

논문 2014-51-5-20

평균 제곱 투영 오차의 기울기에 기반한 가변 망각 인자 FAPI 알고리즘

(Mean Square Projection Error Gradient-based Variable Forgetting Factor FAPI Algorithm)

서 영 광*, 신 중 우*, 서 원 기**, 김 형 남***

(YoungKwang Seo, Jong-Woo Shin, Won-Gi Seo, and Hyoung-Nam Kim[©])

요 약

본 논문에서는 고속 부공간 추적 기법인 FAPI (Fast Approximated Power Iteration)에 GVFF RLS (Gradient-based Variable Forgetting Factor Recursive Least Square Error)를 적용한 GVFF FAPI 를 제안한다. 기존의 FAPI는 신호의 공분산 행렬을 추정하기 위해 고정 망각 인자를 사용하기에, 부공간이 지속적으로 변하는 비정재 환경에 적용하기 어려운 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, GVFF FAPI는 개선된 MSE (Mean Square Error)의 분석으로부터 유도된 MSE의 기울기 기반의 시변 망각 인자를 사용한다. 또한 GVFF RLS의 망각 인자 업데이트 식을 개선하여 부공간이 지속적으로 변하는 비정재 환경에서 부공간 에러를 줄인다. 개선된 망각 인자 업데이트 식은 MSE의 기울기가 양수이면 망각 인자를 빠르게 감소하게 하고 MSE의 기울기가 음수이면 망각 인자를 천천히 증가시킨다. 모의실험을 통해서 도래각이 지속적으로 변하는 환경에서 GVFF FAPI 알고리즘이 기존의 FAPI 알고리즘보다 작은 부공간 에러를 가지는 것을 보이고, 추적된 부공간을 도래각 추정 기법에 적용하였을 때 추적된 도래각의 RMSE (Root Mean Square Error)가 더 작은 것을 확인한다.

Abstract

This paper proposes a fast subspace tracking methods, which is called GVFF FAPI, based on FAPI (Fast Approximated Power Iteration) method and GVFF RLS (Gradient-based Variable Forgetting Factor Recursive Lease Squares). Since the conventional FAPI uses a constant forgetting factor for estimating covariance matrix of source signals, it has difficulty in applying to non-stationary environments such as continuously changing DOAs of source signals. To overcome the drawback of conventioanl FAPI method, the GVFF FAPI uses the gradient-based variable forgetting factor derived from an improved means square error (MSE) analysis of RLS. In order to achieve the decreased subspace error in non-stationary environments, the GVFF-FAPI algorithm used an improved forgetting factor updating equation that can produce a fast decreasing forgetting factor when the gradient is positive and a slowly increasing forgetting factor when the gradient is negative. Our numerical simulations show that GVFF-FAPI algorithm offers lower subspace error and RMSE (Root Mean Square Error) of tracked DOAs of source signals than conventional FAPI based MUSIC (Multiple Signal Classification)

Keywords : subspace tracking, PAST, FAPI, GVFF RLS, DOA

* 학생회원, *** 정회원, 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과
(Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University)

** 정회원, (주) 넥스윌 (NEXTWILL Co., Ltd.)

© Corresponding Author : (E-mail: hnkim@pusan.ac.kr)

※ 본 논문은 2013년 한국산업기술진흥원의 “조정밀 무선 신호 측정 장비 개발”에 대한 연구용역으로 이루어졌음.

※ 본 연구는 지식경제부 산하 (재)충청광역경제권 선도산업지원단의 광역경제권 선도산업 육성사업에 의해 수행되었습니다.

접수일자: 2013년12월30일, 수정일자: 2014년4월1일, 수정완료: 2014년4월30일

I. 서 론

부공간 추적 기법은 다양한 적응 신호처리 응용 분야에서 중요한 역할을 담당하고 있으며, 대표적인 응용분야로는 배열신호처리, 신호원 위치 추정, 채널 추정 등이 있다^[1-2]. 이와 같은 응용분야에서 부공간을 얻기 위해 사용되는 기본적인 방법인 고유 분해 또는 특이치 분해는 많은 연산량으로 인해 실시간 구현에 걸림돌이 되어왔다. 이러한 문제를 해결하기 위해 요구되는 연산량이 적은 부공간 추적 기법이 고유 분해 또는 특이치 분해 대신 적용되고 있다^[3-6].

