

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2014.38.6.525>

ISSN 1226-4881(Print)  
2288-5234(Online)

## 총탄 충격이 가해진 반응 시스템의 파괴 거동에 관한 수치적 연구

김보훈\* · 김민성\* · 도영대\*\* · 김창기\*\* · 유지창\*\* · 여재익\*†

\* 서울대학교 기계항공공학부, \*\* 국방과학연구소

### Numerical Simulations of Dynamic Response of Cased Reactive System Subject to Bullet Impact

Bohoon Kim\*, Minsung Kim\*, Youngdae Doh\*\*, Changkee Kim\*\*, Jichang Yoo\*\*  
and Jai-ick Yoh\*†

\* Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul Nat'l Univ.,

\*\* Agency for Defense Development

(Received March 3, 2014 ; Revised March 25, 2014 ; Accepted March 26, 2014)

**Key Words:** Bullet Impact(총탄 충격), Dynamic Response(파괴 거동), Shock Initiation(충격에 의한 점화), Detonation Transition(폭굉 천이), Cased Reactive System(반응 시스템), Morphological Damage(형상학적 변형), Threshold Velocity(한계 속도), Ignition & Growth Model(I&G 모델)

**초록:** 무기체계 개발에서 예상치 못한 고속의 총탄 충격을 받았을 때 반응 시스템의 폭발 반응을 예측하는 것은 안정성 확보를 위하여 매우 중요하다. 본 연구에서는 LX-17(92.5% TATB, 7.5% Kel-F)과 AP 기반의 고체 추진제(88% AP, 12% HTPB)가 충전된 반응 시스템에 한계 속도로 충돌하는 총탄 충격을 가했을 경우 발생하는 폭굉 현상 및 파괴 거동을 I&G 모델이 적용된 2차원 하이드로 수치해석을 통해 규명하고자 하였다. 해석 결과, LX-17의 경우 충격-폭굉 천이 현상(SDT)이 주요한 메커니즘으로 작용한 반면 고체 추진제는 상대적으로 안정한 모습을 보였다. 즉, 시스템의 파괴는 내부 압력의 급격한 증가와 격렬한 화학반응을 동반하는 고에너지 물질의 폭굉 현상이 그 원인이며, 폭발등급이 낮은 경우에는 고속 충돌에도 발화되지 않아 커버가 완전 파쇄에 이르지 않는 것으로 관찰되었다.

**Abstract:** Safety of reactive systems is one of the most important research areas in the field of weapon development. A NoGo response or at least a low-order explosion should be ensured to prevent unexpected accidents when the reactive system is impacted by high-velocity projectile. We investigated the shock-induced detonation of cased reactive systems subject to a normal projectile impact to the cylindrical surface based on two-dimensional hydrodynamic simulations using the I&G chemical rate law. Two types of energetic materials, namely LX-17 and AP-based solid propellant, were considered to compare the dynamic responses of the reactive system when subjected to the threshold impact velocity. It was found that shock-to-detonation transition phenomena occurred in the cased LX-17, whereas no full reaction occurred in the propellant.

- 기호설명 -

$\rho$  : 밀도  
 $p$  : 압력  
 $\lambda$  : 생성물질량분율  
 $I$  : 점화 상수  
 $G$  : 폭발 상수  
 $\eta$  : 압축항

$P(\epsilon)$  : Mott 함수  
 $\gamma$  : Mott 강도 상수  
 $\epsilon$  : 유효 파괴 변형량  
 $V_0$  : 한계 충돌 속도  
 $v_i$  : 속도 벡터  
 $S_{ij}$  : 응력 텐서  
 $Y_{JC}$  : Johnson-Cook 항복 응력  
 $Y_{VM}$  : Von Mises 항복 응력

† Corresponding Author, [jjyoh@snu.ac.kr](mailto:jjyoh@snu.ac.kr)

### 1. 서론

폭발력의 원천인 고에너지 물질(energetic materials)은 연료 물질과 산화제로 이루어진 복합체로 외부에서 에너지가 가해지면 화학적 엔탈피가 열적 엔탈피로 급격하게 변화하는 물질을 총칭한다. 폭탄 및 발사체 등 짧은 시간동안 큰 힘을 필요로 하는 시스템에 고에너지 물질이 주로 사용된다. 고에너지 물질은 충격파를 수반하는 폭굉 천이(SDT, Shock-to-Detonation Transition) 현상이 주요하고 고체연료는 일반적으로 폭굉보다 낮은 수준의 반응을 보인다.<sup>(1)</sup> 이들의 산화반응은 가스팽창에 의한 강한 파괴력을 동반하고 순간적으로 높은 압력과 고온 환경을 형성하면서 폭연(deflagration) 및 폭굉(detonation)과 관련된 현상을 복합적으로 발생시키기 때문에 연소장이 어떠한 특성을 갖는지 규명하는 것은 매우 어려운 것으로 알려져 있다. 그러나 고에너지 물질은 각종 산업 환경에서 사용되고 있고 폭발사고 분석이나 군사목적에 따라 광범위하게 사용될 수 있기 때문에 이에 대한 현상을 해석할 수 있는 기반을 마련한다는 것은 매우 중요하다.

무기체계에 파편 충격(projectile impact)이 가해지면 추진기관의 점화 연소나 탄두부의 기폭 현상으로 이어질 수 있다. 이는 충돌체(stimulus)가 반응 시스템을 변형 또는 파손시키면서 에너지를 가해 화학반응을 야기하기 때문이다. 이러한 현상은 적군이 발포한 총탄과 충돌하는 상황에서 발생할 수 있다. 즉, 충분히 강한 기계적 충돌이 무기체계에 가해졌을 때 케이스를 뚫고 들어가 내부에 충전된 고폭탄 또는 고체연료에 손상을 입히고, 마찰이나 압축 등의 이유로 점화가 일어난 뒤, 화염이 전파 되면서 고온·고압의 연소가스가 발생하기 때문에 최종적으로 시스템 전반이 잔해에 이르는 원리이다.

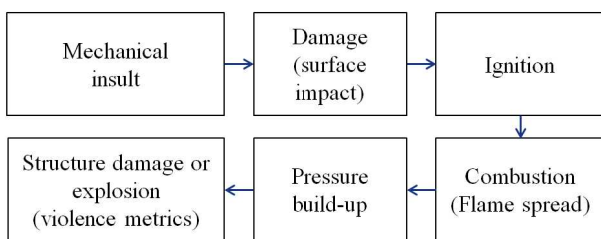


Fig. 1 Flowchart for sequence of dynamic response induced by stimuli impact

Figure 1은 총탄 충격으로 인해 고에너지 물질이 충전된 구조체가 폭발하여 파괴에 이르는 과정을 도식화한 것이다. 고속으로 충돌하는 기계적 자극이 화학반응을 개시(initiation)함에 따라 내부 압력이 증가하면서 구조물 손괴의 원인으로 작용할 수 있기 때문에 반응 시스템의 파괴 거동을 예측하는 것은 무기체계를 개발하는데 중요한 인자라고 할 수 있다. 특히 적의 총탄 피격에 의해 폭발 사고가 발생하는 경우 아군의 인명과 시설에 막대한 피해를 입힐 수 있으므로 반응 시스템의 파괴 거동을 예측하고 무기체계의 성능과 취약성을 검증하는 것은 실제 군 환경에서 아군의 피해를 최소화시키기 위하여 반드시 확인해야 하는 중요한 사항이라고 할 수 있다.

Figure 2는 외부 충격에 의한 반응 시스템의 파괴 시나리오를 나타낸 것이다. 충분히 빠른 초기 속도( $V_0$ )를 갖는 총탄이 반응 시스템에 충돌했을 때 용기를 관통(penetration)하고 계속해서 고에너지 물질을 뚫고 들어가면서 손상을 입힌다. 이때 고에너지 물질은 소성변형 되고, 충돌체는 형상학적 변화(morphological change)의 원인으로 작용한다. 손상을 입은 국부적 영역에서 압축 및 전단응력이 마찰에 의한 에너지로 치환된다. 따라서 충돌, 변형, 파괴 등의 현상은 열에너지로 최종 전환되며 이는 고에너지 물질의 연소 반응에 직접적인 영향을 미친다. 충돌 에너지가 고에너지 물질의 활성화 에너지보다 낮은 경우에는 연소가 일어나지 않을 수 있다. 그러나 고에너지 물질의 민감성으로 인해 전시에는 물론이고 탄의 제조나 수송, 저장, 운용, 폐기 등 탄의 모든 수명주기에 걸쳐 언제든지 충돌에 의한 사고가 발생할 수 있다.

