

공진 자이로의 재평형 모드 구현과 각속도 측정 실험

Force-To-Rebalance Mode of a Resonator Gyro and Angular Rate Measurement Tests

진재현*, 김동국
(Jaehyun Jin^{1,*} and Dongguk Kim²)

¹Division of Aerospace Engineering, Sunchon National University

²Attitude and Orbit Control Team, SaTReC (Satellite Technology Research Center), KAIST

Abstract: This article focuses on a hemispherical resonator gyro driven by the Coriolis effect. A hemispherical shell, called a resonator, is maintained in the resonance state by amplitude control and phase locking control. Parametric excitation has been used to control the amplitude. For rate measurement mode or FTR mode, nodal points have been kept to an amplitude of zero. Angular rate measurement has been demonstrated by rotating a resonator. Frequency mismatch between two stiffness principal axes is a major cause of low performance: vibrating pattern drift and reduced control effectiveness. This mismatch has been reduced significantly by the addition of small mass. A negative spring effect, which lowers resonance frequencies, has been verified experimentally.

Keywords: resonator gyro, amplitude control, resonance control, negative spring, frequency mismatch, force to rebalance

I. 서론

공진 자이로(resonator gyroscopes)는 Coriolis 효과를 이용하여 회전하는 물체의 각속도를 측정하는 센서이다. 소형 구조물(공진기, resonator)을 공진상태로 가진하여, 진동패턴을 정지파(standing wave)로 유지하는 특징을 갖는다. 공진기의 형상에 따라 반구, 원통형, 디스크, 링 타입이 있다. 반구와 원통형은 운항체의 항법과 자세제어에 사용되고 있고, 디스크와 링은 MEMS 센서로 제작되고 있다. 반구형 공진 자이로(HRG: Hemispherical Resonator Gyro)는 반구 모양의 얇은 쉘(shell)을 사용하며, 우수한 정밀도와 신뢰도 때문에 인공위성 등의 항법 및 정밀제어에 적용되고 있다[1-3]. 미국 Northrop에서 생산하는 HRG는 바이어스 안정도가 0.3 mdeg/hr 급으로 알려져 있는데, 수 십 년간의 연구결과와 노하우가 축적되어 얻어진 성과이다.

공진 자이로는 각도 측정 모드와 각속도 측정 모드로 운용할 수 있다. 공진기가 회전하면 진동 패턴이 이동하는 세차(precession) 현상이 발생하는데, 이 세차각을 이용하여 회전 각도를 측정할 수 있다. 이를 WA (Whole Angle) 모드라고 한다. 반대로, 진동 패턴이 세차운동을 하지 못하게 힘을 가하여 일정하게 유지한다. 이때 가해지는 힘은 각속도에 비례하는데, 이 힘을 신호처리 하면 각속도를 측정할 수 있다. 이를 FTR (Force-To-Rebalance, 재평형) 모드라고 한다. WA 모드는 대역폭이 넓지만, 신호처리와 쿼드러처 제어가 까다롭다. FTR 모드는 상대적으로 제어가 쉽고 각속도를 이용하는 응용에는 적합하지만 측정 한계가 낮은 편이다.

본 논문에서는, FTR 모드 구현에 초점을 맞추고 있다. 진폭

제어와 패턴 표류를 제어한 저자의 기존 연구[4]에 이어, parametric excitation에 의한 진폭제어와 위상제어루프를 추가하였다. 특히 주파수 불일치 때문에 발생하는 현상을 확인하고 질량을 추가하는 방법으로 튜닝을 하여 제어 성능을 향상시켰으며, 제어력의 적절한 균형을 위한 주파수 불일치에 대한 사양을 제시하였다. 가진 장치로 전자석을 사용하는데, 이때 음의 스프링(negative spring) 효과를 수식적으로 유도하였으며, 실험을 통하여 검증하였다. 주파수 변동은 작지만 감쇄비가 낮을수록 주파수 불일치의 효과는 커지기 때문에 이를 고려해야 한다. 공진기를 일정한 속도로 회전하면서 FTR 모드를 구현하였다. PI 제어를 이용하여 진동 패턴을 일정하게 유지시켰으며 가해진 힘을 이용하여 각속도를 측정하였다.

공진 자이로에 나타나는 주요한 현상과 관련된 본 연구 결과는 실용 자이로 개발에 필요한 기초자료로 사용될 것이며, 공진기 및 공진 자이로의 성능 사양 개발을 위하여 지속적인 연구를 수행할 계획이다.

II. 공진 자이로 동역학 모델

1. 평균화 모델

그림 1은 반구형 공진기의 실제 모습과 공진기 끝 부분의 $n=2$ 모드 진동을 수학적으로 표현하기 위한 모델이다[4]. 실선은 진동하지 않을 때의 형상이고, 점선은 진동할 때의 것이다.

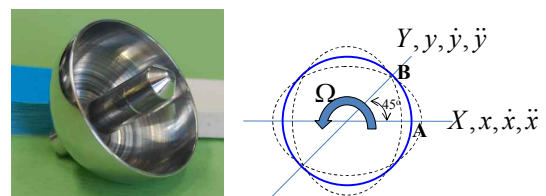


그림 1. 공진기, 기준 좌표 및 진동 변수.

Fig. 1. Resonator, reference axes, and variables.

* Corresponding Author

Manuscript received November 18, 2013 / revised March 27, 2014 / accepted April 2, 2014

진재현: 순천대학교 우주항공공학전공(donworry@snu.ac.kr)

김동국: KAIST 인공위성 연구센터 자세제어팀(0489fhfl@naver.com)

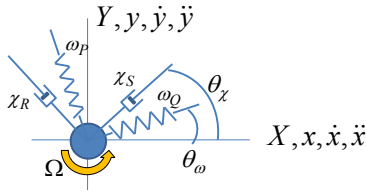


그림 2. 기하학적 기준축과 강성 및 댐핑 주축.

