

압축하중을 받는 마름모 판에 대한 영상처리기법을 이용한 광탄성 응력 해석

Photoelastic Stress Analysis for a Rhombus Plate under Compressive Load Using Image Processing Technique

류관용*, 김명수**, 백태현***†

Guan Yong Liu*, Myung Soo Kim** and Tae Hyun Baek***†

초 록 광탄성기법은 주응력 차이와 주응력 방향을 측정할 수 있는 편리한 기법이다. 일반적인 재래식 광탄성기법에서는 광탄성 파라미터를 측정하기 위해서는 수작업으로 한 지점씩 측정해야 하므로 많은 시간이 소요되며 광탄성 데이터 측정과 식별에 숙련이 필요하다. 프린지 위상이동법은 최근에 개발되어 광역학분야에서 프린지 데이터를 측정하고 해석하기 위해 편리하게 사용되고 있다. 이 논문은 photoflex (우레탄고무일종) 재질의 마름모 평판 중심점을 지나는 수평선상의 응력분포를 측정하기 위한 실험적 연구이다. 마름모 평판 시편의 수평선상에서는 등경프린지 또는 주응력 방향이 일정하므로 4-버킷 위상이동법의 적용이 가능하다. 이 방법은 원형편광기에서 검광관을 0°, 45°, 90°, 그리고 135° 회전시켜 얻은 4개의 광탄성 프린지를 필요로 한다. 이 방법으로 측정된 실험 결과는 유한요소해석 결과와 정량적으로 비교하였으며, 두 결과가 근접하게 일치되었다.

주요용어: 광탄성, 주응력, 주응력 방향, 등색선, 등경선, 위상이동법

Abstract Photoelasticity is a useful technique for obtaining the differences and directions of principal stresses in a model. In conventional photoelasticity, the photoelastic parameters are measured manually point by point. Identifying and measuring photoelastic data is time-consuming and requires skill. The fringe phase shifting method was recently developed and has been found to be convenient for measuring and analyzing fringe data in photo-mechanics. This paper presents an experimental study on the stress distribution along a horizontal line that passes the central point of a rhombus plate made of Photoflex (i.e., type of urethane rubber). The isoclinic fringe and/or principal stress direction is constant on this horizontal line, so a four-bucket phase shifting method can be applied. The method requires four photoelastic fringes that are obtained from a circular polariscope by rotating the analyzer at 0°, 45°, 90° and 135°. Experimental measurements using the method were quantitatively compared with the results from FEM analysis; the results from the two methods showed comparable agreement.

Keywords: Photoelasticity, Principal Stress, Principal Stress Direction, Isochromatics, Isoclinics, Phase Shifting Method

1. 서 론

실험역학에서 응력 및 변형률을 측정하기 위하여 광탄성법(photoelasticity)이 널리 이용되고 있다. 광탄성법은 광신호의 이차원 신호처리 특성을 활

용하여 시편에서의 전체 응력장(whole-field stress)을 가지적으로 관찰할 수 있다[1-4]. 광탄성법에 의하여 시편에서의 응력 해석을 위하여 광탄성 실험장치인 편광기로부터 얻어지는 등색선(isochromatic) 프린지(fringe)와 등경선(isoclinic) 프린지를

[접수일: 2014. 1. 20, 수정일: (1차: 2014. 2. 25, 2차: 2014. 3. 24) 게재확정일: 2014. 4. 14] *군산대학교 대학원 기계공학과, **군산대학교 전자공학과, ***군산대학교 기계자동차공학부, †Corresponding Author: School of Mechanical and Automotive Engineering, Kunsan National University, Gunsan 573-701, Korea (E-mail: thbaek@kunsan.ac.kr)
© 2014, Korean Society for Nondestructive Testing

이용한다. 등색선은 시편에서의 주응력 차이(difference of principal stress)에 의하여 나타나며, 등경선은 주응력 방향(direction of principal stress)에 의하여 나타난다. 일반적으로 광탄성 시편의 임의의 점에서 응력을 측정하기 위해서는 등색선과 등경선에 타디 보정법(Tardy compensation method)과 같은 방법을 이용해야 하며, 전체 응력장을 분석하기 위해서는 각 점에 대하여 개별적으로 보정하여 측정하여야 하기 때문에 시간이 많이 소요되고 불편하다는 단점이 있다[5-13].