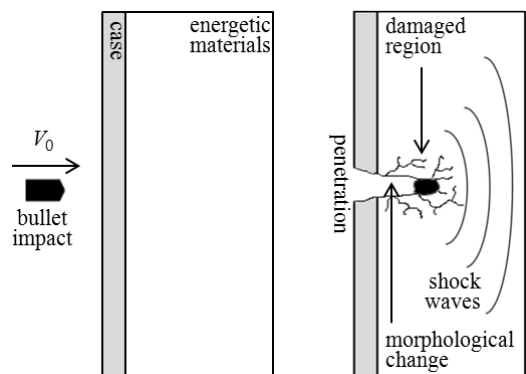


Fig. 2 Illustration of bullet or fragment impact response scenario<sup>(2)</sup>

먼저, 고에너지 물질의 폭발 현상을 분석하기 위해서는 화약의 정확한 구성관계식(constitutive relation)을 파악해야 한다. 구성관계식은 상태방정식(equation of state)과 반응속도식(reaction rate equation)으로 이루어져 있다. 이중 상태방정식은 화약의 반응 전 고체 상태와 폭발 반응으로 형성된 가스 상태를 기술하는 관계식을 의미하는데 현재까지 개발된 고에너지 물질의 상태방정식은 적용되는 화약에 따라 차이가 있지만 해석에 큰 지장이 없는 수준에서 양호한 정보를 제공한다. 그러나 반응속도식은 고에너지 물질에 따른 고유한 특성이며 폭발이 어떤 방식으로 진행되는지에 따라 적용모델이 달라지기 때문에 각각의 화약에 대한 폭발특성을 잘 모사할 수 있는 관계식을 결정해야 한다. 이를 위하여 화약의 폭발반응을 기술할 수 있는 I&G(ignition & growth) 모델<sup>(3)</sup>이 사용된다. 이 모델은 Tarver와 Edward Lee에 의해 고안된 폭발을 기반으로 하는 연소 현상을 모사하기 위한 반응속도식으로 미 에너지부 연구소(LLNL)를 중심으로 검증되었으며 현재 AUTODYN을 비롯한 대부분의 상용코드에서 폭넓게 쓰이고 있다. I&G 모델은 hotspot의 발생 및 폭발 전이 현상을 고려할 수 있는 생성물의 시간에 따른 질량분율 방정식이다. 고에너지 물질의 화학반응은 기폭 물질의 화학적 에너지를 대단히 짧은 시간( $\sim 1 \mu\text{s}$ )내에 높은 온도( $\sim 3000 \text{ K}$ )의 폭발반응 생성기체와 높은 압력( $10 \sim 50 \text{ GPa}$ )의 충격파( $\sim 5 \text{ km/s}$ ) 형태로 방출하는데, I&G 모델은 초고속으로 전파되는 반응파(reacting wave) 생성에 관련된 폭발 반응 해석에 타당한 것으로 알려져 있다. 즉, 폭발 현상은 연소 반응이 급격하게 발생하여 압력의 팽창과 구배가 지배적인 요소로 작용하기 때문에 초음속으로 전파되는 화염이 발생하는 문제에 대해서는 온도 기반(T-based)의 Arrhenius 식이 아닌 압력 기반(P-based)의 I&G 모델이 적합한 것이다.

본 연구에서는 SDT 특성을 보이는 LX-17 (92.5% TATB, 7.5% Kel-F) 폭약과 88%의 AP 및 12%의 HTPB 바인더로 구성된 고체 추진제(AP-based solid propellant)를 대상 고에너지 물질로 선정하여 충탄 충격에 대한 파괴 거동을 수치적으로 해석하고자 하였다. LX-17은 외부 자극에 민감하여 충격에 의해 점화되면 쉽게 폭발로 전이되나, 고체 추진제는 충격에 대해 둔감하고

반응속도가 느리기 때문에 일반적으로 폭연이나 연소반응을 보인다. 반응의 격렬한 정도는 고에너지 물질을 구성하는 반응성 물질(reactive materials)의 특성에 기인한다.

Tarver 등<sup>(4)</sup>은 매우 강한 충격이 가해지는 경우 추진제가 SDT 특성을 보일 수 있다는 가정 하에 ANB 3066(73% AP, 15% Al, 12% CTPB)에 대하여 폭발 반응에서만 사용 가능한 것으로 알려져 있던 I&G 모델을 적용하였다. 이들은 알루미늄(aluminum) 또는 스테인리스 강(stainless steel) 재질의 축사탄(sabot) 사격으로 다양한 형태의 충격을 가해 실험적으로 측정된 압력파의 전파를 I&G 모델이 적용된 수치적 방법으로 모사하였다. 결과적으로 반응성 물질의 충격 점화(shock initiation) 문제에 대해서는 폭발 뿐만 아니라 그보다 낮은 단계의 폭연이나 연소반응에 대해서도 압력기반의 반응속도식이 의사(pseudo) 적용될 수 있음을 확인하였다.

이러한 선행연구를 바탕으로 LX-17과 AP 기반의 고체 추진제가 충전된 반응 시스템에 고속의 충탄 충격을 가했을 경우 발생하는 폭발 현상 및 파괴 거동을 I&G 모델이 적용된 2차원 하이드로 수치해석(hydrodynamic simulation)을 통해 규명하고자 하였다. 보다 정밀한 FSI(Fluid-Structure Interaction) 해석을 수행하기 위하여 steel 재질의 케이스를 관통하고 화학반응을 야기할 수 있는 임계 속도(threshold velocity)를 고려하였다. 본 연구를 통해 무기체계 개발에서 반응 시스템의 안정성 및 민감성에 대한 정보를 획득할 수 있을 것으로 예상된다.

## 2. 본 론

### 2.1 반응 시스템 모델링

Table 1은 C-J 폭발 이론에 근간을 둔 열-화학(thermo-chemical) 코드인 Cheetah<sup>(5)</sup>를 사용하여 도출한 대상화약들의 C-J(Chapman-Jouguet) 상태를 나타낸 것이다.

일반적인 점화연소에서 고체 추진제는 폭발 반응을 보이는 LX-17과는 달리 충격파를 동반하지 않는 아음속 연소 반응을 보인다. Table 1에 비교된 값은 매우 강한 충격에 의하여 발생한 화학반응이 C-J 상태에 도달하는 경우를 가정한 이론적 결과이다.

**Table 1** C-J conditions for LX-17 explosive and AP-based solid propellant

	LX-17	AP-propellant
composition	92.5% TATB 7.5% Kel-F	88% AP 12% HTPB
$p_{cj}$ (GPa)	28.60	24.14
$\rho_{cj}$ (g/cc)	2.552	2.248
$e_{cj}$ (KJ/cc)	3.420	2.870
$T_{cj}$ (K)	3164	3798
$D_{cj}$ (mm/ $\mu$ s)	7.852	7.696

LX-17은 TATB( $C_6H_6N_6O_6$ )가 주요 구성 성분으로서 분해시 매우 짧은 시간에 다량의 열과 가스로 치환되는 특성을 보인다. TATB의 폭발효과는 RDX( $C_3H_6N_6O_6$ )보다 낮으나 TNT( $C_7H_5N_3O_6$ )보다 강력하다. 이는 TATB의 산소평형(oxygen balance)이 -55.8%의 값을 갖는 반면, RDX는 -21%, TNT는 -74%로써 그 중간 정도에 해당하기 때문이다. 산소평형값 0에 가까울수록 연소효율과 에너지 생성량을 극대화 시킬 수 있는 것은 산소와 가연물이 양론비에 정확히 일치하는 이상 비율이기 때문이다. 따라서 산소량이 부족할수록 불완전 연소가 일어나 폭발력이 감소한다.

한편, AP(Ammonium Perchlorate)는 분자식  $NH_4ClO_4$ 의 형태를 갖는 비중 1.95의 산화제(oxidizer)로서 과염소산암모늄이라 불린다. AP의 산소평형은 27%로 TATB와는 달리 양의 값을 갖는다. 이는 분해시 산소를 발생시킴( $2 NH_4ClO_4 \rightarrow Cl_2 + N_2 + 2 O_2 + 4 H_2O$ )을 의미한다. 따라서 TATB와 AP는 본질적으로 산소평형의 특성에 따라 그 용도가 폭약과 추진제로 성격이 나뉜다.