Fig. 2. Reference axes and principal axes of stiffness and damping.

배치된 진극을 기준해서 X 축을 정하고 이에 대해 45도 떨어진 축을 Y 축으로 정한다.

공진기 끝 부분 A, B 점은 X 축과 Y 축을 따라 미세하게 진동하는데, 이것은 평면상에 있는 질량-스프링의 운동과 유사하다. 공진기 내부의 불균일 요소(치수, 밀도, 두께 등)를 강성과 댐핑의 불일치로 표현하여 그림 2와 같이 모델링 할 수 있으며, 이에 대한 운동방정식은 식 (1)과 같다[4-6].

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & c_{12} \\ c_{21} & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & k_{12} \\ k_{21} & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 2g\Omega \begin{bmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

k_i 는 각 축(X, Y)에 대한 스프링 계수이며, 공진 주파수 ω_i 를 결정한다. c_i 는 X, Y 축 방향으로의 댐핑 계수이고, k_{12} , k_{21} , c_{12} , c_{21} 는 주축과 기하학적 기준축 간의 차이로 인한 간섭을 의미한다. g 는 Bryan factor라고 하며, Coriolis 각속도의 영향력을 나타낸다. Ω 는 회전 각속도이다.

빠르게 변하는 x, y 를 직접 제어하지 않고, 진폭의 변화를 제어할 수 있도록 평균화 모델을 많이 사용한다. 동위상(in-phase)과 직교위상(quadrature)으로 구분하여 주기(period)에 대해 평균화된 변수와 동역학 방정식을 유도한다. x, y, f_x, f_y 를 다음과 같이 쓴다. ω 는 가진 주파수(공진 주파수와 동일)이며, 기준 파형은 sine 파로 정하였다.

$$\begin{aligned} x &= X_s \sin \omega t + X_c \cos \omega t, \\ y &= Y_s \sin \omega t + Y_c \cos \omega t, \\ f_x &= F_{xs} \sin \omega t + F_{xc} \cos \omega t, \\ f_y &= F_{ys} \sin \omega t + F_{yc} \cos \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

그러면 진폭 변수 모델은 식 (3)과 같이 정리된다[6].

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= -\frac{c_1}{2} X_c + \frac{k_1 - \omega^2}{2\omega} X_s - \frac{c_{12} - 2g\Omega}{2} Y_c + \frac{k_{12}}{2\omega} Y_s - \frac{F_{xs}}{2\omega}, \\ \dot{X}_s &= -\frac{c_1}{2} X_s - \frac{k_1 - \omega^2}{2\omega} X_c - \frac{k_{12}}{2\omega} Y_c - \frac{c_{12} - 2g\Omega}{2} Y_s + \frac{F_{xc}}{2\omega}, \\ \dot{Y}_c &= -\frac{c_2}{2} Y_c - \frac{c_{21} + 2g\Omega}{2} X_c + \frac{k_{21}}{2\omega} X_s + \frac{k_2 - \omega^2}{2\omega} Y_s - \frac{F_{ys}}{2\omega}, \\ \dot{Y}_s &= -\frac{c_2}{2} Y_s - \frac{k_{21}}{2\omega} X_c - \frac{c_{21} + 2g\Omega}{2} X_s - \frac{k_2 - \omega^2}{2\omega} Y_c + \frac{F_{yc}}{2\omega} \end{aligned} \quad (3)$$

$X_c \rightarrow \text{constant}$ 는 공진 진폭을 일정하게 하는 것이고, $X_s \rightarrow 0$ 는 가진 주파수와의 위상 오차를 없애는 것이다. $Y_s, Y_c \rightarrow 0$ 은 노드의 움직임을 억제하여 진동 패턴을 일정한 방향으로 정렬시키는 FTR 모드를 구현하는 것이다.

2. 주파수 불일치의 영향

X 축과 Y 축 방향의 공진 주파수 ω_1, ω_2 의 불일치는 차이로

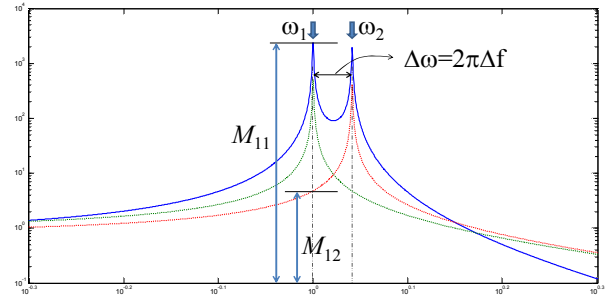


그림 3. 주파수 불일치를 갖는 시스템의 주파수 응답.

Fig. 3. Frequency response of a system with frequency mismatch.

정밀도를 떨어뜨리는 다양한 현상을 유발한다. 진동패턴의 표류(drift)를 가져오며[5], 제어입력의 영향력 감소가 나타난다[4]. FTR 모드 구현을 위해서는 제어입력의 영향력을 유지하는 것이 중요하다. 제어입력의 특성이 심하게 차이가 나는 것은 그림 3의 입출력에 대한 주파수응답을 이용하여 설명할 수 있다.

