

## 정적효과를 포함한 자기지전류 자료의 효율적인 3차원 역산에 관하여

장한누리<sup>1</sup> · 장한길로<sup>2</sup> · 김희준<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>부경대학교 에너지자원연구소

<sup>2</sup>부경대학교 에너지자원공학과

### On the Efficient Three-Dimensional Inversion of Static Shifted MT Data

Hannuree Jang<sup>1</sup>, Hangilro Jang<sup>2</sup>, and Hee Joon Kim<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Energy Resources Institute, Pukyong National University

<sup>2</sup>Department of Energy Resources Engineering, Pukyong National University

**요약:** MT 자료에서 3차원 전기비저항 구조와 정적효과를 동시에 구하기 위한 실용적인 역산법을 소개한다. 이 방법은 감도행렬이 필요한 Gauss-Newton법을 기반으로 하고 반복과정에서 Broyden의 방식으로 감도를 수정하는 것을 기본으로 하고 있다. 이 논문에서는 합성 MT 자료에 대한 역산실험을 통해 근사역산법의 성능과 정적효과에 대한 가중치에 대해 검토하였다. 해석적으로 구해지는 초기감도를 Broyden의 방식으로 수정하는 역산법은 초기감도를 끝까지 쓰는 역산법보다 자료오차를 줄이는데 효과적이었다. 그리고 완전한 감도행렬을 반복 중간에서 단 한번만 사용하는 근사역산법으로서는 반복 전반부에서 완전한 감도를 사용할 때 자료오차를 가장 많이 줄이는 것으로 나타났다. 정적효과에 대한 가중치는 어느 특정 한계값 이하로 선택하면 최종 자료오차에는 결정적인 영향을 주지 않는다. 합성 MT 자료에 대한 실험 결과가 이 역산법은 정적효과가 포함된 MT 자료로부터 3차원 전기비저항 구조를 재현하는데 효과적임을 확인하였다.

**주요어:** MT, 3차원, 정적효과, 역산, Gauss-Newton, Broyden의 방법

**Abstract:** This paper presents a practical inversion method for recovering a three-dimensional (3D) resistivity model and static shifts simultaneously. Although this method is based on a Gauss-Newton approach that requires a sensitivity matrix, the computer time can be greatly reduced by implementing a simple and effective procedure for updating the sensitivity matrix using the Broyden's algorithm. In this research, we examine the approximate inversion procedure and the weighting factor  $\beta$  for static shifts through inversion experiments using synthetic MT data. In methods using the full sensitivity matrix constructed only once in the iteration process, a procedure using the full sensitivity in the earlier stage is useful to produce the smallest rms data misfit. The choice of  $\beta$  is not critical below some threshold value. Synthetic examples demonstrate that the method proposed in this paper is effective in reconstructing a 3D resistivity structure from static-shifted MT data.

**Keywords:** MT, 3D, static shifts, inversion, Gauss-Newton, Broyden's algorithm

## 서 론

자기지전류(magnetotelluric; MT) 탐사자료의 3차원 해석을 위한 신뢰성이 높고 효율적인 기술은 3차원 탐사의 증가로 인해 점점 더 중요시 되고 있다(Takasugi *et al.*, 1992; Uchida *et*

*al.*, 2002; Lee *et al.*, 2007). 기존의 Gauss-Newton (GN)법을 기초로 한 MT 역산법은 감도행렬을 계산하는데 많은 시간이 소요되기 때문에 완전한 3차원 해석기술로는 비효율적이어서 보통은 여러 축선에 대한 2차원의 역산결과를 연결하여 해석하는 실정이었다(Lee *et al.*, 2009). 그러나 최근 Sasaki (2004)와 Siripunvaraporn *et al.* (2005)은 3차원 역산문제에 대한 효율적인 대안을 제시하였으며, 각각 모델공간(model-space)과 자료공간(data-space)에서 GN 방식에 기초한 실용적인 3차원 역산법을 소개하였다.

MT자료에서 관측되는 정적효과(static shift)는 대수영역에서 걸보기비저항 곡선의 수직이동으로 나타나며 이와 대응하는 위상곡선에는 변화가 없다. 이는 지표 근처에서 전기비저항의 불균질성에 의한 것으로 그 크기는 각 측정지점마다 그리고

2013년 5월 10일 접수; 2014년 2월 24일 수정; 2014년 3월 18일 채택

\*Corresponding author

E-mail: hejkim@pknu.ac.kr

Address: 45 Yongso-ro, Nam-gu, Busan 608-737, Korea

©2014, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

측정방향마다 다르다. 이 문제에 대한 부분적인 해결책은 이미 많이 제안되었지만(e.g., Jones, 1988; Groom and Bailey, 1989; Sternberg *et al.*, 1988; Torres-Verdin and Bostick, 1992), 전기비저항 분포와 정적효과의 크기를 역산을 통해 동시에 구하는 것이 가장 효과적인 방법이 될 수 있다. deGroot-Hedlin (1991)은 모든 정적효과의 합이 0이라는 가정 하에 전기비저항과 정적효과를 동시에 구하는 2차원 역산을 제안하였다. Ogawa and Uchida (1996)는 정적효과에 대한 가정을 가우스 분포를 따른다고 완화하였으며, 이 방식은 Sasaki (2004)에 의해 3차원으로 확장되었다. 이러한 동시역산은 정적효과가 주파수 전반에 걸쳐 일정한 양만큼 일어나는 것이 아니라 어느 특정 주파수 아래에서만 일어나는 경우(Sasaki and Meju, 2006)나 심지어 가우스분포가 아닌 경우(Lee *et al.*, 2003)에도 유효한 것으로 나타났다. 실제로 동시역산의 효과는 일본 Kakkonda, 포항 그리고 인도네시아 Bajawa에서 관측한 MT 자료의 역산을 통해서 확인되었다(Sasaki, 2004; Lee *et al.*, 2007; Han *et al.*, 2008). 참고로 이 모든 동시역산은 모두 GN 방식에 기초하여 구축되었다.

GN 방식의 역산에서는 대부분의 계산시간이 정확한 감도행렬을 구성하는데 소요되기 때문에 아무리 효율적인 수반방정식(McGillivray *et al.*, 1994)을 이용한 방법을 써도 특히 3차원의 경우에는 많은 모델링을 필요로 한다(Han *et al.*, 2008). 따라서 실용적인 3차원 역산을 위해서는 계산시간을 줄이는 것이 필수적이다(Sasaki, 2004; Han *et al.*, 2007). 이 연구에서는 정적효과가 포함된 MT 자료의 GN법을 기반으로 한 역산에서 정적효과의 크기를 조절하는 trade-off 파라미터를 선정하는 방법과 효율적인 근사감도를 이용하는 방법에 대해 Sasaki (2004)가 제안한 모델을 이용하여 검토한다. 이 모델은 Han *et al.* (2007)과 Han *et al.* (2008)에서도 그들의 근사감도를 검토하기 위해서 이용되었다. 그리고 여기서 이용한 역산 프로그램은 기본적으로는 Han *et al.* (2008)의 그것과 같지만 그 계산시간이나 기억용량을 줄여 병렬계산 없이 PC에서도 작동할 수 있도록 수정한 것이다.

