

## 조압연 공정의 판 폭 퍼짐 예측 모델 - Part II : 평판에의 적용

이동훈<sup>1</sup> · 이경보<sup>1</sup> · 황상무<sup>#</sup>

### A New Model for Predicting Width Spread in a Roughing Mill - Part II: Application to Flat Rolling

D. H. Lee, K. B. Lee, S. M. Hwang

(Received October 7, 2013 / Revised January 14, 2013 / Accepted March 4, 2014)

#### Abstract

Precision control of the slab is crucial for product quality and production economy in hot strip mills. The current study presents a new model for predicting width spread of a slab with a rectangular cross section during roughing. The model is developed on the basis of the extremum principle for a rigid plastic material and a three dimensional admissible velocity field. This model incorporates the effect of process variables such as the shape factor and the ratio of width to thickness. We compare the results of this model to 3-D finite element (FE) process simulations and also to results from a previous study.

**Key Words** : Width Spread, Roughing Mill, Extremum Principle, Admissible Velocity Field, Finite Element Method, Flat Rolling, Dog-bone Model

## 1. 서론

열간 압연은 슬라브(slab)를 가열로에서 가열하여 조압연과 사상압연을 통해 원하는 폭과 두께로 압연하여 코일(coil) 형태의 최종 제품을 생산하는 공정이다. 그 중 조압연은 마무리 압연에서의 목표 관형상을 얻기 위해 슬라브를 중간 크기의 두께와 폭을 가지는 바(bar)로 가공하는 열간 압연의 중간 공정이다.

근래 실수율 향상과 자원 절감 차원에서 폭 정밀도의 향상이 요구되고, 특히 조압연에서의 정확한 폭퍼짐 예측에 관한 관심이 높아지고 있다. 조압연 pass schedule 에 따르면 도그 본(dog-bone) 형상 뿐만 아니라 평판 압연도 행해지므로 평판에 대한 폭 퍼짐 예측 또한 필수적이다. 과거 여러 연구자들에 의해 폭 퍼짐에 관한 모델이 제안되었으나 대부분 경

험에 의한 실험식이었다[1~6]. 다른 접근 방법으로 Oh and Kobayashi 모델[7]은 가용 속도장(admissible velocity field)을 이용하여 경계치 문제를 푸는 것으로 근사해를 구하였다[8].

본 연구에서는 extremum principle 을 기초로 하여 근사해를 구하기 위해 새로운 가용 속도장을 적용하였다. 제시된 폭 퍼짐 예측모델로부터 얻은 결과는 3 차원 비정상상태 유한요소해석(FE simulation)을 이용해 검증하였다.

## 2. 폭 퍼짐 예측 모델 수식화

### 2.1 Extremum principle

Part I에서 소개한 대로 소성 변형이 일어나는 소재에 대하여 extremum principle을 적용하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

1. 포항공과대학교 기계공학과

# Corresponding Author : Department of Mechanical Engineering, POSTECH,  
E-mail:smhwang@postech.ac.kr

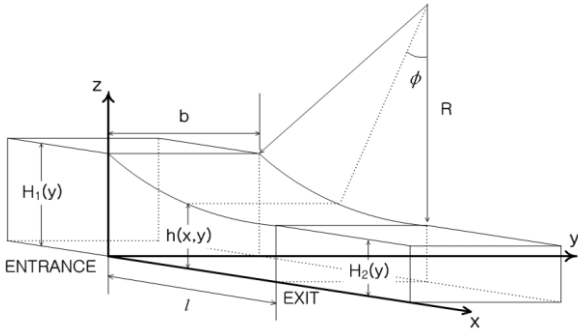


Fig. 1 Definition sketch of flat rolling. Only a quadrant of the rolling geometry is shown

$$\Phi(\vec{V}^*) = \int_{\Omega} \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}^* d\Omega + \int_{\Gamma_c} \lambda \left| \vec{V}^* - \vec{V}_R \right| d\Gamma + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\Gamma_{is}} k' \left| \Delta \vec{V}^* \right| d\Gamma \quad (1)$$

