

## Tunable Quarter-wave Plate Consisting of Two Phase Retarders and the Design of a Circular Polarizer

Sang Youl Kim<sup>†</sup>

Department of Physics, Ajou University, Suwon 443-749, Korea

(Received May 13, 2014; Revised manuscript June 16, 2014; Accepted June 16, 2014)

The conditions under which a composite retarder consisting of two different retardation plates can be operated as a tunable quarter-wave plate are derived. The explicit expressions for the azimuthal angle of a linear polarizer and those of two retardation plates to generate circularly polarized light are presented as a function of retardation angles. Those expressions for the azimuthal angles derived using the Jones matrix formalism are verified as identical to the expressions derived from the analysis of the trajectory on a Poincaré sphere. A couple of examples are presented for generating circularly polarized light when two identical retardation plates are used.

Keywords: Tunable quarter-wave plate, Circular polarizer, Composite retarder, Poincaré sphere  
OCIS codes: (230.5440) Polarization-selective devices; (260.5430) Polarization

## 두 개의 위상지연판이 중첩된 가변 4분파장 위상지연자 및 원편광자의 설계

김상열<sup>†</sup>

아주대학교 물리학과  
☎ 443-749 경기도 수원시 영통구

(2014년 5월 13일 받음, 2014년 6월 16일 수정본 받음, 2014년 6월 16일 게재 확정)

서로 다른 위상지연각을 가지는 두 개의 위상판을 중첩하여 4분파장 위상지연자로 구동시키기 위한 필요조건을 찾고 선편광자와 이들 위상판들의 방위각이 만족해야할 관계식들을 위상지연각들의 함수로 해석적으로 유도하였다. 해석적인 방법으로 구한 각도 관계식들과 Poincaré 구상에서의 자취분석을 통해 구한 각도 관계식들이 동일함을 확인하였고 동일한 두 개의 위상판을 사용할 경우 몇가지 응용예를 제시하였다.

Keywords: 가변 4분파장 위상지연자, 원편광자, 복합지연자, 포앙카레구  
OCIS codes: (230.5440) Polarization-selective devices; (260.5430) Polarization

### I. 서 론

빛의 편광상태에 기반을 둔 측정 및 분석방법은 빛의 세기에 기반을 둔 측정이나 분석방법에 비해 많은 장점을 가지고 있다. 타원법(ellipsometry)은 대표적인 편광상태 측정 및 분석에 기반을 두고 있는 방법으로 반사광 또는 투과광의 진폭 정보에 더하여 위상정보를 다룸으로써 박막의 두께나 물질의 광학이방성을 한 차원 높은 정밀도로 파악할 수 있게 한다.<sup>[1], [2]</sup> 편광상태 제어 및 측정을 위해서 사용되는 대표적인 편광소자로는 편광자 또는 검광자 그리고 위상지연자(또는 위상판)가 있는데 위상지연자 중에서는 4분파장 위상지연자

(또는 4분파장 위상판, quarter-wave plate, QWP)가 가장 널리 사용된다. QWP는 대개 석영이나 방해석과 같은 단축이방성 물질을 적당한 두께로 잘라 만드는데 통상적인 QWP는 사용하는 빛의 파장에 따라 그 두께가 달라지므로 분광실험을 할 때에는 파장에 따라 서로 다른 위상지연자를 사용해야 하는 단점이 있다. 광학이방성 고분자 초박막을 적층하거나 두 개의 위상지연자를 중첩하여 위상지연각이 90도가 되는 파장대역을 확장시킨 소위 비색성 위상판(achromatic retarder)도 상용제품 형태로 제공되고 있으나 이들은 4분파장 조건을 만족하는 파장대역이 중심파장 주위 10% 내외에 그치며 4분파장 조건도 근사적으로 만족하는 한계를 보이고 있다.<sup>[3], [4]</sup>

<sup>†</sup>E-mail: [sykim@ajou.ac.kr](mailto:sykim@ajou.ac.kr)