## 역산 알고리즘

MT 탐사의 역산문제는 지하의 전기비저항 구조에 관해 비선형이므로 일반적으로 반복해법을 이용하여 해결해야 한다. 정적효과를 포함한 MT 자료의 역산문제는 GN법을 기반으로 하면 아래와 같이 선형화할 수 있다(e.g., Lee *et al.*, 2003; Sasaki, 2004).

$$\Delta \mathbf{d} = \mathbf{J} \Delta \mathbf{m}^k + \mathbf{G} \mathbf{s}, \quad (1)$$

여기서  $\Delta \mathbf{d} = \mathbf{d} - f(\mathbf{m}^k)$ 는 관측자료와 모델링으로 계산되는 자료와의 차이를 나타내는 오차벡터,  $f$ 는 모델링을 나타내는 연산자,  $\Delta \mathbf{m}^k$ 은 역산과정에서의  $k$ 번째 반복횟수에서의 모델  $\mathbf{m}^k$

에 더해지는 증분벡터,  $\mathbf{J}$ 는 감도행렬,  $\mathbf{s}$  ( $s_i, i = 1, \dots, N_{st}$ )는 정적효과의 크기,  $N_{st}$ 는 정적효과를 가진 걸보기비저항의 개수,  $\mathbf{G}$ 는 정적효과와 관측자료 사이의 관계를 나타내는 행렬(deGroot-Hedlin, 1991)이다.

(1)식은 수치적으로 불안정하기 때문에 해  $\Delta \mathbf{m}$ 을 안정적으로 구하기 위해서는 해의 크기나 존재범위에 관해 어떤 제약 조건을 적용하는 것이 필요하다. 현재 널리 사용되는 제약은 모델의 거칠기(roughness)로서 최소화해야 할 목적함수  $\Phi$ 에 아래와 같이 추가된다(Sasaki, 2004; Han *et al.*, 2007).

$$\Phi = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{J} \Delta \mathbf{m} + \mathbf{G} \mathbf{s} - \Delta \mathbf{d})\|^2 + \lambda^2 \|\mathbf{R} \mathbf{m}^{k+1}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{m}^{k+1} - \mathbf{m}_b\|^2 + \beta^2 \|\mathbf{s}\|^2, \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{W}_d$ 는 측정 불확실성의 역수로 이루어진 대각행렬,  $\mathbf{R}$ 는 모델 거칠기를 정량화한 2차미분행렬,  $\mathbf{m}^{k+1} (= \mathbf{m}^k + \Delta \mathbf{m}^k)$ 는 수정된  $k+1$ 번째 모델,  $\mathbf{m}_b$ 는 기준(또는 초기)모델이거나 이전 단계의 모델  $\mathbf{m}^k$ , 그리고  $\lambda, \alpha, \beta$ 는 trade-off 파라미터(Lagrange multiplier)이다.

(2)식에서 정적효과는 가우스분포를 따른다고 가정하고 있으나(Ogawa and Uchida, 1996), deGroot-Hedlin (1991)은 모든 정적효과의 합이 0이라고 가정하였으며, 이 때는  $\|\mathbf{s}\|^2$  대신  $(\sum_{i=1}^{N_{st}} s_i)^2$  라고 표기할 수 있다. Ogawa and Uchida (1996)는 2차원 문제에서 정적효과의 합이 0이라는 가정은 가우스분포 가정보다 정적효과를 더 크게 평가하는 경향이 있다고 하였다. 그러나 Sasaki and Meju (2006)는 3차원에서는 이 두 가지 정적효과 제거법은 반복 후반기에서 유사한 수렴성을 보이면서 자료오차를 거의 비슷한 수준으로 줄여준다고 하였다. 이는 3차원이 되면 자료수가 많아져 가정의 타당성이 높아지기 때문인 것으로 생각된다. 이 연구에서는 합이 0인 가정보다 가우스분포를 따른다는 가정이 조금이라도 더 유연한 것으로 생각되어 가우스분포 가정을 채택하였다.

(2)식의  $\beta$ 는 정적효과의 크기를 조절하는 상수로서  $\beta$ 가 크면 정적효과의 크기가 작게 평가되어 천부에 작은 이상체가 구현되고,  $\beta$ 가 작으면 정적효과가 큰 것으로 평가되어 천부의 작은 이상체 대신 정적효과로 해석하게 된다. Sasaki (2004)는 역산과정 동안  $\beta$ 를 일정한 값으로 고정하여 이를 최종 자료오차가 최소가 되도록 선택하였다. 그리고 Sasaki and Meju (2006)는 3차원 역산에서 정적효과의 합이 0을 가정하는 경우는 최종 자료오차가  $\beta$ 의 값에 대해 민감하지 않지만, 가우스분포를 가정하는 경우에는 어느 한계값 이하에서만  $\beta$ 의 선택은 중요하지 않다고 하였다.

(2)식의  $\lambda$ 는 모델의 거칠기를 조절하는 상수이며  $\lambda$ 가 큰 경우에는 전기적 물성이 부드럽게 변화하며  $\lambda$ 가 작은 경우에는 급격하게 변화한다(Han *et al.*, 2007). 이  $\lambda$ 는 보통 각 반복단계에서 자료오차를 최소화시키는 모델을 만드는 값으로 선택된다(Lee *et al.*, 2003; Sasaki, 2004). Han *et al.* (2008)은  $\lambda$ 가 역산과정에서 크게 변화하기 때문에 정적효과를 정확하게 구

현하기 위해서는 이에 대한 가중요소의 변경이 필요함을 설명하고 (2)식 대신 Lee *et al.* (2003)이 제안한 아래와 같은 목적함수를 이용하였다.

$$\Phi = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{J}\Delta\mathbf{m} + \mathbf{G}\mathbf{s} - \Delta\mathbf{d})\|^2 + \lambda^2\|\mathbf{R}\mathbf{m}^{k+1}\|^2 + \alpha^2\|\mathbf{m}^{k+1} - \mathbf{m}_b\|^2 + \beta^2\|\mathbf{s}\|^2, \quad (3)$$

(3)식을 보면 정적효과와 가중치는  $\lambda\beta$ 가 되며 이는  $\beta$ 를 일정하게 유지한다 해도 역산과정에서  $\lambda\beta$ 는 변화하는 것을 알 수 있다. 한편 Lee *et al.* (2003)은 (3)식에서  $\lambda$  뿐만 아니라  $\beta$ 도 최적값을 찾는 방안을 제시하였다.

(3)식의  $\Phi$ 를 최소화시키는 일은 아래와 같은 관측방정식의 해를 구하는 것과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_d\mathbf{J} & \mathbf{W}_d\mathbf{G} \\ \lambda\mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \lambda\alpha\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda\beta\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}^{k+1} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d(\mathbf{J}\mathbf{m}^k + \Delta\mathbf{d}) \\ \mathbf{0} \\ \lambda\alpha\mathbf{m}_b \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬이다. (4)식을 풀기 위해서는 Lee *et al.* (2003)이나 Sasaki (2004)처럼 개량 Gram-Schmidt법을 사용하면 된다. 역산은 정해진 횟수만큼 반복하거나 또는 rms (root-mean-squares) 자료오차가 정해진 범위 내로 감소될 때까지 반복한다. 그 rms 자료오차는 아래와 같이 정의한다.

$$R = \sqrt{\frac{\Delta\mathbf{d}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta\mathbf{d}}{N}}, \quad (5)$$

여기서  $N$ 은 자료의 개수를 나타내고  $\mathbf{W}_d$ 의 성분은 측정 오차의 표준편차의 역수로 정의된다. 만약 합성자료의 경우처럼 측정 오차를 사용할 수 없다면 (5)식을 아래와 같이 수정한다 (Sasaki, 2004; Han *et al.*, 2008).