본 연구에서는 이러한 수정측정에 의한 보정법의 단점을 극복할 수 있는 4-버킷 위상이동법(4-bucket phase shifting method)[14]을 이용하여 마름모 평판(rhombus plate)에서의 응력 분포를 해석하고자 한다. 원형편광기를 이용하여 압축하중을 받는 마름모 평판의 중간 수평선상에서의 응력 분포를 광탄성 실험에 의하여 측정하며, 측정된 값을 유한요소 상용 프로그램인 ANSYS에 의하여 분석 결과와 비교하여 유효성을 입증하고자 한다.

2. 실험 광탄성 위상이동법 및 실험

2.1. 광탄성 위상이동 이론

광탄성에서 등색선은 Fig. 1과 같이 편광판(polarizer), 두 개의 4분파판(quarter wave plate), 그리고 검광판(analyzer)으로 구성된 원형편광기(circular polariscope)로부터 얻을 수 있다. 응력-광법칙(stress-optic law)로부터 주응력 차이는 등색프린지 차수와 다음 관계를 갖는다[2,3].

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{t} \quad (1)$$

위의 식(1)에 나타낸 각각의 기호는 다음을 의미한다.

- $\sigma_1 - \sigma_2$: 최대 및 최소 주응력 차이
- N : 등색프린지 차수
- f_σ : 광탄성 재료상수(material fringe constant)
- t : 시편 두께

한편으로, 원형편광기의 암시야배열(dark-field setup)에서 검광판을 임의의 각도 β 로 회전시켰

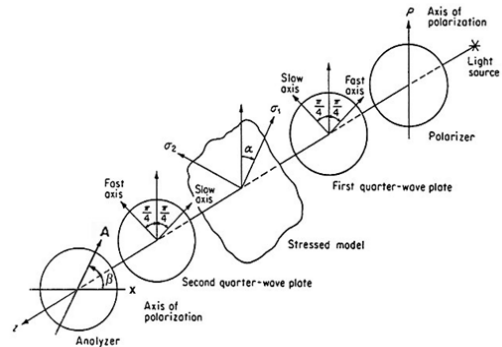


Fig. 1 Circular polariscope (dark-field setup)

을 때 광강도(light intensity) I_β 는 다음의 식(2)와 같다[2].

$$I_\beta = K(1 - \cos 2\beta \cos \Delta - \cos 2\alpha \sin 2\beta \sin \Delta) \quad (2)$$

위의 식에서 β 는 검광판 회전 각도, α 는 시편의 등경각, 그리고 Δ 는 주응력 차이와 관계되는 시편에서의 위상지연(relative retardation)을 의미한다.

검광판 회전각 β 에 대하여 최대 또는 최소 광강도가 되기 위한 α 와 Δ 값은 다음 식과 같이 계산한다.

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha} = K(2\sin 2\alpha \sin 2\beta \sin \Delta) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \Delta} = K(\cos 2\beta \sin \Delta - \cos 2\alpha \sin 2\beta \cos \Delta) = 0 \quad (4)$$

위의 식(3)과 (4)를 동시에 만족하는 α 와 Δ 값은 최소 광강도가 되며 아래 값들과 같은 조건에서 성립된다.

$$\alpha = \frac{n\pi}{2}, \quad \Delta = 2\beta \pm 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

식(2)에서 광강도 $I=0$ 이 되기 위해서는 주응력 방향중 한 축이 편광판의 축과 평행이 되어야 한다. 즉, $\alpha = 0, \pi/2, \pi, \dots$ 이 되어야 한다. 이 경우, 프린지 차수는 다음과 같다.

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = n \pm \frac{\beta}{\pi} \quad (6)$$

위의 식(6)은 타디 보정법의 기본원리이다.