X 축을 기준축으로 해서 ω_1 으로 가진 할 때, Y 축을 ω_2 의 주파수로 제어하면 맥놀이 발생하여, 정지파(standing wave)를 유지하지 못한다. 그렇기 때문에 Y 축에 대한 제어입력도 기준 주파수가 ω_1 이 되어야 한다. 그림 3에서 주파수 ω_1 으로 가진 할 때, M_{11} 은 X 축의 응답을 의미하고, M_{12} 은 Y 축의 응답을 의미한다. X 축과 Y 축의 응답을 2차시스템의 응답으로 가정할 때, 제어이론에 의하면 다음과 같다.

$$M_{11} = \frac{1}{2\zeta_1\sqrt{1-\zeta_1^2}}, \quad M_{12} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + 4\zeta_2^2r^2}} \quad (4)$$

여기서 $r = \omega_1/\omega_2$ 이다. 본 연구에서 사용한 실험장치(3.1절 참고)는, 공진주파수가 $\omega_1, \omega_2 \sim 170$ Hz, 댐핑계수는 $\zeta_1, \zeta_2 \sim 2.78 \times 10^{-4}$ 정도인데, 주파수 불일치에 대한 제어 영향력의 비는 그림 4와 같다. 0.1 Hz의 불일치만 있어도, 제어 영향력이 40% 수준으로 급감한다. 80% 이상을 유지하려면 불일치를 0.03 Hz 이하로 해야 한다.

3. 전자석 특성

공진기 가진을 위하여 전자석을 사용한다. 전자석은 금속 공진기에 대해서 인력만 가한다. 즉, 전자기력이 $f_a \sin \omega t$ 이여도, 공진기에는 $|f_a \sin \omega t|$ 의 인력만 작용한다. 이에 대한 Fourier 급수해는 식 (5)와 같다.

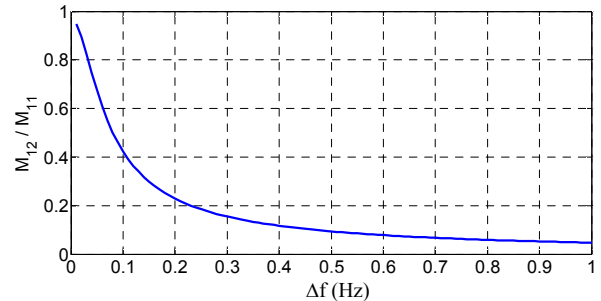


그림 4. 주파수 불일치에 따른 제어력의 비.

Fig. 4. Ratio of control effectiveness due to frequency mismatch.

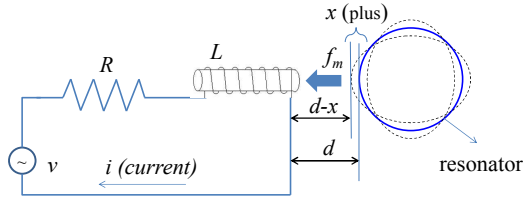


그림 5. 전자석 모델.
Fig. 5. Model of electromagnets.

$$|f_a \sin \omega t| \approx f_a \left(\frac{2}{\pi} - \frac{4}{3\pi} \cos 2\omega t + \dots \right) \quad (5)$$

수식에서 알 수 있듯이 주파수가 2배로 증폭되는 효과를 가져온다. 그래서 $f_b + f_a \sin \omega t$ 처럼 바이어스 입력 ($f_b > f_a > 0$) 을 이용해서, 주파수 ω 의 정현파 입력을 만들어 낸다. Parametric excitation을 위해서는 공진주파수의 2배에 해당하는 주파수로 가진 하여야 하는데, 이때 식 (5)의 주파수 증폭 효과를 이용한다(4.2 절 참고).

전자기력은 그림 5와 식 (6)과 같이 모델링 한다[7].

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{1}{L}v, \quad f_m = k_c \frac{i^2}{(d-x)^2} \quad (6)$$

공진기는 식 (1)에서 회전 각속도와 연성 효과가 없는 X 축 운동만 고려하여, 다음의 단순화된 식을 이용한다.

$$\ddot{x} + c_1 \dot{x} + k_1 x = f_m \quad (7)$$

전압명령은 증폭기를 거치면서 전력이 증폭된다. 그림에서는 증폭기는 제외하였다. 증폭기에는 자체적으로 바이어스 전압을 변경할 수 있는 회로가 내장되어 있다. 이를 고려하면 전압 명령은 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$v = V_b + V_a \sin \omega t \quad (8)$$

ω 는 X 축 공진 주파수라고 가정한다. 이때, 전류 $i(t)$ 의 정상상태 해는 다음과 같다.

$$i(t) = \frac{V_b}{R} + \frac{V_a}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \beta), \quad \beta = \tan^{-1}(\omega L / R) \quad (9)$$

이를 간단히 $i(t) = b + a \sin(\omega t - \beta)$ 로 표현하고, 전자기력 식에 대입하여 전개한다. $|x/d| \ll 1$ 이라고 가정한다.

$$f_m = \frac{k_c}{d^2 (1 - \frac{x}{d})^2} \left[b^2 + 2abs \sin(\omega t - \beta) + a^2 \sin^2(\omega t - \beta) \right]$$

$$\approx \frac{k_c}{d^2} \left(1 + \frac{2x}{d} \right) \left[b^2 + 2abs \sin(\omega t - \beta) + a^2 \sin^2(\omega t - \beta) \right] \quad (10)$$

$$= \frac{k_c}{d^2} \left[\begin{aligned} & b^2 + 2abs \sin(\omega t - \beta) + a^2 \frac{(1 - \cos 2(\omega t - \beta))}{2} \\ & + \frac{2x}{d} b^2 + \frac{2x}{d} (2abs \sin(\omega t - \beta)) \\ & + \frac{2x}{d} a^2 \frac{(1 - \cos 2(\omega t - \beta))}{2} \end{aligned} \right]$$

괄호 안에 있는 상수항과 진동항을 분리하여 정리한다.

$$b^2 + \frac{a^2}{2} + 2abs \sin(\omega t - \beta) - \frac{a^2}{2} \cos 2(\omega t - \beta)$$

$$+ \frac{2x}{d} \left(b^2 + \frac{a^2}{2} \right) + \frac{4ab}{d} x \sin(\omega t - \beta) - \frac{a^2}{d} x \cos 2(\omega t - \beta) \quad (11)$$