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N/2} \{[\ln(\rho_{ai}^o/\rho_{ai}^p)]^2 + w^2(\phi_i^o - \phi_i^p)^2\}}{N}}, \quad (6)$$

여기서  $\rho_a$ 는 겐보기비저항,  $\phi$ 는 위상, 위첨자  $o$ 와  $p$ 는 각각 관측(observed)과 예측(predicted)을 나타낸다. 그리고  $w$ 는 위상과 겐보기비저항 사이의 상대적인 중요도를 조절하는 상수이며  $\rho_a$ 와  $\phi$  사이의 동일한 가중치는  $\phi$ 를 도(degree)로 나타내면  $2\pi/180(\approx 0.035)$ 이다(Sasaki and Meju, 2006). 이는 radian으로 표시되는 위상 오차가 대수 겐보기비저항 오차의 1/2과 같다는 뜻이다. 단,  $Z$ 를 임피던스라고 할 때  $\ln Z = \ln|Z| + i\phi$ ,  $\rho_a = |Z|^2/(\omega\mu_0)$ 이다.  $\rho_a$ 가 정적효과로 오염될 수 있음을 감안하면  $w$ 는 0.035 보다 약간 큰 값으로 정하는 것이 바람직하다.

이 연구에서는 위상( $\phi_{xy}$ ,  $\phi_{yx}$ )과 겐보기비저항의 대수 값 [ $\ln(\rho_{xy})$ ,  $\ln(\rho_{yx})$ ]을 MT 자료로 이용하였다. 여기서 아래첨자  $xy$ 와  $yx$ 는 각각  $Z_{xy}$  모드와  $Z_{yx}$  모드를 나타낸다. 마지막으로 자

료 수  $N$ 은 아래와 같다.

$$N = 4 \times N_{site} \times N_{freq} \quad (7)$$

여기서  $N_{site}$ 와  $N_{freq}$ 는 각각 측정점과 주파수의 개수를 나타낸다. (4)식을 계산할 때, 최적의  $\lambda$ 는 각 반복계산에서  $R$ 을 최소로 하는 값으로 선택된다 (Lee *et al.*, 2003; Sasaki, 2004).

## 전진모델링

(4)식에서  $\Delta\mathbf{d}$ 를 구하기 위한 예측 MT 자료는 전진모델링을 통하여 얻을 수 있다. 변위전류(displacement current)를 무시할 때 시간의존성이  $e^{i\omega t}$ 인 주파수영역 Maxwell 방정식으로부터 전기장  $\mathbf{E}$ 에 관한 제 2차의 벡터 Helmholtz 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu_0\sigma\mathbf{E} = \mathbf{J}_s, \quad (8)$$

여기서  $\omega$ 는 각주파수,  $\mu_0$ 는 진공에서의 투자율( $4\pi \times 10^{-7}$  H/m),  $\sigma$ 는 전기전도도, 그리고  $\mathbf{J}_s$ 는 전류원의 전류밀도이다. 전기장을 아래와 같이 1차장  $\mathbf{E}_p$ 과 2차장  $\mathbf{E}_s$ 로 나누면

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_s, \quad (9)$$

인데  $\mathbf{E}_p$ 과  $\mathbf{E}_s$ 는 각각

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s + i\omega\mu_0\sigma\mathbf{E}_s = -i\omega\mu_0(\sigma - \sigma_p)\mathbf{E}_p, \quad (10)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_p + i\omega\mu_0\sigma_p\mathbf{E}_p = \mathbf{J}_s. \quad (11)$$

을 만족한다. 여기서  $\sigma_p$ 는 배경매질의 전기전도도를 나타낸다. 배경매질로서 1차원 층상구조를 가정하면  $\mathbf{E}_p$ 는 해석적으로 구할 수 있다. (10)식의 우변은 등가전류원을 나타내고 있으며 실제의 전류원 위치에서는 0이 되므로 특이(singular)점은 존재하지 않는다(Unsworth *et al.*, 1993).

MT 모델링에서는 (10)식에 대하여 Sasaki (1999)의 알고리즘을 적용하였다. 이 모델링 알고리즘은 staggered grid (Yee, 1966)를 이용한 유한차분법을 기반으로 하고, 계수행렬의 대각 블록에 대한 불완전 Cholesky 분해를 선처리(pre-conditioner)로 하는 반복해법인 BCG (bi-conjugate gradient)법을 이용하여 연립방정식을 풀고 있다. 그리고 반복과정에서는 정적 발산보정(static divergence correction; Smith, 1996)을 적용한다. 이는 특히 저주파수에서 수렴속도를 가속화시킬 수 있다(Han *et al.*, 2007). (8)식에 의해 전기장이 구해지면, 자기장은 아래 식의 차분을 통해서 구해진다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu_0\mathbf{H}. \quad (12)$$

## 감 도

역산블록의 전기전도도에 대한 전자기장의 감도(sensitivity)

는 상반성(reciprocity)원리에 기초한 수반(adjoint)방정식에 의해 효율적으로 구할 수 있다(McGillivray *et al.*, 1994). 예를 들면 부피가  $V$ 인  $m$ 번째 블록의 전기전도도  $\sigma_m$ 에 대하여 측정점에서  $x$ 성분 전기장  $E_x$ 의 감도는 아래 식으로 구할 수 있다.

$$\frac{\partial E_x}{\partial \sigma_m} = \int_V \mathbf{E}^{J_x} \cdot \mathbf{E} dV, \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{E}$ 는 평면파(plane wave)에 의한 전기장이며,  $\mathbf{E}^{J_x}$ 는 측정점에 놓인  $x$  방향의 단위 전기쌍극자원  $J_x$ 에 의한 전기장이다.  $\mathbf{E}$ 는  $\Delta \mathbf{d}$ 를 구하기 위하여 사전에 계산되는 반면  $\mathbf{E}^{J_x}$ 는 (9), (10) 그리고 (11)식을 이용하여 전진모델링을 통해 계산된다. 이와 유사하게 나머지 감도  $\partial E_y / \partial \sigma_m$ ,  $\partial H_x / \partial \sigma_m$  그리고  $\partial H_y / \partial \sigma_m$ 는 각각 전자기쌍극자원  $J_y$ ,  $M_x$  그리고  $M_y$ 에 의한 전기장으로부터 구해진다. 따라서 정확한 감도행렬(앞으로  $\mathbf{E}$  (Exact)라고 표시함)을 구하기 위해서는 모든 측정점과 주파수에 대해 이들 4종류의 점 송신원에 대한 전기장  $\mathbf{E}^{J_i}$  ( $J_i = J_x, J_y, M_x,$  and  $M_y$ )가 필요하다(Han *et al.*, 2007; 2008).