식(2)로부터 위상이동법에 관한 식을 구할 수 있다. 식(2)에서 배경잡음(background noise) I_0 를 고려하고 $2\beta = \phi$ 로 대체시킨 후, 식(2)를 일반적인 광강도에 관한 일반식으로 변형하여 나타내면 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$I(x) = I_0(x) + I_f(x) \cos[\Delta(x) + \phi] \quad (7)$$

식(7)에서 $I_f(x)$ 는 프린지의 광강도를 의미한다. ϕ 는 위상차(phase difference)이며, 등색선 프린지 차수 $\Delta(x)$ 를 구하기 위해 ϕ 를 0에서 2π 사이의 값을 택할 수 있다. 원형편광기의 암시야배열로부터 위상차를 $\beta = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ 로 변화시켜가며 이에 해당되는 광강도로부터 다음의 4버킷 위상이동법(4-bucket phase shifting method)에 관한 식(8)을 얻을 수 있다[14].

$$\Delta(x) = \tan^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right) \quad (8)$$

식(8)로부터 $\Delta(x)$ 에 관한 전체적인 위상도(whole-field phase map)를 생성할 수 있다. 그러나 식(3)의 arc tangent 함수는 $-\pi$ 에서 $+\pi$ 범위 이내이므로 위상점프(phase jump)가 나타난다. 이를 펼치면 $\Delta(x)$ 에 관한 위상도(unwrapped phase map)을 얻을 수 있다.

2.2. 광탄성 실험 및 영상처리

프린지 위상이동법의 유효성을 입증하기 위하여 Fig. 2와 같이 한 변의 길이가 $a = 25.4$ mm이고 두께가 $t = 5.8$ mm인 우레탄 고무의 일종인 photoflex 재료[15]로 가공된 마름모 평판을 원형편광기 4분과판 사이에 설치된 하중장치(loadung frame)에 위치시킨 후, 약 $P = 3.32N$ 의 하중을 가하였다. Photoflex재료의 영탄성계수는 $E = 3.1N/mm^2$, 그리고 광탄성프린지 상수는 $f_\sigma = 0.16N/mm^2/fringe/mm$ 이다[15].

Fig. 3은 원형편광기의 암시야 배열에 설치된 시편에 하중이 가해진 상태에서 등색프린지 패턴을 나타낸다. Fig. 4는 Fig. 3에 표시된 가로방향의 수평선상에서 광강도이다. Fig. 4에서 표시된 바와 같이 최대 광강도는 50~60 사이에, 그리고 최소 광강도는 10~20 사이에 분포되어 있다. 이