공진기가 식 (10)의 입력에 반응하여 공진 상태에 도달하면, x 는 입력에 대해 90 도의 위상지연이 나타난다.

$$x = x_0 \sin(\omega t - \beta - \pi/2) = -x_0 \cos(\omega t - \beta) \quad (12)$$

이를 이용하여, 식 (11)의 마지막 두 항을 정리한다.

$$x \sin(\omega t - \beta) = -\frac{x_0}{2} \sin(2\omega t - 2\beta)$$

$$x \cos(2\omega t - 2\beta) = -\frac{x_0}{2} [\cos(\omega t - \beta) + \cos(3\omega t - 3\beta)] \quad (13)$$

$$= \frac{1}{2} x - \frac{x_0}{2} \cos(3\omega t - 3\beta)$$

식 (11)과 (13)에서, $2\omega, 3\omega$ 주기의 항들은 영향력이 아주 작기 때문에 무시하면, 남은 항들은 식 (14)와 같다.

$$f_m = B + A \sin(\omega t - \beta) + Cx$$

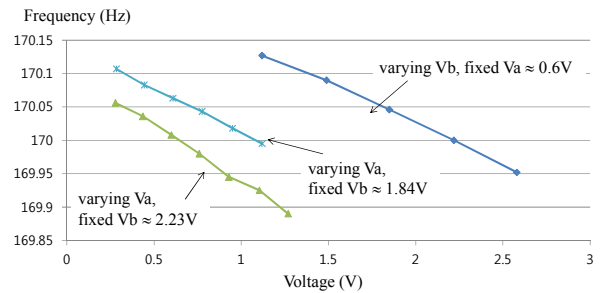
$$B = \frac{k_c}{2d^2} (2b^2 + a^2), \quad A = \frac{2abk_c}{d^2}, \quad (14)$$

$$C = \frac{k_c}{2d^3} (4b^2 + a^2) = \frac{k_c}{2d^3} \left(4 \frac{V_b^2}{R^2} + \frac{V_a^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

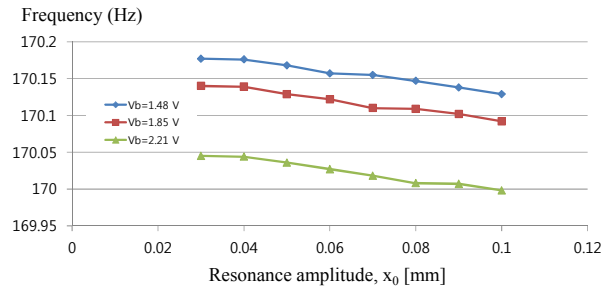
이를 식 (7)에 다시 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\ddot{x} + c_1 \dot{x} + (k_1 - C)x = B + A \sin(\omega t - \beta) \quad (15)$$

상수항 B는 단순히 변위를 증가시키는 효과를 가져오며, 제어입력(A에 해당)을 조절하여 변위를 제어한다. 항 C(>0)는



(a) Frequency vs. input voltage (V_a, V_b).



(b) Frequency vs. amplitude.

그림 6. 음의 스프링 효과.

Fig. 6. Negative spring effect.

음(negative)의 스프링 효과를 의미하며, 공진 주파수를 변화시킨다. 이러한 음의 스프링 효과는 정전기력을 이용하는 공진기에서도 나타난다.

그림 6(a)는 Va와 Vb를 변경할 때 공진 주파수를 도기한 것이며, 그림 6(b)는 고정된 Vb에 대하여, 공진 진폭 Xc의 변화에 따른 결과이다. 진폭이 증가할수록 Va의 수렴 값은 거의 선형적으로 증가한다. 변화하는 양은 식 (14)에서 제시하는 것과 정확히 일치하지는 않는다. Vb에 대한 민감도가 Va에 의한 것 보다 더 작게 나타나는데, 전자석의 특징, 앰프의 효과 등에 대해 더 엄밀한 분석이 필요한 것으로 판단된다. 하지만 Va와 Vb가 증가함에 따라 공진 주파수가 감소하는 경향은 뚜렷하며, 특히 그림 6(b)에서는 Vb에 대해서 공진 주파수가 수직에서 제시한 것과 같이 2차함수적으로 줄어드는 것을 확인할 수 있다.

III. 실험 장치 및 공진기 준비

1. 실험장치

공진기의 동작을 테스트하기 위한 실험장치를 그림 7(a)와 같이 구성하였다[4,8]. 전자석 및 센서는 그림 7(b)처럼 배치하였다. XS와 YS는 각각 X 축, Y 축의 진동신호를 측정하는 센서이고, XE와 YE는 가진용 전자석이다. 센서는 신호간섭의 문제로 축별로 1개만 사용하였다. PE는 공진기 주변에 균등하게 배치한 8개의 가진용 전자석이다. 신호처리 및 제어 입력 생성은 NI cRIO 시스템을 이용하였다. 서보 모터로 공진기를 일정한 속도로 회전시키며, 모터의 전원은 별도의 배터리를 이용하여 전원에 의한 노이즈를 줄였다.

