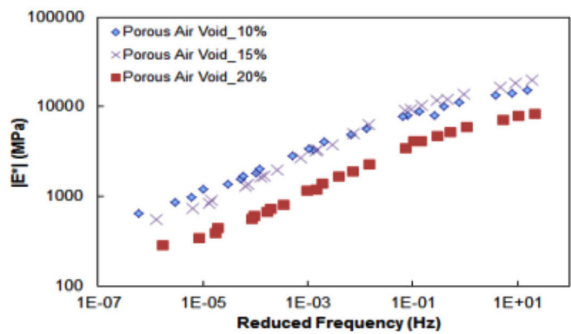


Fig. 8 Dynamic Modulus Master Curve (log-log scale)

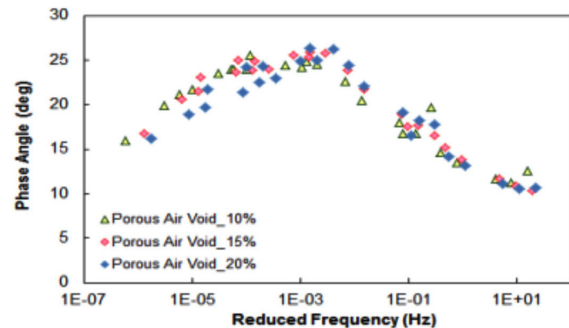


Fig. 9 Phase Angular Master Curve

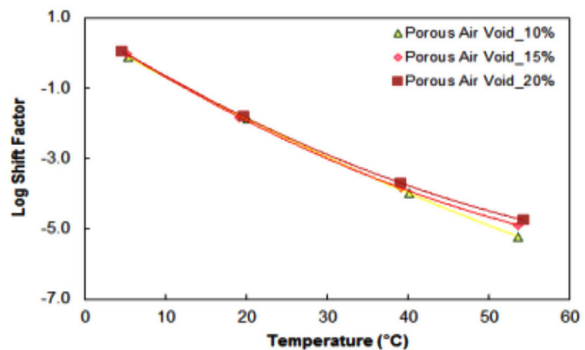


Fig. 10 Shift Factors

다음 Fig. 11은 IRT 시험법에 의한 공극률에 따른 동탄성계수 값을 나타낸 그래프이다.

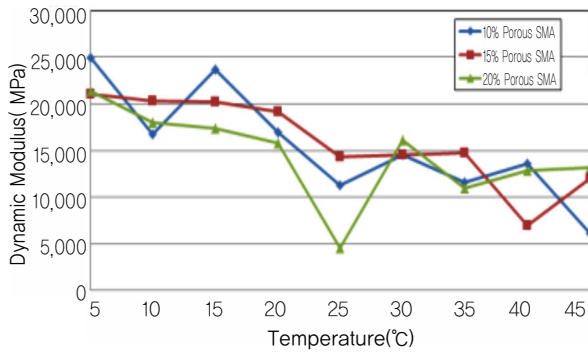
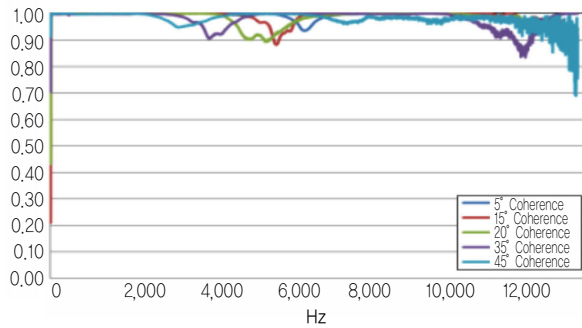
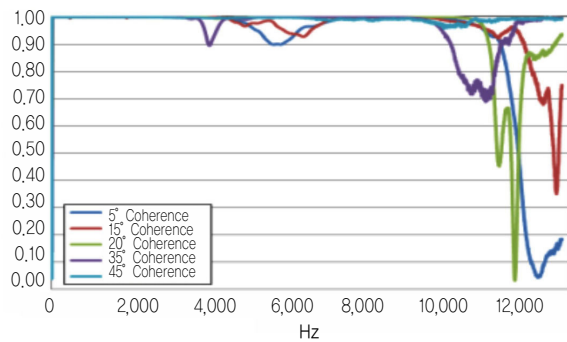