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

Babinet-Soleil Compensator를 사용하면 비교적 넓은 파장대역에 걸쳐 4분파장 조건을 만족하지만 크기와 가격 등의 측면에서 범용성과 편의성이 결여된다. Fresnel rhomb 방식의 비색성 위상지연자도 광축 정렬이 까다로와 일반 연구자의 입장에서 이 소자를 적용하는 것이 용이하지 않다. 한편 액정에 인가하는 전기장의 세기를 변화시켜 위상지연각을 조절하는 방식이나 Pockels cell에 가해지는 전압을 조절하여 위상지연각을 변화시키는 가변 위상지연자들이 상용제품으로 출시되고 있으나 파장대역폭이나 정적 위상지연각 제어의 정밀도에서 한계를 보인다.<sup>13, 41</sup> 또한 Savart plate 구조에 기반하여 기울임각을 조절함으로써 150-6000 nm의 넓은 파장대역에 걸쳐 4분파장 위상지연 조건을 만족시키는 위상소자가 최근 상용제품으로 제공되고 있으나 위상지연을 만족시키는 파장대역이 넓은 만큼 위상지연각 설정에서의 정밀도가 떨어지는 측면이 있다.<sup>15</sup> 위상지연각을 제어하는 방법으로 두 개의 위상지연자의 사이각을 바꾸며 유효 위상지연각을 변화시키는 방법도 있는데 서로 다른 두 개의 단축 광학이방성 막이 중첩되어 있을 때 유효 광축의 방향과 등가 이방성에 관한 검토는 류장위 등에 의하여 보고된 바 있으며 위상지연자 두 개를 중첩하여 QWP를 만드는 조건과 이를 정밀파장측정에 활용한 연구는 Goltser 등에 의해 보고된 바 있다.<sup>16-91</sup> 본 연구에서는 위상지연각이 서로 다른 두 개의 위상지연자를 사용하여 중심파장에서 벗어난 파장에서도 4분파장 위상지연 조건을 만족하는 필요충분조건을 Jones 행렬을 사용하는 해석적인 방법과 Poincaré 구상에서의 자취분석 방법을 각각 사용하여 제시한다. 위상지연자들의 방위각을 조절함으로써 파장 등의 변화에 따라 달라지는 4분파장 위상지연 조건을 만족시킬 수 있는 이 가변 QWP를 활용하여 원편광자를 설계하고 구동하는 몇가지 활용 예를 제시한다.

**II. 중첩된 두 위상지연자의 4분파장 위상지연 작용 : Jones 행렬을 사용한 해석**

두 위상자의 빠른축이 나란하지 않게 중첩될 때 첫 번째 위상판의 빠른축을 기준으로 하여 편광자의 투과축의 방위각을  $-P$ , 두 번째 위상판의 빠른축의 방위각을  $\theta$ 라고 둔다. 첫 번째 위상판의 위상지연각과 두 번째 위상판의 위상지연각을 각각  $\delta, \delta'$ 이라고 두면 그림 1에서와 같이 편광자와 두 위상판을 순서대로 통과한 빛의 편광상태는 Jones 벡터 및 Jones 행렬을 사용하여 다음과 같이 기술할 수 있다. 두 번째 위상판의 빠른축과 느린축을 좌표축으로 하는 직교 선편광기에서 전기장의 성분들을 각각  $E_f, E_s$ 라고 두면 두 번째 위상지연자를 통과한 빛의 Jones 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{E}_{C,O}^{fs} = \begin{pmatrix} E_f \\ E_s \end{pmatrix} = \text{const} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ -\sin P \end{pmatrix} \quad (1)$$

본 연구에서는 편광상태만을 관심의 대상으로 하므로  $\text{const}=1$ 으로 정규화하고 식 (1)을 정리하면 다음과 같이 전

기장 성분들의 구체적인 표현들을 얻을 수 있다.

$$E_f = \cos\theta \cos P - \sin\theta \sin P e^{i\delta} \quad (2a)$$

$$E_s = -\sin\theta \cos P e^{i\delta'} - \cos\theta \sin P e^{i(\delta+\delta')} \quad (2b)$$

이 전기장 성분들이 원편광을 나타내려면  $E_f = i \text{Sgn} E_s$  즉 아래 식 (3)이 만족되어야 한다. 여기서  $\text{Sgn}=1$  (좌원편광) 또는  $\text{Sgn}=-1$  (우원편광) 이다.