본 연구에서는 유동장 및 연소장, 그리고 비활성 고체 구조물과의 FSI를 효과적으로 해석하기 위하여 Eulerian 기반의 하이드로코드(hydrodynamic code)를 사용하였으며, 지배 방정식은 아래의 식 (1)~(6)과 같다. 이는 각각 질량보존식, 운동량보존식, 에너지보존식, 편차응력텐서, 상태방정식, 반응속도식이다.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial S_{ji}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + S_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - \delta_{ij} p \quad (4)$$

$$p = p(\rho, e) \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \lambda_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \lambda_i v_j)}{\partial x_j} = w_i \quad (6)$$

이 중 식 (5)와 (6)은 반응 물질에 따라 모델링이 필요한 구성방정식으로써 본 연구에서 다루고자 하는 LX-17과 AP 기반 추진제에 적합한 모델을 정의해야 한다. 반응 전 고체 상태(unreacted solid-state) 및 반응 후 기체 상태(reacted gas-state)의 압력 증가를 예측하기 위하여 식 (7)과 같은 JWL 상태방정식<sup>(6)</sup>을 사용하였다.

$$p = A \left( 1 - \frac{w}{\nu R_1} \right) e^{-R_1 \nu} + B \left( 1 - \frac{w}{\nu R_2} \right) e^{-R_2 \nu} + \frac{\omega e}{\nu} \quad (7)$$

여기서  $\nu = \rho_0 / \rho$ 이고, 현재 밀도( $\rho$ )와 초기 밀도( $\rho_0$ )의 비로써 상대 비체적(relative specific volume)을 의미한다.  $e$ 는 내부 에너지(internal energy)이며  $A$ ,  $B$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\omega$ 는 JWL 모델 파라미터(JWL eos parameter)이다. 반응 전 및 반응 후의 JWL 상태방정식은 연소질량분율( $\lambda$ )과 연료소모량( $1 - \lambda$ )을 이용하여 다음과 같이 통합적으로 표현된다.

$$p_{total} = (1 - \lambda) p_{unreacted} + \lambda p_{reacted} \quad (8)$$

화학반응속도는 압력기반의 I&G 모델<sup>(3)</sup>을 사용하여 모사하였다. I&G 모델(Ignition and Growth model)의 질량분율 방정식은 점화와 화염전파에 관계된 식의 합으로 구성되어 있다.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = I(1 - \lambda)^b (\eta - a)^x \quad 0 < \lambda < \lambda_{max} \quad (9)$$

$$+ G(1 - \lambda)^c \lambda^d p^y \quad 0 < \lambda < \lambda_{c_{max}}, \quad \eta = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$$

식 (9)는 고에너지 물질의 충격 점화의 기폭 여부를 결정하는 반응 개시항(ignition term)과 화염 발달로 인한 폭굉으로의 천이를 의미하는 폭발과 성장항(growth term)의 합으로 구성된 반응속도식이다. 여기서  $\lambda$ 는 생성물의 질량 분율(burned mass fraction)로 0과 1 사이의 값을 갖으며 점화

의 진행 정도를 나타내는 척도가 된다.  $I, b, a, x, G, c, d, y$ 는 반응속도식의 미정상수(unknown parameters)이고,  $\rho$ 와  $t, p$ 는 각각 밀도와 시간, 압력을 의미한다. I&G 모델을 구성하고 있는 미정상수들을 결정하는 방법으로 실험에 의해 축적된 표본화(sampling)한 데이터베이스에 대하여 알맞은 곡선을 계산하고 산출해 나가는 곡선 맞춤(curve fitting) 방식이 있다.<sup>(7)</sup>

점화항은 점화 상수(ignition constant,  $I$ )와 연료 소모량, 그리고 압축(compression,  $\eta$ )을 의미하는 밀도비항으로 구성되어 있다. 여기서 압축항( $\eta = \rho/\rho_0 - 1$ )은 고에너지 물질이 외부 요인에 의해 점화가 실제로 개시(initiation)되는 제약조건(constraint)으로 스위치 함수(switch function)의 역할을 한다. 즉, 초기 밀도인  $\rho_0$ 와 현재 상태의 밀도  $\rho$ 가 같은 상태일 때는 압축항 전체가 0이 되어 반응속도 또한 0이 된다. 이는 점화가 일어나지 않은 상태를 의미한다. 반면, 고에너지 물질에 외부로부터 전달되는 압중이나 압력이 가해짐에 따라 국부적 압축이 발생하고 압축항이 0이 아닌 값을 갖게 되면서 반응이 시작된다. 이때 발생된 국부적 압축을 hotspot의 생성(formation) 메커니즘<sup>(8)</sup>으로 설명할 수 있다.

한편, 케이스와 충돌체의 상태 및 압력( $p_s$ )을 기술하기 위하여 식 (10)에 나타난 Mie-Gruneisen 상태방정식<sup>(9)</sup>을 사용하였다. 식 (11)은 각각 기준 압력( $p_H$ )과 기준 에너지( $e_H$ )를 나타낸다.

$$p_s = p_H + \Gamma\rho(e - e_H), \Gamma = \frac{\rho_0\Gamma_0}{\rho} \quad (10)$$

$$p_H = \frac{\rho_0 c_0^2 \mu (1 + \mu)}{[1 - (s - 1)\mu]^2}, e_H = \frac{1}{2} \frac{p_H}{\rho_0} \left( \frac{\mu}{1 + \mu} \right) \quad (11)$$

여기서  $\Gamma_0$ 는 Gruneisen 상수(Gruneisen gamma)를 나타내고,  $c_0$ 는 음속(sound speed)을 의미하며,  $s$ 는 Hugoniot 기울기 계수(Hugoniot slope coefficient)이다. 이와 함께 구조물들의 형상학적 변형을 해석하기 위하여 식 (12)의 Johnson-Cook 강도 모델<sup>(10)</sup> 및 식 (13)의 Von Mises 강도 모델<sup>(11)</sup>을 사용하였다.

$$Y_{JC} = (A_0 + B_0 \epsilon_p^n) (1 + C_0 \ln \dot{\epsilon}_p) \left[ 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right] \quad (12)$$

$$Y_{VM} = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (13)$$

식 (12)는 steel 재질의 케이스와 발사체의 항복 응력(yield stress)  $Y_{JC}$ 를 계산한다. 여기서  $\epsilon_p$ 는 유효 소성 변형(effective plastic strain)을 의미하고,  $\dot{\epsilon}_p$ 는 유효 소성 변형률(effective plastic strain rate)을 나타낸다. 또한  $T_m$ 은 대상 재질의 용융 온도(melting temperature)를 나타내며,  $T_r$ 은 상온(room temperature)이다.  $A_0, B_0, C_0, m, n$ 은 해당 모델을 구성하는 비활성 물질에 따른 모델 파라미터(inert material dependent parameter)이다.

식 (13)은 내부 충전된 폭약 및 추진체의 항복 응력  $Y_{VM}$ 을 계산하는데 사용된다. 여기서  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 는 적용되는 물체의 주응력(principal stress)을 의미한다.

Table 2는 수치해석에 사용된 대상화약의 I&G 모델 상수를 나타낸 것이다. LX-17의 점화 상수( $I$ )와 폭발 상수( $G$ )가 AP 추진체와 비교해 매우 큰 값을 갖는 것은 반응물이 생성물로 변환되는 화학반응속도가 상대적으로 매우 빠름을 의미한다. 고에너지 물질의 압력을 계산하기 위한 JWL 상태방정식의 모델 파라미터는 Table 3과 같다.

**Table 2** Parameters of I&G model for reactive materials

	LX-17	AP-propellant
$\rho_0$ (g/cc)	1.943	1.71322
$I$ ( $\mu\text{s}^{-1}$ )	50	1.10
$a$	0	0
$b$	0.222	0.667
$x$	4.00	4.00
$G$ ( $\mu\text{s}^{-1}\text{Mbar}^{-\gamma}$ )	500	0.20
$c$	0.222	0.667
$d$	0.667	0.111
$y$	3.00	1.00
$\lambda_{I_{\max}}$	0.3	0.04
$\lambda_{G_{\max}}$	1.00	1.00

**Table 3** Parameters of reacted and unreacted JWLEOS for reactive materials

condition	LX-17		AP-propellant	
	Reac.	Unreac.	Reac.	Unreac.
$A$ (GPa)	654.67	77810	799.9	7000
$B$ (GPa)	7.1236	-5.031	8.10	-1.67
$R_1$	4.45	11.30	4.90	10.00
$R_2$	1.2	1.130	1.06	1.00
$\omega$	0.35	0.8939	0.39	0.80

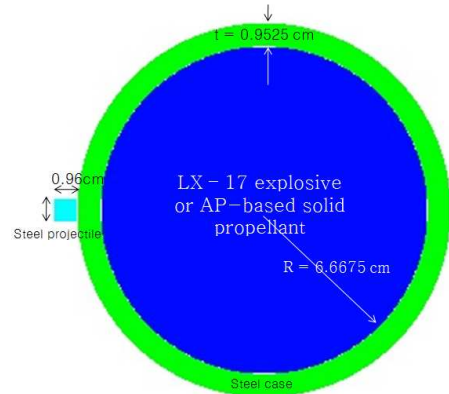
**Table 4** Parameters of Mie-Gruneisen EOS and Johnson-Cook strength model for case and bullet

	Case	Bullet
Material	Steel 4340	
$\rho_0$ (g/cc)	7.83	
$\Gamma_0$	2.17	
$c_0$ (mm/ $\mu$ s)	4.569	
$s$	1.49	
$T_r$ (°K)	293	
$T_m$ (°K)	1793	
$A_0$ (GPa)	5.10	
$B_0$	0.26	
$C_0$	0.014	
$m$	1.03	

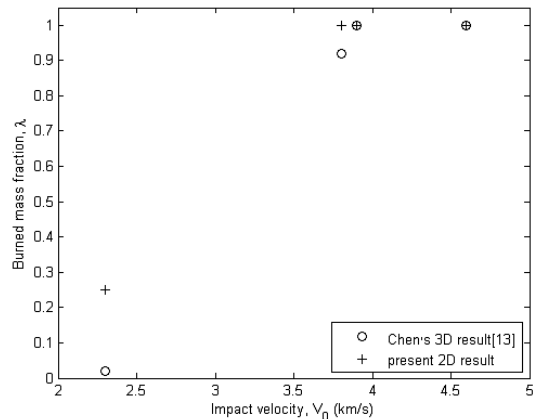
Table 4는 케이스와 총탄에 적용된 Mie-Gruneisen 상태방정식 및 Johnson-Cook 강도 모델의 변수를 나타낸다. 이 때, 케이스와 총탄에는 동일한 재질(steel 4340)을 사용하였으므로 각 변수가 공통적으로 적용된다.