여기서  $\bar{\sigma}$ 는 소재의 유동 응력,  $\dot{\varepsilon}^*$ 는 유효 변형률 속도,  $\vec{V}_R$ 은 롤 속도이다. 또한  $\lambda$ 는 롤과 판의 접촉면에 작용하는 마찰 응력이고  $k'$ 는 최대 전단 응력으로  $k' = \bar{\sigma} / \sqrt{3}$ 으로 나타낼 수 있다. Extremum principle에 의해 적용 가능한 여러 가용 속도장 (admissible velocity field)  $\vec{V}^*$  가운데 실제 속도장  $\vec{V}$ 가 위의 식을 최소화한다. Fig. 1에 압연되는 소재의 기하학적인 개략도를 나타내었다.

식 (1)의 우변의 항들은 각각 소성 변형에 의한 에너지, 마찰에 의한 에너지, 속도 불연속에 의해 발생하는 에너지를 의미하며 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\int_{\Omega} \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}^* d\Omega = \int_0^l \int_0^b \int_0^{h(x,y)} \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}^* dz dy dx \quad (2)$$

$$\int_{\Gamma_c} \lambda \left| \vec{V}^* - \vec{V}_R \right| d\Gamma = \int_0^l \int_0^b \mu \sigma_n \frac{\sqrt{(V_x^* \cos \phi - V_z^* \sin \phi - V_R)^2 + (V_y^*)^2}}{\cos \phi} dy dx \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \int_{\Gamma_{is}} k' \left| \Delta \vec{V}^* \right| d\Gamma = \int_0^b \int_0^{H_1(y)} k' \sqrt{(V_y^*)^2 + (V_z^*)^2} dz dy \Big|_{x=0} + \int_0^b \int_0^{H_2(y)} k' \sqrt{(V_y^*)^2 + (V_z^*)^2} dz dy \Big|_{x=l} \quad (4)$$

## 2.2 가용 속도장

Part I과 같이 속도장을 정의하면 다음과 같다. 본 논문에서  $x$ 는 압연 진행 방향,  $y$ 는 폭방향,  $z$ 는 소재의 두께 방향을 의미한다.

$$V_x^*(x, y) = V_0 \frac{H_1(y)}{h(x, y)} \left( 1 - \frac{dw}{dy} \right) \quad (5)$$

$$V_y^*(x, y) = V_0 \frac{H_1(y)}{h(x, y)} \left( 1 - \frac{dw}{dy} \right) \frac{dw}{dx} \quad (6)$$

$$V_z^* = \left[ \begin{array}{l} -V_0 \left( 1 - \frac{dw}{dy} \right) \left\{ \frac{d}{dx} \left( \frac{H_1(y)}{h(x, y)} \right) + \frac{d}{dy} \left( \frac{H_1(y)}{h(x, y)} \right) \frac{dw}{dx} \right\} \\ + V_0 \frac{H_1(y)}{h(x, y)} \left( \frac{d^2 w}{dy^2} \frac{dw}{dx} + \frac{d^2 w}{dx dy} \frac{dw}{dy} \right) \end{array} \right] z \quad (7)$$

## 2.3 평판 적용 모델

직사각 단면을 가진 슬라브를 평평한 프로파일을 가지는 롤로 압연한다고 할 때 입측 두께  $H_1(y) = H_1$ 이며, 압연 중인 소재의 두께  $h(x, y)$ 는 계산의 편의를 위해 다음과 같이 2차식으로 근사화 하여 나타내었다.  $H_2$ 는 출측 두께이다.

$$h(x, y) = h(x) = \frac{H_1 - H_2}{l^2} (x - l)^2 + H_2 \quad (8)$$

소성 변형이 bite zone에서만 발생한다고 가정할 때, 가용 속도장의 필수 조건으로 롤의 입측과 출측에서 길이 방향 속도  $V_x^*(x, y)$ 는 일정한 상수 값을 가져야 한다. 이 조건을 식 (5)에 적용하면 폭 방향 변위 (lateral displacement)  $w(x, y)$ 가 만족해야 할 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0, \text{ at } x = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \text{const}, \text{ at } x = l \quad (10)$$

또 다른 경계 조건으로  $x=0$ 에서  $w(x, y) = 0$ 이 되어야 한다.