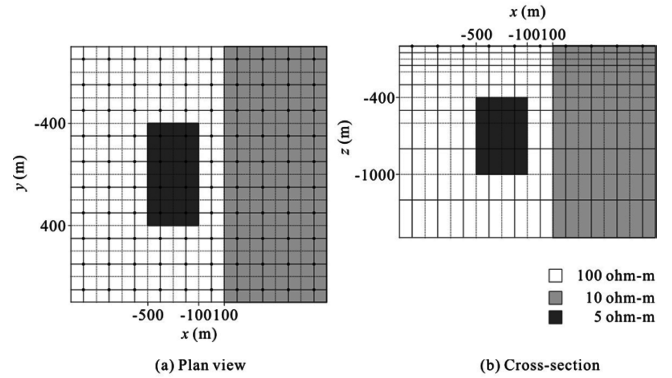
역산을 항상 균질한 반무한공간 모델로부터 시작하면 감도 계산에 필요한 전기장은 쌍극자원 또는 평면파원에 대해 해석적으로 계산할 수 있다. 즉 초기모델에 대한 감도는 해석적으로 구할 수 있으며, 이를  $k$ 번째 ( $k > 1$ ) 반복단계의  $\mathbf{E}$ 와 구별하기 위하여 Han *et al.* (2007)은 I (Initial)라고 표시하였다. 그리고 Sasaki (2004)는 근사감도 U (Update)로 Broyden의 방법(Loke and Barker, 1996)으로 업데이트되는 감도를 이용하였다. Han *et al.* (2007)은 또 다른 근사감도 A (Approximate)로 (13)식의 쌍극자원 전기장의 2차장을 이전단계인  $k-1$ 번째의 그것으로 대체하는 방법을 도입하였다. 그러나 A는 모델 수정에는 효과적이지만 4종류의 점 송신원에 대한 전기장을 모두 기억해야 하기 때문에 대단히 많은 기억용량을 필요로 한다는 단점을 지닌다. 그래서 여기서는 Sasaki (2004)와 마찬가지로 세 종류의 감도 I, E, U만을 역산에 이용하였다. 표기의 편의성을 위하여, 역산방식은 역산과정에서 이용하는 감도의 순서를 따라서 표시하였다(Han *et al.*, 2007; 2008). 예를 들면, I, E, U의 순서로 감도를 이용하여 역산이 수행하였다면, 이를 IEU라고 표시한다.

## 역산실험

이 역산실험의 목적은 아래와 같다.

- 1) 최적  $\beta$ 의 탐색
- 2) IIIII와 IUUUU의 비교를 통한 빠른 근사역산의 효율성 검토
- 3) IUUUU의 근사역산에서 완전한 감도 E를 단 한번만 사용하는 기법의 비교

실험모델은 Sasaki (2004)가 제안한 그것이며 전기비저항이 각각 100 ohm-m와 10 ohm-m인 단층구조에서 고비저항 매질



**Fig. 1.** Plan (a) and cross-sectional (b) views of a test model, which consists of a 5 ohm-m conductor and a vertical contact between two media of resistivities 100 and 10 ohm-m. The conductor has dimensions of  $400 \times 800 \times 600$  m and is embedded at a depth of 400 m. Dotted indicate MT stations. Solid lines represent inversion blocks, whereas both solid and dotted lines indicate the mesh used for forward modeling (redrawn from Han *et al.* (2007)).

내에 5 ohm-m의 전도성 이상체가 존재한다(Fig. 1). 합성자료는 Han *et al.* (2007)과 마찬가지로 0.1 Hz부터 100 Hz까지 7개 주파수에 대해 100개의 측정점에서 계산되었다. 이 때 합성 임피던스에 표준편차가 그 진폭의 1.5%에 해당하는 가우스 잡음을 추가하였으며, 이는 걸보기비저항과 위상에 표준편차가 각각 3%와  $0.9^\circ$ 의 잡음을 추가한 것과 같다. 걸보기비저항에 대해서는 평균이 0, 표준편차(standard deviation)가 0.5인 가우스분포를 따르는 정적효과를 추가하였다. 자료오차 (6)식에서  $w$ 는 걸보기비저항과 위상의 상대적인 비중을 결정하는 상수인데 여기서는 걸보기비저항 자료가 정적효과로 오염된 것을 고려하여 Han *et al.* (2007)과 마찬가지로  $w$  값을 0.035보다 약간 높은 0.05로 설정하였다. 계산에 사용된 컴퓨터는 Intel® Core™ i7 2.93 GHz이며, 계산시간은 IIIII, IUUUU, IEEEE의 경우 각각 26, 27, 714분이 소요되었다.

먼저 (2)식의 역산 알고리즘에서 가장 적절한  $\beta$ 의 값이 얼마인지를 조사하였다. 이와 동시에 두 가지 빠른 근사역산법 IIIII와 IUUUU의 결과를 비교함으로써 quasi-Newton법의 효율성도 확인하고자 하였다. 이 때 원리적으로는 IEEEE가 가장 정확한 역산결과를 줄 것으로 기대할 수 있기 때문에 IEEEE의 결과를 기준으로 하여 근사역산의 결과를 분석하였다. 역산실험에서는 Han *et al.* (2008)와 마찬가지로 30 ohm-m의 균질한 반무한공간을 초기모델로 하였으며 (2)식의  $\alpha$ 는 0.2로 고정하였다.

Sasaki and Meju (2006)는 정적효과를 고려하지 않으면 역산의 수렴성이 떨어질 뿐만 아니라 역산으로 재현되는 모델에서 대규모구조의 영상화에는 큰 왜곡이 없지만 천부의 미세구조 영상화에는 심각한 왜곡을 초래하고, 이 왜곡된 천부구조로 인해 모든 깊이에서 소규모 영상의 질이 떨어지게 된다고 하였다. 일반적으로 자료에 정적효과가 어느 정도 포함되어 있는

지에 대한 사전 정보가 전혀 없으므로 역산과정에서 이를 조절하는 가중치  $\beta$ 의 선택은 매우 중요하다(Lee *et al.*, 2003). 최적  $\beta$ 의 선택은 자료에 포함된 정적효과와 크기와 연관이 있으며 정적효과가 크면 클수록 이를 적절히 평가하는데 보다 작은  $\beta$ 가 필요하다. Lee *et al.* (2003)은 (3)식의 방식을 써서 각 반복에서 최적의  $\lambda$ 와  $\beta$ 를 동시에 찾는 방법이 정적효과와 크기를 평가하는데 효과적임을 보여주었다. 그러나 이러한 방법은 최적의  $\beta$ 를 구하기 위해 추가적인 반복을 필요로 하기 때문에 계산시간 면에서 상당히 비효율적이다.

한편 Han *et al.* (2008)은 (2)식과 같이 역산과정에서  $\beta$ 를 고정하면 재생되는 정적효과와 크기가 초기모델에 의존하게 되고, 동시에 역산으로 재구성되는 전기비저항도 천부에서 초기모델에 따라서 서로 차이가 나는 것을 포항지역에서 얻은 MT 자료(Lee *et al.*, 2007)의 역산을 통해 보여주었다. 그리고 그 원인은  $\lambda$ 가 반복과정에서 크게 변화하기 때문이라고 하였다. 즉  $\lambda$ 는 반복 초기의 약 70에서 반복 후기의 약 5까지 크게 변화하기 때문에 8로 고정된  $\beta$ 는 반복 초기에서는 큰 정적효과를 일으킬 만큼 상대적으로 작지만 반복 후기에서는 상대적으로 큰  $\beta$ 가 작은 정적효과를 낳는다. 이러한 단점을 극복하기 위해 Han *et al.* (2008)은 Lee *et al.* (2003)이 제안한 (3)식의 방식을 이용하고, 이 정적효과에 대해 가변 가중치  $\lambda\beta$ 에서  $\beta$ 를 1로 고정하는 역산은 초기모델에 의존하지 않음을 보여주었다.  $\lambda\beta$ 는 정적효과가 모델의 거칠기와 자료오차 양쪽에 대하여 상대적 중요성을 제어하기 때문에 역산결과는 초기모델의 영향을 받지 않는다. 이렇게 (3)식을 이용하는 방법은 역산 과정에서  $\lambda$ 가 큰 값에서 작은 값으로 단조롭게 변화할 때 보다 합리적인 결과를 얻는데 효과적이다.

