

# 염분과 온도차에 의한 밀도류 해석을 위한 3차원 동수역학적 수치모델의 개발 및 검증

이우동\* · 허동수\*\*

Lee, Woo-Dong\*, Hur, Dong-Soo\*\*

## Development of 3-D Hydrodynamical Model for Understanding Numerical Analysis of Density Current due to Salinity and Temperature and its Verification

### ABSTRACT

In order to analyze the density current due to salt and temperature difference, this study develops new numerical model (LES-WASS-3D ver. 2.0) by introducing state equation for salt and temperature and 3D advection-diffusion equation to existing 3D numerical wave tank (LES-WASS-3D ver. 1.0). To verify the applicability, the newly-developed numerical model is analyzed comparing to the experimental result of existing numerical model. In the result, it well implement the behavior and vertical salt concentration of advected and diffused seawater as well as flow velocity and temperature of the discharged warm water. This confirms the validity and effectiveness of the developed numerical model.

**Key words** : LES-WASS-3D, Density current, Advection-diffusion, Salinity, Temperature

### 초록

본 연구에서는 염분과 온도차에 의한 밀도류를 해석하기 위하여 기존의 3차원 파동장 모델(LES-WASS-3D ver. 1.0)을 토대로 염분과 온도에 관한 상태방정식 및 3차원 이류-확산 방정식을 도입하여 새로운 수치모델(LES-WASS-3D ver. 2.0)을 개발하였다. 새롭게 개발한 수치모델의 적용성을 검토하기 위하여 기존의 수리모형 실험결과와 비교·분석하였다. 그 결과, 이류-확산하는 해수의 형태 및 연직 염분농도 뿐만 아니라 방출하는 온수의 유속 및 온도를 매우 잘 재현하는 것으로 나타났다. 이로써 본 연구에서 개발한 수치모델의 타당성 및 유효성이 검증되었다.

**검색어** : 3차원 파동장 모델, 밀도류, 이류-확산, 염분, 온도

## 1. 서론

유체의 밀도가 불균일한 분포를 이루고 있을 때, 수평적인 압력경도로 인하여 흐름이 발생하는 데 이것을 밀도류라 한다. 이에 유체를 다루는 많은 분야(해양, 해안, 하천, 기상, 기계 등)에서 관심을 가지고 많은 연구들이 진행되고 있다. 특히, 수공분야에서는 정수상태의 수괴(호수, 저수지, 댐 등)에 수온성층이 형성되는 경우 그리고 융설수, 온천수, 탁수 등이 유입될 때 밀도류가 발생한다. 해양에서는 담수와 해수의 밀도차에 의한 하구밀도류를 가장 대표적인 예로 들 수 있지만, 해수의 수온과 염분분포에 기인한 해수의

\* 정회원 · 국립경상대학교 해양산업연구소 특별연구원 (leewoodong@gnu.ac.kr)

\*\* 정회원 · 교신저자 · 국립경상대학교 해양토목공학과 교수 (Corresponding Author · Gyeongsang National University · dshur@gnu.ac.kr)

Received September 4, 2013/ revised October 30, 2013/ accepted February 25, 2014

열·염순환을 모두 밀도류라고 할 수 있다. 심지어 해저협곡에서 산사태로 인해 발생하는 저탁류 역시 밀도류의 일종이다. 이상과 같은 각각의 밀도류는 밀도의 대소 관계가 유입심도에 지배적인 영향을 미치고, 밀도차와 중력과의 상관관계 계수(환원중력)가 이 동속도를 결정한다. 따라서 이와 같은 밀도류의 동수역학적 특성을 이해하기 위해서는 다양한 요인에 의해 발생하는 밀도차를 고려한 해석이 필수 불가결하다.

밀도류에 관해서는 종래부터 많은 연구가 진행되어 기초적인 이론이 정립되었다. 초창기에는 주로 단면 2차원적인 연구로서 이론적(Shanack, 1960; Benjamin, 1968), 실험적(Simpson, 1969; Huppert and Simpson, 1980; Marmoush et al., 1984) 및 현장조사(Wakimoto, 1982; Mueller and Carbone, 1987)를 통해 활발히 진행되었다. 이후, 선행연구의 지식을 바탕으로 Thomas et al. (1998; 2004)는 수리모형실험을 통하여 투과성 지반 위를 진행하는 밀도류의 전파특성에 관하여 고찰하였다. 또한 경사면을 따라 흐르는 밀도류의 전파특성을 Gray et al. (2006)는 수리모형실험, Farhanieh et al. (2001)는 수치적으로 논의하였다. 3차원적인 연구로서는 Lal and Rajaratham (1977)는 대형수조에서 온수방출에 의한 밀도류 생성해역의 수온 및 유속의 공간분포특성을 논의하였다. Natale and Vicinanza (2001)는 실험을 통하여 온수방출에 따른 주변해역의 온도분포 특성에 있어서 파랑의 영향을 고려하여 검토를 수행하였다. 수치적인 연구로서 Paik et al. (2009)는 밀도류의 이류·확산에 대한 3차원 모델을 개발하여 시물레이션을 실시하였고, Firoozabadi et al. (2009) and Georgoulas et al. (2010) 역시 시물레이션을 통하여 밀도류의 3차원적인 이류·확산특성에 대해서 논의하고 있다. 또한 White and Helfrich (2008)는 파랑작용 하에서 밀도류의 전파특성을 수치적으로 검토하였다.

최근에는 높은 정도를 가지는 수학적 해석방법의 개발과 함께 컴퓨터 성능이 향상되어 과거의 연구들로부터 명확해진 기초 지식을 바탕으로 한 수치모델들이 개발(Patterson et al., 2005; Cantero et al., 2006; Hormozi et al., 2008; Lee and Choi, 2009)되어 밀도류의 유동특성이 더욱 상세히 분석되고 있다. 또한 제한적이기는 하지만 실험실 조건에서 벗어나 현장에 대한 적용도 이루어지고 있다(De Cesare et al., 2006; Sato et al., 2006; Yoon et al., 2008; Han et al., 2011).

하지만 이상의 수치적인 연구들은 대부분 2DH, 2DV, Quasi-3D 등의 수치모델을 이용함으로써 지극히 3차원적인 응답특성을 지닌 밀도류를 해석하기에는 부족한 점이 많은 것이 사실이다. 또한 3차원 수치모델을 적용하였다 하더라도 파랑작용 하에서의 밀도류 유동특성에 관한 분석은 거의 전무한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 파랑작용 하의 밀도류 유동특성을 명확히 파악하기 위하여, 이미 파동장 해석에서 수많은 검증과 실험역의

적용성 검토(Hur et al., 2013)를 거쳐 우수성이 확인된 3차원 수치모델(LES-WASS-3D ver. 1.0; Hur et al., 2012)을 토대로 물의 밀도와 동점성계수를 산정하기 위한 상태방정식과 이것에 영향을 미치는 요인(염분, 온도)을 추적하기 위한 3차원 이류·확산 방정식을 도입하여 새로운 모델을 개발하는 것을 목적으로 한다. 또한 개발한 수치모델의 정도를 검증하기 위하여 기존의 수리모형 실험결과와 비교·분석을 실시한 후, 수치모델의 적용성에 대하여 검토한다.

## 2. 3차원 동수역학적 수치모델의 개요

본 연구에서는 염분과 온도차에 의한 밀도류를 해석하기 위하여 기존의 3차원 파동장 모델(LES-WASS-3D Ver. 1.0; Hur et al., 2012)을 토대로 염분과 온도에 관한 3차원 이류·확산방정식 및 상태방정식을 도입하여 새로운 수치모델을 개발한다. 기존의 LES-WASS-3D Ver. 1.0은 PBM (Porous Body Model)을 기반으로 한 3차원 N-S solver를 적용하고 있다. 따라서 본 연구에서는 밀도류의 수치적 해석을 위하여 염분과 온도에 따른 물의 밀도와 동점성계수에 관한 상태방정식(Gill, 1982; Riley and Skirrow, 1965)을 도입함과 동시에 3차원 이류·확산 방정식을 적용하여 염분과 온도를 정량적으로 산정한다.

한편 난류재현을 위해 기존에 적용하고 있는 LES (Large Eddy Simulation)기법의 와동점성모델(Smagorinsky, 1963)의 취약점을 보완하기 위하여 Germano et al. (1991) and Lilly (1992)가 제안한 동적 와동점성모델을 새롭게 도입한다. 또한 기존에는 적용하고 있지 않은 자유수면의 표면장력을 수치적으로 고려할 수 있는 CSF (Continuum Surface Force) 모델(Brackbill et al., 1992)을 도입하여 모델을 제안하고 시물레이션을 실시한다.