$$\cos\theta \cos P - \sin\theta \sin P e^{i\delta} = -i \text{Sgn} [\sin\theta \cos P e^{i\delta'} + \cos\theta \sin P e^{i(\delta+\delta')}] \quad (3)$$

식 (3)의 실수부분과 허수부분을 각각 비교하고 양변을  $\cos\theta \cos P$ 로 나눈 다음  $\tan P$ 에 대해 풀면 다음과 같은 표현들을 얻는다.

$$\tan P = \frac{1 - \text{Sgn} \tan\theta \sin\delta'}{\tan\theta \cos\delta + \text{Sgn} \sin(\delta+\delta')} \quad (4)$$

$$\tan P = \frac{\tan\theta \cos\delta'}{\text{Sgn} \tan\theta \sin\delta - \cos(\delta+\delta')} \quad (5)$$

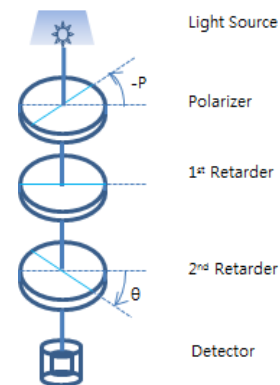
이 들을 연립하여  $\tan\theta$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 2차 방정식을 얻는다.

$$\cos(\delta-\delta') \tan^2\theta + \cos(\delta+\delta') = 0 \quad (6)$$

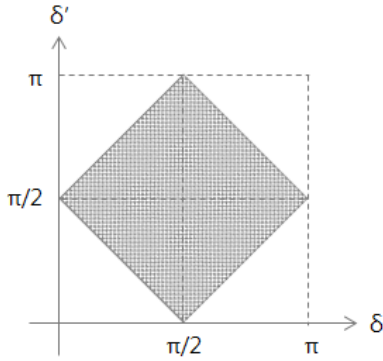
이 2차 방정식에서  $\tan\theta$ 의 실수해가 존재하려면 아래 식 (7)의 부등식을 만족시켜야 하며 이 부등식을 만족시키는 위상지연각  $\delta, \delta'$ 의 범위는 그림 2에 어둡게 표시된 영역과 같다.

$$\cos(\delta-\delta') \cos(\delta+\delta') \leq 0 \quad (7)$$

$\delta, \delta'$ 이 그림 2에 어둡게 표시된 영역내에 있을 때  $\tan\theta$ 는



**FIG. 1.** A schematic diagram showing the light passing through a polarizer and two retarders. The azimuth angle of the polarizer is  $-P$  and that of the second retarder is  $\theta$ .



**FIG. 2.** The shaded area represents the region of the allowed phase retardation angles  $\delta, \delta'$  where  $\delta$  is the phase retardation angle of the first retarder and  $\delta'$  is that of the second one.

아래 식 (8)과 같이 구해진다. 이 식으로부터 두 위상자가 이루는 각도인  $\theta$ 를 바로 구할 수 있다. 여기에서는  $\theta$ 의 양의 부호만 취하였다.

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{\cos(\delta + \delta')}{\cos(\delta - \delta')}} \quad (8)$$

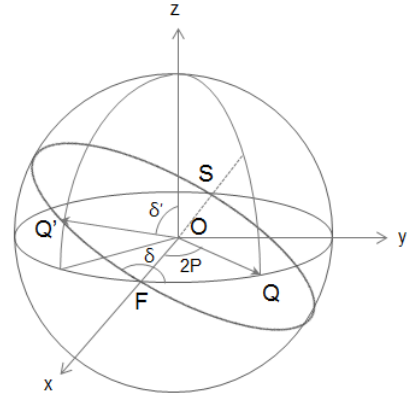
이 표현을 식 (5)에 대입하여 정리하면 다음과 같이  $\tan P$ 의 표현을 얻는다.

$$\tan P = \frac{\cos\delta'}{\text{Sgn}\sin\delta - \sqrt{\sin^2\delta - \cos^2\delta'}} \quad (9)$$

요약하면 두 개의 위상지연자의 위상지연각  $\delta$ 와  $\delta'$ 가 그림 2에 표시된 마름모꼴의 영역내에 있을 때 두 번째 위상지연자가 첫 번째 위상지연자와  $\theta$ 의 각도를 이루게 하고 첫 번째 위상지연자 앞에 편광자를  $-P$ 의 각도로 두면 두 번째 위상지연자를 통과하는 빛은 원편광이 된다.