멀티미터를 이용하여 전자석의 파라미터를 측정된 결과,

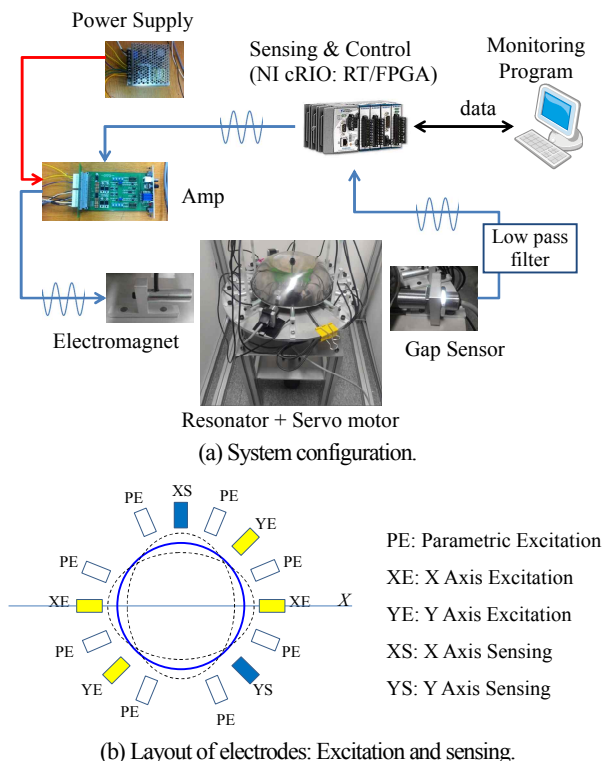


그림 7. 공진기 실험장치.
 Fig. 7. Test bed for a resonator.

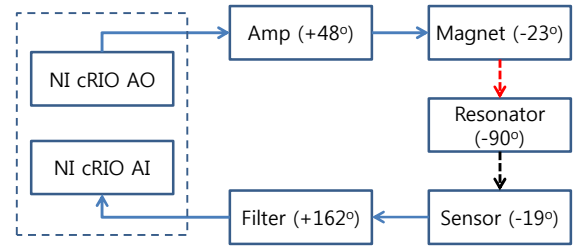


그림 8. 요소별 위상천이 추정.
 Fig. 8. Estimation of phase difference.

R=100 Ω, L=40 mH 인 것으로 나타났다. 공진 주파수가 170 Hz 정도이므로, 위상천이는 약 -23° (tan⁻¹(ωL/R)) 이다.

제어를 위한 진동신호 처리는 센서 신호 x(t)와 y(t)에서 식 (2)의 Xs, Xc, Ys, Yc를 추출하는 것이다. 다음과 같이 센서 신호를 가정한다.

$$x = X \sin(\omega t - \beta) + b = X_c \cos \frac{2\pi t}{T} + X_s \sin \frac{2\pi t}{T} + X_b \quad (16)$$

T는 주기, X_b는 바이어스 값을 의미한다. 그러면 다음 식으로 진폭 변수 값을 계산(복조)한다.

$$\hat{X}_b = \frac{\Delta}{mT} \sum_i x_i, \quad \hat{X}_s = \frac{2\Delta}{mT} \sum_i (x_i - \hat{X}_b) \sin \omega t, \quad (17)$$

$$\hat{X}_c = \frac{2\Delta}{mT} \sum_i (x_i - \hat{X}_b) \cos \omega t$$

x_i는 샘플링한 신호이며, m은 자연수, Δ는 샘플링 간격이다. 1 주기의 신호만 사용하는 경우에 발생할 수 있는 오차를 줄이기 위하여 m 주기의 신호를 사용하였다. 실험에서는 m=10을 적용하였다. 그러면 mT/Δ는 샘플링한 신호의 총 개수이다. Y 축 신호에 대해서도 동일한 방식으로 계산한다.

진폭 변수를 계산하기 위해서 기준 주파수의 위상천이가 중요한 요소가 된다. 기준 가진 신호 sin ωt는 공진기 이외에 다양한 요소를 거쳐서 센서 신호로 나타난다. 그림 8은 요소별로 예상되는 위상천이를 보여준다. 그래서 식 (17)에서 sin ωt 대신 sin(ωt + α)를 곱해야 하며, α를 추정하여야 한다. 전력 증폭기와 필터는 직접 측정이 가능하지만 나머지는 추정을 하여야 하는데, 추정이 어려운 부분은 센서 신호를 읽어 계산하고 제어 입력을 내보내는 NI cRIO 장비이다.

역으로, 위상천이 추정값 α를 변화시키면서 진폭이 가장 큰 값을 찾는다. 공진 상태라면 진폭이 가장 클 것으로 가정할 수 있기 때문이다. 그림 9는 α에 따른 진폭 변화를 보여준다. α=10° (또는 -350°) 정도이며, 결과적으로 NI cRIO 장비의 위상천이는 약 -78° (Lag)인 것으로 판단된다.

2. 주파수 불일치 튜닝

주파수 불일치는 다양한 오차를 유발하기 때문에, 반드시 조절하여야 한다. 그 원인은 공진기 형상 오차, 재료 분포 오차, 강성 및 댐핑 특성 오차 등 다양하다. 불일치를 줄여주는 효과적인 방법은 일정 위치의 질량을 제거하는 것이다 [9,10]. 상용의 quartz 공진기는, 이온 밀링 가공기를 이용하여 표면 일부분을 제거하여 튜닝하는데, 매우 까다로운 공정이다 [11]. 본 연구에서는, 질량을 추가함으로써 튜닝하였다.

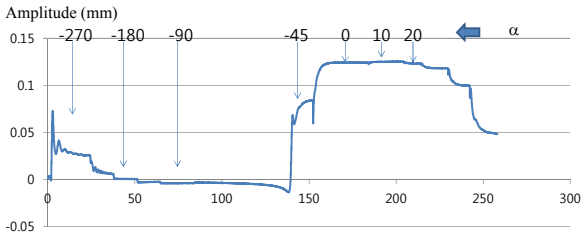


그림 9. 위상천이에 따른 공진 진폭 변화.
Fig. 9. Resonance amplitude with respect to phase shift.

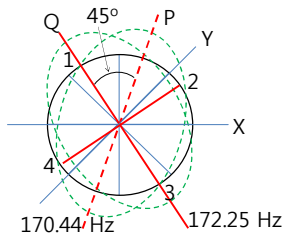
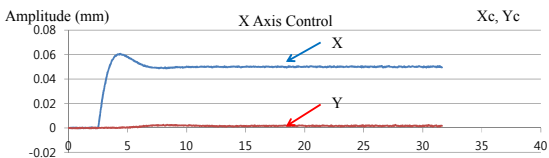


그림 10. 강성 주축 및 질량 추가 위치.
Fig. 10. Stiffness principal axes and positions for mass addition.