### 2.1 기초방정식

기초방정식은 3차원 비압축성·점성유체에서 무반사로 파랑과 흐름을 발생시키기 위한 소스항이 포함된 연속방정식 Eq. (1)과 투과성 구조물 내부의 유체저항을 도입한 수정된 Navier-Stokes 운동방정식 Eq. (2)로 구성된다.

$$\frac{\partial(\gamma_i v_i)}{\partial x_i} = q^* \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\gamma_v v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\gamma_i v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial(\gamma_i \nu_a D_{ij})}{\partial x_j} + S_i - Q_i - R_i - \gamma_v g_i - D_i \quad (2)$$

여기서  $v_i$ 는  $x, y, z$ 방향의 유속,  $q^*$ 는 소스의 유량밀도,  $\gamma_v$ 는 체적 공극률,  $\gamma_i$ 는  $x, y, z$ 방향의 면적 투과율,  $t$ 는 시간,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $p$ 는 압력,  $\nu_a$ 는 물의 동점성계수( $\nu$ )와 와동점성계수( $\nu_i$ )의 합을 의미한다.  $D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial v_j} + \frac{\partial v_j}{\partial v_i} \right)$ 는 변형률속도텐서,  $S_i$ 는 CSF모델(Brackbill et al., 1992)을 기반으로 한 표면장력항,  $Q_i$ 는 파랑 또는 흐름의 소스항,  $R_i$ 는 투과성 매체에 의한 유체저항항,  $g_i$ 는 중력가속도항,  $D_i$ 는 에너지 감쇠항을 나타낸다.

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \gamma_i \frac{\partial v_i F}{\partial x_i} = Fq^* \quad (3)$$

VOF함수  $F$ 는 각 격자에서 유체가 차지하고 있는 체적비율로서 연속방정식 Eq. (1)에 비압축성 유체에 대한 가정과 PBM (Porous Body Model)에 기초한 VOF함수를 적용하여 유체의 보존형식으로 나타내면 Eq. (3)과 같다.

## 2.2 상태방정식

### 2.2.1 밀도에 관한 상태방정식

밀도류를 해석하기 위해서는 유체의 정확한 밀도산정이 매우 중요하며, 본 연구에서는 Gill (1982)이 제안한 수온과 염분에 따른 물의 밀도산정식 Eq. (4)를 도입한다. 여기서  $\rho_0$ 는 4°C 물의 밀도이다.  $\Delta\rho_T$ 는 수온변화에 따른 밀도의 증가분으로써 Eq. (5)와 같다.  $\Delta\rho_S$ 는 염분변화에 따른 밀도의 증분으로 Eq. (6)과 같다. 밀도산정에 이용되는 경험상수들은 Table 1에 나타낸다.

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho_T + \Delta\rho_S \quad (4)$$

$$\Delta\rho_T = a_1 T - a_2 T^2 + a_3 T^3 - a_4 T^4 + a_5 T^5 \quad (5)$$

$$\Delta\rho_S = (a_6 - a_7 T + a_8 T^2 - a_9 T^3 + a_{10} T^4) S + (-a_{11} + a_{12} T - a_{13} T^2) S^{3/2} + a_{14} S^2 \quad (6)$$

여기서  $T$ 는 수온,  $S$ 는 염분이며, 온도의 단위는 [°C]이고, 염분의 단위는 [psu]이다.

### 2.2.2 동점성계수에 관한 상태방정식

유체의 동점성계수( $\nu$ )는 Eq. (7)과 같으며, 밀도( $\rho$ )는 Eq. (4)에서 산정한 값을 대입하고, 유체의 점성계수( $\mu$ )는 Riley and Skirrow (1965)이 제안한 염분과 온도를 고려할 수 있는 Eq. (8)을 이용하여 산정한다.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (7)$$

$$\mu = \mu_0 + \Delta\mu_T + \Delta\mu_S \quad (8)$$

$$\Delta\mu_T = -b_1 T + b_2 T^2 - a_3 T^3 \quad (9)$$

$$\Delta\mu_S = b_4 S + b_5 S^2 \quad (10)$$

여기서  $\mu_0$ 는 4°C 물의 점성계수이다.  $\Delta\mu_T$ 는 수온변화에 따른 점성계수의 증가분으로써 Eq. (9)와 같고,  $\Delta\mu_S$ 는 염분변화에 따른 점성계수의 증분으로 Eq. (10)과 같다. 그리고 물의 점성계수에 이용되는 경험상수들은 Table 2에 나타낸다.

## 2.3 3차원 이류-확산방정식

밀도류를 해석을 위하여 지배방정식에 대입되는 유체의 밀도( $\rho$ )와 동점성계수( $\nu$ )를 정확히 산정하기 위해서는 영향을 미치는 요소의 정량적인 산정이 매우 중요하다. 물의 밀도와 동점성계수의

Table 1. The Coefficients for Density Estimation

$\rho_0 = 0.999842594\text{g/cm}^3$	$a_5 = 6.536332 \times 10^{-12}$	$a_{10} = 5.38750 \times 10^{-12}$
$a_1 = 6.793952 \times 10^{-5}$	$a_6 = 0.824493 \times 10^{-3}$	$a_{11} = 5.72466 \times 10^{-6}$
$a_2 = 9.095290 \times 10^{-6}$	$a_7 = 4.089900 \times 10^{-6}$	$a_{12} = 1.02270 \times 10^{-7}$
$a_3 = 1.001685 \times 10^{-7}$	$a_8 = 7.643800 \times 10^{-8}$	$a_{13} = 1.65460 \times 10^{-9}$
$a_4 = 1.120083 \times 10^{-9}$	$a_9 = 8.246700 \times 10^{-10}$	$a_{14} = 4.83140 \times 10^{-7}$

Table 2. The Coefficients for Viscosity Estimation

$\mu_0 = 1.802863 \times 10^{-2}\text{g/cm}\cdot\text{s}$	$b_2 = 1.31419 \times 10^{-5}$	$b_4 = 2.15123 \times 10^{-5}$
$b_1 = 6.108600 \times 10^{-4}$	$b_3 = 1.35576 \times 10^{-7}$	$b_5 = 3.59406 \times 10^{-10}$

산정을 위한 상태방정식은 온도( $T$ )와 염분( $S$ )의 함수이다. 따라서 본 연구에서는 온도와 염분에 관한 3차원 이류-확산 방정식 Eqs. (11) and (12)를 도입한다.

한편 본 연구에서 개발하는 수치모델은 단상류 해석만을 대상으로 하기 때문에 액체 내부에서의 염분과 온도의 이류-확산을 수치적으로 산정할 수 있지만, 기체-액체-고체의 상호간섭에 의한 열전도는 고려하고 있지 않다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( D_h \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_h \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_v \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( D_h \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_h \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_v \frac{\partial S}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$D_h = \nu_t \quad (13)$$

$$D_v = \frac{\nu_t}{\sigma_c} \quad (14)$$

여기서  $D_h$ 은 수평방향의 확산계수,  $D_v$ 은 연직방향의 확산계수 로써 Eqs. (13) and (14)와 같다. 그리고  $\nu_t$ 는 LES모델로부터 구해진 동점성계수,  $\sigma_c$ 는 Prandtl/Schmidt수로써 본 연구에서는 연구실의 실험결과(Mellor and Yamada, 1982) 및 해양 관측결과 (Gregg et al., 1986; Peters et al., 1988)로부터 추정된 1.0을 사용한다.

## 2.4 투과성 매체의 유체저항

투과성 구조물에 의한 유체저항( $R_i$ )은 Eq. (15)와 같으며, 층류 저항, 난류저항 그리고 관성저항으로 구분된다. 층류저항은 Liu and Masliyah (1999), 난류저항은 Ergun (1952) 그리고 관성저항은 Sakakiyama and Kajima (1992)가 제안한 실험식을 적용한다.

$$R_i = a_p V_i + b_p V_i |V_i| + c_p \frac{\partial V_i}{\partial t} \quad (15)$$

$$a_p = C_L \frac{\nu_f}{d_p} \frac{(1-\gamma_i)}{\gamma_i} \quad (16)$$

$$b_p = C_T \frac{1}{2} \frac{(1-\gamma_i)}{d_p \gamma_i} \quad (17)$$

$$c_p = \frac{1}{\gamma_v} \left\{ 1 + C_I \frac{(1-\gamma_i)}{\gamma_i} \right\} \quad (18)$$

여기서  $d_p$ 는 투과성 구조물의 평균입경,  $C_L$ 은 층류저항계수,  $C_T$ 는 난류저항계수 그리고  $C_I$ 는 관성저항계수를 나타내며, 본 연구의 수치계산에서는  $C_L=2.5$ ,  $C_T=0.8$  and  $C_I=1.5$ 를 사용한다.

## 2.5 난류모델

일반적으로 난류를 완전하게 재현하기 위해서는 계산영역이 유동의 대표스케일보다 크고, 격자크기는 최소 난류스케일보다 작게 설정해야 한다. 난류는 본질적으로 3차원 현상인 것을 고려하면 필요한 격자수는 적어도  $Re^{9/4}$  ( $Re$ : Reynolds Number)의 격자가 필요하다. 이러한 격자수를 설정하여 수치해석을 수행하는 것은 현실적으로 불가능하다고 할 수 있다. 따라서 난류현상의 재현을 위해서는 난류 모델을 이용하는 것이 현실적인 해결책이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 LES기법의 Smagorinsky (1963)의 SGS (Sub-Grid Scale) 모델을 이용한다.