### III. 중첩된 두 위상지연자의 4분파장 위상지연 작용 : Poincaré 구상에서의 표현

반지름이 1인 Poincaré 구상에서 그림 3에서와 같이 3차원 직교좌표축을 설정한다. 위상지연각이  $\delta$ 인 첫 번째 위상판을 빠른축(F)이 x축의 양의 방향과 일치하도록 하고 느린축(S)이 x축의 음의 방향과 일치하도록 두면 방위각이  $-P$ 인 직선편광의 Poincaré 구상에서의 위치는 (1,0,0)의 좌표점을 적도를 따라 반시계방향으로  $2P$ 만큼 회전한 점 즉 F점을 z축을 중심으로 반시계방향으로  $2P$ 만큼 회전시킨 적도상의 점 Q가 된다. 이 직선편광이 첫 번째 위상지연자를 통과한 후의 편광상태는 F와 S를 연결하는 직선 즉 x축을 중심으로 점 Q를  $\delta$ 만큼 회전시킨 점인 Q'점이 나타내는 편광상태와 같다. 3차원 직교좌표축 상에서 Q점과 Q'점의 좌표는 각각 다음과 같다.



**FIG. 3.** A schematic representation of the polarization state change of a linearly polarized light incident on two retarders on Poincaré sphere. The azimuth angle of the linear polarizer is  $-P$ . The first retarder rotates the equator around x-axis by  $\delta$  degrees(its phase retardation angle) such that Q moves to Q'. The second retarder moves Q' to the north pole (the right circularly polarized light) if its fast axis makes an angle  $\theta$  in Fig. 4, with respect to that of the first retarder and its phase retardation angle is  $\delta'$ .

$$\vec{OQ} = (\cos 2P, \sin 2P, 0) \quad (10a)$$

$$\vec{OQ'} = (\cos 2P, \sin 2P \cos \delta, \sin 2P \sin \delta) \quad (10b)$$

여기에서  $\vec{OQ'}$  벡터가 z축과 만드는 각도를  $\delta'$ 이라고 두면  $\cos\delta'$ 은  $\vec{OQ'}$  벡터의 z성분인  $\sin 2P \sin \delta$ 와 같으므로 P는 아래 식 (11)과 같은 관계식을 만족한다.

$$\sin 2P = \frac{\cos\delta'}{\sin\delta} \quad (11)$$

여기서 Jones 벡터의 전기장 성분 관계식인  $E_f = i \text{Sgn} E_s$ 으로부터 구한 편광자의 방위각 P의 표현인 식 (9)의  $\tan P$ 를  $\frac{2 \tan P}{1 + \tan^2 P} (= \sin 2P)$ 에 대입한 뒤 정리하면 식 (11)과 똑같은 표현을 얻는다. 즉 식 (9)와 식 (11)은 동일한 표현임을 확인할 수 있다. 마찬가지로  $|\sin 2P| \leq 1$ 이므로 식 (11)을 만족하는 P가 존재하기 위한 필요조건은 식 (12)와 같은데  $\cos(\delta + \delta') \cos(\delta - \delta') = \cos^2 \delta' - \sin^2 \delta$ 를 이용하면 식 (12)를 만족하는 위상지연각  $\delta, \delta'$ 의 범위가 식 (7)을 만족하는 위상지연각  $\delta, \delta'$ 의 범위, 즉 그림 2에 어둡게 표시된  $\delta, \delta'$ 의 범위와 동일함을 간단히 확인할 수 있다.

$$|\sin \delta| \geq |\cos \delta'| \quad (12)$$

위상지연각이  $\delta'$ 인 위상판을 두 번째 위상판으로 사용하면 이 두 번째 위상판의 편광작용은 Poincaré 구상에서 이 위상판의 빠른축과 느린축을 연결하는 직선을 회전축으로 하여