2.2 한계 속도 결정

Figure 3은 steel 재질의 케이스 내부에 충전된 LX-17 폭약 또는 AP 추진제와 이에 충돌하는 총탄을 나타낸 계산영역의 개략도이다. 시뮬레이션을 수행하기에 앞서 케이스를 뚫고 내부에 충전된 고에너지 물질의 점화를 유도할 수 있는 충분한 수준의 한계 충돌 속도(threshold impact velocity)를 결정하기 위해서 2.3 km/s, 3.8 km/s, 3.9 km/s, 4.6 km/s의 총 4가지 속도를 고려하였다. 일반적인 파편 충격의 실험<sup>(12)</sup>에서는 2.5 km/s 전후를 기준으로 발사하지만, Chen 등<sup>(13)</sup>이 수행한 LX-17의 3차원 총탄 충격 연구에서는 충돌 속도 3.8 km/s 이상에서 점화가 개시되었음이 보고된 바 있다.



**Fig. 3** 2 dimensional planar geometry for cased reactive system subject to bullet impact



**Fig. 4** Comparison of 2D and 3D shock initiating simulations for 4 different impact velocities (2.3 km/s, 3.8 km/s, 3.9 km/s, 4.6 km/s)

2차원 면대칭(planar symmetry)을 고려하는 본 연구의 신뢰성을 높이고 검증하는 차원에서 Chen 등의 3차원 결과와 기폭 여부를 비교하였다.

Figure 4는 2차원 환경과 3차원 환경에서 네 가지 다른 발사 속도를 갖는 총탄이 LX-17로 충전된 시스템에 충돌했을 때 기폭여부를 비교하여 나타낸 것이다. 각 충돌속도에 대한 생성물 질량 분율은 3차원과 같은 위치(-6.2, 0) 및 동일 시간(10  $\mu$ s)에서 측정되었다. 해석 결과, 2차원 결과가 3차원보다 높은 생성물 질량 분율을 갖는 것으로 나타났는데 이는 2차원에서는 고려하지 않는 반경방향(radial direction)으로의 반응과 전파의 영향으로 판단된다. 그러나 2D와 3D 해석이 고려된 충돌 속도에서 큰 차이를 보이지 않으며, 특히 기폭 여부에 대한 판단을 할 수 있는 한계 속도 3.9 km/s를 고려하는 경우 두 경우에서 모두 완전 연소 특성을 보이는 것으로 나타나 이를 총탄의 충돌 속도로 고려하였다.

2.3 반응 시스템의 파괴 거동

불활성 물질(inert material)인 케이스는 내부에 충전된 반응성 물질의 폭발 연소시 발생하는 급격한 압력 증가로 인한 팽창력(expansion force)을 받는다. 이는 생성 가스의 부피팽창 및 압력과 전파에 의해 파괴 작용으로 이어지는 케이스의 파편화 거동에 직접적인 영향을 미치는 원인이다. 폭약과 추진제의 가장 큰 차이는 화염의 전파속도에 따라 폭굉 또는 폭연 반응을 보인다는 것인데, 특히 LX-17의 경우 충격파를 동반하는 폭굉 반응이 주요하므로 가스팽창작용 외에도 충격파에 의한 동적 파괴 작용이 함께 수반되기 때문에 물체의 변형이나 파괴가 더욱 극심하게 일어난다.

본 연구에서는 이와 같은 반응 시스템의 파괴 거동을 해석하기 위해서 케이스에 확률적 파손(stochastic failure) 모델을 적용하였다. Mott<sup>(14)</sup>에 의해 제안된 파손 모델은 Mott 파편 생성 분포 함수(Mott distribution probability function)로 식 (14)와 같이 표현된다.

$$P(\epsilon) = 1 - \exp\left[-\frac{C}{\gamma}(e^{\gamma\epsilon} - 1)\right] \quad (14)$$

실제 재료는 미시적 관점에서 크랙과 파손이 발생할 수 있는 내재적 결함을 내포한다. Mott 함수는 재료에 압축, 인장, 전단 등의 하중이 가해졌을 때 파괴에 이르는 변형력인 파괴응력(failure stress)의 분산을 랜덤하게 결정하는 지수 함수이다. Fig. 5는  $\gamma$  값에 따른 균열 발생 확률  $P(\epsilon)$ 의 변화를 나타낸 것이다.

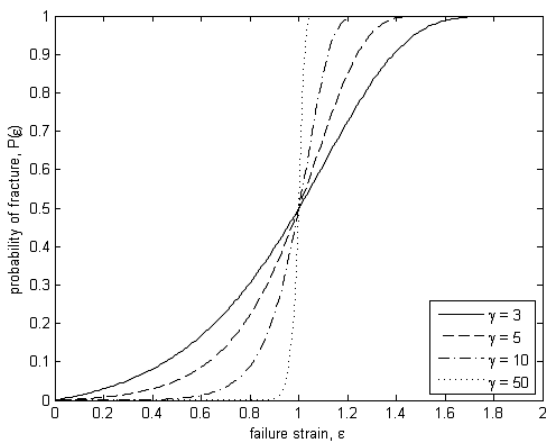


Fig. 5 Mott distribution profiles for varying the values of  $\gamma=3, 5, 10, 50$

여기서  $P(\epsilon)$ 는 균열이 발생할 수 있는 확률(probability of fracture)을 의미하며,  $\epsilon$ 은 변형(strain),  $C$ 와  $\gamma$ 는 재료에 따라 결정되는 상수(material constant)이다. 특히  $\gamma$ 는 물질의 단단한 정도 또는 무른 정도를 나타내는 파라미터인데, 작은 값을 갖을수록 같은 양의 유효 변형에 대해 균열 발생 확률이 점진적으로 증가하기 때문에 물질이 충격을 완만하게 흡수 할 수 있는 잠력을 갖는다고 할 수 있다. 즉, 외부 하중에 의한 변형이 연신으로 나타날 수 있는 여지가 있음을 뜻하며, 이는 물질이 상대적으로 무른 연성의 성질임을 의미한다. 반면,  $\gamma$ 값이 클수록 유효 변형값  $\epsilon = 1$ 을 기준으로 파괴가 발생하지 않거나( $P = 0$ ) 완전 발생하는( $P = 1$ ) 단계 함수의 특성을 갖는데, 수학적으로는 변형에 대한 균열 확률의 변화가  $\epsilon = 1$  전후로 급격한 기울기를 갖기 때문이며, 물리적으로는 재료가 단단한 경성의 성질을 갖고 있음을 뜻한다. 이러한 의미에서 Mott 함수와 파괴응력은 충돌에 의한 변형의 물리적 특성을 효과적으로 대변하는 매개변수라고 할 수 있다.

Figure 6은 수치해석 결과의 현실성을 제고하기 위해 실제 고체 추진제의 형상을 고려한 세 가지 형태의 계산영역을 나타낸 것이다. 해석 결과의 일반화를 위하여 기준 지오메트리와(fully filled) 함께 고체 로켓 모터의 대표적인 형태인 관 모양(hole shape)과 별 모양(star shape)의 내부 디자인을 채택하였다. 케이스의 두께와 충돌체의 크기 등은 Fig. 3과 동일하며, Steel 4340의  $\gamma = 50$ 을 사용하였다.