그러나 만일 역산과정에서  $\lambda$ 가 단조롭게 감소하지 않으면 상황은 달라질 수 있다. 한 예로 역산의 안정적인 수렴을 위하여 모델의 수정 범위를

$$0.5 < \mathbf{m}^{k+1}/\mathbf{m}^k < 2.0, \quad (14)$$

로 제한하면 반복 초기에도 작은  $\lambda$ 가 선택될 수 있고, 또 반복 도중에서  $\lambda$ 가 단조롭게 변화하지 않을 수 있다. Fig. 2는 IEEEE에 의한 수렴성을 역산과정에서 모델의 수정 크기를 (14)와 같이 제한한 경우와 그렇지 않는 경우를 비교한 것이다. 모델 수정에 제한을 두면 반복 전반기에서 제한을 두지 않는 경우에 비해 보다 작은  $\lambda$ 가 선택되면서 자료오차도 더 크게 줄어 반복 4번째에서는 거의 수렴하였음을 알 수 있다. 단 수렴 시의  $\lambda$ 와 자료오차의 수준은 모델 수정의 제한과 상관없이 거의 유사하다. 이렇게 이 모델의 경우 (14)식의 모델 수정에 제한을 둔 역산이 그 수렴성이 양호하기 때문에 이후의 모든 역산실험에서는 이 제한을 적용하였다.

Sasaki (2004)는  $\lambda$ 와  $\beta$ 가 서로 독립인 (2)식의 방식으로 빠른 근사역산법인 IIIII를 이용한 세 번의 예비적 역산실험을 통하여 자료오차를 가장 많이 줄이는 값으로  $\beta = 0.2$ 를 선택하

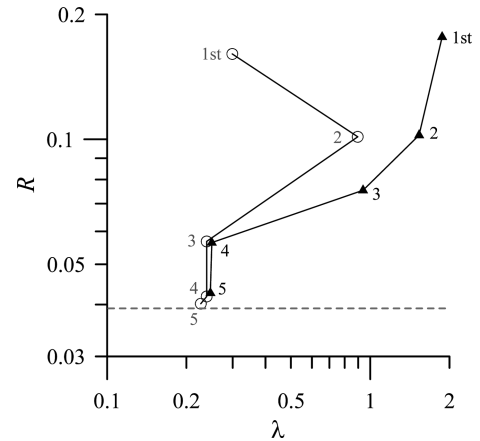


Fig. 2. Rms data misfits versus Lagrange multipliers during the 3D inversion of synthetic MT data when  $\beta = 0.2$ . The model updates are restricted to be  $0.5 < \mathbf{m}^{k+1}/\mathbf{m}^k < 2.0$  (circle) or not restricted (triangle).

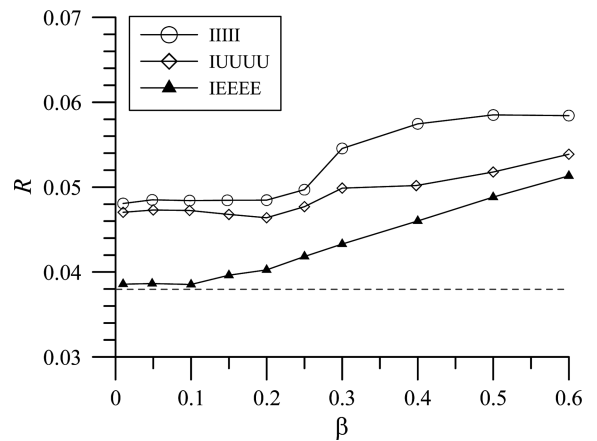
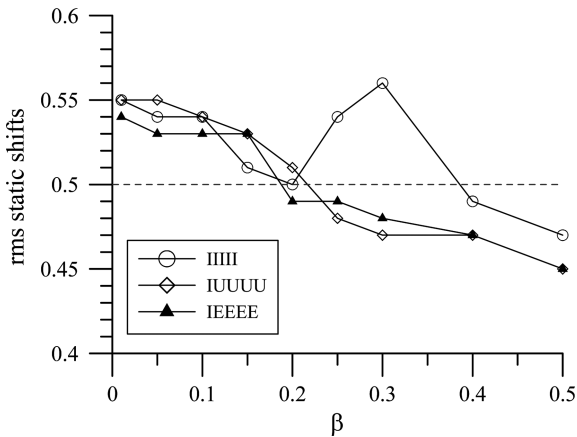


Fig. 3. Rms data misfits versus parameter  $\beta$  after five iterations in the inversion of synthetic MT data generated from the model shown in Fig. 1. The dotted line shows a noise level of 3.8 per cent, which is added to the synthetic data (Han *et al.*, 2008).

였는데 이는 그의 근사역산법인 IIEEU로 합성자료에 추가된 정적효과를 재현하는 데에도 효과적이었다. 그리고 Sasaki and Meju (2006)는  $\beta$ 를 어느 특정 한계값 이하로 선택하면 최종 자료오차에는 결정적인 영향을 주지 않는다고 하였다. 이러한 사실을 검토하기 위하여 (2)식의 방식으로 IIIII, IUUUU 및 IEEEE에 의한 역산실험을 실시하였다. 그 결과인 Fig. 3에서  $\beta$ 의 한계값은 IIIII와 IUUUU는 0.2, 그리고 IEEEE는 0.1에 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 4는 5번의 반복 이후에  $\beta$ 에 따라서 역산으로 재현되는 정적효과와 크기(rms 값)를 보여주고 있다. 그림을 보면  $\beta$ 가 0.2일 때 모든 방법에서 목표값 0.5에 가장 근접한 결과를 주고 있으며,  $\beta$ 가 이보다 크거나 작으면 정적효과와 크기도 상대적으로 과대평가되거나 과소평가되는 것을 알 수 있다.

Fig. 3의 결과는 Sasaki and Meju (2006)의 결론을 뒷받침하

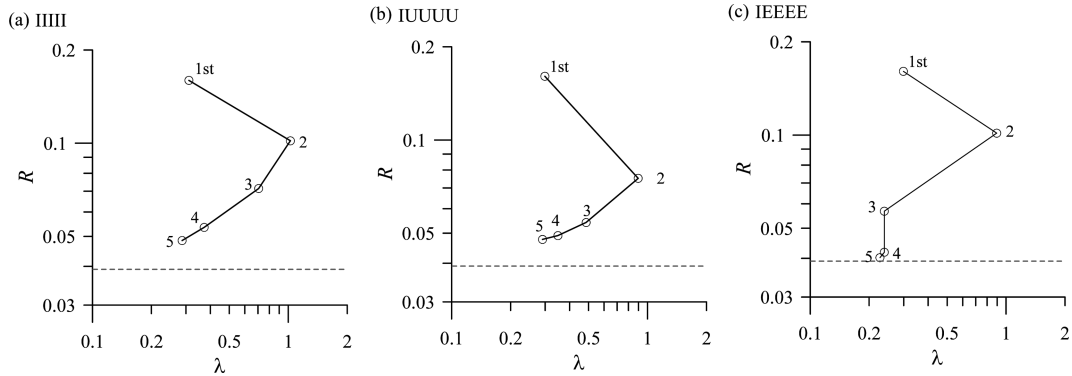


**Fig. 4.** Rms static shifts versus parameter  $\beta$  after five iterations in the inversion of synthetic MT data generated from the model shown in Fig. 1. The dotted line shows a Gaussian noise with a standard deviation of 0.5 which is added to the synthetic apparent resistivities (Sasaki, 2004).