부공간 추적 기법의 주요 목적은 입력 신호에 대한 $n \times n$ 공분산 행렬로부터 r 개의 큰 고유 값에 해당하는 고유 벡터들이 형성하는 신호 부공간 (signal subspace) 혹은 $(n-r)$ 개의 작은 고유 값에 해당하는 고유 벡터들이 형성하는 잡음 부공간 (noise subspace)을 추적하는 것이다. 부공간 추적 기법은 현재까지 활발히 연구가 진행되고 있는 분야로서 1990년 이전까지 등장한 알고리즘들은 주요 연산량이 $O(n^2r)$ 또는 $O(nr^2)$ 의 연산량을 요구하는 것으로 알려졌으며, 이에 대한 자세한 내용은 참고문헌 [7]에서 확인할 수 있다. 1990년대 들어 $O(nr)$ 의 연산량만으로 구현되어 향상된 연산 속도를 제공하는 부공간 추적 기법들이 제안되었으며, 이러한 기법들을 고속 부공간 추적 기법이라 부른다.

PAST (Projection Approximation Subspace Tracking) 알고리즘은 1990년대 초에 등장한 power iteration method 계열의 대표적인 고속 부공간 추적 기법으로 고유 분해에 아주 근접한 부공간 추정 정확도를 보이지만 추정된 부공간 행렬의 정규 직교성 (orthonormality)이 부족한 단점을 가진다^[8]. 그 이후에 제안된 FAPI (fast approximated power iteration)는 최적화된 투영 근사화 (optimal projection approximation)를 적용하여 완벽히 정규 직교화된 부공간 행렬을 추정하며, 한번 업데이트 마다 요구되는 주요 연산량은 고속 부공간 추적 기법의 최저 한계인 $3nr$ 이다^[9-10]. FAPI는 power iteration method 계열의 최종 버전으로 알려져 있으며 최근에 제안된 DPM (Data Projection Method) 계열의 알고리즘들 중에서 수치적 연산의 안전성을 보장하고 주요 연산량이 각각 $6nr$, $7nr$, 그리고 $3nr$ 인 FDPM (Fast Data Projection Method), FOOJA (Fast and Orthonormal OJA), 그리고 SOOJA (Stable

and Orthonormal OJA)와 아주 유사한 성능을 가진다^[11-13].

하지만 FAPI는 입력 신호의 공분산 행렬을 추정할 때 고정 망각 인자 (constant forgetting factor)를 사용하기 때문에 다양한 신호 환경에 능동적으로 대처하지 못하는 단점을 가진다. 고정 망각 인자는 목적에 따라 다양한 값을 가질 수 있지만 낮은 수렴에러를 위해서는 1에 근접한 값, 그리고 빠른 수렴 속도를 위해서는 1에 근접하지 않는 작은 값으로 고정되므로 비정상 (non-stationary) 환경에 적용하기에는 어려움이 있다.

본 논문에서는 이러한 단점을 극복하기 위해 부공간 행렬에 대한 평균 자승 오차 (MSE; mean square error)의 기울기로 망각 인자의 값을 조절하는 GVFF (gradient-based variable forgetting factor) RLS를 변형하여 FAPI에 적용한 GVFF FAPI를 제안한다^[14]. GVFF RLS 알고리즘은 MSE가 급격히 변하는 경우 망각 인자를 빠르게 감소시키고 MSE의 변화가 작아지면 다시 망각 인자를 빠르게 증가시킨다. 따라서 부공간이 갑자기 변하는 환경에 적합한 방법이라고 할 수 있다. 하지만 부공간이 지속해서 변하는 환경에서는 망각 인자 값이 지속해서 최댓값보다 작은 값을 유지할 필요가 있으므로 GVFF RLS 알고리즘을 직접 사용하기에는 적합하지 않다. 따라서 본 논문에서 제안하는 GVFF FAPI 알고리즘은 MSPE (mean square projection error)가 급격히 변하는 경우 망각 인자 값을 빠르게 감소시키고 MSPE의 변화가 작아지면 망각 인자 값을 서서히 증가시킬 수 있도록 업데이트 식을 변형하여 FAPI에 적용함으로써 부공간이 지속해서 변하는 환경에서도 강건하게 동작할 수 있도록 하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 고속 부공간 추적 기법인 PAST와 FAPI에 대해 소개하고 III장에서는 GVFF RLS와 제안하는 GVFF FAPI에 대해서 설명한다. 그리고 IV장의 모의실험을 통해 FAPI와 GVFF FAPI의 성능을 비교 분석한다. 마지막으로 V장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

II. 부공간 추적 기법

1. Projection Approximation Subspace Tracker (PAST) 알고리즘

PAST 알고리즘은 $n \times n$ 공분산 행렬에 대해 r 개의

큰 고유 값에 해당하는 고유 벡터들이 형성하는 신호 부공간 (signal subspace)을 재귀적으로 추정하는 기법으로 공분산 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t) = \sum_{u=-\infty}^t \beta^{t-u} \mathbf{x}(u)\mathbf{x}^H(u) \quad (1)$$