Fig. 11 Dynamic Modulus by using IRT

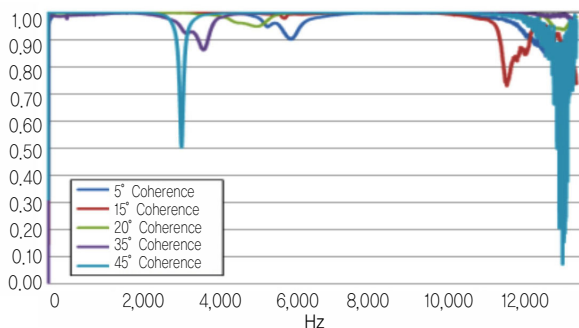
다음 Fig. 11의 결과는 Eq. (1)에 의하여 결정되어진 값이며 IRT 시험법에서 도출되어진 기여함수에 대한 그래프는 다음 Fig. 12와 같다. 독자가 다음 기여함수의



(a) 10% Porous SMA



(b) 15% Porous SMA



(c) 20% Porous SMA

Fig. 12 Coherence Function Results

그래프 중첩으로 인하여 구분이 어려울 수 있으나 본 연구에서 사용된 공진주파수 영역대의 신뢰성이 높다는 것을 판단시키기 위함이다.

다음 Table 3, 4는 MTS 810 시스템에 의한 동탄성계수 및 IRT 시스템에 의한 동탄성계수를 나타낸다. 여기서 IRT 시험결과에 공진주파수와 Fig. 12의 CF결과

Table 3. Dynamic Modulus Results (MTS)

10% Porous SMA				
Temp(°C)	5.3	20.1	40.1	53.7
Freq(Hz)	DM	DM	DM	DM
20	15124.1	7953.8	4097.0	2005.5
10	14262.3	8956.2	3399.0	1686.9
5	13534.1	7844.1	2839.3	1368.2
1	11191.1	5703.6	1841.5	969.1
0.5	10092.7	4834.9	1561.4	858.4
0.1	8013.6	3330.6	1189.8	652.3
15% Porous SMA				
Temp(°C)	5.2	19.2	39.1	53.6
Freq(Hz)	DM	DM	DM	DM
20	19868.8	11696.3	3773.3	1971.0
10	18223.5	10456.5	3224.0	1632.7
5	16713.3	8991.3	2653.9	1307.2
1	13636.4	6255.7	1675.4	838.68
0.5	12120.7	5058.3	1364.2	727.5
0.1	9373.2	3275.3	909.8	552.4
20% Porous SMA				
Temp(°C)	4.7	19.7	39.2	54.4
Freq(Hz)	DM	DM	DM	DM
20	8226.8	4677.0	1646.3	797.1
10	7709.3	4063.3	1357.3	664.2
5	7100.1	3414.4	1135.8	545.8
1	5792.5	2256.5	719.4	384.0
0.5	5188.8	1844.9	593.1	338.6
0.1	4038.0	1181.8	431.3	280.2

Table 4. Dynamic Modulus Results (IRT)

10% Porous SMA					
Temp(°C)	5	15	20	35	45
RF(Hz)	5636	5496	4644	3844	2790
DM	24922	23700	16921	11594	10765
15% Porous SMA					
Temp(°C)	5	15	20	35	45
Freq(Hz)	5026	4678	4352	3966	3860
DM	21014	20241	19201	14767	12056
20% Porous SMA					
Temp(°C)	5	15	20	35	45
Freq(Hz)	5250	4722	4514	3760	3234
DM	21420	17328	15835	10987	13115

를 비교해 보면 IRT 시험의 공진주파수는 신뢰성을 확보하였다고 판단할 수 있다. 여기서 DM은 동탄성계수(MPa)를 의미하며 RF는 공진주파수(Resonance Frequency, Hz)를 의미한다.

## 8. 동탄성계수 결과 비교

두 가지 시험방법으로 결정되어진 동탄성계수 결과 값을 비교하기 위해서 공신력이 입증된 MTS결과를 기준으로 하였다. 또한 MTS에 의한 결과는 주파수 별 동탄성계수의 값을 제시하였으며, IRT 시험에 의한 결과는 온도에 따른 동탄성계수의 값을 제시하였기 때문에 기본 조건은 온도에 초점을 맞추도록 한다. 그 이유는 IRT 시험의 공진주파수는 CF에 의하여 신뢰성을 구축해 놓은 상태여서 주파수 별 동탄성계수를 구하는 것에 있어서 신뢰성을 잃게 되기 때문이다. 온도는 두 시험의 조건온도가 상이하므로 예측 값을 사용할 경우 오차를 포함하기 때문에 이를 최소화하기 위하여 5℃, 20℃의 3가지 공시체에 대해서 비교를 실시한 후, 실제 오차율이 어느 정도인지 파악하고자 한다(회귀분석을 활용하여 오차를 보정하더라도 온도와 주파수에 대한 보정을 두 차례 실시할 경우 동탄성계수 값 비교 시 큰 오차를 갖을 수 있기 때문에 동등한 온도조건에서의 오차 비교 실시).