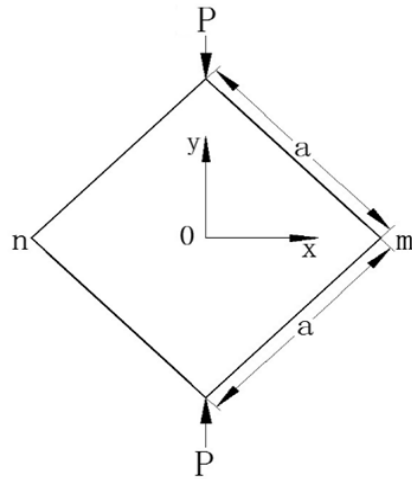


Fig. 2 Geometry of test specimen

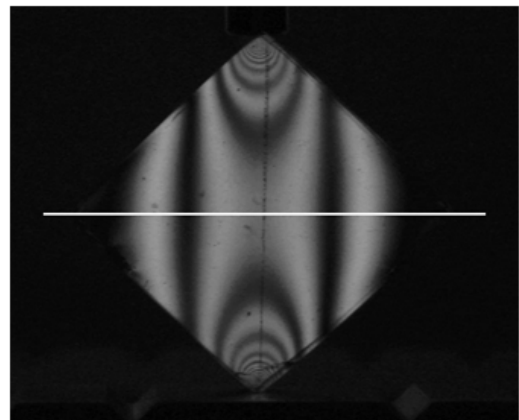


Fig. 3 Isochromatic fringes in the dark field polariscope set-up

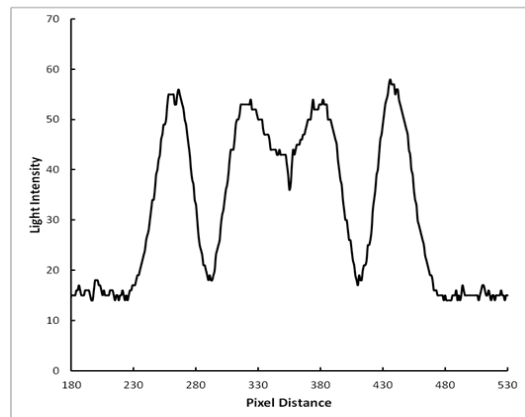
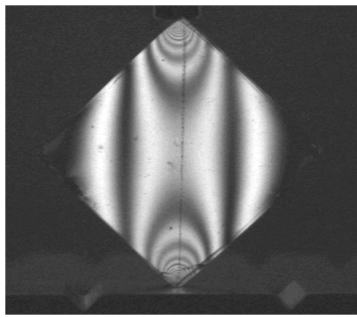
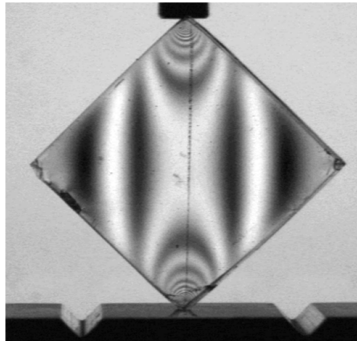


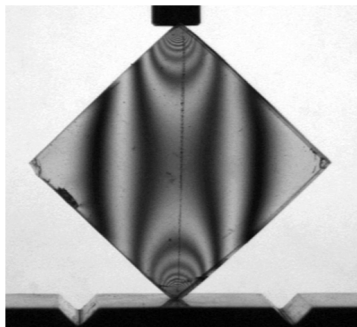
Fig. 4 Distribution of light intensity along the horizontal line shown in Fig. 3



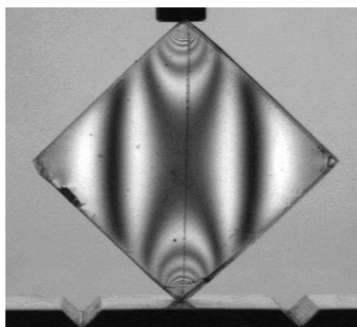
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5 Fringe shifted patterns by rotating analyzer (a) 0 radian (b) $\pi/4$ radians (c) $\pi/2$ radians (d) $3\pi/4$ radians

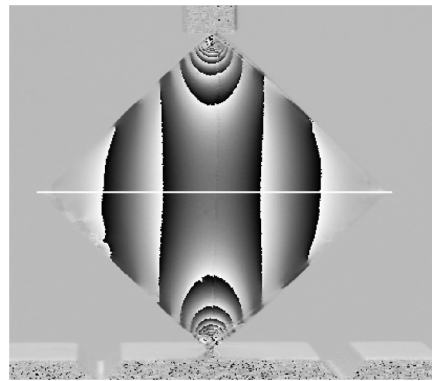


Fig. 6 Isochromatic fringe phase map obtained by rotating analyzer 0 radian, $\pi/4$ radians, $\pi/2$ radians and $3\pi/4$ radians

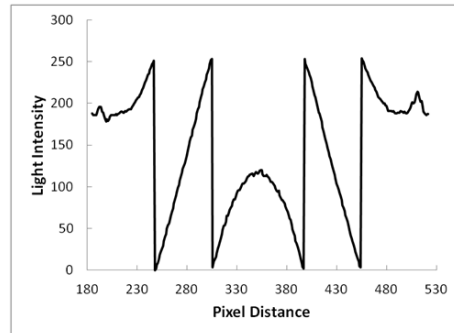


Fig. 7 Light intensities of fringe phase map along the horizontal line which passes the central point

러한 이유로 하나의 프린지 영상으로부터 육안으로 프린지 차수를 측정하기 위해서는 최대 및 최소 광강도 지점을 정확히 측정해야 하는 어려운 점이 있다.