여기서 $0 < \beta < 1$ 는 고정 망각 인자이고, $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t)$ 는 입력 신호가 갱신될 때마다 재귀적으로 구해질 수 있으며, 그 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t) = \beta \mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t-1) + \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \quad (2)$$

신호 부공간은 $n \times r$ 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 로 표현되며, $\mathbf{W}(t)$ 는 다음과 같이 시간적 평균으로 정의된 비용함수를 최소화할 때 구해진다.

$$J(\mathbf{W}(t)) = \sum_u \beta^{t-u} \|\mathbf{x}(u) - \mathbf{W}(t)\mathbf{W}^H(t)\mathbf{x}(u)\|^2 \quad (3)$$

PAST는 식 (3)의 비용함수를 최소화하는 $\mathbf{W}(t)$ 를 적은 연산량으로 재귀적으로 구하기 위해 $\mathbf{W}^H(t)\mathbf{x}(u)$ 를 $1 \leq u \leq t$ 시간에 대해서 바로 이전 시점에서 추정된 부공간 행렬을 이용하여 $\mathbf{y}(u) = \mathbf{W}^H(u-1)\mathbf{x}(u)$ 와 같이 투영 근사화 (projection approximation)하며, 이 투영 근사화로 얻어진 비용함수는 다음과 같다^[8].

$$J'(\mathbf{W}(t)) = \sum_u \beta^{t-u} \|\mathbf{x}(u) - \mathbf{W}(t)\mathbf{y}(u)\|^2 \quad (4)$$

식 (4)의 비용함수를 최소화하는 $\mathbf{W}(t)$ 는 각 반복연산마다 식 (5)의 압축 과정과 식 (6)의 정규 직교화 과정이 포함된다^[8].

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t) = \mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t)\mathbf{W}(t-1) \quad (5)$$

$$\mathbf{W}(t)\mathbf{R}(t) = \mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t) \quad (6)$$

여기서 식 (6)에서 $r \times r$ 정규 직교화 행렬 $\mathbf{R}(t)$ 는 $\mathbf{R}^H(t)\mathbf{R}(t) = \mathbf{\Phi}(t)$ 로 표현되는 행렬 $\mathbf{\Phi}(t)$ 의 positive definite square root이며, $\mathbf{\Phi}(t)$ 는 다음과 같다^[15].

$$\begin{aligned} \mathbf{\Phi}(t) &= \mathbf{C}_{\mathbf{xy}}^H(t)\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t) \\ &= \mathbf{W}^H(t-1)\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}^H(t)\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t)\mathbf{W}(t-1) \end{aligned} \quad (7)$$

$\mathbf{R}(t)$ 는 다음 식과 같이 표현된 $\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t)$ 를 식 (6)에 대입하고 양변에 $\mathbf{W}^H(t)$ 곱하여 얻을 수 있다.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t) = \mathbf{W}(t-1)\mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t) \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{W}^H(t-1)\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t)\mathbf{W}(t-1) = \mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t)$ 는 투영 근사화 과정을 통해 압축된 입력 신호 $\mathbf{y}(t)$ 의 공분산 행렬이며, 식 (6)에 $\mathbf{W}(t) \simeq \mathbf{W}(t-1)$ 의 투영 근사화를 적용하면 $\mathbf{R}(t) \simeq \mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t)$ 가 얻어진다. 그리고 $\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t)$ 와 $\mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t)$ 는 식 (9)와 식 (10)과 같이 재귀적인 계산으로 구할 수 있으며,

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t) = \beta \mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t-1) + \mathbf{x}(t)\mathbf{y}^H(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t) = \beta \mathbf{C}_{\mathbf{yy}}(t-1) + \mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t) \quad (10)$$

이를 이용하여 $\mathbf{W}(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다^[8].

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t)\mathbf{C}_{\mathbf{yy}}^{-1}(t) \quad (11)$$

실제로 압축된 입력 신호 $\mathbf{y}(t)$ 로부터 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 를 구하는 과정은 RLS (Recursive Least Square) 알고리즘의 유도 과정과 동일하며 RLS 알고리즘의 유도 과정은 일반적으로 잘 알려져 있기 때문에 추가적인 유도는 생략한다^[16-17]. 이와 같은 유도과정이 적용된 PAST 알고리즘은 한번 업데이트 할 때마다 $3nr + O(r^2)$ 의 연산량을 요구한다^[8]. 만약 $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(t)$ 가 일정하게 유지되고 r 개의 고유값이 다른 $n-r$ 개의 고유값보다 상당히 큰 값을 가지고 있다면, 식 (4)의 비용함수는 전역 최솟값에 수렴하고 이 때 얻어진 $\mathbf{W}(t)$ 는 신호 부공간에 해당한다. 하지만 PAST는 투영 근사화를 적용함으로써 $\mathbf{W}(t)$ 의 완벽한 정규 직교성을 보장하지 못하며, $\mathbf{W}(t)$ 의 정규 직교성 에러는 SNR이 낮을수록 크게 나타난다.