이상의 와동점성모델은 유동현상에 따라 달리 모델상수( $C_s$ )가 적용되어야 함에도 불구하고, 고정하여 사용하는 단점을 가지고 있다. 이를 보완하기 위하여 본 연구에서는 Germano et al. (1991)과 Lilly (1992)가 제안한 동적모델링 과정을 거쳐 유동현상에 적합한 모델상수를 산정한다.

동적모델링 과정은 미지의 모델상수를 미리 지정하는 대신에 해석 격자에 포함된 물리량을 이용하여 계산 중에 이를 체계적인 시·공간적인 함수로 표현하는 방법이다. 이 방법은 모델상수의 사전지정이나 미세조정이 필요 없으며, 벽 근처나 층류유동에 존재하는 점근거동 (asymptotic behavior)을 정확하게 예측할 수 있다. 또한 모델상수는 시·공간적으로 적용되기 때문에 에너지의 역전달을 나타내는 음의 값을 가지기도 한다.

### 2.5.1 와동점성 모델

Smagorinsky (1963)의 와동점성 모델에서는 특성의 길이와 속도를 각각  $L = C_s \Delta$ 와  $V = L|S|$ 로 나타내고 있다. 여기서 속도는 에너지의 순수 소산량이 해석격자에서 큰 스케일로부터 작은 스케일로의 에너지 전달양이 같다는 가정 하에서 유도된다. 결과적으로 동점성계수( $\nu_t$ )의 산정식은 Eq. (19)와 같다.

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 |S| \quad (19)$$

$$|S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad (20)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (21)$$

$$\Delta = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3} \quad (22)$$

여기서  $\nu_i$ 는 와동점성계수,  $C_s$ 는 모델상수,  $\Delta$ 는 Eq. (22)로 표현되는 필터길이 스케일,  $S_{ij}$ 는 격자크기에서의 변형텐서를 각각 나타낸다.

### 2.5.2 동적 와동점성 모델

해석격자에서 Smagorinsky (1963)의 모델을 이용하여 Sub-Grid 스케일의 응력( $\tau_{ij}$ )을 다음의 Eqs. (23) and (24)로 모델링할 수 있다.

$$\tau_{ij} \equiv \overline{v_i v_j} - \overline{v_i} \overline{v_j} \quad (23)$$

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = 2C_s \Delta^2 |S| S_{ij} \quad (24)$$

이상의 식과 유사하게 보조필터를 도입하여 보조격자의 응력( $T_{ij}$ )을 다음의 Eqs. (25) and (26)으로 모델링한다. 일반적으로 보조필터의 폭은 계산격자 폭의 2배를 사용하고, 두 필터에서의 모델상수( $C_s$ )는 같다고 가정한다.

$$T_{ij} = \widehat{v_i v_j} - \overline{v_i v_j} \quad (25)$$

$$T_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} T_{kk} = 2C_s \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} \quad (26)$$

Eqs. (23) and (25)의 사이에는 Germano 등식이 성립됨으로써 Eq. (27)과 같이 표현된다.

$$L_{ij} \equiv T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} = \overline{v_i v_j} - \widehat{v_i v_j} \quad (27)$$

Sub-Grid 스케일의 응력( $\tau_{ij}$ )과 보조격자의 응력( $T_{ij}$ )을 나타내는 Eqs. (24) and (25)를 Eq. (27)에 대입하면 다음의 Eq. (28)과 같은 관계가 성립되며, 최소사승오차법에 의해 모델상수( $C_s$ )를 산정하면 Eq. (30)과 같다.

$$L_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} L_{kk} = 2C_s M_{ij} \quad (28)$$

$$M_{ij} = \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - \Delta^2 |S| S_{ij} \quad (29)$$

$$C_s = \frac{1}{2} \left[ \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2} \right] \quad (30)$$

$$C_s = \frac{1}{2} \left[ \frac{\overline{L_{ij} M_{ij}}}{\overline{M_{ij}^2}} \right] \quad (31)$$

이러한 절차를 통하여 모델상수( $C_s$ )를 산정할 수 있으나, 유동의 상황에 따라  $C_s$ 값이 불안정해질 수 있기 때문에 Eq. (31)과 같이 보조격자 내에서는 계산격자의 값들을 평균하여 동일한 값을 적용한다. 이상에서 산정된 모델상수( $C_s$ )를 Smagorinsky (1963)의 와동점성 모델에 대입하여 와동점성계수( $\nu_i$ )를 계산한다.

### 2.6 표면장력

Brackbill et al. (1992)이 제안한 CSF (Continuum Surface Force) 모델은 수면에 작용하는 표면장력을 부피에 관한 체적력으로 산정이 가능하여 Navier-Stokes 운동방정식 Eq. (2)에 특별한 경계조건 없이 적용이 가능하다. 게다가 수괴의 분리 및 합류와 같은 수면의 위상변화가 심한 경우에도 효과적으로 사용할 수 있다. CSF 모델에서 표면장력은 수면의 체적력( $S_i$ )으로 표현되며, 아래의 Eq. (32)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\sigma$ 는 표면장력계수,  $\kappa$ 는 수면곡률,  $\bar{\rho}$ 는 공기와 물의 평균밀도이다.

$$S_i = \sigma \kappa \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\rho}{\rho} \quad (32)$$

수면곡률  $\kappa$ 는 Francois et al. (2006)에서 VOF 함수의  $F$ 값을 적용하여 제안한 HF (Height Function) 방법(Cummins et al., 2005)을 이용하여 추정하며, HF방법의 계산개념은 Fig. 1과 같다. Fig. 1에서 격자 가운데에 나타나는 점선 화살표는 높이함수( $H_{i,j,k}$ ), 실선 화살표( $n_{i,j,k}$ )는 각 격자 수면의 법선벡터로써 표면장력의 방향을 의미한다.

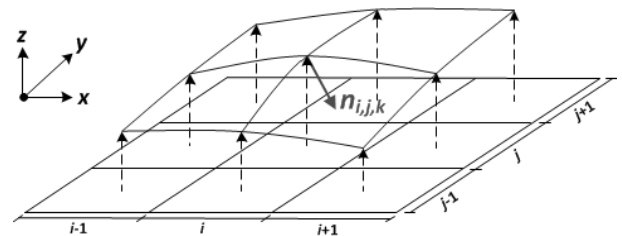


Fig. 1. The Nine Height Functions for Estimating Curvature (Francois et al., 2006)

VOF 함수의  $F$ 값을 이용하는 높이함수( $H_{i,j,k}$ )는 Eq. (33)과 같고, 수면곡률( $\kappa$ )을 산정하기 위한 HF방법은 Eqs. (34)-(37)과 같다.

$$H_{i,j,k} = \sum_{k=3}^{k+3} F_{i,j,k} \Delta z_k \quad (33)$$

$$\kappa = \frac{H_{xx} + H_{yy} + H_{xx}H_y^2 + H_{yy}H_x^2 - 2H_{xy}H_xH_y}{(1 + H_x^2 + H_y^2)^{3/2}} \quad (34)$$

$$H_x = \frac{H_{i+1,j,k} - H_{i-1,j,k}}{2\Delta x}; \quad H_y = \frac{H_{i,j+1,k} - H_{i,j-1,k}}{2\Delta y} \quad (35)$$

$$H_{xx} = \frac{H_{i+1,j,k} - 2H_{i,j,k} + H_{i-1,j,k}}{\Delta x^2};$$

$$H_{yy} = \frac{H_{i,j+1,k} - 2H_{i,j,k} + H_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} \quad (36)$$

$$H_{xy} = \frac{H_{i+1,j+1,k} - H_{i+1,j-1,k} - H_{i-1,j+1,k} + H_{i-1,j-1,k}}{2\Delta x \cdot 2\Delta y} \quad (37)$$

### 2.7 계산의 흐름

염분과 온도의 차이에 의한 밀도류를 해석할 수 있게 개발한 LES-WASS-3D Ver. 2.0의 전체적인 계산의 흐름은 Fig. 2와 같으며, 크게 분류하면 다음과 같다.