반시계 방향으로  $\delta'$  만큼 회전시키는 것이다. 따라서 두 번째 위상판의 빠른축이 식 (8)의  $\theta$ 와 같은 값을 가지도록 하고 위상지연각이  $\delta'$ 가 되도록 하면 두 번째 위상지연자의 작용은  $\overrightarrow{OQ}$ 을  $\delta'$ 만큼 회전시키는 것이므로  $Q$  점은 Poincaré 구의 북극점으로 이동하게 된다. 즉 두 번째 위상판을 통과한 빛의 편광상태는 우원편광이 된다. 요약하면 두 번째 위상판의 위상지연각이  $\delta'$ 와 같고 방위각이  $\theta$ 이면  $-P$ 의 방위각으로 입사한 직선편광에 대해 결합된 두 위상판이 하는 편광작용은 바로 QWP의 작용과 같아진다. 이 같이  $\overrightarrow{OQ}$ 을 회전시켜  $Q$  점을 Poincaré 구의 북극점으로 이동시킬 수 있으려면 Poincaré 구상에서 두 번째 위상판의 빠른축과 느린축을 연결하는 직선은  $\overrightarrow{OQ}$ 과  $\hat{z}$  모두에 수직이어야 한다. 즉 이 직선은 그림 4에서 보여주는 바와 같이  $\overrightarrow{OQ} \times \hat{z} = (\sin 2P \cos \delta, -\cos 2P, 0)$ 으로 향해야 한다. 따라서 두 번째 위상판의 빠른축이 첫 번째 위상판의 빠른축과 이루는 각도를  $\theta$ 라고 두면 Poincaré 구상에서  $\overrightarrow{OQ} \times \hat{z}$ 가 x축과 이루는 각은  $-2\theta$ 와 같으므로  $\tan 2\theta = \frac{\cos 2P}{\sin 2P \cos \delta}$ 와 같이 쓰여지는데 이 식의 오른쪽 항에 식 (11)을 대입하여 정리하면 다음과 같이  $\tan 2\theta$ 를 두 위상판의 위상지연각들로 나타낼 수 있다.

$$\tan 2\theta = \frac{\sqrt{\sin^2 \delta - \cos^2 \delta'}}{\cos \delta \cos \delta'} \quad (13)$$

참고로 식 (13)으로부터  $\cos 2\theta = \cot \delta \cos \delta'$ 과 같은 표현을 얻을 수 있는데 이는 Kundikova 등에 의해 보고된 표현과 동일하다.<sup>[7-9]</sup> 한편 Jones 벡터의 전기장 성분 관계식인  $E_f = i \text{Sgn} E_s$ 으로부터 구한 식 (8)의  $\tan \theta$ 를  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ 의 우변에 대입하여 정리하면 다음과 같이 Poincaré 구를 이용하여 얻은 방위각의 표현인 식 (13)과 동일한 표현을 얻는다.

$$\tan 2\theta = 2 \frac{\sqrt{-\cos(\delta - \delta') \cos(\delta + \delta')}}{\cos(\delta - \delta') + \cos(\delta + \delta')} = \frac{\sqrt{\sin^2 \delta - \cos^2 \delta'}}{\cos \delta \cos \delta'} \quad (13')$$

이상과 같이 해석적인 방법인 Jones 행렬식을 사용하여 구한 방위각 표현들과 Poincaré 구상에서의 자취분석을 통해

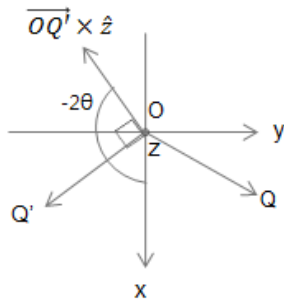


FIG. 4. The projections of the vectors  $\overrightarrow{OQ}$ ,  $\overrightarrow{OQ'}$  on x-y plane and the vector  $\overrightarrow{OQ} \times \hat{z}$ . The angle of the vector  $\overrightarrow{OQ} \times \hat{z}$  is  $-2\theta$ .

얻은 방위각 표현들이 동일한 표현임을 확인하였다.