2. Fast Approximated Power Iteration (FAPI) 알고리즘

API 알고리즘은 기존의 PAST를 사용하는 투영 근사화보다 제약이 완화된 새로운 투영 근사화 기법을 적용하여 완벽히 정규 직교화 된 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 를 구한다^[18]. API에 적용된 새로운 투영 근사화 기법은 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 와 $\mathbf{W}(t-1)$ 이 모두 정규 직교 행렬이고 $\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}(t)$ 의 공간으로 확장한다는 가정 하에 유도되며, 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t-1)\mathbf{\Theta}(t) \quad (12)$$

여기서 $\Theta(t)$ 는 $r \times r$ 정규 직교 행렬이다. 식 (8)을 식 (5)에 대입하고 양변에 $\mathbf{W}^H(t)$ 를 곱하면 다음과 같이 정규 직교화 행렬 $\mathbf{R}^H(t)$ 를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{R}^H(t) = \mathbf{C}_{yy}(t)\Theta(t) \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{C}_{yy}(t)$ 는 positive definite 행렬이고 $\Theta(t)$ 는 정규 직교 행렬이다. 그리고 $\mathbf{W}(t-1)$ 이 $\mathbf{C}_{xx}(t)$ 의 신호 부공간으로 근사적으로 확장한다고 가정할 때, $\mathbf{W}(t)$ 와 $\mathbf{R}^H(t)$ 는 다음과 각각 같이 표현된다.

$$\mathbf{W}(t) \simeq \mathbf{W}(t-1)\Theta(t) \quad (14)$$

$$\mathbf{R}^H(t) \simeq \mathbf{C}_{yy}(t)\Theta(t) \quad (15)$$

식 (14)와 PAST에 적용된 투영 근사화 기법인

표 1. FAPI 알고리즘^[9]
Table 1. FAPI algorithm^[9].

Initialization : $\mathbf{W}(0) = \begin{bmatrix} I_r \\ 0_{(n-r) \times r} \end{bmatrix}, \mathbf{P}(0) = I_r$
For each time step do Input vector : $\mathbf{x}(t)$ PAST main section $\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}^H(t-1)\mathbf{x}(t)$ $\mathbf{h}(t) = \mathbf{P}(t-1)\mathbf{y}(t)$ $\mathbf{g}(t) = \mathbf{h}(t) / [\beta + \mathbf{y}^H(t)\mathbf{h}(t)]$
FAPI main section $\varepsilon(t) = \ \mathbf{x}(t)\ ^2 - \ \mathbf{y}(t)\ ^2$ $\tau(t) = \frac{\varepsilon^2(t)}{1 + \varepsilon^2(t)\ \mathbf{g}(t)\ ^2 + \sqrt{\varepsilon^2(t)\ \mathbf{g}(t)\ ^2}}$ $\eta(t) = 1 - \tau(t)\ \mathbf{g}(t)\ ^2$ $\mathbf{y}'(t) = \eta(t)\mathbf{y}(t) + \tau(t)\mathbf{g}(t)$ $\mathbf{h}'(t) = \mathbf{P}^H(t-1)\mathbf{y}'(t)$ $\epsilon(t) = \frac{\tau(t)}{\eta(t)}[\mathbf{P}(t-1)\mathbf{g}(t) - (\mathbf{h}'^H(t)\mathbf{g}(t))\mathbf{g}(t)]$ $\mathbf{P}(t) = \frac{1}{\beta}(\mathbf{P}(t-1) - \mathbf{g}(t)\mathbf{h}'^H(t) + \epsilon(t)\mathbf{g}^H(t))$ $\mathbf{e}'(t) = \eta(t)\mathbf{x}(t) - \mathbf{W}^H(t-1)\mathbf{y}'(t)$ $\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t-1) + \mathbf{e}'(t)\mathbf{g}^H(t)$

$\mathbf{W}(t) \simeq \mathbf{W}(t-1)$ 와 비교하면 PAST의 투영 근사화 기법은 식 (14)에서 $\Theta(t)$ 가 $r \times r$ 항등행렬인 경우와 같으며, 이 때의 $\mathbf{R}^H(t)$ 는 positive definite 행렬이라는 제한 조건을 가진다. 이로 인하여 PAST는 $\mathbf{R}(t)$ 가 positive definite 행렬이라는 제한 조건에서 벗어날 경우 수렴성을 보장하지 못한다^[9].