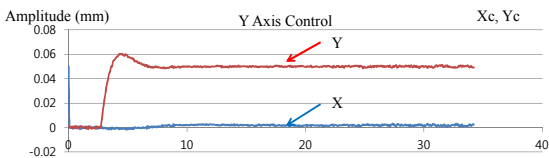
표 1. 공진기 주파수 튜닝 결과.

Table 1. Resonator frequency tuning result.

Added mass, gram	Position	Frequency (Q axis), Hz	Frequency (P axis), Hz	Frequency difference, Hz
0		172.25	170.44	1.81
0.17	1	171.705	170.37	1.335
0.17×2=0.34	1,3	171.208	170.306	0.902
0.17×4=0.68	1,2,3,4	170.213	170.23	-0.017
0.34	1	170.72	170.31	0.41
0.34×2=0.68	1,3	170.21	170.23	-0.02



(a) X axis control result (Vy = 0).



(b) Y axis control result (Vx = 0).

그림 11. 튜닝 후의 축별 제어 응답.
Fig. 11. Control results after tuning.

먼저 강성 주축(그림 10의 P, Q)을 찾아낸다. 그리고 그림과 같이 높은 주파수의 주축에 해당하는 위치 1, 2, 3, 4에 소량의 납 테이프를 부착함으로써, 질량을 조절하여 주파수 불일치를 줄였다(표 1의 결과 참조). 두 축 간의 주파수 차이를 1.8 Hz에서 0.017 Hz까지 줄였다. 질량을 추가하면 공진주파수가 줄어드는데, 추가한 주축뿐만 아니라 다른 주축의 주파수도 약간 영향을 받는다. 그리고 2개의 질량을 붙이는 것보다, 질량을 절반으로 나누어 4곳에 추가하는 것이 조금 더 효과적이다. 튜닝이 끝나고 P, Q를 X, Y 축으로 재설정 하였다.

그림 11은 같은 주파수로 X축과 Y축을 각각 제어한 결과이다. 각 축의 진폭 변화 및 제어 입력의 결과가 동일한데, 이는 두 축의 공진주파수 차이가 아주 작음을 의미하며, 같은 주파수에서 X축과 Y축에 대한 제어 영향력이 비슷함을 확인하였다. 이것이 튜닝의 효과이다.

IV. FTR 모드 제어기 설계 및 실험

전체 제어 시스템 구성은 그림 12와 같다. 위상제어루프(Phase Lock Loop, PLL)는 쿼드러처 항(Xc)을 영(zero)으로 만들어 공진을 유지하며, 진폭 제어는 진동의 크기를 일정하게 한다. 노드 제어는 노드 점(nodal point)의 움직임을 영으로 만들어 패턴을 일정하게 유지하면서, 입력 값을 환산하여 각속도를 추정한다.

1. 위상제어루프

공진의 가장 큰 특징은 가진 입력과 진동 변위의 위상 지연이 90도가 되는 것이며, 이를 공진 판별에 이용한다. 위상 오차(=실제 위상-90도)가 발생하면, 가진 주파수를 조금씩 변경해서(Δω) 위상오차가 영이 되도록 한다. 위상지연은 쿼드러처 성분 Xc 값(식 (2) 참조)으로 계산한다 (tan⁻¹(Xc / Xs)). 결국 Xs → 0 이면 공진에 도달한 것으로 간주한다. 식 (2)와는 달리, Xs 를 조종하기 위하여 실제로 가해주는 입력 Fxc 는 없으며, 주파수를 조종할 뿐이다.

PLL을 전자 회로로 구현할 때는 VCO (Voltage Controlled Oscillator) 소자를 이용하는데[12]. 본 실험장치에서는 프로 그램으로 VCO에 해당하는 기능을 구현하여 가진 주파수를 변경하였다(그림 13). 주파수는 PI 제어로 조종하였다.

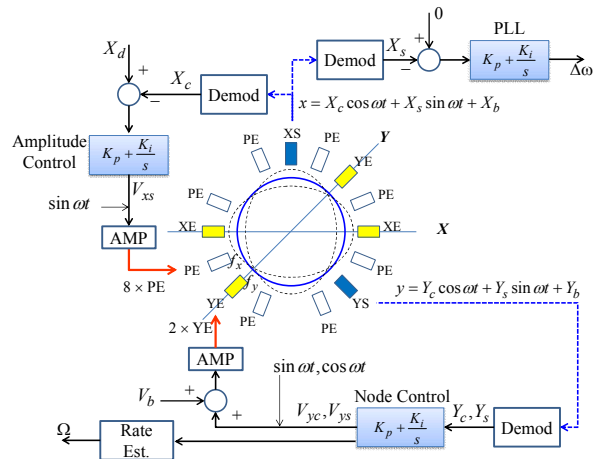


그림 12. 전체 제어 시스템 구성도.
Fig. 12. Control system layout.

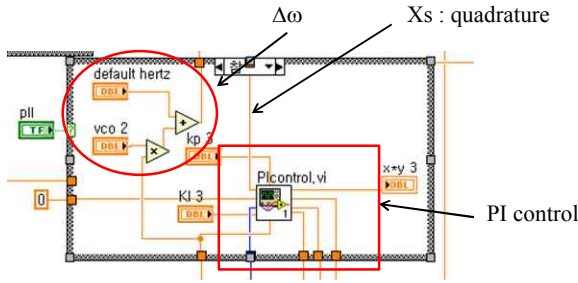


그림 13. 위상제어루프 코드.
Fig. 13. LabVIEW code for Phase Lock Loop.