#### IV. 응용에 및 검토

특수한 경우로  $\delta' = \frac{\pi}{2} \pm \delta$  이면  $\sin \delta = \mp \cos \delta'$  이고 식 (11)과 식 (13)으로부터  $P = \mp \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta = 0$ 를 얻는다. 이는 두 위상판의 위상지연각의 합 또는 차이가 90도 이면 두 위상판의 빠른축을 나란히 하고 이들을 편광자의 투과축과  $-45$ 도 또는  $+45$ 도로 둘 때 원편광이 얻어지는 것을 나타낸 것으로 QWP를 사용하여 원편광을 얻는 전형적인 방법을 나타낸다. 비슷한 경우로  $\delta' = -\frac{\pi}{2} \pm \delta$  (단  $\delta' \rightarrow \delta' + 2\pi$  if  $\delta' < 0$ )이면  $P = \pm \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta = 0$ 를 얻는다. 이 또한 두 위상판의 위상지연각의 합 또는 차이가  $-90$ 도 이면 두 위상판의 빠른축을 나란히 하고 이들을 편광자의 투과축과  $+45$ 도 또는  $-45$ 도로 두어 원편광을 얻는 전형적인 QWP 사용법을 나타낸다. 일반적으로 서로 다른 위상지연자 두 개를 사용하여 QWP를 제작할 수도 있지만 현실적으로는 서로 다른 두 개의 위상지연자를 사용하는 것보다 동일한 위상지연자 두 개를 사용하는 것이 간편하다. 이 때 위상지연자의 위상지연각이  $\delta (= \delta')$ 이면 식 (11)과 식 (13)은 각각 아래 식들과 같아진다.

$$P = \frac{1}{2} \sin^{-1}(\cot \delta) \quad (14)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \cos^{-1}(\cot^2 \delta) \quad (15)$$

이 경우  $\frac{\pi}{4} \leq \delta \leq \frac{3\pi}{4}$ 의 범위에서  $\delta$ 의 변화에 따르는  $P$ 와  $\theta$ 의 변화는 그림 5에 나타난 바와 같다. 특히  $\delta = \delta' = \pi/4$  이면  $P = 45^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ 으로 두 위상판의 빠른축을 나란히 하여

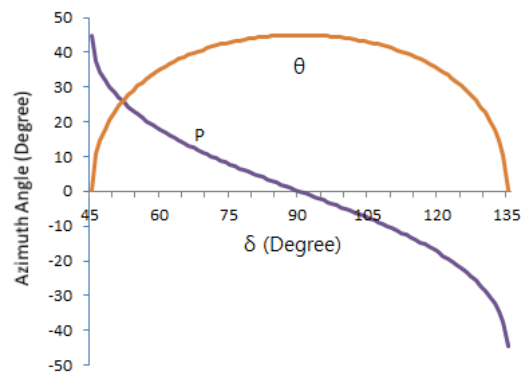


FIG. 5. The azimuth angle of a polarizer  $P$  and that of the second retarder  $\theta$  as a function of  $\delta$ , the phase retardation angle of retarders. Two identical retarders are used in composite as a tunable quarter-wave plate.

하나의 QWP로 작용하게 하고 편광자의 투과축과 45도를 이루게 하여 원편광을 만드는 방법으로 귀착된다. 또한  $\delta = \delta' = \pi/2$ 이면  $P=0^\circ$ 이고  $\theta=45^\circ$ 가 된다. 이는 첫 번째 위상판의 빠른축을 편광자의 투과축과 나란하게 하여 아무런 편광작용을 하지 않게 하며 두 번째 위상판을 QWP로 사용하여야 함을 말해주고 있다. 이외의 위상지연각인 경우 편광자의 방위각  $P$ 와 두 번째 위상판의 방위각  $\theta$ 를 그림 5로부터 개략적으로 파악할 수 있으며 정확한 수치값은 식 (14)와 식 15로부터 구할 수 있다. 예를 들어  $\delta = \delta' = 2\pi/3$ 이면  $P=17.63^\circ$ 이고  $\theta=35.26^\circ$ 가 된다. 즉 첫 번째 위상판의 빠른축을 편광자의 투과축과  $17.63^\circ$  그리고 두 번째 위상판의 빠른축을 첫 번째 위상판과  $35.26^\circ$  (편광자의 투과축과는  $52.89^\circ$ )로 배치하면 투과광은 원편광이 됨을 말해주고 있다.