API 알고리즘은 이러한 제한 조건에서 벗어나기 위해 제안된 방법이며, 근사화 오차를 최소화하는 $\Theta(t)$ 를 이용하여 새로운 투영 근사화 기법을 적용하며, 이 때의 최소 제곱 오차와 $\Theta(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$J(\Theta(t)) = \|\mathbf{W}(t) - \mathbf{W}(t-1)\Theta(t)\|_F^2 \quad (16)$$

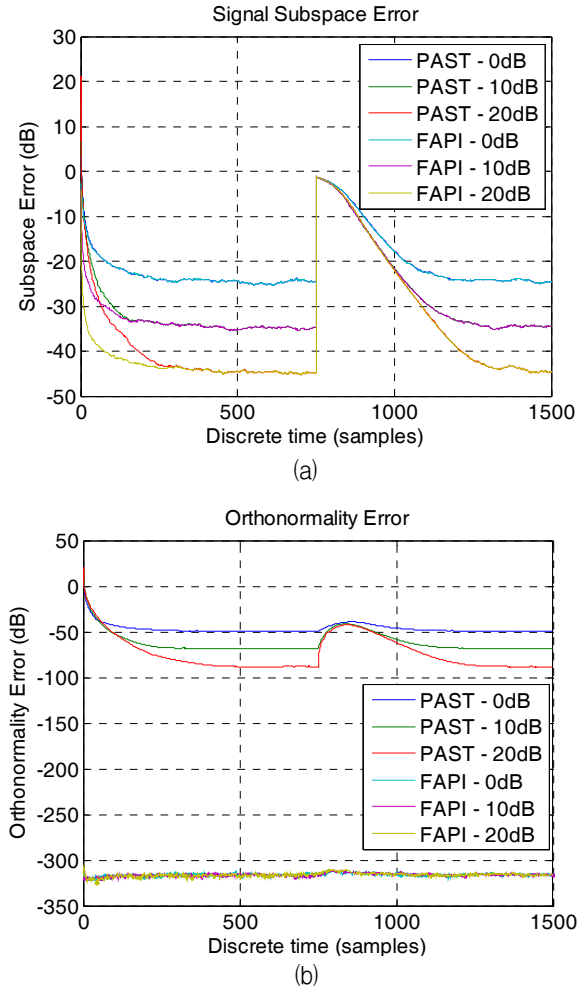


그림 1. SNR에 따른 부공간 에러와 정규직교성 에러 비교: (a) 부공간 에러, (b) 정규 직교성 에러

Fig. 1. Comparison of subspace error and orthonormality error according to different values of SNR: (a) subspace error, (b) orthonormality error.

식 (15)를 최소화하는 $\Theta(t)$ 는 식 (16)과 같이 얻어진다.

$$\Theta(t)\Theta^H(t) = [\mathbf{I}_r + \mathbf{g}(t)(\mathbf{e}^H(t)\mathbf{e}(t))\mathbf{g}^H(t)]^{-1} \quad (17)$$

FAPI 알고리즘은 역행렬 연산이 요구되는 API 알고리즘으로부터 수치적 연산의 안정성이 보장되면서도 고속으로 연산이 되도록 변형하여 $\Theta(t)$ 와 $\Theta^{-1}(t)$ 의 특이해를 구하며 자세한 과정은 표 1에 나타내었다. FAPI 알고리즘은 고속화된 방법의 변형을 통해서 입력신호의 갱신이 발생할 때마다 부공간 추정을 위해 $n(3r+2) + O(r^2)$ 의 연산량만을 요구한다^[9].

그림 1은 도래각이 갑자기 변하는 입사 신호의 부공간을 추적할 경우에 대하여 PAST와 FAPI의 부공간 에러와 정규 직교성 에러를 나타낸 것이다. PAST와 FAPI는 SNR이 같으면 부공간 에러 측면에서 동일한 성능을 보인다. 하지만 정규 직교성 에러 측면에서 PAST는 SNR이 낮을수록 정규 직교성 에러가 증가하지만 FAPI 알고리즘은 -300dB 이하의 정규 직교성 에러를 보이는 것을 알 수 있다. FAPI 알고리즘은 추정된 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 의 정규 직교성을 보장하기 때문에, MUSIC이나 Minimum norm과 같이 정교 직교화 된 부공간 행렬이 필요한 응용 알고리즘에 적용할 수 있다^[19-20].