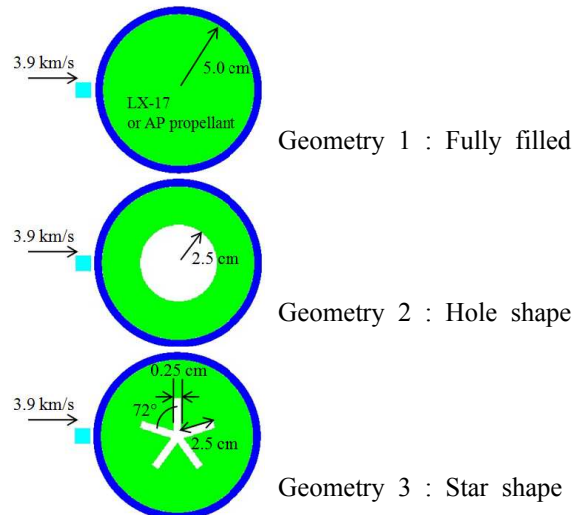
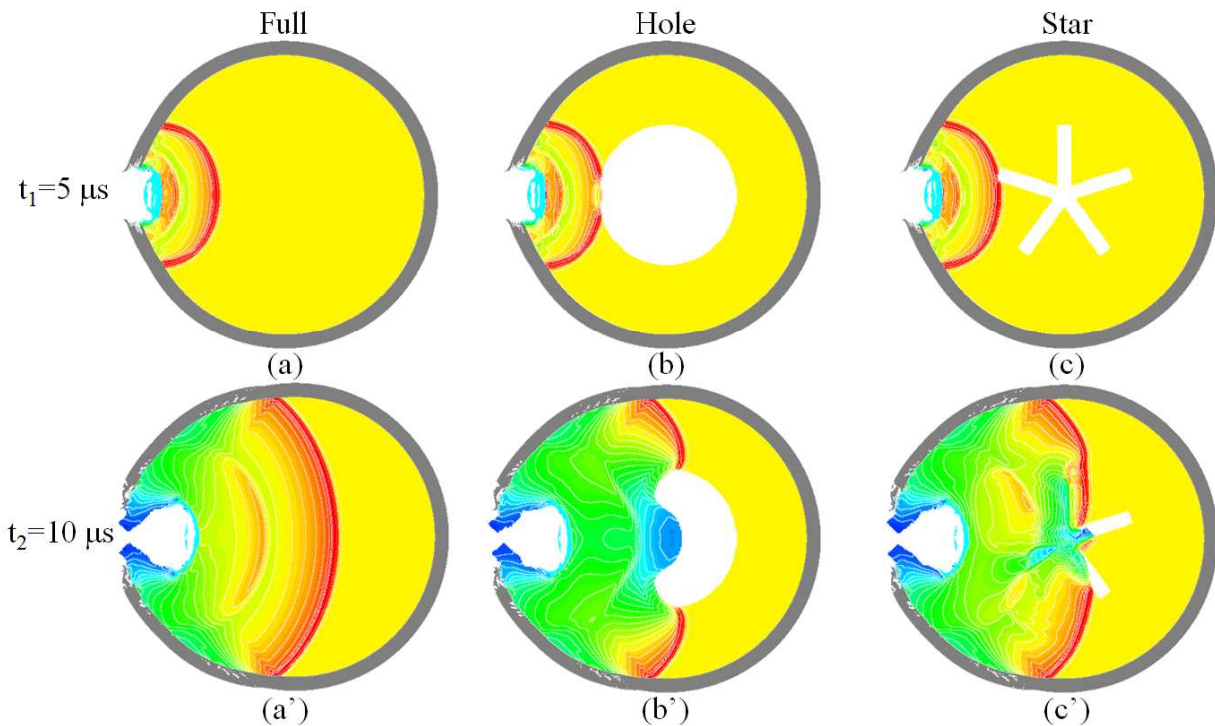
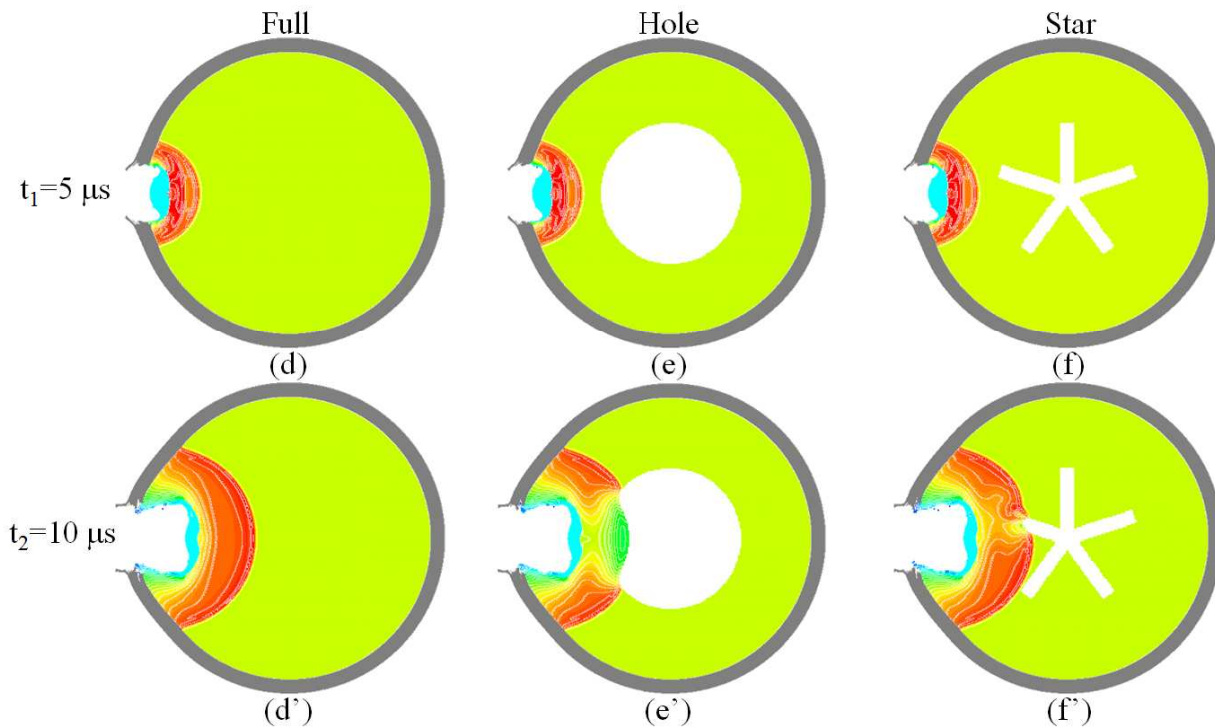


Fig. 6 Geometrical shapes considering internal charge designs of solid propellant



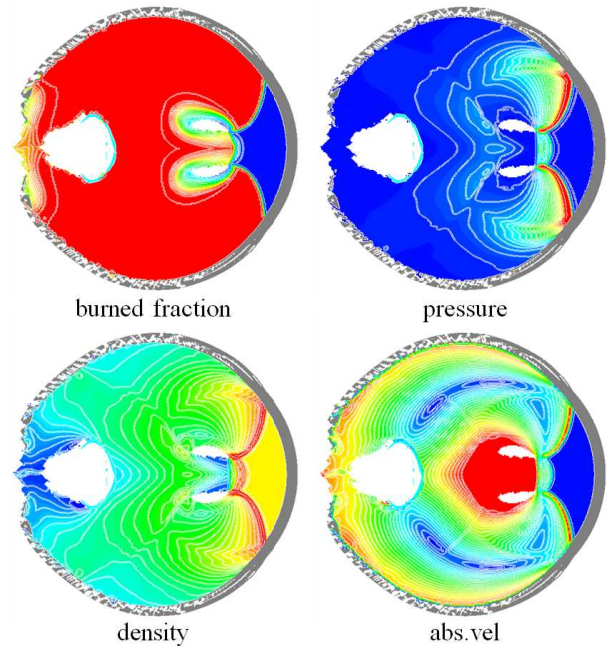
**Fig. 7** Density contours of cased reactive system filled with LX-17 impacted by external bullet stimulus. Their subsequent partially burned sections and propagation of shock wave, along with resultant initiation of fragmentation of steel case are shown with time  $t_1 = 5 \mu s$ ,  $t_2 = 10 \mu s$  for each type of geometry with density range  $0 \sim 2.50 \text{ g/cc}$



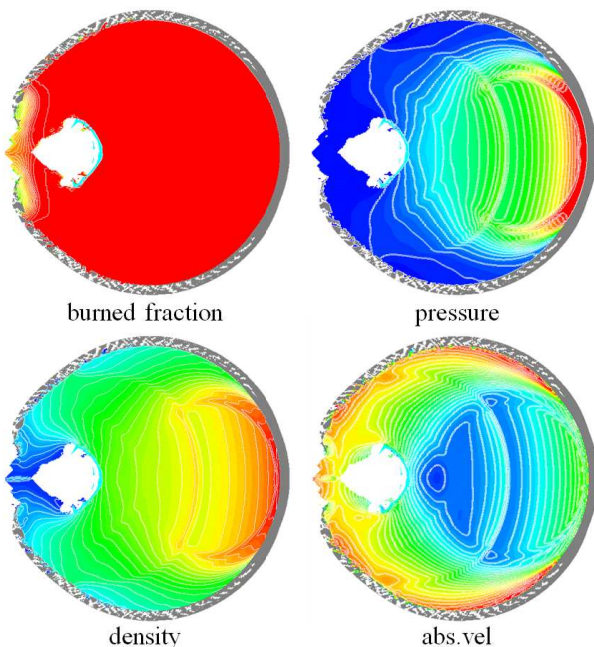
**Fig. 8** Density contours of cased reactive system filled with AP-propellant impacted by external bullet stimulus. Penetration of steel case and their subsequent partially compressed sections are shown with time  $t_1 = 5 \mu s$ ,  $t_2 = 10 \mu s$  for each type of geometry with density range  $0 \sim 2.50 \text{ g/cc}$