유한요소 해석을 분석한 결과, 폭 방향 변위의 폭 방향 ( $y$  방향) 분포는 거의 선형에 가까웠다. 이러한 관점에서 폭 방향 변위 모델을 다음과 같이 선택한다.

$$w(x, y) = \alpha_1 \frac{y}{b^2} P(x) \quad (11)$$

여기서  $\alpha_1$  은 무차원 변수이다. 식 (11)에서 압연 진행 방향의 폭 퍼짐 형상에 대한 함수  $P(x)$ 를 선정할 때 Part I에서 유도한  $Q(x)$ 도 고려하였다. 이때  $w(x, y)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, y) = \alpha_1 \frac{y}{b^2} \cdot Q(x) \quad (12)$$

$$Q(x) = \frac{8\{H_1 - H_2\}}{l^2} \cdot \frac{1}{\left\{\frac{1}{3}H_1 + \frac{2}{3}H_2\right\}^2} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{K_1}{6} \{(x-l)^6 - l^6\} + \frac{K_2}{5} \{(x-l)^5 + l^5\} \\ + \frac{K_3}{4} \{(x-l)^4 - l^4\} + \frac{K_4}{3} \{(x-l)^3 + l^3\} \end{array} \right] \quad (13)$$

$$K_1 = \frac{H_1 - H_2}{3l^2} \quad (14)$$

$$K_2 = \frac{H_1 - H_2}{3l} \quad (15)$$

$$K_3 = H_2 / 3 \quad (16)$$

$$K_4 = H_2 l / 3 \quad (17)$$

식 (12)와 식(5) ~ (7)을 이용하여 식 (1)을 최소화하는  $\alpha_1$  을 찾아 폭 퍼짐을 예측할 수 있다. Table 1에 요약된 공정 조건들에 대하여 식 (12)를 이용하여 얻은 폭 퍼짐 예측치와 유한요소 해석을 실행하여 비교한 결과를 Fig. 2에 나타내었다.

Fig. 2에서 볼 수 있듯 유한요소 해석과 식(12) ~ (17)을 이용한 폭 퍼짐 모델은 잘 일치하지 않았고  $Q(x)$ 가  $P(x)$ 에 대해 올바른 선택이 아니라고 결론 내릴 수 있다. 따라서 bite zone에서 압연 진행 방향에 따라 폭 방향 변위의 변화를 정확하게 표현할 수 있는  $P(x)$ 를 찾을 필요가 있다.

유한요소 해석의 결과를 분석하여, 압연 진행 방향의 폭 퍼짐 형상에 관한 함수  $P(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$P(x) = b^2 \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{c}{l} x - \frac{c}{2} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{c}{2} \right) \right\} \quad (18)$$

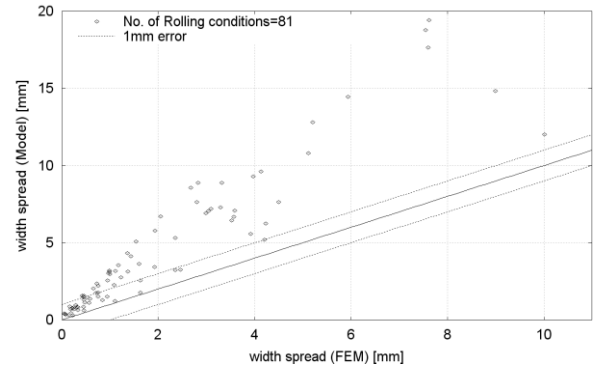


Fig. 2 Width spread for the problem of a rectangular inlet cross section. Comparison between predictions from the present model ( $P(x) = Q(x)$ ) and those from FEM

여기서  $c$ 는 무차원 변수로 압연 형상에 관계되는 무차원의 공정 변수(process variables)들로 이루어진 함수 형태로 나타낼 수 있다.

$$c = c(r, s, \gamma) \quad (19)$$

각각의 공정 변수는 다음과 같이 정의한다.