III. GVFF FAPI 알고리즘

1. Gradient-based Variable Forgetting Factor RLS (GVFF RLS) 알고리즘

VFF (Variable Forgetting Factor) RLS 알고리즘은 비정상 환경에서 빠른 수렴 속도를 얻기 위해 망각 인자 값을 감소시키고, 정상 환경에서는 수렴 에러를 줄이기 위해 망각 인자 값을 최댓값으로 유지하도록 한다^[21]. VFF RLS 알고리즘 중 하나인 GVFF RLS 알고리즘은 time-variable error weighting RLS (TWRLS) 알고리즘으로부터 구해진 추정 값의 MSE를 분석하고, 여기서 유도된 MSE의 기울기 (Gradient)를 이용하여 망각 인자를 제어한다^[14]. TWRLS 알고리즘은 오차 가중 (error weighting) 함수가 적용된 비용함수를 최소화할 때 얻어지며, 이 때의 비용함수와 오차 가중 함수는 다음과 같다^[22-23].

$$J(\mathbf{w}(t)) = \sum_{u=0}^t \varpi_{t-u}(t) \|\mathbf{d}(u) - \mathbf{w}^H(t)\mathbf{x}(u)\|^2 \quad (18)$$

$$\varpi_u(t) = \begin{cases} \beta(t-1)\beta(t-2)\cdots\beta(t-u), & u \geq 1 \\ 1, & u < 1 \end{cases} = \beta(t-1)\varpi_{u-1}(t-1) \quad (19)$$

여기서 $\mathbf{d}(u)$ 는 기준신호, $\mathbf{w}(t)$ 는 가중치 벡터이다. 오차 가중치 함수가 적용된 추정 값의 MSE를 분석하면 다음과 같이 MSE의 기울기 업데이트 수식이 얻어진다.

$$\frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta}(t+1) = \varsigma_t \frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta}(t) + \frac{\partial \varsigma_t}{\partial \beta} \sigma_e^2(t) + \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \sigma_\eta^2(t) \quad (20)$$

여기서 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 는 추정 값의 MSE 기울기, ς_t 과 h_t 는 유도과정의 다항식을 요약한 계수, σ_e^2 는 추정치의 MSE, 그리고 σ_η^2 는 추정된 잡음의 분산이다. GVFF RLS 알고리즘은 재귀적으로 구해지는 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 를 이용하여 다음과 같이 망각 인자를 제어한다.

$$\beta = \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{1 - \beta(t-1)} \right]_{2\beta^*}^{\beta_{\max}} \quad (21)$$

식 (21)의 β_{\max} 는 망각 인자의 최댓값, $2\beta^*$ 는 알고리즘이 발산하지 않기 위해 재귀적으로 구해지는 가변 망각인자의 최솟값, 그리고 μ 는 step size 이다. GVFF RLS 알고리즘은 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 가 양수가 되면 $\beta(t)$ 가 감소하고 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$

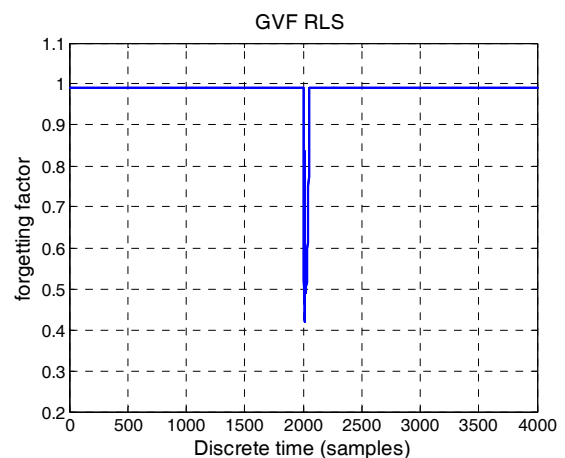


그림 2. MSPE의 기울기에 기반 시변 망각 인자
Fig. 2. MSPE Gradient-based Variable Forgetting Factor.

가 음수가 되면 $\beta(t)$ 는 증가하는 방식으로 동작한다. 식 (21)에서 적용되는 실제 step size는 $\mu/(1-\beta(t-1))$ 이며 망각 인자 값에 따라 그 크기가 변하는데 $\beta(t-1)$ 이 1에 가까울 때 커지고 $\beta(t-1)$ 이 감소하면 작아진다. 식 (21)과 같은 망각 인자 업데이트 수식은 입력 신호의 통계적

표 2. GVFF RLS 알고리즘
Table 2. GVFF RLS algorithm.