- ① 정지수심, 유체의 상태(염분, 온도), 파랑과 흐름의 입사조건, 구조물의 기하학적인 형상 등과 같은 초기조건을 입력한다.
- ② 물의 상태에 따른 밀도와 동점성계수, 표면장력, 투과성 구조물에 의한 유체저항력, 파랑과 흐름의 생성을 위한 유량밀도 그리고 유동현상에 의한 외동점성계수를 산정한다.
- ③ 경계조건을 만족하도록 운동방정식을 계산하여 다음 시간스텝의 유속들을 계산한다.
- ④ 운동방정식으로부터 계산된 유속이 일정한 값으로 수렴될 때까지 연속방정식을 만족하도록 유속들과 압력을 조정하는 반복계산을 수행한다.
- ⑤ 연속방정식을 만족하는 유속들을 적용하여 VOF함수  $F$ 에 관한 이류방정식을 계산한다.
- ⑥ 계산된 VOF함수  $F$ 를 이용하여 자유표면의 형상을 결정한다.
- ⑦ 수렴된 유속들과 확산계수를 3차원 이류-확산방정식에 대입하여 유체의 염분과 온도를 계산한다.
- ⑧ 시간증분에 따라 ②~⑦의 과정을 반복한다.

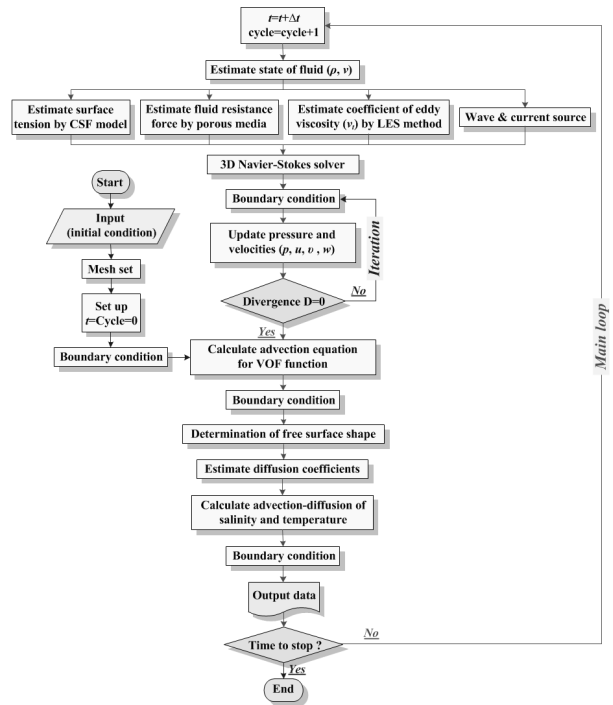


Fig. 2. Flowchart of Numerical Analysis Method for Density Currents

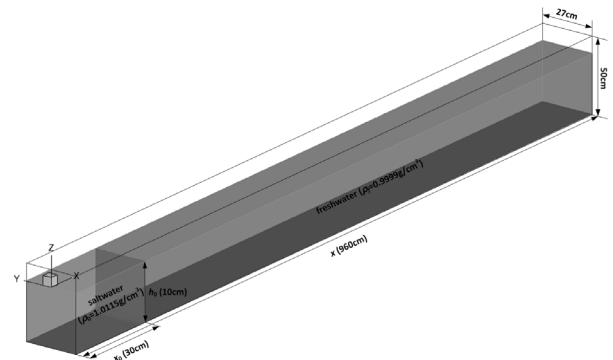


Fig. 3. Definition Sketch of Numerical Water Tank Based on Huppert and Simpson (1980)'s Experimental One

## 3. 수치모델의 적용성 검토

### 3.1 해수의 이류-확산에 대한 검증

#### 3.1.1 불투과성 지반

Fig. 3은 Huppert and Simpson (1980)이 실시한 수리실험의 구성을 바탕으로 수치수조를 제작하며, 수조길이 960cm, 폭 27cm, 높이 50cm, 수심 10cm이다. 수조에는 길이( $x_0$ ) 30cm의 격실에 밀도  $1.0115\text{g/cm}^3$ 의 해수 그리고 나머지 부분에는 밀도  $0.9999\text{g/cm}^3$ 의 담수를 채운다. 여기서 밀도차( $\Delta\rho$ )는  $0.0114\text{g/cm}^3$ , 환원중력( $g'$ )은  $11.2\text{cm/s}^2$ 가 된다. 본 계산에서의 격자사이저는  $\Delta x=1\text{cm}$ ,

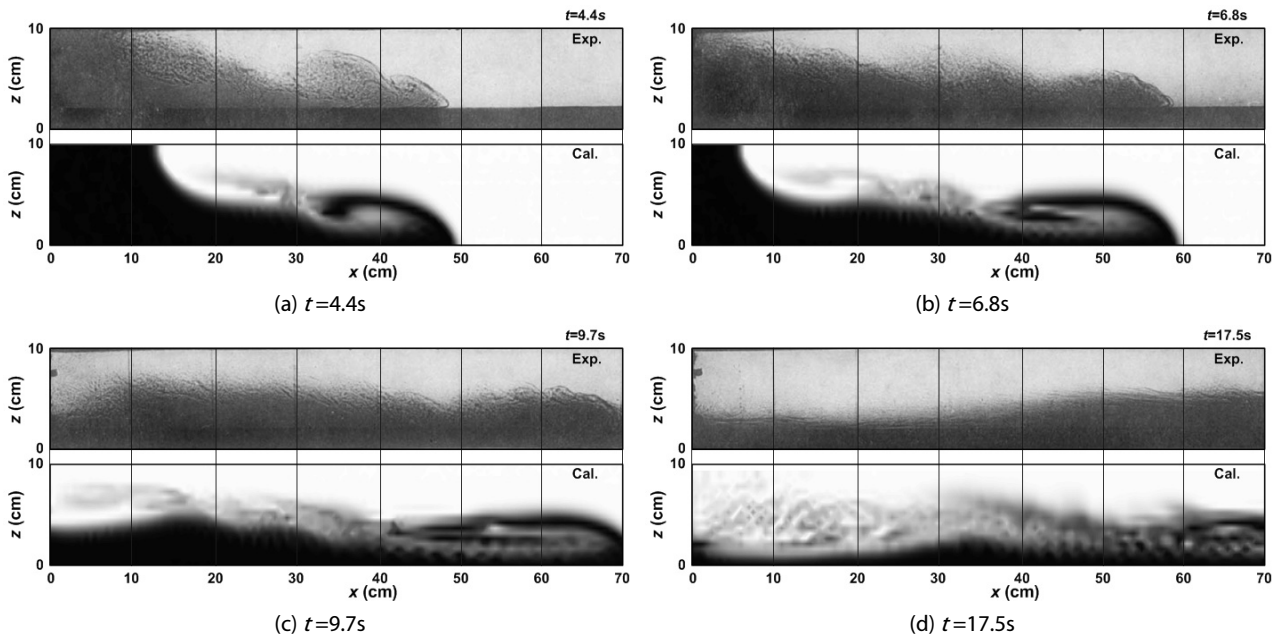


Fig. 4. Comparison between Experimental (Upper Picture) and Numerical (Lower Picture) Results Showing the Evolution on Advection-Diffusion of a Saltwater Mass

$\Delta y=1\text{cm}$ ,  $\Delta z=0.25\text{cm}$ 이며,  $\Delta t=1\times 10^{-3}\text{s}$ 의 시간간격으로 시뮬레이션을 실시한 후, 검증을 수행한다.

Fig. 4는 밀도차에 의해 이류-확산하는 해수의 형상을 시간스텝 별로 나타낸 것으로 위의 그림은 실험결과, 아래의 그림은 계산결과이다. 그리고 각 그림은 격실의 칸막이를 제거한 후로부터 (a)는  $t=4.4\text{s}$ , (b)는  $t=6.8\text{s}$ , (c)는  $t=9.7\text{s}$ , (d)는  $t=17.5\text{s}$  경과 후에 전파된 해수의 공간적 형상을 보여주고 있다.

Fig. 4로부터 시뮬레이션에 의해 불투과성 바닥 위를 이류-확산하는 해수의 형상이 실험결과를 잘 재현하고 있을 뿐만 아니라, 이로부터 해수의 이동속도 역시 수리모형실험결과와 매우 유사하게 나타나고 있는 것을 알 수 있다.