$$r = \frac{H_1 - H_2}{H_2} \quad (20)$$

$$s = \frac{2l}{H_1 + H_2} \quad (21)$$

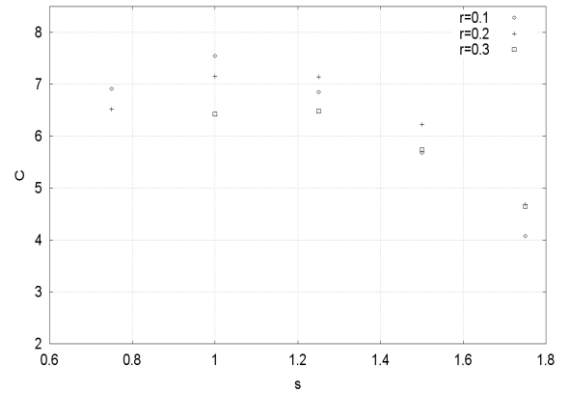
$$\gamma = \frac{b}{H_1} \quad (22)$$

Fig. 3에는  $s$ 와  $r$ 의  $c$ 에 대한 경향성을 나타낸 것이다. 유한요소 해석으로부터 예측한 폭 퍼짐과 일치하는  $c$ 값을 찾고  $s$ ,  $r$ 과  $\gamma$ 의 경향성을 파악한 결과  $s$ 와  $\gamma$ 에 비해  $r$ 이 미치는 영향은 미미하였다.  $r$ 을 제외한 나머지 변수들은 3차 다항식을 선택하여 최소제곱 회귀 분석(least square regression)을 통해 다음과 같은 식을 구하였다.

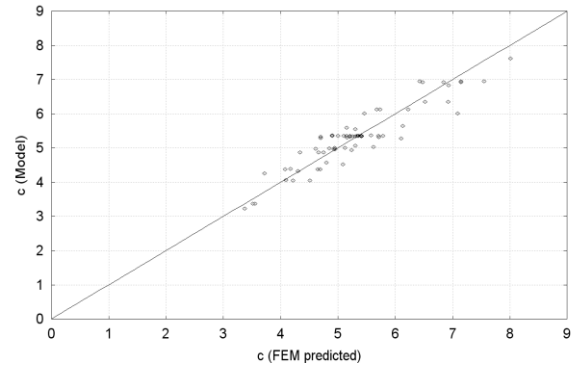
$$c = 1.4454 - 0.0222\gamma + 12.9112s + 0.0993\gamma^2 - 1.9367s \cdot \gamma - 2.6792s^2 - 0.0010\gamma^3 - 0.0269s \cdot \gamma^2 + 0.8671s^2 \cdot \gamma - 1.7547s^3 \quad (23)$$

**Table 1 Rolling conditions for the problem of rectangular inlet cross sections.  $R = 600\text{mm}$ ,  $V_R = 1666.7\text{mm/sec}$ ,  $\mu = 0.3$ . Regarding the flow stress and Young's modulus of the slab material,  $\bar{\sigma} = 0.2\text{kN/mm}^2$ ,  $E = 200\text{kN/mm}^2$ . Total number of sets = 81**