Fig. 5는 원형편광기에서 검광판을 각각 0, $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$ 라디안 회전시켰을 때 나타난 프린지 영상이다. Fig. 6은 Fig. 5의 4개 영상을 식(8)에 적용하여 계산된 등색위상도(isochromatic phase map)이다. Fig. 7은 Fig. 6의 중앙 수평선상에서 광강도 분포를 나타낸다. Fig. 7에서 보인바와 같이 중앙을 기준으로 양측에서 위상점프(phase jump)가 발생되었다.

Fig. 7에서 위상점프를 없애기 위해 위상이동에 의한 광강도를 펼치면 Fig. 8과 같이 Fig. 6의 수평선상에서 펼친 위상도(unwrapped phase map)

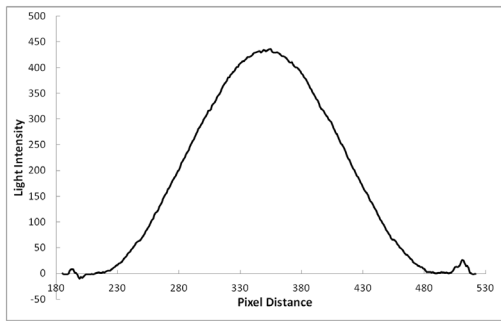


Fig. 8 Unwrapped isochromatic fringe phase map obtained from Fig. 7

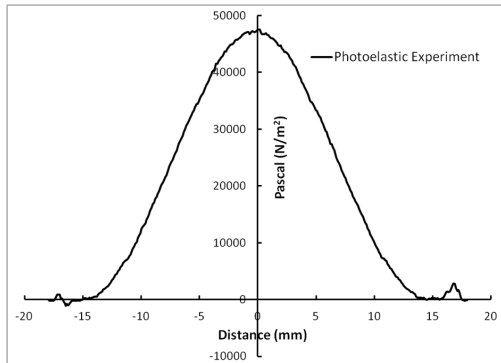


Fig. 9 Distribution principal stress difference measured by photoelastic experiment along the horizontal axis of the specimen

에 관한 광강도 분포를 얻을 수 있다. Fig. 8에서 수평축은 픽셀 거리(pixel distance), 그리고 수직축은 광강도(light intensity)를 나타낸다.

광강도와 프린지 차수, 그리고 픽셀 거리와 실제치수 사이의 환산계수(conversion factor)를 적용하면 마름모 판 대각 수평선상에 분포된 등색프린지 차수 분포를 얻을 수 있다. 등색프린지 차수로부터 식(1)을 이용하면 주응력 차이를 얻을 수 있으며, Fig. 9와 같이 광탄성 실험에 의한 주응력 차이 분포(distribution of principal stress difference)를 구할 수 있다.