### 3.1.2 투과성 지반

투과성 바닥 위를 이류-확산하는 해수의 특성을 검증하기 위하여 Thomas et al. (2004)의 실험조건을 그대로 적용하여 Fig. 5와 같은 수치수조를 설치한다. 수조의 길이 300cm, 폭 20cm, 높이 60cm, 전체 수심 37.6cm, 투과성 바닥 위의 수심은 25.6cm이다. 이 수조에 길이( $x_0$ ) 19.5cm의 격실을 설치하여 밀도  $1.0115\text{g/cm}^3$ 의 해수를 채운다. 그리고 나머지 부분에는 밀도  $0.9999\text{g/cm}^3$ 의 담수를 채운다. 여기서 해수와 담수의 밀도차( $\Delta\rho$ )는  $0.0114\text{g/cm}^3$ , 환원중력( $g'$ )은  $11.2\text{cm/s}^2$ 가 된다. 또한 투과성 바닥의 평균입경( $d_p$ )은 2.86mm 그리고 공극률( $\gamma_v$ )은 0.375이다. 검증을 위한 시뮬레이션은  $\Delta x=1\text{cm}$ ,  $\Delta y=1\text{cm}$ ,  $\Delta z=0.25\text{cm}$ 이며,  $\Delta t=1\times 10^{-3}\text{s}$

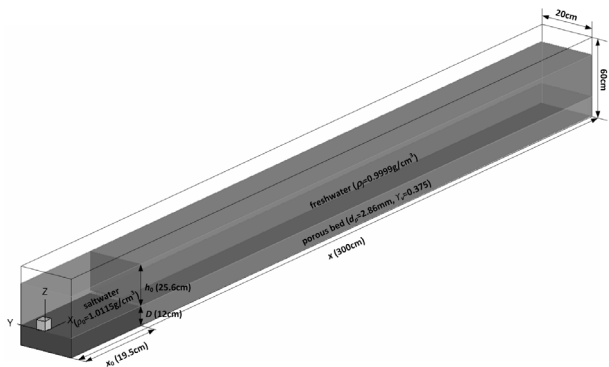


Fig. 5. Definition Sketch of Numerical Water Basin Based on Thomas et al. (2004)'s Experimental One

로 실시한다.

Fig. 6은 투과성 바닥 위를 이류-확산하는 해수의 형상을 나타낸 것으로 (a)는 실험결과, (b)는 계산결과이며, 격실의 칸막이를 제거한 후로부터  $t=4.52\text{s}$ ,  $t=10.52\text{s}$ ,  $t=17.0\text{s}$ ,  $t=24.0\text{s}$ ,  $t=28.52\text{s}$  경과 후의 전파상황을 나타내고 있다.

Fig. 6으로부터 본 연구에서 개발한 수치모델에 의한 계산결과는 Thomas et al. (2004)의 실험에서 이류-확산하는 해수의 형상을 높은 정도로 재현하고 있는 것을 알 수 있다. 특히 투과성 바닥 바로 위를 전파하는 해수의 속도가 거의 비슷하게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

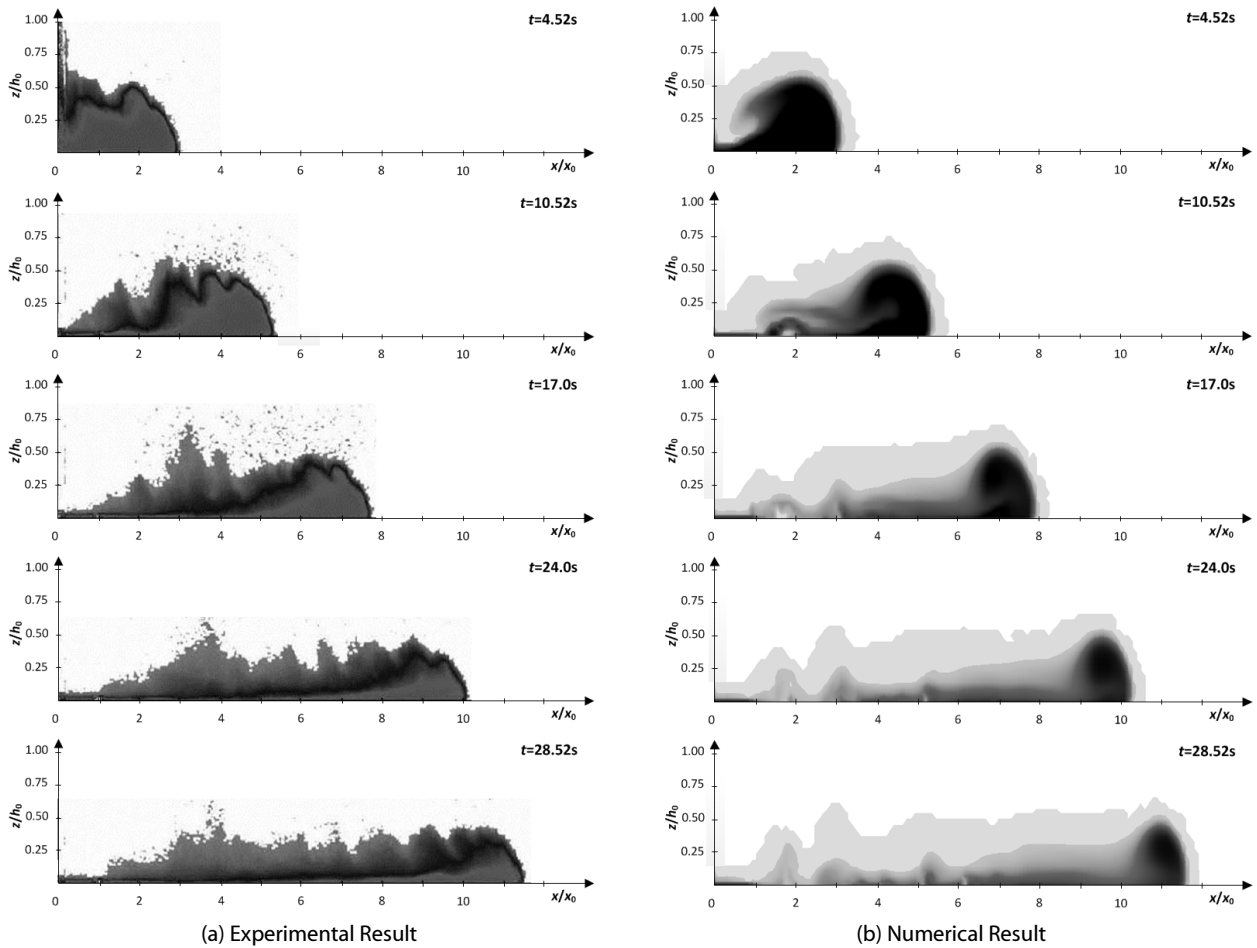


Fig. 6. Experimental and Numerical Results Showing the Saltwater Shape by Advection-Diffusion Over a Porous Bed

앞서 검증을 수행한 불투과성 바닥의 결과와 더불어 투과성 바닥 위를 이류-확산하는 해수의 전반적인 특성을 우수하게 재현함으로써 본 연구에서 개발한 수치모델의 타당성 및 유효성이 일정부분 확인되었다고 판단된다.

### 3.2 연직 염분농도의 검증

염분농도에 관한 정량적인 검증을 위하여 Lee (2012)의 수리실험을 토대로 Fig. 8과 같은 길이 165cm, 폭 20cm, 높이 40cm, 수심 25cm의 수치수조를 설치하였다. 수조 내에는 길이( $x_0$ ) 15cm의 격실에 10, 20, 30psu의 해수 그리고 나머지 부분에는 담수를 채운다. 여기서 해수와 담수의 염분차( $\Delta S$ )는 10, 20, 30psu, 밀도차( $\Delta\rho$ )는 0.0087, 0.0168, 0.0252g/cm<sup>3</sup>, 환원중력( $g'$ )은 8.51, 16.52, 27.74cm/s<sup>2</sup>가 된다. 이 검증을 위한 수치계산은  $x$ 방향의 격자사이자 0.5cm,  $y$ 방향의 격자사이자 0.5cm,  $z$ 방향의 격자사이자 0.125cm로 구성하고  $1 \times 10^{-3}$ s의 시간스텝의 조건으로 수행하였다.

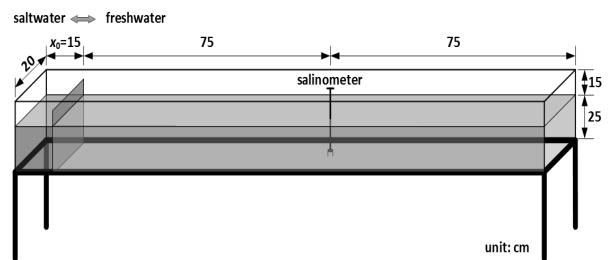


Fig. 7. Definition Sketch of Numerical Water Basin Based on Lee (2012)'s Experimental One

Fig. 8은 해수가 이류-확산하여 수평적 압력평형이 이루어진 상태에서의 연직 염분농도를 나타낸 결과를 비교한 것으로 원(●)은 실험결과, 실선(—)은 계산결과를 나타낸다. 여기서 염분농도는 초기염분농도( $S_0$ )로 무차원화하여 표현하였으며, (a), (b) 및 (c)는 각각 10psu, 20psu 및 30psu의 초기염분농도로 설정하였다.