$2H_1$ [mm]	$2H_2$ [mm]	$2b$ [mm]	$2H_1$ [mm]	$2H_2$ [mm]	$2b$ [mm]
21.71	19.54	75.98	118.19	106.37	945.52
21.71	19.54	173.67	118.19	106.37	1595.57
21.71	19.54	293.06	128.0	115.2	1000.0
29.55	26.59	103.42	128.0	115.2	700.0
29.55	26.59	236.38	128.0	102.4	1000.0
29.55	26.59	398.89	128.0	102.4	700.0
42.55	38.29	148.92	128.0	89.6	1000.0
42.55	38.29	340.39	128.0	89.6	700.0
42.55	38.29	574.4	148.15	118.52	518.52
48.37	38.7	169.31	148.15	118.52	1185.19
48.37	38.7	387.0	148.15	118.52	2000.0
48.37	38.7	653.06	159.45	111.61	558.06
50.0	35.0	1000.0	159.45	111.61	1275.57
65.84	52.67	230.45	159.45	111.61	2152.53
65.84	52.67	526.75	160.0	144.0	1300.0
65.84	52.67	888.89	160.0	144.0	1000.0
66.48	59.83	232.69	160.0	144.0	700.0
66.48	59.83	531.86	160.0	128.0	1600.0
66.48	59.83	897.51	160.0	128.0	1300.0
75.0	67.5	1000.0	160.0	128.0	1000.0
75.0	60.0	1000.0	160.0	128.0	700.0
75.0	52.5	1000.0	160.0	112.0	1600.0
80.0	72.0	700.0	160.0	112.0	1300.0
80.0	64.0	1600.0	160.0	112.0	1000.0
80.0	64.0	700.0	160.0	112.0	700.0
80.0	56.0	700.0	200.0	180.0	1600.0
81.35	56.95	284.73	200.0	180.0	1300.0
81.35	56.95	650.8	200.0	180.0	1000.0
81.35	56.95	1098.23	200.0	180.0	700.0
94.81	75.85	331.85	200.0	160.0	1600.0
94.81	75.85	758.52	200.0	160.0	1300.0
94.81	75.85	1280.0	200.0	160.0	1000.0
100.0	90.0	700.0	200.0	160.0	700.0
100.0	80.0	1300.0	200.0	140.0	1600.0
100.0	80.0	700.0	200.0	140.0	1300.0
100.0	70.0	700.0	200.0	140.0	1000.0
110.73	77.51	387.54	200.0	140.0	700.0
110.73	77.51	885.81	249.13	174.39	871.97
110.73	77.51	1494.81	249.13	174.39	1993.08
118.19	106.37	413.67			



**Fig. 3 The effect of  $s$  and  $r$  on  $c$ .  $\gamma=3.5$**



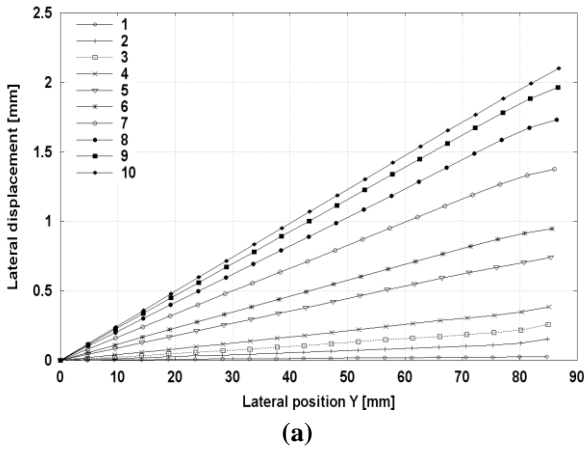
**Fig. 4  $c$  values, comparison between predictions from the proposed equation and those from FE simulation. The range of  $s$ ; 0.75~1.75, the range of  $r$ ; 0.1~0.3, the range of  $\gamma$ ; 3.5~13.5**

Fig. 4에는 유한요소 해석과 식 (23)으로부터 얻은  $c$  값을 비교한 것으로 식 (23)의 결과가 유한요소 해석과 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

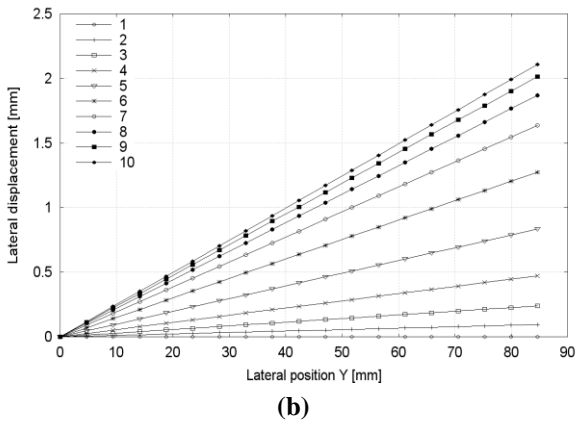
### 3. 모델 검증 및 결과

Fig. 5(a)와 (b)는  $H_1 = 24.19\text{mm}$ ,  $H_2 = 19.35\text{mm}$ ,  $b = 84.66\text{mm}$ ,  $R = 600\text{mm}$ 인 공정 조건에 대하여 각각 유한요소 해석과 식 (18)을 이용한 폭 퍼짐 모델의 입측에서 출측까지 bite zone 내부에서의 폭 방향 변위를 나타낸 것이다. Fig. 6(a)와 (b)에서 같은 공정 조건에 대하여 각각 FEM과 모델의 슬라브 중앙에서 가장자리까지 bite zone 내부에서의 폭 변위를 압연 진행 방향으로 나타내었다.