3. 유한요소 해석

광탄성 실험으로부터 측정된 마름모 시편의 수평 대각선상에 분포된 주응력 차이의 유효성을 검토하기 위해 상용유한요소 프로그램 ANSYS

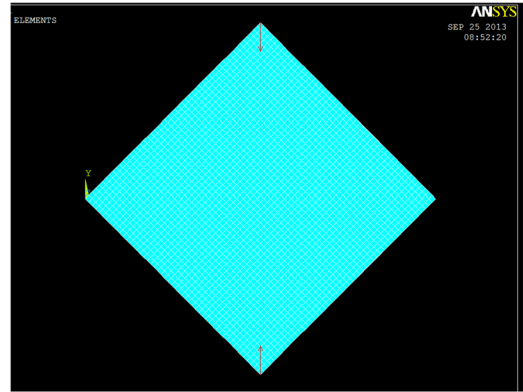


Fig. 10 ANSYS discretization of the rhombus plate model

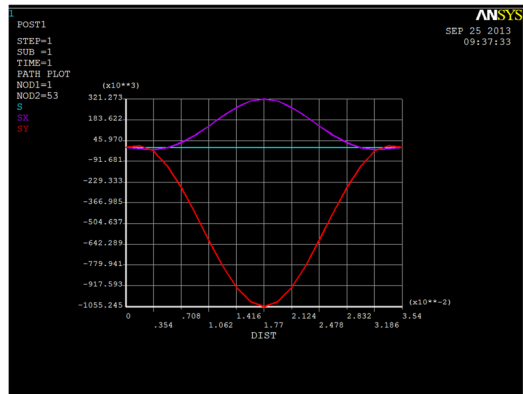


Fig. 11 Distribution of stress components calculated by ANSYS

[16]를 이용하여 계산하였다. Fig. 10은 Fig. 2에 나타낸 치수 ($a = 25.4 \text{ mm}$, $t = 5.8 \text{ mm}$)와 같이 상하 지점에서 압축하중을 받는 마름모 평판 해석을 위한 유한요소 모델을 나타낸다. 사용된 요소 종류는 Type 1, PLANE 182이며 2601개의 요소로 분할하여 해석하였다.

Fig. 11의 그래프는 Fig. 10의 중앙 대각 수평선상에서 해석 결과로부터 얻은 응력성분 분포를 나타낸다. Fig. 11에서 보인바와 같이 중앙 대각 수평선상에서 y 방향의 응력성분(SY), 즉 σ_y 가 최대값인 압축응력을 나타내고 있다. 또한 전단 응력성분(S), 즉 τ_{xy} 는 0에 가까운 아주 적은 값으로 수평선으로 나타나 있다. 또한 방향의 x 방향의 응력성분(SX), 즉 σ_x 는 양(+)의 값으로 대략 σ_y 값 크기의 1/3정도로 계산되었다. Fig. 11에 나

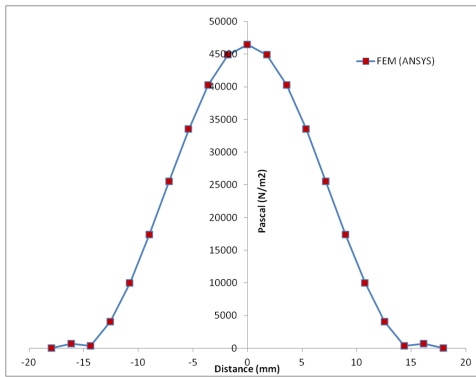


Fig. 12 Principal stress distribution of FEM analysis along the center horizontal line of the rhombus plate under compression

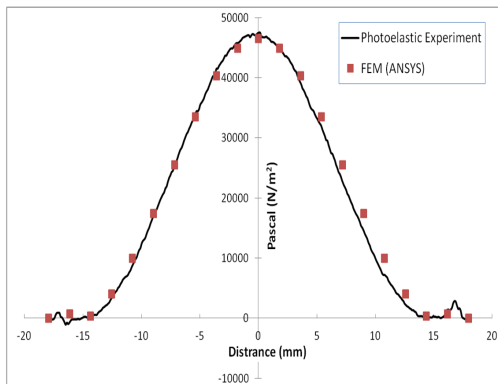


Fig. 13 Comparison of principal stress distribution obtained by photoelastic experiment and results calculated by FEM analysis

타낸 응력성분으로부터 마름모 평판 시편 중앙 대각선상에서 유한요소해석으로부터 얻은 주응력 차이($\sigma_1 - \sigma_2$) 분포는 Fig. 12와 같다.

수직방향으로 하중을 받는 마름모 평판의 주응력 분포에 대해 위상이동법을 이용한 광탄성 실험법에 의해 측정된 값과 유한요소법으로 계산한 결과를 비교하면 Fig. 13과 같다.

Fig. 13에서 보인 바와 같이 광탄성(photoelastic experiment) 측정값과 유한요소법(FEM-ANSYS) 계산 결과는 대체적으로 서로 잘 일치하였다. 특히 마름모 평판이 수직방향으로 하중을 받을 경우, 양끝 모서리 부분에서 광탄성법으로 측정된 주응력 차이의 분포는 Fig. 13에서 보인 바와 같이 사용된 유한요소 해석 결과보다 정밀한 분포

를 얻을 수 있었다. 양끝 모서리에 대해 유한요소법으로 정밀한 결과를 얻기 위해서는 좀 더 조밀한 요소로 분할하여야 함을 시사하였다.