2. 진폭 제어

공진을 위한 가진 방법으로 두 가지가 가능하다. 2 개의 XE 전극을 통하여 공진주파수 ω 로 가진하는 것과, 8 개의 PE 전극을 통하여 모든 방향에서 2ω 로 가진하는 것이다. 후자를 PE (Parametric Excitation) 이라고 한다[13]. 상용 HRG에는 원(ring)형의 전극이 장착되어 있어서 모든 방향으로 균등한 가진력이 작용한다. 본 실험 장치에는 8개의 이산 전극이 있는데, PE의 효과를 내기에는 충분하다. 두 배의 주파수를 만들기 위하여, 식 (5)와 같이 전자석에 입력되는 전압의 바이어스 값을 영으로 만든다. 실험장치에서는 증폭기를 조종하여 바이어스를 없앤다.

진폭 지령값 X_d 에 대한 오차 $\Delta X = X_d - X_c$ 를 계산하고 이를 PI 제어기를 통하여 V_{ys} 를 구하고, $V_{ys} \sin \omega t$ 로 변조 (modulation) 해서 전력 증폭기를 통하여 8개의 PE 용 전자석으로 내보낸다. 전자기력은 $f_x = F_{ys} \sin \omega t$ 의 형태가 된다.

3. 노드(node) 제어

FTR 모드는 진동 패턴을 일정하게 유지하는 것을 특징으로 하는데, 일반적으로 X 축 방향으로 anit-node를 정렬하면, Y 축 방향이 node가 된다. 항상 Y 축이 node가 되도록 하면 진동 패턴은 일정한 방향을 유지하게 된다. 이를 위하여 $Y_c, Y_s \rightarrow 0$ 이 되도록 제어한다[6].

PI 제어 알고리즘을 거쳐 나온 값 ($Y_c \Rightarrow V_{ys}, Y_s \Rightarrow V_{yc}$) 은 변조, 바이어스 전압(3V) 추가 ($V_{yc} \cos \omega t + V_{ys} \sin \omega t + V_b$), 그리고 전력 증폭되어 YE 전극으로 입력된다.

4. 통합 실험

그림 14는 모든 제어루프를 동작시켜, 공진을 유지하고 공진 패턴을 기준축(X 축)에 정렬시킨 결과이다. 먼저 PE 기법으로 진폭제어와 PLL을 수행하다가 일정한 시간이 지난 후에 node 제어를 작동시켰다. X_c 는 일정하게 유지되고, 나머지는 모두 영(zero)으로 수렴하였다. 표 2는 각 제어기의 PI 게인 값을 보인 것이다.

PE 기법은 음의 스프링 효과가 작으며, 구동전압과 관련된 2ω 주파수의 노이즈 처리가 쉬울 것으로 예상되기 때문에, 효과적인 진폭제어 방법이라고 판단된다.

5. 각속도 측정 (FTR 모드) 실험

공진 제어와 노드 제어가 작동할 때, 공진기를 일정한 속도 (2.5, 3.75, 5 rpm)로 회전시켰다. 테스트 속도는 향후에 실제 차량 테스트 등을 고려했을 때, 저속 기동하는 운향체의 수준으로 판단하여 설정하였다. 그림 15는 회전 각속도(Ω)에

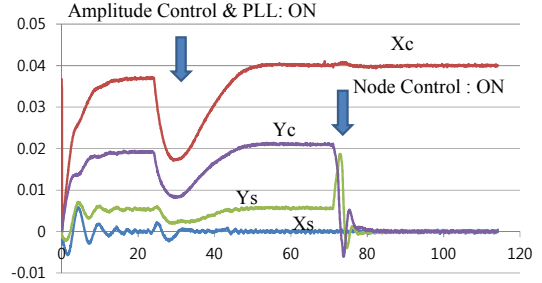
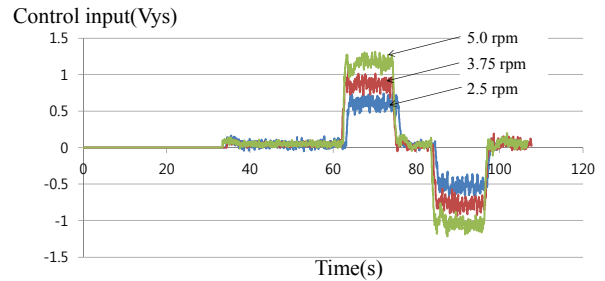


그림 14. 공진기 제어 통합 실험.
Fig. 14. Resonator control test.

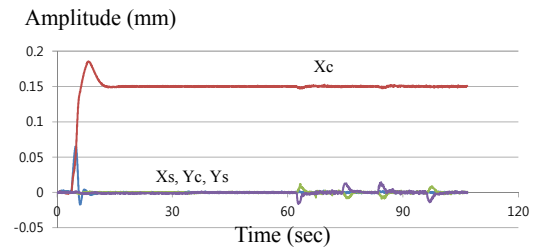
표 2. 제어기 게인.

Table 2. Gains of PI controllers.

	Amplitude (Xc)	PLL (Xs)	Node (Yc)	Quadrature (Ys)
P gain	50	30	50	50
I gain	50	70	50	50



(a) Control input vs. angular speed.



(b) Amplitude variables ($\Omega=5$ rpm, $X_c=0.15$ mm).

그림 15. 회전 각속도에 따른 제어입력과 진폭 변수.
Fig. 15. Control input and amplitude variables.

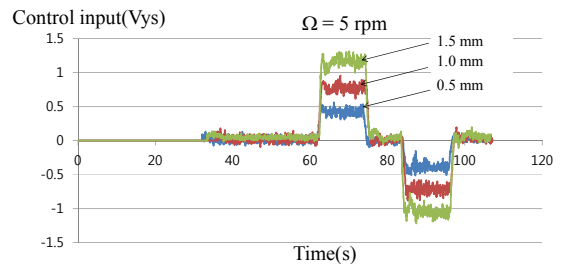


그림 16. 기준 진폭(X_c)에 따른 제어입력 변화.