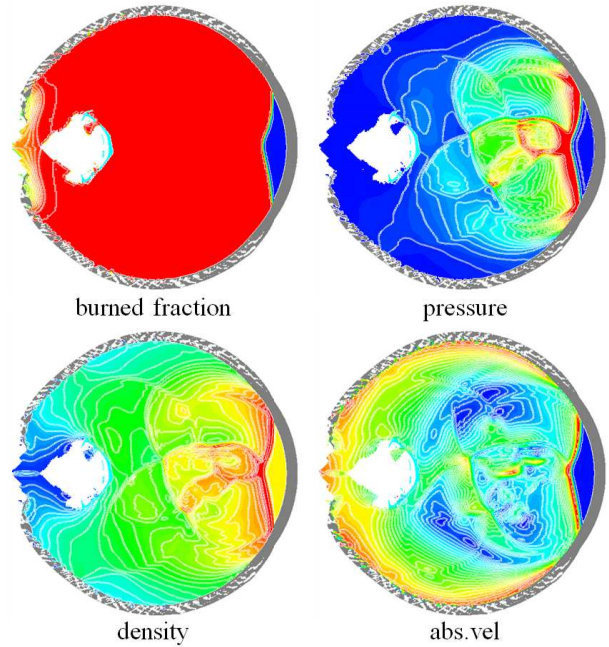
Figure 7과 8은 각각 LX-17과 AP 추진제가 충전된 세 가지 형태의 반응 시스템에 3.9 km/s의 충탄 충격이 가해진 경우 시간에 따라 변화하는 밀도를 나타낸 것이다. LX-17의 초기 밀도는 1.943 g/cc 이고 AP 추진제는 1.71322 g/cc 이다. 두 경우 모두  $t_1 = 5 \mu\text{s}$  까지는 충돌체가 갖는 운동량에 의해 용기가 관통되고 충전된 고에너지 물질에 형상학적 변형이 발생하는 것을 볼 수 있다. LX-17의 경우에는, 충탄 충격에 의해 점화가 개시되어 화학반응이 일어남에 따라 반응파 (reacting wave)가 형성되고 주변으로 전파되면서 폭굉으로 천이되는 현상을 보이는 반면, AP 추진제는 충탄의 축방향 운동량에 의한 국부적 압축이 주요한 메커니즘으로 나타났다.  $t_1 = 5 \mu\text{s}$  동일 시간대 모든 지오메트리 형상에 대해서 LX-17의 폭굉파의 파면(detonation wave front)이 AP 추진제의 파면에 비해 앞서 있는데, 이는 속도를 갖고 전파되는 자활 반응파(self-sustained growth)를 의미하며, 충탄에 의한 단순 압축 작용이 발생하는 AP 추진제의 초기 충돌 반응과 근본적인 차이가 있다.



**Fig. 10** Dynamic response of cased reactive system filled with LX-17 induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu\text{s}$  for geometry 2(hole shape) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~20 GPa, density 0~2.50 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu\text{s}$



**Fig. 9** Dynamic response of cased reactive system filled with LX-17 induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu\text{s}$  for geometry 1(fully filled) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~20 GPa, density 0~2.50 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu\text{s}$

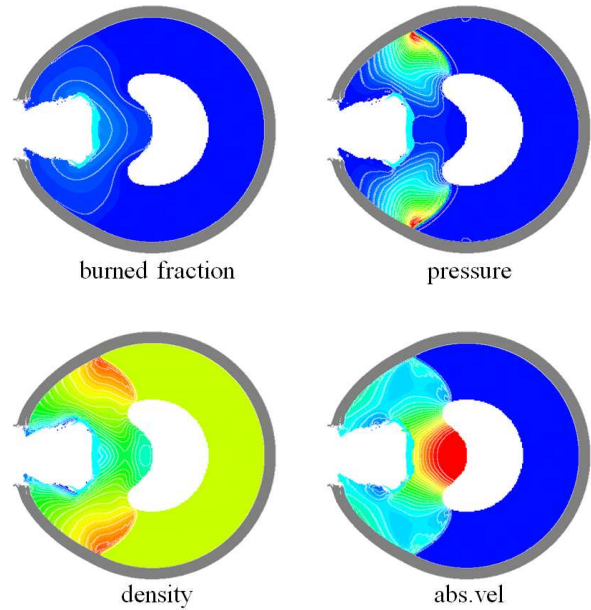


**Fig. 11** Dynamic response of cased reactive system filled with LX-17 induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu\text{s}$  for geometry 3(star shape) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~20 GPa, density 0~2.50 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu\text{s}$

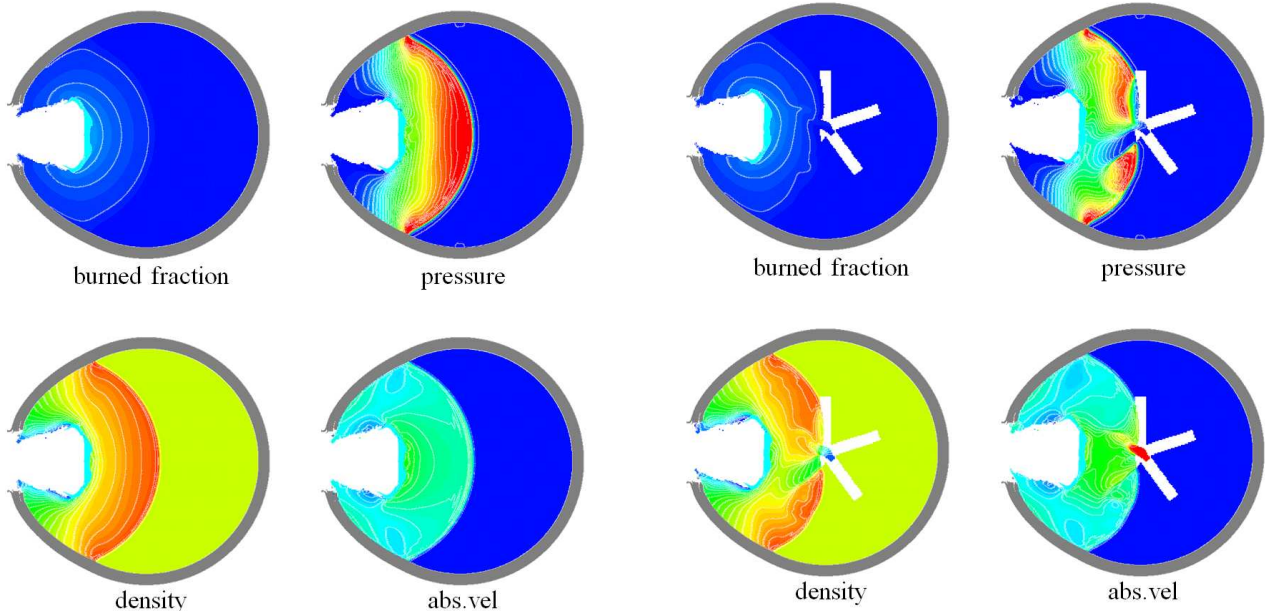
이러한 현상은 시간이 지남에 따라 더욱 극명하게 나타나는데,  $t_2 = 10 \mu s$ 에서 LX-17을 통과하는 반응파와 AP 추진제 내부의 파면간 거리가 모든 지오메트리에 대해서 더욱 벌어지는 양상으로 나타나고 있다.

특히 관 모양에서는 중앙의 빈 공간(void)를 빙 둘러서 돌아 들어가는 두 방향 파동이 흥미로운데, 이는 고에너지 물질의 화학반응이 반응파 전파의 에너지원이기 때문에 발생하는 현상이다. 따라서 가장 복잡한 형태의 빈 공간을 갖는 별 모양의 지오메트리에서는 파동 전파의 속도와 방향이 변칙적으로 나타남을 볼 수 있다. 이와는 대조적으로 AP 추진제가 충전된 반응 시스템은 가해진 충동에 의한 화학반응이 거의 발생하지 않아 반응파가 전파되지 않으며, 따라서 LX-17이 충전된 반응 시스템에 비해 상대적으로 안정적인 모습을 보인다.