4. 결론

광탄성법은 실험역학에서 응력 분포를 측정하기 위하여 널리 활용되고 있다. 그러나 수작업으로 측정하기 위해서는 측정하고자 하는 한 점, 한 점에 대해 보정법을 사용해야하므로 속련을 필요로 하며 많은 시간이 소요된다.

본 논문에서는 기존의 광탄성법에 이용되는 수작업에 의한 보정법의 단점을 극복할 수 있는 4-버킷 위상이동법을 이용하여 압축하중을 받는 마름모 평판에서의 응력 분포를 분석하였다. 위상이동법을 적용한 광탄성실험으로부터 측정된 주응력 분포 차이는 유한요소법에 의하여 계산된 결과와 잘 일치함을 확인하였다. 또한 광탄성 위상이동실험법은 시편의 모든 픽셀에 대해 CCD 카메라의 해상도에 따라 측정이 가능하므로 정밀한 기계/구조물의 설계 및 해석에 적용이 가능할 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (No. 2013070058).

참고문헌

- [1] T. H. Baek, M. S. Kim and L. Chen, "Comparison of full-field stresses around an inclined crack tip by using fringe data of finite element method with photoelastic experiment," *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 29, No. 6, pp. 557-562 (2009)
- [2] J. W. Dally and W. F. Riley, "Experimental Stress Analysis," 3rd Ed., McGraw-Hill, Inc. (1991)
- [3] C. P. Burger, "Chapter 5 Photoelasticity in Handbook on Experimental Mechanics," 2nd Ed., Edited by A. S. Kobayashi, Society for Experi-

- mental Mechanics, Inc., Bethel, Connecticut, pp. 165-266 (1993)
- [4] G. L. Cloud, "Optical Methods of Engineering Analysis," Cambridge University Press (1995)
- [5] T. H. Baek, M. S. Kim and S. H. Cho, "Measurement of isochromatic fringe distribution of a TV glass panel by use of photoelastic 4-step phase shifting method", *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 25, No. 1, pp. 1-8 (2005)
- [6] T. H. Baek, M. S. Kim, Y. Morimoto and M. Fujigaki, "Separation of isochromatics and isoclinics from photoelastic fringes in a circular disk by phase measuring technique," *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 2, pp. 1207-1213 (2002)
- [7] T. H. Baek and M. S. Kim, "Computer Simulation of Photoelastic Fringe Patterns for Stress Analysis," *Systems Modeling and Simulation: Theory and Applications, Lecture Notes in Computer Science*, Issue Vol. 3398, pp. 214-221 (2005)
- [8] T. H. Baek, "Photoelastic stress analysis by use of hybrid technique and fringe phase shifting method," *Journal of Experimental Mechanics*, Vol. 21, No. 1, pp. 87-95 (2006)
- [9] L. Chen and T. H. Baek, "Accurate determination of stress intensity factor of a central crack by digital photoelasticity," *Modern Physics Letters B*, Vol. 22, No. 11, pp. 863-868 (2008)
- [10] T. H. Baek, L. Chen and D. P. Hong, "Hybrid determination of mixed-mode stress intensity factors on discontinuous finite-width plate by finite element and photoelasticity," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, No. 10, pp. 2535-2543 (2011)
- [11] T. H. Baek and M. S. Kim, "Measurement of stress intensity factors of inclined crack in a tensile plate by using hybrid photoelastic technique combined with FEA data," *International Journal of Green Engineering and Management*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-9 (2013)
- [12] T. H. Baek, "Development image processing technique for photoelastic isochromatic fringe sharpening," *Journal of the Korean Precision Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 220-230 (1993)
- [13] T. H. Baek and J. C. Lee, "Development of image processing technique for photoelastic fringe analysis," *Trans. of KSME*, Vol. 18, No. 10, pp. 2577-2584 (1994)
- [14] A. Asundi, "Phase shifting in photoelasticity," *Experimental Techniques*, Vol. 7, No. 1, pp. 19-23 (1993)
- [15] Sharples Stress Engineers Ltd. Unit 29, Old Mill Industrial Est., School Lane, Bamber Bridge, Preston, Lancs, U. K. PR5 6SY
- [16] ANSYS 14, www.ansys.com, ANSYS, Inc.