Fig. 8로부터 (a)와 (c)에서 계산결과와 실험결과 사이에 미소한



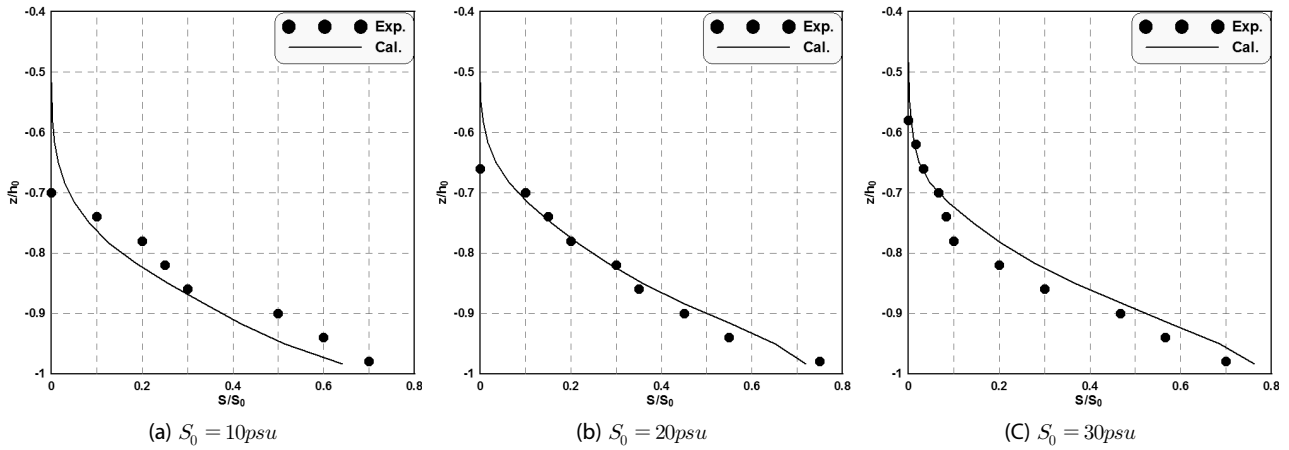


Fig. 8. Comparison of Vertical Profile of Salt Concentration in the Still-Water

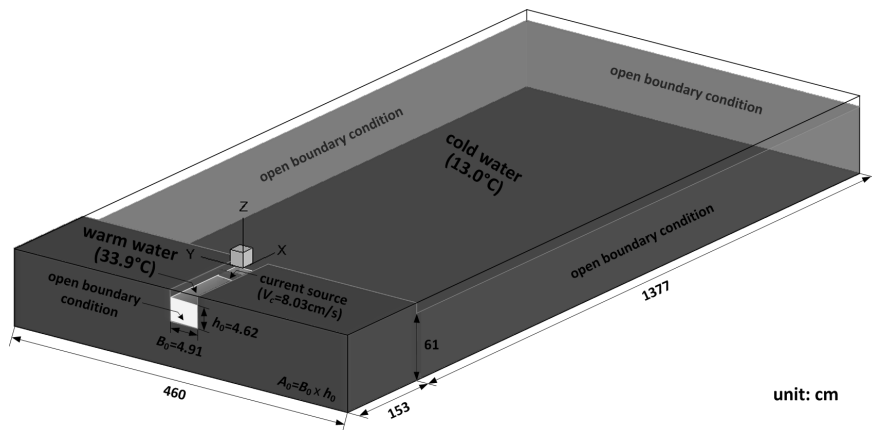


Fig. 9. Definition Sketch of a 3-D Numerical Water Basin for the Release of Heated Water Based on Lal and Rajaratnam (1977)'s Experimental One

차이가 존재하지만, 연직 염분농도분포의 전체적인 경향을 계산결과가 잘 재현하고 있는 것으로 판단된다.

### 3.3 온수배출에 관한 검증

수온차에 의해 발생하는 밀도류의 이류-확산특성에 대해 개발한 수치모델의 3차원적으로 검증을 수행하기 위하여 Lal and Rajaratnam (1977)의 수리모형실험을 이용한다. Fig. 9는 Lal and Rajaratnam (1977)의 온수 방출에 관한 실험의 개요도이며, 수조의 길이 1530cm, 폭 460cm, 수심 61cm이고, 온수의 배출구는 폭( $B_0$ ) 4.91cm, 수심( $h_0$ ) 4.62cm이다. 실험조건은 33.9°C의 온수가 8.03cm/s의 유속으로 13°C의 수조내로 방출되는 경우이다. 본 검증을 위한 시뮬레이션은 격자사이즈  $\Delta x=4\text{cm}$ ,  $\Delta y=4\text{cm}$ ,  $\Delta z=1\text{cm}$  그리고  $\Delta t=2 \times 10^{-3}\text{s}$ 의 시간스텝으로 실시한다. 또한 모든 계산결과는 시간경과에 따른 수온 및 유속의 변화가 최소로 유지되는 순간의 값을 이용하였다.

### 3.3.1 배출유속의 비교

Fig. 10은 Lal and Rajaratnam (1977)의 실험결과와 계산결과를 비교하여 나타낸 것으로 표층유속의  $y$ 방향 분포이다. (a)는 측정지점을 나타내고, (b)는  $x/A_0^{1/2}=12.02$ , (c)는  $x/A_0^{1/2}=32.05$  그리고 (d)는  $x/A_0^{1/2}=51.28$  지점의  $y$ 방향 표층유속분포를 보이고 있다. 그래프에서 원(●)은 실험에서 측정된 결과, 실선(—)은 시뮬레이션결과이다. 또한  $A_0$ 는 배출구의 면적,  $V_s$ 는 표층유속을 의미한다.

Fig. 10으로부터 방출유속과 온도차에 의해 발생한 흐름의 상호작용에 의해 나타나는 표층유속의 실험결과를 계산결과가 높은 정도로 재현하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이로써 본 연구에서 개발한 수치모델은 기존의 강비선형 과동장모델(LES-WASS-3D ver.1.0)과 3차원 이류확산 방정식과의 연결이 매우 자연스럽게 유기적으로 이루어져 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 방출유속의 연직분포에 대한 실험결과와 계산결과를

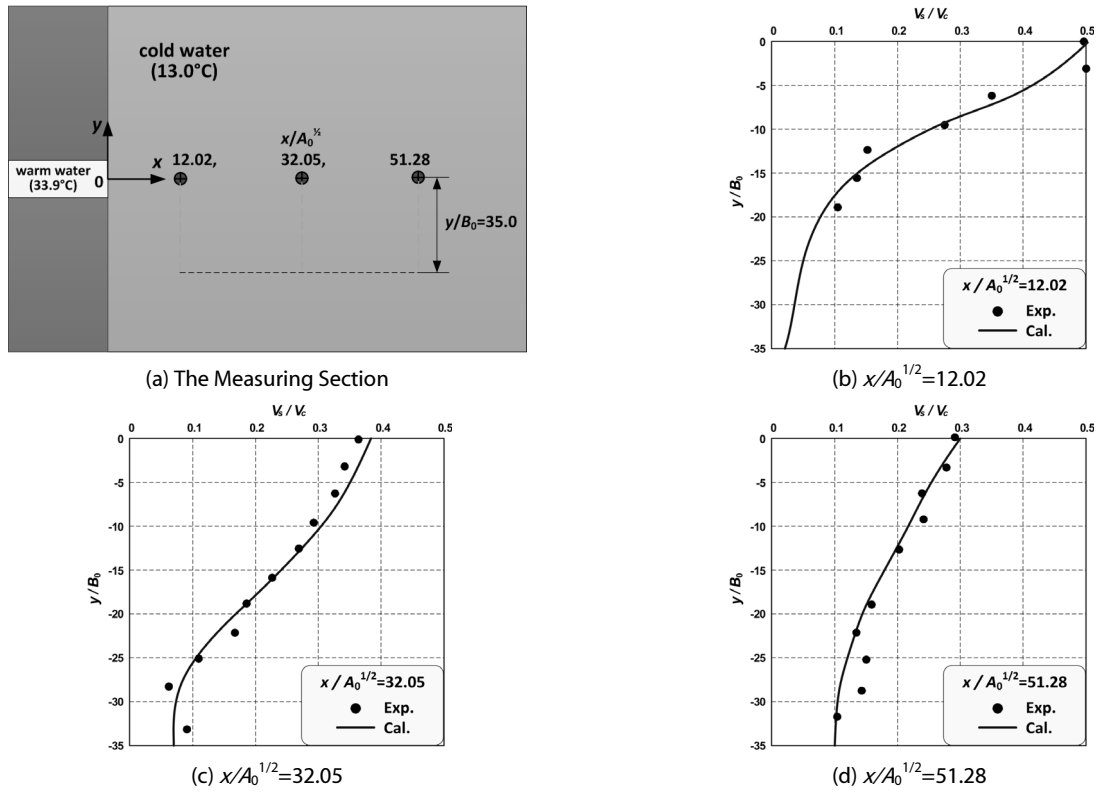


Fig. 10. Comparison between Measured and Calculated Horizontal Distributions of Velocities by Advection-Diffusion of Heated Water