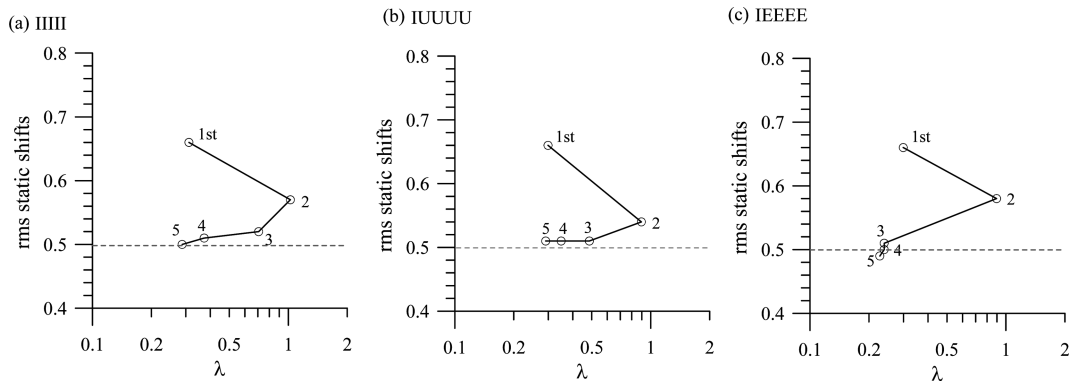
는 것 같지만, IEEEE에서  $\beta$ 의 한계값이 목표값 0.2의 절반 정도밖에 안 되는 것은 최적  $\beta$  선택에 있어서 어려움을 주는 요인이다. 정적효과는 지표근처의 작은 규모의 불균질성과 연관이 있는 것을 감안하면 역산에서는 전체적인 구조가 결정된

후 반복 후반부에서 미세구조가 결정될 때 함께 결정되는 것이 바람직하다. 이런 관점에서 보면  $\beta$ 는 수렴 시의  $\lambda$ 의 값을 참고로 결정하는 방법을 생각할 수 있다. 이 역산실험의 경우 5번의 반복 이후의  $\lambda$ 는 모두 0.2~0.3 범위에 있다( $\beta = 0.2$ 일 때 반복에 따른  $\lambda$ 의 변화는 Fig. 5와 8 참조). 결국 (2)식의 방식에서도 최적  $\beta$ 는 한계값과 수렴 시의  $\lambda$ 값을 참고로 어느 정도 추정 가능하다. 이는 Han *et al.* (2008)이 (3)식의 방식에서 정적효과에 대한 가중치  $\lambda\beta$ 의  $\beta$ 를 1로 고정한 것과 유사한 맥락이라고 할 수 있다. 단 정적효과가 작을 때는  $\lambda\beta$ 에서  $\beta$ 의 값은 1보다 조금 높이는 것이 바람직하고(Lee *et al.*, 2003), 반대로 클 때는 조금 낮추어야 한다. 일반적으로  $\beta$ 의 최적값은 0.5 ~ 2이다.

Sasaki (2004)는 quasi-Newton 업데이트 방법(IUUUU)은 현 단계의 추정값이 어느 정도 참값에 가까울 때에 한해 효과가 있기 때문에 역산해의 수렴에서 IIIII에 비하여 큰 효과가 없다고 하였다. 그러나 Fig. 3은 이와 다른 결과를 보여주고 있다. 즉 IUUUU가 IIIII보다 최종 자료오차를 효과적으로 감소시키고 있으며, 특히  $\beta$ 가 0.3 이상일 때 그 차이가 크다. 이렇게 IUUUU가 IIIII보다 자료오차를 감소시키는데 효과적이기 때문에 이 연구에서는 Sasaki (2004)와는 달리 빠른 근사역산 방식으로 IUUUU를 제안한다. 그러나 Fig. 5와 6에서 확인할 수



**Fig. 5.** Rms data misfits versus lagrange multipliers during the 3D inversion of synthetic MT data when  $\beta = 0.2$ . Three inversion procedures are compared: (a) IIIII, (b) IUUUU, and (c) IEEEE.



**Fig. 6.** Rms static shifts versus lagrange multipliers during the 3D inversion of synthetic MT data when  $\beta = 0.2$ . Three inversion procedures are compared: (a) IIIII, (b) IUUUU, and (c) IEEEE.

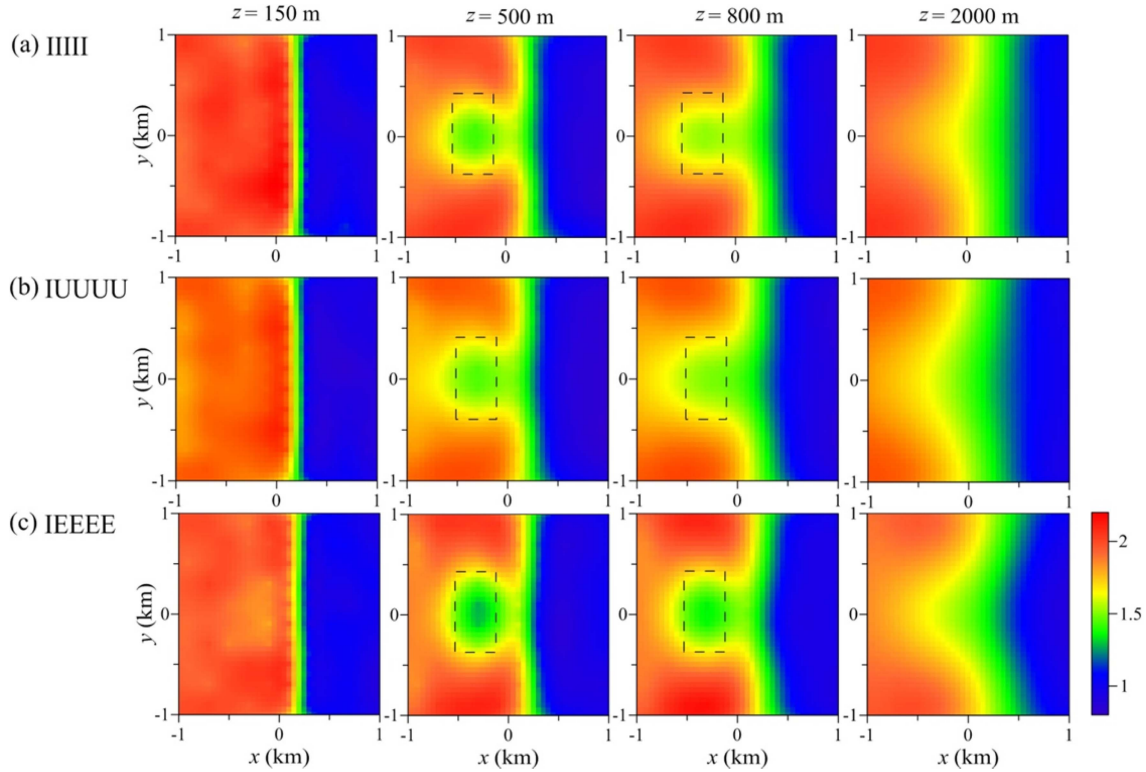


Fig. 7. Horizontal depth slices of models obtained from the inversion procedures of (a) IIIII, (b) IUUUU, and (c) IEEEE for the synthetic MT data. The slices are at depths of 150, 500, 800 and 2000 m.