Figure 9, 10, 11은 LX-17이 충전된 반응 시스템의  $t_3 = 15 \mu s$ 에서의 최종 파괴 거동을 생성물 질량 분율, 압력, 밀도, 절대속도에 대해서 지오메트리 별로 나타낸 것이다.



**Fig. 13** Dynamic response of cased reactive system filled with AP-propellant induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu s$  for geometry 2(hole shape) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~4.0 GPa, density 0~2.5 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu s$



**Fig. 12** Dynamic response of cased reactive system filled with AP-propellant induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu s$  for geometry 1(fully filled) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~4.0 GPa, density 0~2.5 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu s$

**Fig. 14** Dynamic response of cased reactive system filled with AP-propellant induced by external bullet impact at  $t_3 = 15 \mu s$  for geometry 3(star shape) with range of burned fraction 0~1, pressure 0~4.0 GPa, density 0~2.5 g/cc, abs. vel 0~0.25 cm/ $\mu s$

계산 결과를 살펴보면, 먼저 생성물 질량 분율이 기준 지오메트리(fully filled)  $t_3 = 15 \mu s$ 에서 전 영역에 대해 1의 값을 갖는 것을 볼 수 있는데, 이는 대부분의 LX-17이 반응물(reactant)에서 생성물(product)로 천이되었음을 의미한다. 즉, 총탄 충격에 의해 화학반응이 개시되고 자활 반응파가 전파됨에 따라 폭굉으로 천이되면서 고에너지 물질의 화학적 엔탈피가 압력과 온도, 밀도를 상승시키는 에너지로 전환된 것이다. 화학반응에 의한 에너지 방출과 폭굉과 전파 현상은 함께 나타난 압력과 밀도 그림에서도 확인할 수 있다. 또한 내부 압력이 증가함에 따라 바깥쪽으로 작용하는 힘에 의해 케이스 가장자리 부분에서 연소가스의 팽창속도가 가장 빠르게 나타나고 있으며, 이에 따라 용기가 인장되어 파편으로 발생하고 있다. 이러한 현상은 관 모양과 별 모양에서도 공통적으로 관찰되어지는데, 지오메트리의 복잡성이 증가함에 따라 내부에서 전파되는 폭굉파의 거동 또한 다양한 형태로 발달하는 것을 확인할 수 있다. 관 모양에서는 폭굉파가 에너지 물질 내부에 뚫린 빈 공간 영역에 도달하게 되면 급격한 압력 감소를 가져와 전파 속도가 느려지는데, 빈 공간을 둘러 양 옆의 고에너지 물질을 따라 돌아가는 폭굉파가 끝단에 도달하게 될 때 서로 중첩되면서 압력의 국부적 상승이 일어난다. 또한, 별 모양의 형상을 갖는 경우에는 지오메트리의 복잡한 형상학적 구조에 따라 여러 방향으로 전파되는 반응파의 중첩이 발생한다. 내부의 빈 공간 영역은 반응파의 전파속도를 늦추고 진행방향을 바꾸는 역할을 하기 때문에 파동 간 중첩에 의한 압력의 상승을 야기한다.

한편, Fig. 12, 13, 14에 나타난 AP 추진제가 충전된 반응 시스템의  $t_3 = 15 \mu s$ 에서의 파괴 거동은 모든 지오메트리에 대해 LX-17 대비 단순한 패턴을 보인다. 이러한 차이는 화학반응의 여부에 따른 것으로서 LX-17의 경우에는 총탄 충격을 받은 직후 완전연소 되면서 폭굉으로 천이되는 반면, 고체 추진제의 경우에는 총탄이 형상학적 손상을 입혔음에도 불구하고 매우 느린 화학반응 속도로 인해 반응이 거의 일어나지 않았다. 즉, 동일한 강도의 충격에 대해 LX-17이 충전되어 있는 경우에는  $15 \mu s$ 에서 외부 케이스가 완전 파편화 되는 거동을 보였고, AP 고체 추진제가 충전된 반응 시스템의 경우에는 완전연소가 일어나

지 않은 상태에서  $\lambda \approx 0.2$  정도의 반응이 진행되었으며, 이에 따라 총탄이 갖는 운동에너지는 케이스를 관통하고 고에너지 물질을 압축시키는데 작용하였다.

결과적으로 시스템의 파괴 거동은 내부 충전된 고에너지 물질의 화학반응의 격렬한 정도에 따라 결정된다고 할 수 있다. 분해시 매우 짧은 시간에 다량의 열과 가스가 발생하고 급격한 압력 상승이 동반되며, 반응파 전파에 의한 폭굉으로의 천이 현상 등이 물체의 변형이나 파괴를 야기하는 원인이다.

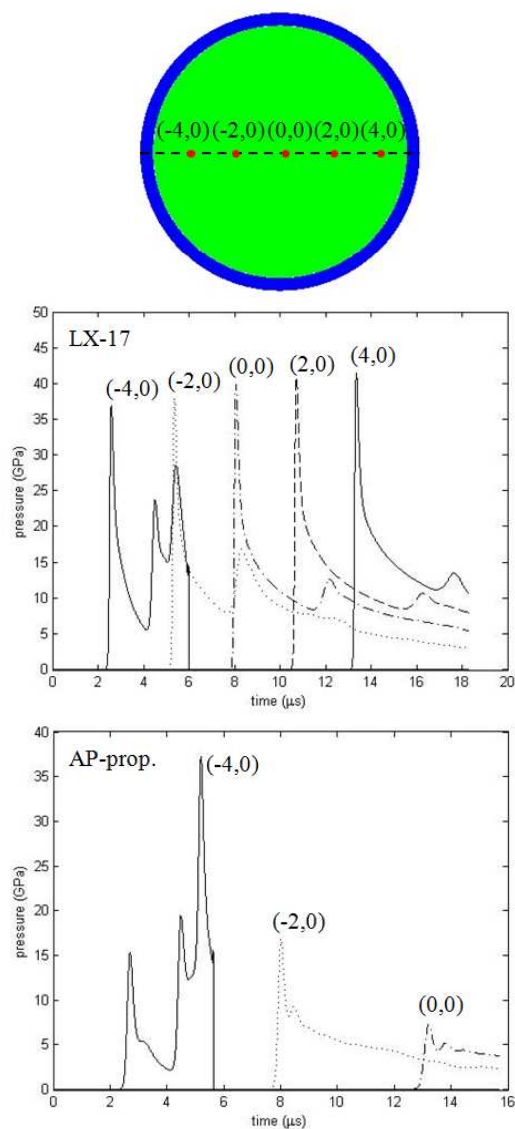
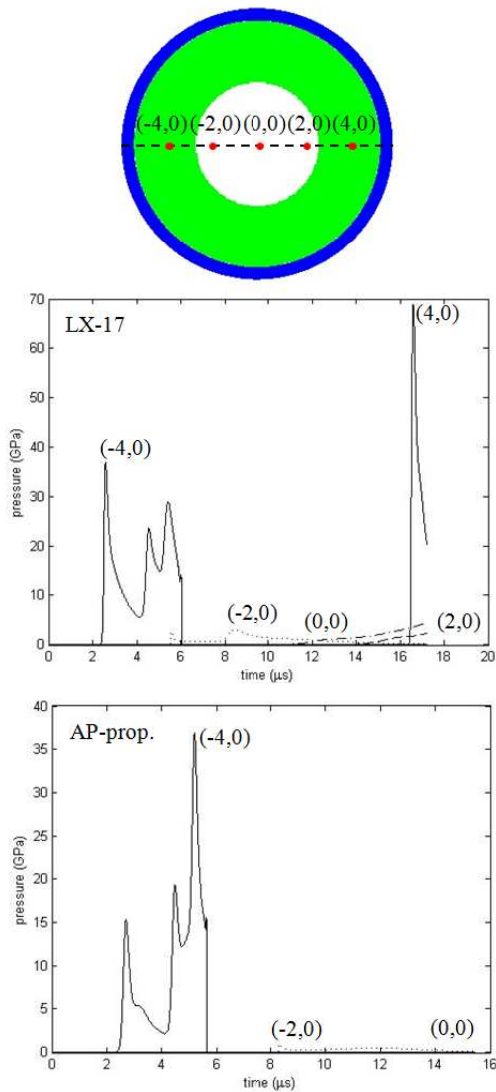