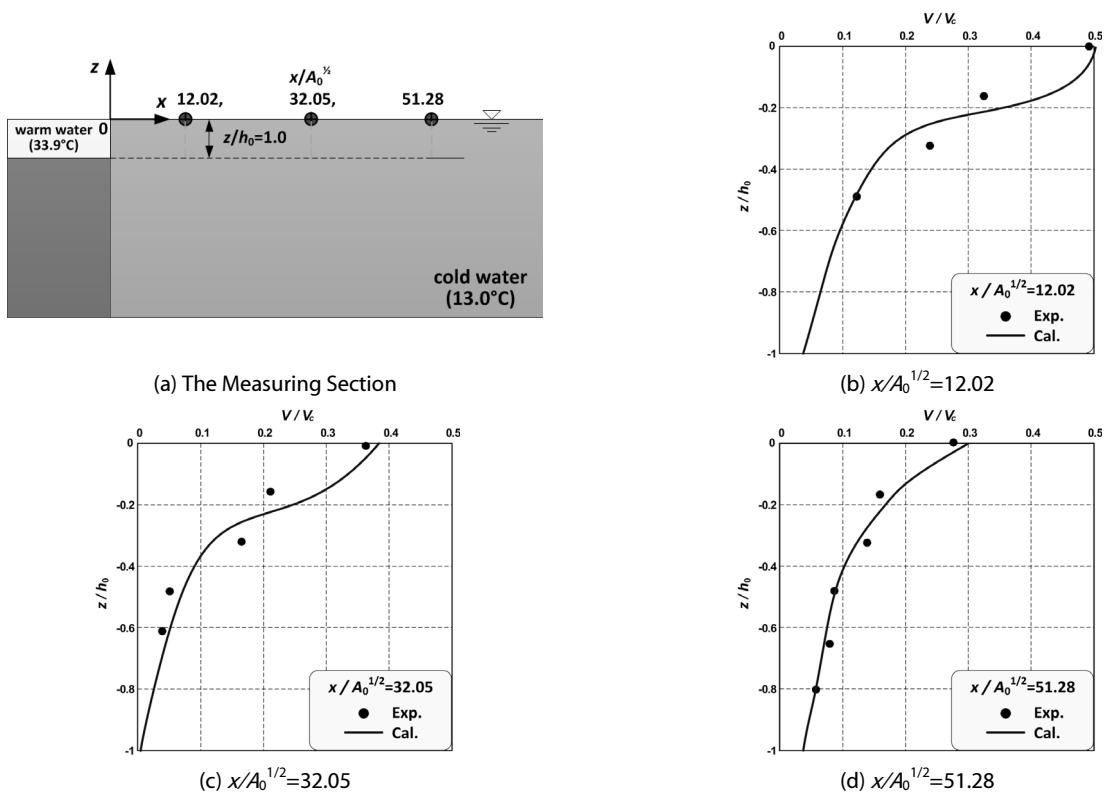
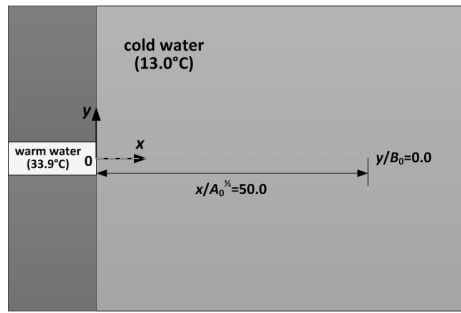
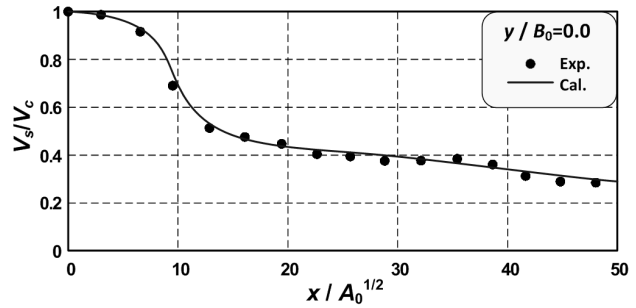


Fig. 11. Comparison between Measured and Calculated Vertical Distributions of Velocities by Advection-Diffusion of Heated Water



(a) The Measuring Section



(b) Mid-Surface Distributions of Velocities

Fig. 12. Comparison Between Measured and Calculated Mid-Surface Distributions of Velocities by Advection-Diffusion of Heated Water

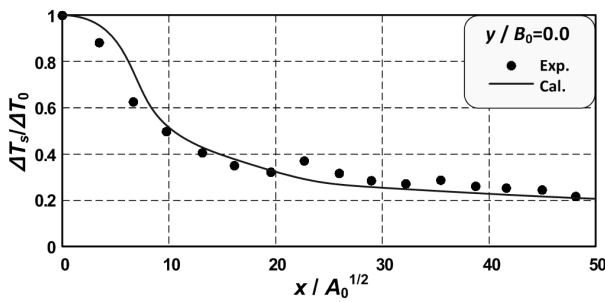


Fig. 13. Comparison Between Measured and Calculated Mid-Surface Distributions of Water Temperatures by Advection-Diffusion of Heated Water

비교한 그림으로 (a)는 측정영역을 보여주고, (b)는  $x/A_0^{1/2}=12.02$ , (c)는  $x/A_0^{1/2}=32.05$  그리고 (d)는  $x/A_0^{1/2}=51.28$  지점의 연직 유속 분포를 나타내고 있다. 여기에서 원(●)은 실험에서 측정된 결과, 실선(—)은 시뮬레이션을 통해 얻어진 결과이다. 또한  $V$ 는 각 수심에서의 유속을 의미한다.

Fig. 11로부터 모든 지점에서 방출유속과 온도차에 의해 발생하는 밀도류의 영향이 결합된 Lal and Rajaratnam (1977)의 실험 결과의 경향을 계산결과가 잘 나타내고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 12는 배출구의 중심표층유속의  $x$  방향 분포로서 수치계산에 의해 구해진 유속과 실험결과를 비교한 그림으로 (a)는 측정영역, (b)는 비교한 그래프를 나타낸다. 여기서 원(●)은 실험결과, 실선(—)은 계산결과이다.

Fig. 12로부터 방출유속과 수온차에 의한 흐름의 상호작용으로 인해 배출구의 중심-표층 유속이 전파됨에 따라 유속이 급속히 감소하다가 서서히 감소하는 경향을 확인할 수 있으며, 계산결과는 실험결과를 전반적으로 매우 잘 재현하고 있음을 알 수 있다.

### 3.3.2 표층수온의 비교

Fig. 13은 표층수온에 관한 실험결과와 계산결과를 비교한 것으로 표층수온은 배출구 중심의  $x$  방향 분포이며, 측정영역은

Fig. 12(a)와 같다. 여기서 원(●)은 실험결과, 실선(—)은 계산결과이고,  $\Delta T_0$ 는 배출수와 수조의 초기온도차,  $\Delta T_s$ 는 표층온도와 초기수조의 온도차를 의미한다.

Fig. 13으로부터 수리모형실험 및 수치계산결과 모두에서 방출되는 온수의 이류-확산에 의하여 배출구에서 멀어질수록 표층온도가 감소하는 경향을 확인할 수 있으며, 두 결과의 일치도는 매우 높다고 할 수 있다.

이상의 모든 검증결과에 근거하여 본 연구에서 개발하고 제안한 수치모델은 염분차에 의해 발생하는 밀도류의 형상 및 염분농도 그리고 온수 방출에 의한 밀도류의 유속 및 수온분포를 매우 잘 재현하고 있는 것으로 판단된다. 이것으로써 새롭게 개발한 LES-WASS-3D ver. 2.0의 유효성 및 타당성을 충분히 확인할 수 있을 것으로 판단된다.

## 4. 결론 및 고찰

본 연구에서는 염분과 온도차에 의한 밀도류를 해석할 수 있는 수치모델의 개발 및 적용성을 검토하기 위하여 새로운 수치모델을 개발하였다. 이 수치모델은 이미 파동장 해석에서 수많은 검증과 실험역의 적용성 검토를 거쳐 우수성이 확인된 LES-WASS-3D ver. 1.0 (Hur et al., 2012)을 토대로 밀도와 동점성계수를 상정하기 위한 상태방정식과 밀도에 영향을 미치는 요인(염분, 온도)을 추적하기 위한 3차원 이류-확산 방정식을 도입하였다. 또한 개발한 수치모델의 적용성을 검토하기 위하여 기존의 수리모형실험결과와 비교·분석하였다. 새롭게 개발한 수치모델의 개요 및 적용성 검토에 대한 주요내용을 기술하면 아래와 같다.

- (1) 기존의 3차원 파동장 모델(LES-WASS-3D ver. 1.0; Hur et al., 2012)을 토대로 염분과 온도에 관한 상태방정식 및 이류-확산방정식을 도입하여 밀도류 해석이 가능한 새로운 수치모델을 개발하였다.