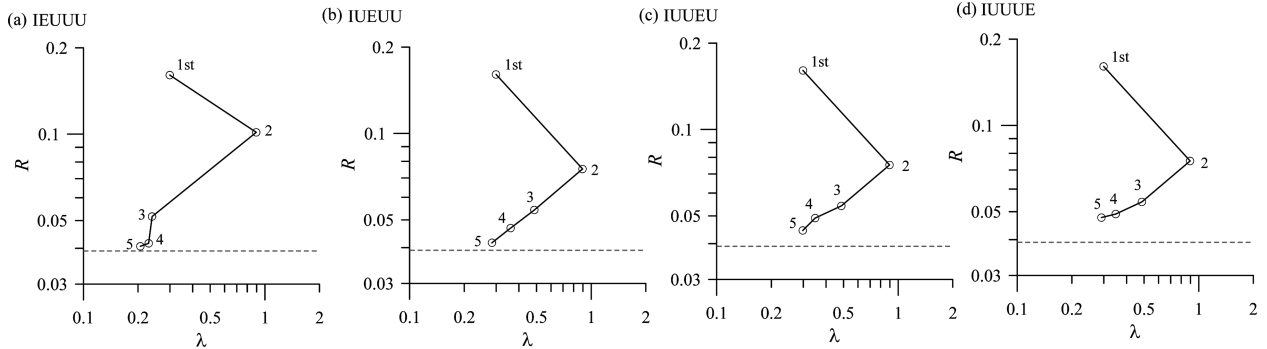


Fig. 8. Rms data misfits versus lagrange multipliers during the 3D inversion of synthetic MT data when  $\beta = 0.2$ . Four inversion procedures are compared: (a) IEUUU, (b) IUEUU, (c) IUUEU, and (d) IUUUE.

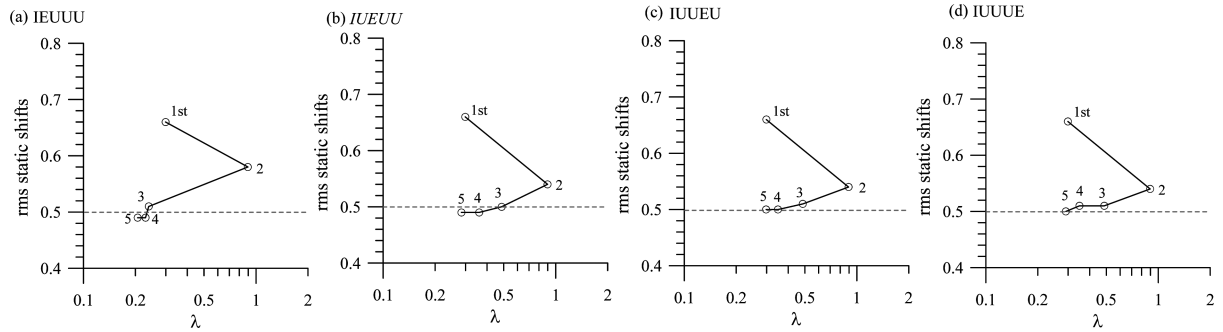
있듯이 적절한  $\beta (= 0.2)$ 가 선택된다면 두 가지 방식 모두 유사하게 수렴하고 있으며, 역산결과인 심도 별 평면도에서도 모두 수직 접촉면과 전도성 이상체를 효과적으로 재현하고 있다 (Fig. 7).

마지막으로 계산시간을 합리적인 수준으로 줄이기 위하여 위의 결과를 토대로 아래와 같은 역산 방식을 검토한다.

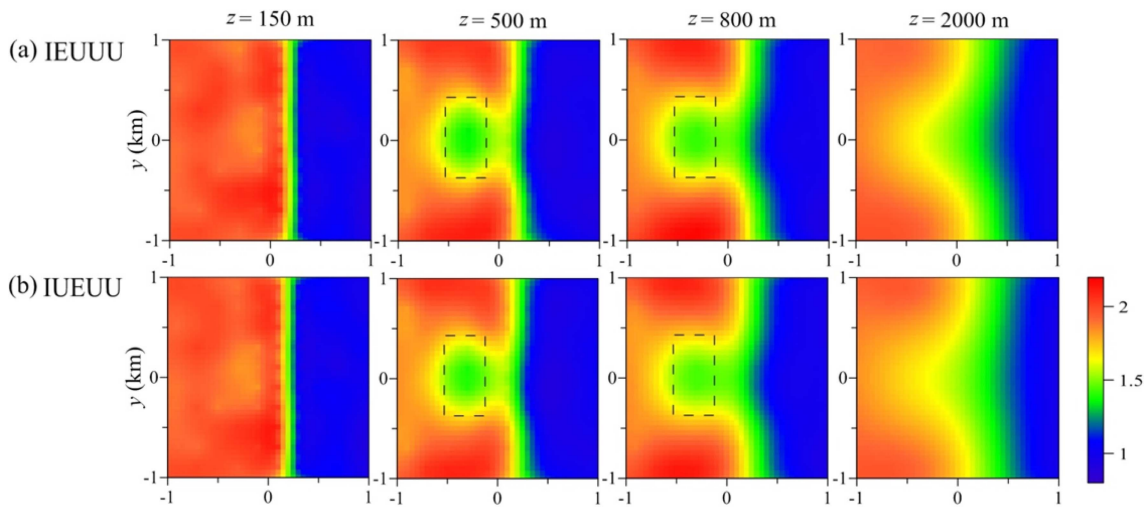
- (1) 첫 번째 반복에서는 균질한 반무한 공간모델에 대한 감도를 이용한다.
- (2) 일련의 반복 동안은 Broyden의 알고리즘을 이용하여 업데이트한 감도를 적용한다.
- (3) 완전한 감도행렬 E는 반복 중간에서 단 한번만 사용

한다.

이러한 방법으로서 5번 반복한다고 가정하면 4가지 방식, IEUUU, IUEUU, IUUEU, IUUUE를 선택할 수 있는데 그 역산 결과를 비교하였다. 이 방식은 Sasaki (2004)가 제안한 근사역산법과 유사하지만 E 이전에 I 대신 U를 쓰는 점이 다르다. 이 4가지 방법 모두 R와  $\lambda$ (Fig. 8), 정적효과(Fig. 9)를 효과적으로 감소시키고는 있지만, 두 번째와 세 번째 반복계산에서 완전한 감도를 사용할 때(IEUUU 또는 IUEUU) 자료오차를 가장 많이 줄이고 있음을 알 수 있다. 심도 별 영상을 보면 모두 수직 접촉면과 전도성 이상체를 잘 재현하고 있다 (Fig. 10).