단축결정으로 만들어진 일반적인 위상지연자의 위상지연각은 파장에 따라 크게 변한다. 위상지연각은  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d$ 와 같이 쓸 수 있는데 굴절률 분산으로 인한  $\Delta n$ 의 파장의존성은 상대적으로 작기 때문에 그 영향을 무시할 수 있을 때라도 파장이 달라지면 위상지연각은 빛의 파장에 직접적으로 반비례하는 큰 파장의존성을 보인다. 즉 위상판의 두께  $d$ 가 중심파장에서 QWP 조건을 만족시킬지라도 중심파장을 벗어난 파장에서는 파장에 반비례하여 QWP 조건에서 크게 벗어난다. 본 연구에서는 이 같이 중심파장에서 벗어난 파장에서도 두 위상판의 방위각을 조절하여 QWP의 작용을 할 수 있게 하는 가칭 가변 QWP를 구동시키는 필요조건과 방법을 제시하고 있다. 중심파장이 아닌 다른 파장에서 QWP 조건을 만족시키려면 새로운 파장에서 이 위상판의 위상지연각을 파악한 다음 위상판을 두 개 준비하고 첫 번째 위상판을 편광자와  $P$ 의 각도로, 두 번째 위상판을 첫 번째 위상판과  $\theta$ 의 각도로 배치하면 두 위상판의 복합적인 작용으로 QWP 조건이 만족된다. 이 방법은 임의의 파장에서 정확한 원편광상태의 빛을 필요로 하는 연구에 매우 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

## V. 결 론

위상지연각이  $\delta, \delta'$ 인 두 개의 위상판을 중첩하여 4분파장 위상지연자로 사용하기 위한 필요조건은  $|\sin\delta| \geq |\cos\delta'|$ 이며 원편광을 만들기 위해서는  $\sin 2P = \frac{\cos\delta'}{\sin\delta}$ ,  $\tan 2\theta = \frac{\sqrt{\sin^2\delta - \cos^2\delta'}}{\cos\delta \cos\delta'}$ 와 같이 각도  $P$ 와 각도  $\theta$ 를 각각 정의할 때 직선편광자에 대해 첫 번째 위상지연자는  $P$ , 두 번째 위상지연자는  $P+\theta$ 의 방위각을 가져야 함을 보였다. Jones 행렬을 사용하여 해석적으로 구한 결과와 Poincaré 구상에서의 자취분석을 통해 얻은 결과가 동일함을 보였고 동일한 두 개의 위상판을 사용하여 원편광을 구현하는 응용예를 제시하였다.

## References

1. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light* (North Holland, Amsterdam, 1977), Chapter 6.
2. S. Y. Kim, *Ellipsometry* (Ajou University Press, Korea, 2000), Chapter 5.
3. <http://www.edmundoptics.com/optics/polarizers/waveplates-retarders/>
4. <http://www.klccgo.com/>
5. ALPHALAS, [www.alphalas.com](http://www.alphalas.com)
6. J. W. Ryu and S. Y. Kim, "Analysis of effective optic axis and equivalent retardation of composite optically anisotropic film by using transmission ellipsometry," *Korean J. Opt. and Photon* (Hankook Kwanghak Hoeji), **20**, 288-293 (2009).
7. I. V. Goltser, M. Y. Darscht, B. Y. Zeldovich, N. D. Kundikova, and L. F. Rogacheva, "Quarter-wave plate tunable in a wide wavelength range," *Quantum Electron.* **25**, 187-190 (1995).
8. N. D. Kundikova and A. M. Suvorova, "Tunable quarter-wave plate for determining light wavelength," *Technical Physics Letters* **35**, 63-66 (2009).
9. I. V. Goltser, M. Y. Darscht, N. D. Kundikova, and B. Y. Zel'dovich, "An adjustable quarter-wave plate," *Opt. Commun.* **97**, 291-294 (1993).