Fig. 5와 Fig. 6에서 유한요소 해석과 제시된 폭 퍼짐 모델의 두 결과가 잘 일치하는 것을 확인함으



(a)



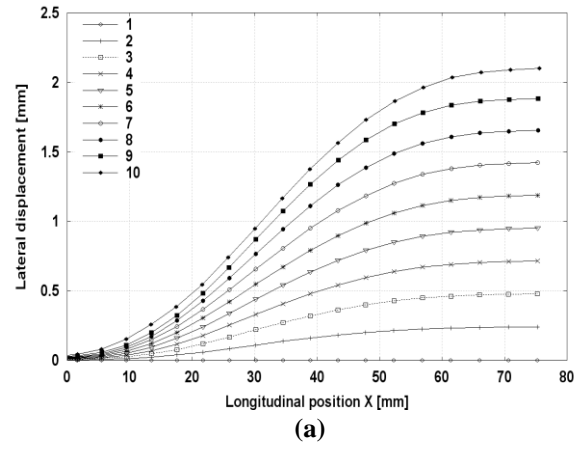
(b)

**Fig. 5 (a) FEM - lateral displacements in the bite zone across the bar width. Line no. 1 indicates the lateral displacement at the roll entrance, while line no. 10 indicates the lateral displacement at the roll exit, (b) Model - lateral displacements in the bite zone across the bar width.  $\alpha_1=4.3314$ ,  $c=4.38$  is used**

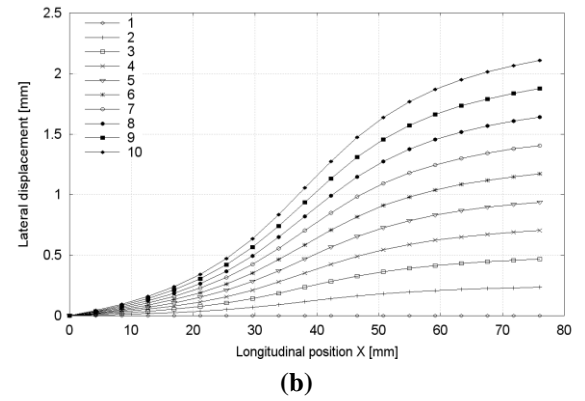
로써 선택된  $P(x)$  의 신뢰성을 검증하였다.

식 (5) ~ (7)과 식 (11), (18)을 식 (1)에 대입하고 상계 정리(upper bound theorem)를 적용, quadratic curve fitting[9] 최적화 기법을 이용하여 식 (1)을 최소화하는  $\alpha_1$  을 계산할 수 있고 이로써 폭 퍼짐 양을 예측 할 수 있다.

Table 1에 정리한 공정 조건에 대해 3차원 비정상 상태 유한요소 해석을 실행하였고 본 논문에서 제시된 모델과 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 대부분의 경우 유한요소 해석과 모델의 전체 폭에 대한 폭 퍼짐의 오차 범위가 1mm 내에서 형성되는 것을 확인할 수 있다.



(a)



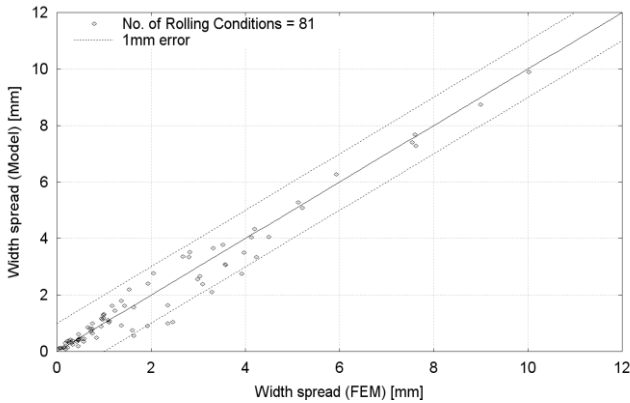
(b)