Fig. 16. Control input with respect to vibration amplitude X_c .

따른 제어입력(V_{ys})과 진폭 변수의 변화를 보여주는데, 회전 각속도에 따라 제어입력이 증가한다. 이 입력을 환산하여 각 속도를 추정할 수 있다. 그림 15(b)는 공진기가 회전할 때, 공진 제어 및 노드 제어가 동작하는 것을 보여준다. 그림 16은

공진 진폭(X)을 다르게 하고 회전 각속도(Ω)를 5 rpm으로 했을 때의 제어입력이다. 진폭을 크게 하면 선속도가 증가하고 이에 따른 Coriolis 효과($2v\Omega$)가 커져 민감도가 증가한다. 진폭을 키우면 민감도는 증가하지만, 진폭을 유지하기 위한 필요전력 또한 증가한다. 인공위성과 같은 응용에서는 소요전력도 중요하므로 이를 고려하여 설계해야 한다.

6. 기존 연구결과와의 비교

기존의 연구결과[4]와 비교해서, 상용 공진 자이로 제어와 관련된 다양한 기법들을 구현하였고 공진기 제어 성능을 향상시키기 위한 방법들을 도출하였다(아래 참고). 이러한 결과는 실용 자이로 개발에 필요한 기초자료가 된다.

- 신호의 in-phase, quadrature 성분을 추출하여, 진폭변수를 개별적으로 제어에 활용하였다. 이를 통하여 각속도 신호 추출 성능을 향상시켰다(rpm 수준의 식별이 가능).
- 질량 튜닝을 이용하여 주파수 불일치를 감소시켜(0.1 Hz → 0.02 Hz), Y 축 방향의 제어력을 회복하였다(40 % → 90 %, 이론적 결과).
- 음의 스프링 효과를 수식적으로 분석하고 실험적으로 검증하였다. 이를 활용하면 정밀 튜닝이 가능할 것이다.
- 균등 배분된 이산 전극을 사용하더라도 PE 가진을 구현할 수 있음을 확인하였다.

V. 결론

공진 자이로의 각속도 측정 모드인 FTR 모드(재평형 모드)를 구현하였다. 위상제어, 진폭제어, 노드제어를 모두 적용하여 각속도 측정 테스트를 수행하였으며 정상적인 동작을 검증하였다. 진폭 제어에 적용된 parametric excitation 기법이 효과적이었다. 튜닝을 통하여 주파수 불일치를 줄임으로써 제어 성능을 향상시켰으며 불일치에 대한 사양을 이론적으로 제시하였다. 전자석의 음의 스프링 효과를 확인하였으나, 전자석 동작에 대해서는 더 엄밀한 분석이 필요하다.

추후의 연구계획은, 오차 모델 및 다양한 제어기법 개발을 바탕으로 FTR 모드의 성능을 향상시키고, WA 모드(회전각 측정 모드)에 대한 연구를 수행하여 공진 자이로 제어기술을 모두 확보하는 것이다.

REFERENCES

- [1] A. Matthews and F. Rybak, "Comparison of hemispherical resonator gyro and optical gyros," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 7, no. 5, pp. 40-46, 1992.
- [2] D. Rozelle, "The hemispherical resonator gyro: From wineglass to the planets," *Proc. 19th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, pp. 1157-1178, 2009.
- [3] M. Kang, T. Kang, Y. Lee, S. Sung, and G. Lee, "Research on High Precision Solid State Gyroscopes," *Proc. of the 2007 KSAS Fall Conference (in Korean)*, vol. 1, pp. 562-565, 2007.
- [4] J. Jin, H. Choi, H. Yoon, D. Kim, and S. Sarapulov, "Dynamic models of hemispherical resonator gyros and tests of basic control characteristics," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, no. 10, pp. 947-954, 2013.
- [5] D. Lynch, "Vibratory gyro analysis by the method of averaging," *Proc. of the 2nd International Conference on Gyroscopic Technology and Navigation*, St. Petersburg, Russia, 1995.

- [6] P. Loveday and C. Rogers, "The influence of control system design on the performance of vibratory gyroscopes," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, no. 3, pp. 417-432, 2002.
- [7] J. Lee and S. Hong, "A driving and pick-off method of vibratory gyroscopes using electromagnetic force," *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering (in Korean)*, vol. 9, no. 1, pp. 30-36, 2003.
- [8] D. Kim, H. Yoon, and J. Jin, "Development of a test system for a hemispherical resonator and control of vibrating pattern," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences (in Korean)*, vol. 41, no. 10, pp. 813-819, 2013.
- [9] V. Zhuravlev, "Drift of an imperfect hemispherical resonator gyro," *Mechanics of Solids*, vol. 39, no. 4, pp. 15-18, 2004.
- [10] Y. Zhanov and V. Zhuravlev, "On the balance of a hemispherical resonator gyro," *Mechanics of Solids*, vol. 33, no. 4, pp. 2-13, 1998.
- [11] E. Izmailov, M. Kolesnik, A. Osipov, and A. Akimov, "Hemispherical resonator gyro technology. Problems and possible ways of their solutions," *Proc. of RTO SCI International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, Russia, May 1999.
- [12] S. Park, K. Yong, Y. Lee, and S. Sung, "Phase control loop design based on second order PLL loop filter for solid type high Q-factor resonant gyroscope," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 6, pp. 546-554, 2012.
- [13] E. Loper and D. Lynch, "Vibratory rotation sensor," US Patent No. 4951508, Aug. 1990.

진재현

제어·로봇·시스템학회 논문지 제16권 제11호 (p. 1109) 참고.

김동국

제어·로봇·시스템학회 논문지 제19권 제10호 (p. 947) 참고.