Initialization : $\mathbf{P}(0) = \mathbf{I}_r, \beta(0) = \beta_{\max}$

For each time step do
Input vector : $\mathbf{x}(t)$

TWRLS main section

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{w}(t)\mathbf{x}(t)$$

$$\mathbf{g}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}{\beta(t-1) + \mathbf{x}^H(t)\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}$$

$$\mathbf{P}(t) = \frac{1}{\beta(t-1)}\mathbf{P}(t-1) - \mathbf{g}(t)\mathbf{x}^H(t)\mathbf{P}(t-1)$$

$$\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + \mathbf{g}(t)\mathbf{e}(t)$$

GVFF main section

$$\beta(t) = \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{1-\beta(t-1)} \frac{\partial \sigma_e^2(t)}{\partial \beta} \right]_{2\beta}^{\beta_{\max}}$$

$$\rho(t) = 1 + \beta(t-1)\rho(t-1)$$

$$\tilde{\rho}(t) = 1 + \beta^2(t-1)\tilde{\rho}(t-1)$$

$$\phi(t) = (N+1)\tilde{\rho}(t) + \rho^2(t)$$

$$\xi(t) = (N+1)\tilde{\rho}(t-1) + 2\rho(t)\rho(t-1)$$

$$\varsigma_t = 1 - 2\rho^{-1}(t) + \frac{(N+2)}{\phi(t)}$$

$$h_t = 2\rho^{-1}(t) - \frac{2}{\phi(t)}$$

$$\frac{\partial \varsigma_t}{\partial \beta} = \frac{2}{\rho^2(t)}(t-1) - \frac{(N+2)}{\phi^2(t)}\xi(t)$$

$$\frac{\partial h_t}{\partial \beta} = -\frac{2}{\rho^2(t)}(t-1) - \frac{2}{\phi^2(t)}\xi(t)$$

$$\sigma_e^2(t) = (1-\alpha)\sigma_e^2(t-1) + \alpha e^2(t)$$

$$\sigma_\eta^2(t) = \alpha\sigma_\eta^2(t-1) + (1-\alpha)e^2(t)$$

$$\frac{\partial \sigma_e^2(t+1)}{\partial \beta} = \varsigma_t \frac{\partial \sigma_e^2(t)}{\partial \beta} + \frac{\partial \varsigma_t}{\partial \beta} \sigma_e^2(t) + \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \sigma_\eta^2(t)$$

특성이 갑자기 변하는 비정상 환경에서 그림 2와 같이 순간적으로 작아졌다가 다시 최댓값을 유지하는 형태를 보인다^[14].

GVFF RLS 알고리즘은 TWRLS 알고리즘과 GVFF 계산 부분으로 구성되며 그 과정을 표 2에 요약하여 나타내었다. GVFF RLS 알고리즘의 망각 인자 제어 방식을 살펴보면, 식 (20)에서 $\partial \varsigma_t / \partial \beta$ 는 항상 양수이기 때문에 $e^2(t)$ 가 커지면 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 양수가 되어 망각 인자 값이 작아진다. 그 결과로 $e^2(t)$ 가 작아지면 식 (20)에서 항상 음수인 $\partial h_t / \partial \beta$ 에 의해서 $\partial \sigma_\eta^2 / \partial \beta$ 는 다시 음수가 되고 망각 인자 값은 증가한다^[14].

식 (20)에서 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 의 재귀적인 계산에 필요한 σ_e^2 은 $e^2(t)$ 에 short exponential window를 사용하여 추정한다.

$$\sigma_e^2(t) = (1-\alpha)\sigma_e^2(t-1) + \alpha e^2(t) \tag{22}$$

비정상 환경에서 σ_η^2 의 참값을 추정하는 것은 현실적으로 어렵기 때문에, 다음과 같이 $e^2(t)$ 에 long exponential window를 사용하여 추정한다^[14].

$$\sigma_\eta^2(t) = \alpha\sigma_\eta^2(t-1) + (1-\alpha)e^2(t) \tag{23}$$

여기서 $\alpha > 0.5$ 이다. $0.5 < \alpha < 1$ 사이의 적당한 값으로 설정하면 입력 신호의 통계적 특성이 갑자기 변하는 비정상 환경에서 갑자기 상승한 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 가 $(\partial h_t / \partial \beta)\sigma_\eta^2$ 에 의해 효과적으로 줄어든다. 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에는 α 를 1에 근접한 값으로 설정하면 지속해서 큰 값을 유지하고 있는 $e^2(t)$ 가 추정된 잡음의 분산 σ_η^2 에 적게 누적되어 잡음의 추정 오차를 줄일 수 있다. 그 결과로 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 가 추정된 잡음의 분산보다 추정치의 MSE에 민감하게 반응하게 되어 망각 인자를 좀 더 효과적으로 제어 할 수 있다.