**Fig. 9.** Rms static shifts versus lagrange multipliers during the 3D inversion of synthetic MT data when  $\beta = 0.2$ . Four inversion procedures are compared: (a) IEUUU, (b) IUEUU, (c) IUUEU, and (d) IUUUE.



**Fig. 10.** Horizontal depth slices of models obtained from the inversion procedures of (a) IEUUU and (b) IUEUU for the synthetic MT data. The slices are at depths of 150, 500, 800 and 2000 m.

## 결론

정적효과를 포함한 MT 자료에서부터 3차원 전기비저항구조와 정적효과를 동시에 구하기 위한 실용적인 역산법에 대해 검토하였다. 이 방법은 감도행렬이 필요한 GN법을 기반으로 하고 반복과정에서 감도의 업데이트에는 Broyden의 방법을 기본으로 하고 있다. 이 연구에서는 Sasaki (2004)가 제안한 모델에 대해 구해진 정적효과를 포함한 합성 MT 자료에 대한 역산실험을 통해 근사역산법의 성능과 정적효과에 대한 가중치에 대해 검토하였다.

정적효과는 역산의 목적함수에 포함되어 이에 대한 가중치  $\beta$ 로 조절된다. 일반적으로 자료에 포함되는 정적효과가 어느 정도인지에 대한 사전 정보가 전혀 없으므로 역산과정에서 이를 조절하는 가중치  $\beta$ 의 선택은 매우 중요하다(Lee *et al.*, 2003).  $\beta$ 의 최적값은 정적효과의 크기에 따라서 선택되어야 하며, 정적효과가 크면 클수록 이를 적절히 평가하는데 보다 작은  $\beta$ 가 필요하다. 그러나 반복 전반부에 너무 작은  $\beta$ 가

선택되는 것은 좋지 않다(Han *et al.*, 2008). 이는 정적효과는 반복과정에서 전체적인 구조가 결정된 후 반복 후반부에서 미세구조가 결정될 때 함께 결정되는 것이 바람직하기 때문이다.  $\beta$ 는 어느 특정 한계값 이하로 선택하면 최종 자료오차에는 결정적인 영향을 주지 않는 것으로 나타났다. 결국 최적  $\beta$ 는 한계값과 수렴 시의  $\lambda$ 값을 참고로 어느 정도 추정 가능하다.

균질한 초기모델에 대해 해석적으로 구해지는 초기감도를 Broyden 방식으로 수정하는 역산(IUUUU)은 초기감도를 끝까지 쓰는 역산(IIIII)보다 자료오차를 줄이는데 효과적이고, 그 차이는  $\beta$ 가 클 때 확연히 나타났다. 그리고 완전한 감도행렬을 반복 중간에서 단 한번만 사용하는 근사역산법으로서의 반복 전반부에서 완전한 감도를 사용할 때(IEUUU 또는 IUEUU) 자료오차를 가장 많이 줄이는 것으로 나타났다. 합성자료에 대한 실험결과 이 역산법은 정적효과를 포함한 MT 자료로부터 3차원 전기비저항구조와 정적효과를 재현하는데 효과적임을 확인하였다.



## 감사의 글

이 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비(2014년)에 의하여 연구되었음.

## References

- deGroot-Hedlin, C., 1991, Removal of static shift in two dimensions by regularized inversion, *Geophysics*, **56**, 2102-2106.
- Groom, R. W., and Bailey, R. C., 1989, Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortion, *J. Geophys. Res.*, **94**, 1913-1925.
- Han, N., Nam, M. J., Kim, H. J., Lee, T. J., Song, Y., and Suh, J. H., 2007, An Efficient 3D Inversion of MT Data Using Approximate Sensitivities, *Mulli-Tamsa*, **10**(4), 259-267.
- Han, N., Nam, M. J., Kim, H. J., Lee, T. J., Song, Y., and Suh, J. H., 2008, Efficient three-dimensional inversion of magnetotelluric data using approximate sensitivities, *Geophys. J. Int.*, **175**, 477-485.
- Jones, A. G., 1988, Static shift of magnetotelluric data and its removal in a sedimentary basin environment, *Geophysics*, **53**, 967-978.
- Lee, S. K., Kim, H. J., Song, Y., and Lee, C.-K., 2009, MT2DInvMatlab-A program in MATLAB and FORTRAN for two-dimensional magnetotelluric inversion, *Computers & Geosciences*, **35**, 1722-1734.
- Lee, T. J., Uchida, T., Sasaki, Y., and Song, Y., 2003, Characteristics of static shift in 3-D MT inversion, *Mulli-Tamsa*, **6**, 199-206.
- Lee, T. J., Song, Y., and Uchida, T., 2007, Three-dimensional magnetotelluric surveys for geothermal development in Pohang, Korea, *Exploration Geophysics*, **38**, 44-49.
- Loke, M. H., and Barker, R. D., 1996, Practical technique for 3D resistivity surveys and data inversion, *Geophys. Prosp.*, **44**, 499-523.
- McGillivray, P. R., Oldenburg, D. W., Ellis, R. G., and Habashy, T. M., 1994, Calculation of sensitivities for the frequency-domain electromagnetic problem, *Geophys. J. Int.*, **116**, 1-4.
- Ogawa, Y., and Uchida, T., 1996, A two-dimensional magnetotelluric inversion assuming Gaussian static shift, *Geophys. J. Int.*, **126**, 69-76.
- Sasaki, Y., 1999, Three-dimensional frequency-domain electromagnetic modeling using the finite-difference method, *Butsuri-Tansa*, **52**, 421-431. (Japanese with English abstract)
- Sasaki, Y., 2004, Three-dimensional inversion of static-shifted magnetotelluric data, *Earth Planets Space*, **56**, 239-248.
- Sasaki, Y., and Meju, M. A., 2006, Three-dimensional joint inversion for magnetotelluric resistivity and static shift distributions in complex media, *J. Geophys. Res.*, **111**, B05151.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G., Lenbury, Y., and Uyeshima, M., 2005, Three-dimensional magnetotelluric inversion: data-space method, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **150**, 3-14.
- Smith, J. T., 1996, Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator, *Geophysics*, **61**, 1319-1324.
- Sternberg, B. K., Washburne, J. C., and Pellerin, L., 1988, Correction for the static shift in magnetotellurics using transient electromagnetic soundings, *Geophysics*, **53**, 1459-1468.
- Takasugi, S., Tanaka, N., Kawakami, N., and Muramatsu, S., 1992, High spatial resolution of the resistivity structure revealed by a dense network MT measurement - A case study in the Minamikayabe area, Hokkaido, Japan, *J. Geomag. Geoelectr.*, **44**, 289-308.
- Torres-Verdin, C., and Bostick, F. X., 1992, Principles of spatial surface electric fields filtering in magnetotellurics: Electromagnetic array profiling (EMAP), *Geophysics*, **57**, 603-622.
- Uchida, T., Lee, T. J., Honda, M., and Andan, A., 2002, 2-D and 3-D interpretation of magnetotelluric data in the Bajawa geothermal field, central Flores, Indonesia, *Bull. Geol. Surv. Japan*, **53**, 265-283.
- Unsworth, M. J., Travis, B. J., and Chave, A. D., 1993, Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth, *Geophysics*, **58**, 198-214.
- Yee, K. S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equation in isotropic media, *IEEE Trans. Anten. Prop.*, **AP-14**, 302-307.