**Fig. 6 (a) FEM - lateral displacements in the bite zone along the rolling direction. Line no. 1 indicates the lateral displacement at the center of the bar, while line no. 10 indicates the lateral displacement at the edge, (b) Model - lateral displacements in the bite zone along the rolling direction.  $\alpha_1=4.3314$ ,  $c=4.38$  is used**

#### 4. 결론

본 논문에서는 조압연 공정에서 직사각 단면을 가지는 슬라브를 수평 압연할 때 발생하는 폭 퍼짐을 예측하는 모델을 개발하였다. 도그 본 적용 모델인 식 (12)의  $Q(x)$  는 Part I에서 소개한 대로 도그 본 높이가 낮아질수록 잘 맞지 않는 경향을 보였으며, 실제 평판의 유한요소 해석 결과와 일치하지 않았다(Fig. 1).

본 연구에서는 폭 퍼짐 예측을 위해 extremum principle에 기초를 두고 소성 가공 이론을 바탕으로 유도된 가용 속도장(admissible velocity field)을 이용하였다. 제시된 폭 퍼짐 모델은 유한요소 해석 결과



**Fig. 7 Width spread for the problem of a rectangular inlet cross section. Comparison between predictions from the present model and those from FEM. The data represents change in the whole width (not half width) after rolling**

를 분석하여 폭 방향 변위에 관한 함수를 정의하였고, 상계 정리(upper bound theorem)을 이용하여 폭 퍼짐 양을 구했다.

폭 퍼짐 예측 모델의 검증에 위해 다양한 공정 조건에 대하여 3차원 비정상상태 유한요소 해석을 실행하였다. 유한요소 해석과 모델의 오차는 대부분 1mm 이내로 모델의 우수한 예측 정밀도를 입증하였다.

본 모델은 물리적인 이론과 유한요소 해석 결과를 바탕으로 만든 수학적인 예측 모델로 향후 추가적인 실험을 통해 검증하여 모델의 신뢰성을 확보할 수 있다.

본 연구를 통해 개발된 해석 기법과 결과는 사상 압연에도 적용될 수 있으며, 폭 퍼짐 예측 정밀도 개선을 위한 가치 있는 자료로 쓰이기를 기대한다.

## REFERENCES

- [1] A. W. McCrum, 1956, Progress report on the experimental investigation of spread, load, and torque in hot flat rolling, BISRA Report MW/AL, British Iron and Steel Research Association, London, England 10/56.
- [2] A. Helmi, J. M. Alexander, 1968, Geometric factors affecting spread in hot flat rolling of steel, J. Iron. Steel Inst., Vol. 206, No. 11, pp. 1110~1117.
- [3] J. G. Beese, 1972, Nomograms for Predicting the Spread of Hot Rolled Slabs, AISE Yearly Proceedings, pp. 251~252.
- [4] Z. Wusatowski, 1955, Hot Rolling : A Study of Draught, Spread and Elongation, Iron and Steel, Vol. 28, pp. 49~54.
- [5] A. K. E. H. A. El-Kalay, L. G. M. Sparling, 1968, Factors affecting friction and their effect upon load, torque, and spread in hot flat rolling, J. Iron. Steel Inst., Vol. 206, No. 2, pp. 152~163.
- [6] T. Shibahara, Y. Misaka, T. Kono, M. Koriki, H. Takemoto, 1981, Edger Set-up Model at Roughing Train in Hot Strip Mill, J. Iron. Steel Inst. Jpn., Vol. 67, No. 15, pp. 2509~2515.
- [7] S. I. Oh, Shiro Kobayashi, 1975, An Approximate Method for a Three-dimensional Analysis of Rolling, Int. J. Mech. Sci., Vol. 17, No. 4, pp. 293~305.
- [8] R. Hill, 1963, A General Method of Analysis for Metal-working Processes, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 11, , No. 5, pp. 305~326.
- [9] J. S. Arora, 1989, Introduction to Optimal Design, McGraw Hill, New York, pp. 301~304.