- (2) 난류재현에 있어서 LES기법의 와동점성모델(Smagorinsky, 1963)의 취약점을 보완하기 위하여 동적모델링과정을 거치는 동적 와동점성모델(Germano et al., 1991; Lilly, 1992)을 새롭게 적용하였다.
- (3) 자유수면의 표면장력을 수치적으로 고려할 수 있는 CSF모델 (Brackbill et al., 1992)을 도입하여 모델링하였다.
- (4) 개발한 수치모델의 계산결과가 불투과성 지반 위를 이루 확산하는 해수의 형상 및 연직염분농도에 관한 실험결과를 매우 잘 재현하였다.
- (5) 온수방출에 관한 Lal and Rajaratnam (1977)의 3차원 수리모형실험결과를 수치시뮬레이션결과가 매우 유사하게 나타내는 것을 확인할 수 있었다.

이상의 결과를 근거로 본 연구에서 개발한 수치모델의 타당성 및 유효성이 충분히 검토되었다고 판단된다. 향후 개발한 수치모델을 밀도류 해석에 적용할 경우 3차원적인 밀도류의 특성을 이해하는데 크게 기여할 뿐만 아니라, 해안·항만분야에 산재해 있는 밀도류로 인해 발생하는 문제들을 해결할 수 있는 도구로 활용될 수 있을 것이다.

## 감사의 글

이 논문은 2013년 국토해양부의 재원으로 한국해양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(연안침식대응기술개발).

## References

- Benjamin, B. T. (1968). "Gravity current and related phenomena." *J. Fluid Mech.*, Vol. 31, pp. 209-248.
- Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C. (1992). "A continuum model for modeling surface tension." *J. Comp. Phys.*, Vol. 100, pp. 335-354.
- Cantero, M., Balachandar, S., García, M. and Ferry, J. (2006). "Direct numerical simulations of planar and cylindrical density currents." *J. Appl. Mech.*, ASME, Vol. 73, pp. 923-930.
- Cummins, S. J., Francois, M. M. and Kothe, D. B. (2005). "Estimating curvature from volume fractions." *Comput. Struct.*, Vol. 83, pp. 425-434.
- De Cesare, D., Boillat, J. L. and Schleiss, A. J. (2006). "Circulation in stratified lakes due to flood-induced turbidity currents." *J. Environ. Eng.*, ASCE, Vol. 132, pp. 1508-1517.
- Ergun, S. (1952). "Fluid flow through packed columns." *Chemical Eng.*, Vol. 48, No. 2, pp. 89-94.
- Farhanieh, B., Firoozabadi, B. and Rad, M. (2001). "The propagation of turbulent density currents on sloping beds." *Scientia Iranica*, Vol. 8, pp. 130-137.
- Firoozabadi, B., Afshin, H. and Aram, E. (2009). "Three-dimensional modeling of density current in a straight channel." *J. Hydr. Eng.*, Vol. 135, No. 5, pp. 393-402.
- Georgoulas, A. N., Angelidis, P. B., Panagiotidis, T. G. and Kotsovinos, N. E. (2010). "3D numerical modelling of turbidity currents." *Envir. Fluid Mech.*, Vol. 10, No. 6, pp. 603-635.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H. (1991). "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model." *Physics of Fluids*, Vol. 3, pp. 1760-1765.
- Gill, A. E. (1982). "Atmosphere-ocean dynamics." New York, Academic Press.
- Gregg, M. C. D'Asaro, E. A., Shay, T. J. and Larson, N. (1986). "Observations of persistent mixing and near-inertial internal waves." *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 16, pp. 856-885.
- Han, J. S., Park, S. K., Jung, S. W. and Roh, T. Y. (2011). "The study of salinity distribution at Nakdong river estuary." *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, Vol. 23, No. 1, pp. 101-108 (in Korean).
- Hormozi, S., Firoozabadi, B. and Ghasvari, H. (2008). "Characteristic variables and entrainment in 3-D density currents." *Scientia Iranica*, Vol. 15, pp. 575-583.
- Huppert, H. E. and Simpson, J. E. (1980). "The slumping of gravity currents." *J. Fluid Mech.*, Vol. 99, pp. 785-799.
- Hur, D. S., Lee, W. D. and Cho, W. C. (2012). "Three-dimensional flow characteristics around permeable submerged breakwaters with open inlet." *Ocean Eng.*, Vol. 44, pp. 100-116.
- Hur, D. S., Lee, W. D., Kim, M. K. and Yoon, J. S. (2013). "Application of 3-D numerical method (LES-WASS-3D) to estimation of nearshore current at songdo beach with submerged breakwaters." *Journal of ocean engineering and technology*, the Korean Society of Ocean Engineers, Vol. 24, No. 4, pp. 14-21 (in Korean).
- Lal, P. B. and Rajaratham, N. (1977). "Experimental study of bluff buoyant turbulent surface jets." *J. Hydraul. Res.*, Vol. 15, No. 3, pp. 261-275.
- Lee, H. E. and Choi, S. U. (2009). "Numerical simulations of discontinuous density currents using k-ε model." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Korean Society of Civil Engineers, Vol. 29, No. 3-B, pp. 231-237 (in Korean).
- Lee, W. D. (2012). *Three-dimensional hydrodynamic characteristics on wave-current interaction with density difference in the vicinity of a river mouth*, Ph.D. Thesis, Nagoya Univ., Japan, p. 210.
- Lilly, D. K. (1991). "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method." *Phy. Fluids*, Vol. 4, pp. 633-635.
- Liu, S. and Masliyah, J. H. (1999). "Non-linear flows porous media." *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 229-252.
- Marmoush, Y. R., Smith, A. A. and Hamblin, P. F. (1984). "Pilot experiments on thermal bar in lock exchange flow." *J. Energy Eng. ASCE*, Vol. 110, pp. 215-227.
- Mellor, G. L. and Yamada, M. (1982). "Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems." *Rev. Geophys.*, Vol. 20, pp. 851-875.

- Mueller, C. and Carbone, R. (1987). "Dynamics of a thunderstorm outflow." *J. Atmos. Sci.*, Vol. 44, pp. 1879-1898.
- Natale, M. D. and Vicinanza, D. (2001). "An experimental study of heated surface jet in a wave environment." *Int. J. Offshore Polar Eng.*, Vol. 11, pp. 396-403.
- Paik, J., Eghbalzadeh, A. and Sotiropoulos, F. (2009). "Three-dimensional unsteady RANS modeling of discontinuous gravity currents in rectangular domains." *J. Hydr. Eng.*, Vol. 135, No. 6, pp. 505-521.
- Patterson, M. D., Simpson, J. E., Dalziel, S. B. and Nikiforakis, N. (2005). "Numerical modelling of two-dimensional and axisymmetric gravity currents." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 47, pp. 1221-1227.
- Peters, F., Gregg, M. C. and Toole, J. M. (1988). "On the parameterization of equatorial turbulence." *J. Geophys. Res.*, Vol. 93, pp. 1199-1218.
- Riley, J. P. and Skirrow, G. (1965). "Chemical oceanography." Vol. 3, Academic Press.
- Sakakiyama, T. and Kajima, R. (1992). "Numerical simulation of nonlinear wave interacting with permeable breakwater." *Proc. 23<sup>rd</sup> Int. Conf. on Coastal Eng.*, ASCE, Venice, pp. 1517-1530.
- Sato, T., Tonoki, K., Yoshikawa, T. and Tsuchiya, Y. (2006). "Numerical and hydraulic simulations of the effect of density current generator in a semi-enclosed tidal bay." *Coastal Eng.*, Vol. 53, pp. 49-64.
- Shanack, S. (1960). "A theoretical current density ansatz for the quiet day solar semi-diurnal tidal mode of oscillation of the ionosphere." *J. Atmos. and Terre. Phys.*, Vol. 17, pp. 337-343.
- Simpson, J. E. (1969). "A comparison between laboratory and atmospheric density currents." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 95, pp. 758-765.
- Smagorinsky, J. (1963). "General circulation experiments with the primitive equation." *Mon. Weath. Rev.*, Vol. 91, No. 3, pp. 99-164.
- Thomas, L. P., Marino, B. M. and Linden, P. F. (1998). "Gravity currents over porous substrates." *J. Fluid Mech.*, Vol. 366, pp. 239-258.
- Thomas, L. P., Marino, M. B. and Linden, P. F. (2004). "Lock-release inertial gravity currents over a thick porous layer." *J. Fluid Mech.*, Vol. 503, pp. 299-319.
- Wakimoto, R. M. (1982). "The life cycle of thunderstorm gust fronts as viewed with doppler radar and rawinsonde data." *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 110, pp. 1060-1082.
- White, B. L. and Helfrich, K. R. (2008). "Gravity currents and internal waves in a stratified fluid." *J. Fluid Mech.*, Vol. 616, pp. 327-356.
- Yoon, J. S., Kim, M. K., Han, D. J. and Kim, G. Y. (2008). "A study on the numerical model of current of stratification considering the topographic heat accumulation effect in the coastal area." *Journal of ocean engineering and technology*, the Korean Society of Ocean Engineers, Vol. 22, No. 5, pp. 61-68 (in Korean).