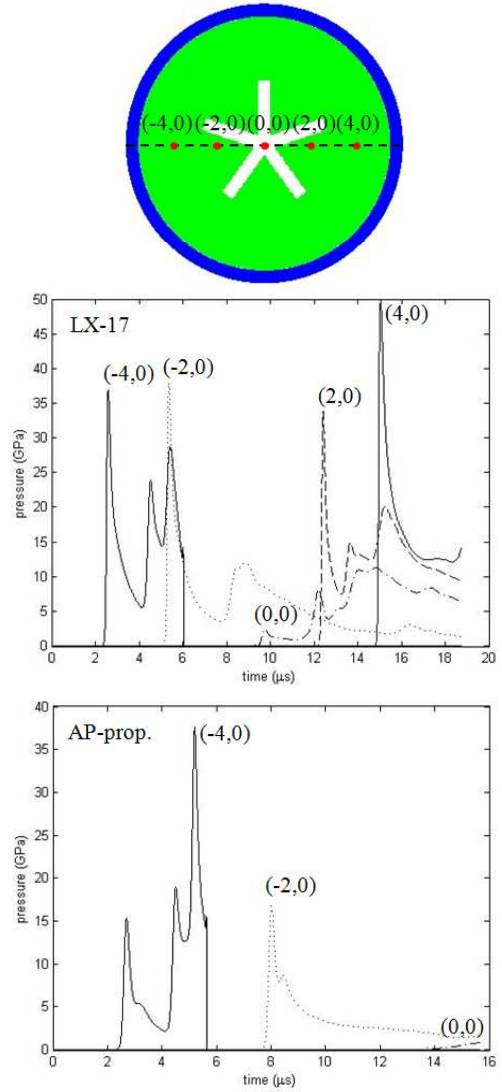
Fig. 15 Time trace of pressure profiles at several locations in geometry 1(fully filled) of LX-17(upper) and AP-propellant(lower)



**Fig. 16** Time trace of pressure profiles at several locations in geometry 2(hole shape) of LX-17(upper) and AP-propellant(lower)

Figure 15, 16, 17은 각 지오메트리에 따라 중심선(centerline)에서 등간격으로 분포된  $(x,y) = \{(-4,0), (-2,0), (0,0), (2,0), (4,0)\}$  총 다섯 지점에서 시간에 따라 측정된 압력 분포(pressure profile)를 나타낸 것이다.

먼저 LX-17이 충전된 기준 지오메트리(fully filled) 형상에서는 최대 압력이 선형적으로 증가하면서 반응파가 일정하게 전파되는 모습을 볼 수 있다. 폭굉 파면이  $(x,y) = (4,0)$  지점을 통과하는데 걸리는 시간은 약  $13 \mu s$ 로, 관 모양에서  $16.5 \mu s$ , 별 모양에서  $15 \mu s$ 와 비교했을 때 가장 빠르다. 이는 반응파 전파 경로에서 전진에 방해가 되는 장애물이 없기 때문이다.



**Fig. 17** Time trace of pressure profiles at several locations in geometry 3(star shape) of LX-17(upper) and AP-propellant(lower)

또한, 관 모양에서의 반응파가 중앙에 빈 공간으로 전진하여 에너지 물질로부터 이탈하면서 압력이 급감하지만 양 옆으로 돌아 들어간 반응파가 중첩되는  $(x,y) = (4,0)$  지점에서  $70 \text{ GPa}$ 에 이르는 압력 상승을 보였다. 별 모양의 경우에는 빈 공간에 위치한 지점에서 압력이 감소되었다가 에너지 물질을 통과하면서 다시 회복되는 압력파의 전파가 관찰되었는데, 여기서는 최대 압력이 약  $50 \text{ GPa}$ 로 계산되었다.

AP 고체 추진제가 충전된 반응 시스템에서의 압력 분포는 LX-17과는 달리 충격에 대해 둔감하기 때문에 화학반응에 의한 내부 압력 상승은 일어나지 않았고 초기 총탄 충동에 의한 국부적 압

축만이 관찰되었으며, 이후 세 가지 시스템에 대해 지속적으로 압력이 감소하는 동일한 거동을 보였다.

따라서 LX-17 폭약이 충전된 반응 시스템은 3.9 km/s의 총탄 충격에 대해 폭굉으로 천이되는 SDT 거동을 보였으나, AP 고체 추진제는 동일한 충격 하에서 둔감한 반응 특성을 지니는 것으로 확인되었다. LX-17이 충전된 기준 지오메트리 (fully filled)에서는 선형적으로 전파되는 압력파가 관찰되었으나, 관 모양(hole shape)과 별 모양(star shape)과 같이 복잡한 내부 구조를 갖는 경우에는 압력파가 겹쳐지거나 가중되는 현상이 발생하였다. 관 모양에서는 두 방향으로 나누어 전진한 압력파가 끝단에서 중첩되면서 최대 압력(von Neumann spike)이 세 지오메트리 중 가장 높게 나타났다. 별 모양에서는 형상학적 구조에 의하여 여러 방향으로 분산된 파동의 상호작용(interaction)이 관찰되었다. AP 추진제가 충전된 반응 시스템은 총탄이 갖는 운동에너지에 의한 케이스의 관통과 고에너지 물질의 압축 변형이 주요 메커니즘으로 작용하였으며, 충격 하중에 대해 화학적으로 매우 안정한 특성을 보였다. 본 연구에서 도출한 전산 결과의 신뢰성을 확보하기 위하여 향후 실험 데이터와의 정량적 비교가 필요할 것으로 생각된다.

### 3. 결론

총탄 충격에 대한 반응성 물질의 파괴 거동을 I&G 모델이 적용된 수치적 방법으로 해석하였다. LX-17 폭약은 총탄 충격에 대해 폭굉으로 천이되는 SDT 거동을 보였으나, AP 추진제는 상대적으로 둔감한 반응 특성을 지니는 것으로 확인되었다. 따라서 대상 AP 추진제는 외부 총탄 충격에 대하여 기폭 가능성이 낮아 안정성을 확보하였다고 판단된다. 또한 일반적으로 폭굉 반응에서만 제한적으로 적용 가능하다고 알려진 I&G 모델을 SDT 현상에 둔감한 특성을 지닌 추진제에 적용하여 기폭 여부를 판단 및 규명하였다는 것에 본 연구의 의의가 있다고 생각된다.

케이스의 재질과 두께, 그리고 고에너지 물질을 구성하는 조성과 함량을 조절함으로써 폭발효과 및 안정성에 대한 정보를 획득하는 것은 무기체계를 설계하는 데 있어서 매우 중요한 역할을 할 수 있을 것으로 생각된다.

### 후 기

본 연구는 고압충격 폭발현상 해석기법 특화연구실과 ADD 위탁과제의 지원을 받아 수행된 것이며, 지원에 대하여 감사드립니다.

### 참고문헌 (References)

- (1) Jones, D. A., 2008, "Expedited Transition of Propulsion Modeling and Simulation Capability," W9113M-08-C-0019, pp. 2-1~4-10.
- (2) Defisher, S., Pfau, D. and Dyka, C., 2010, "Insensitive Munitions Modeling Improvement Efforts," *Insensitive Munitions & Energetic Materials Technology Symposium*, No. 0704-0188, pp. 1~11.
- (3) Lee, E. L. and Tarver, C. M., 1980, "Phenomenological Model of Shock Initiation in Heterogeneous Explosives," *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 12, pp. 2362~2372.
- (4) Tarver, C. M., Urtiew, P. A. and Tao, W. C., 1996, "Shock Initiation of a Heated Ammonium Perchlorate-Based Propellant," *Combustion and Flame*, Vol. 105, pp. 123~131.
- (5) Lu, J. P., 2001, "Evaluation of the Thermochemical Code - CHEETAH 2.0 for Modelling Explosives Performance," DSTO-TR-1199, pp. 1~25.
- (6) Lee, E. L., Hornig, H. C. and Kury, J. W., 1968, "Adiabatic Expansion of High Explosive Detonation Products," UCRL-50422, pp. 1~21.
- (7) Kim, B. and Yoh, J., 2012, "A Study on Development of Reaction Rate Equation for Reactive Flow Simulation in Energetic Materials," *Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 16, No. 5, pp. 47~57.
- (8) Kim, B. and Park, J. and Yoh, J., 2013, "A Pressure-Based Detonation Rate Model for Shock to Detonation Transition of Energetic Materials," *24th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems*, 2013 ICDERS-155, pp. 1~6.
- (9) Guilkey, J. E., Harman, T. B. and Banerjee, B., 2007, "An Eulerian-Lagrangian Approach for Simulating Explosions of Energetic Devices," *Computers and Structures*, Vol. 85, No. 11, pp.

- 660~674.
- (10) Johnson, G. R. and Cook, W. H., 1985, "Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 1, pp. 31~48.
- (11) Ugrčić, M., 2013, "Numerical Simulation of the Fragmentation Process of High Explosive Projectiles," *Scientific Technical Review*, Vol. 63, No. 2, pp. 47~57.
- (12) Barrington, L. M., 1994, "Full Scale Insensitive Munitions Testing of the RAN 5"/54 Cartridge Case," DSTO-TR-0097, AR-008-967, pp. 1~33.
- (13) Chen, J. K., Ching, H. K. and Allahdadi, F. A., 2007, "Shock-Induced Detonation of High Explosives by High Velocity Impact," *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 2, No. 9, pp. 1701~1721.
- (14) Mott, N. F., 1947, "Fragmentation of Shell Cases," *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 189, No. 1018, pp. 300~308.