오차율의 크기를 구하기 위하여 MTS 810 시스템에 의한 결과를 기준으로 오차율과 RMSE(Root Mean Squared Error), 두 가지를 동시에 구하였다. 오차를 구하는 것에 있어서 온도나 주파수의 구별은 두지 않았으며 측정되어진 동탄성계수 값에만 의존하였다. RMSE에 대한 결과도출 이론은 기존 연구에 수록되어 있다(문성호 외 3명, 비파괴 충격파를 이용한 아스팔트 공시체의 수분 민감도 평가; 2013).

오차율을 계산한 결과, 최소 5%에서 최대 8%의 오차율을 보였으며 오차의 값은 최소 1,200MPa에서 최대 2,400MPa까지 발생하였다.

## 9. 결론

본 연구는 IRT 시험법에 의해 도출되어진 동탄성계수 값과 MTS를 이용한 DMT 시험의 동탄성계수 값을 비교함으로써, IRT 시험결과를 평가하기 위함이다. 그 결과 현재 공신력을 가지고 있다고 평가되는 MTS에 의한

DMT 결과와 최대 8%의 오차를 갖는다는 결론을 내렸다. RMSE의 경우 2,000MPa 오차를 가지고 있으며 RMSE 오차는 온도가 높아짐에 따라서 줄어드는 양상을 보였다. 이와 관련하여 IRT 시험법에서 공진주파수와 FRF를 이용하는 과정의 이론적 의미는 적합성을 가지고 있으나, 기존 연구의 탄성모델에 대한 적용보다 점탄성물체에 대한 실험적 모델을 개발해야 할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2011-0030040).

## References

- AASHTO TP 62-03, 2005. Standard method of Test for Determining Dynamic Modulus of Hot-mix Asphalt Concrete Mixtures, American Association of State and Highway Transportation Officials, 2005.
- ISO 9052-1, 1989. Determination of dynamic stiffness
- Jang, Byung Kwan, Kim, Dowan, Mun, Sungho and Jang, Youngsun. Evaluation for Moisture Susceptibility of Asphalt Mixtures using Non-Destructive Impact Wave, Journal of Korean Society of Road Engineers, 15(3), pp. 53-63. 2013.
- Jang, Byung Kwan, Yang, Sung Lin and Mun, Sungho. Study for Dynamic Modulus Change Measurement of Permeable Asphalt Mixtures with Various Porosity using Non-Destructive Impact Wave, Journal of Korean Society of Road Engineers, 15(3), pp. 65-74. 2013.
- KS F 2398, 2005. Standard test method for resistance of compacted asphalt mixtures to moisture induced damage
- Kwan-Ho, Lee and Kyung-Rae, Cho. Evaluation of Dynamic Modulus based on Aged Asphalt Binder, Journal of Korean Society of Hazard Mitigation, 8(3), pp. 51-58. 2008.
- Kweon Gi chul and Jae Hoan Lee. Evaluation of Effects on Impact Resonance Test for Determining Modulus of Asphalt Concrete, Journal of Korean Society of Road Engineers, 9(2), pp. 89-99. 2007.
- Oyadiji S. O. and Tomlinson G.R. Determination Of The Complex Moduli Of Viscoelastic Structural Elements By Resonance And Non-Resonance Methods, Journal of Sound and Vibration, 101(3), pp. 277-298. 1985.
- Witczak, M. W. and Fonseca, O. A. Revised Predictive Model for Dynamic (Complex) Modulus of Asphalt Mixture, TRB Record, 1996.
- Yang, Sung Lin, Baek, Cheolmin, Jeong, Kyu Dong, Kim, Young Min, Kim, Yong Joo and Hwang, Sung Do. A Study on Field Application and Laboratory Performance Evaluation of Warm Mix Asphalt, Journal of Korean Society of Road Engineers, 14(4), pp. 9-18. 2012.