2. Gradient-based Variable Forgetting Factor FAPI (GVFF FAPI) 알고리즘

고정 망각 인자를 사용하는 FAPI 알고리즘은 기존의 RLS 알고리즘과 같이 망각인자 β 가 1에 근접한 경우에는 천천히 수렴하고, 망각인자 β 가 작은 경우에는 수렴에러가 커진다. 이와 같은 단점을 극복할 수 있는

GVFF RLS 알고리즘은 입력 신호의 통계적 특성이 갑자기 변하는 순간에 그림 2와 같이 망각 인자를 순간적으로 변화시켜 누적된 과거의 입력 신호에 대한 비중을 줄이고 현재의 입력에 대한 비중을 높인다. 하지만 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 환경에서는 추적 성능을 개선하기 위해서는 망각 인자를 최대한보다 작은 값으로 지속해서 유지할 필요가 있다.

본 논문에서는 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 FAPI 알고리즘의 부공간 추정 성능을 개선하기 위해 FAPI 알고리즘에 Gradient Variable Forgetting Factor 기법을 개선하여 적용한 GVFF FAPI 알고리즘을 제안한다. GVFF FAPI 알고리즘은 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 부공간 추정 성능을 개선하기 위해 기존의 망각 인자 업데이트 식 (21)을 식 (24)와 같이 변형하였다. 이와 관련된 GVFF FAPI 알고리즘을 표 3에 요약하여 나타내었다.

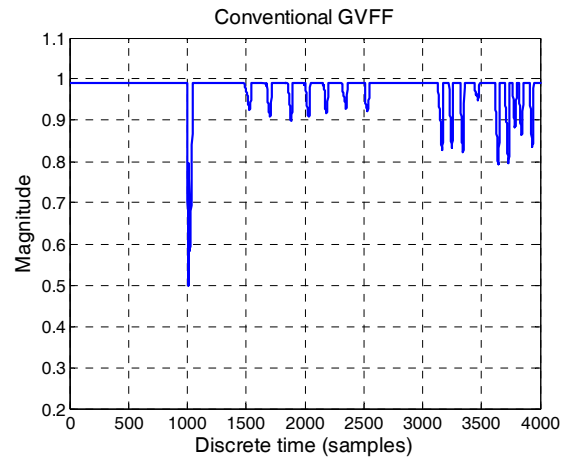
$$\beta = \begin{cases} \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{1 - \beta(t-1)^2} \right]_{2\beta^*}^{\beta_{\max}} & \text{for } \frac{\partial \sigma_e^2(t)}{\partial \beta} > 0 \\ \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{1 - \beta(t-1)^{-1/2}} \right]_{2\beta^*}^{\beta_{\max}} & \text{for } \frac{\partial \sigma_e^2(t)}{\partial \beta} < 0 \end{cases} \quad (24)$$

GVFF RLS 알고리즘은 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 $(\partial \sigma_e^2 / \partial \beta) \geq 0$ 인 경우

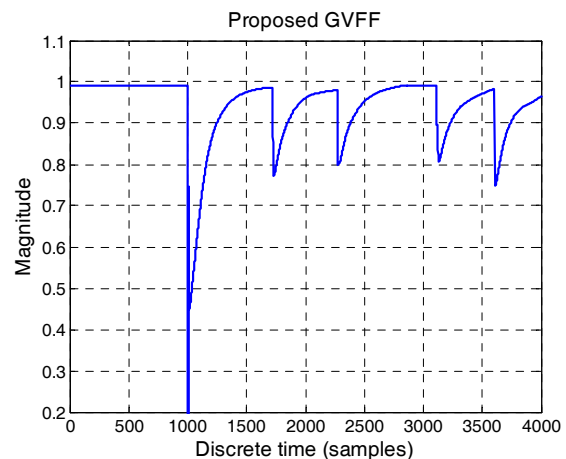
표 3. GVFF FAPI 알고리즘
Table 3. GVFF FAPI algorithm.

Initialization : $\mathbf{W}(0) = \begin{bmatrix} I_r \\ 0_{(n-r) \times r} \end{bmatrix}$, $\mathbf{P}(0) = I_r$, $\beta(0) = \beta_{\max}$
For each time step do
Input vector : $\mathbf{x}(t)$
FAPI algorithm (table 1)
$\beta(t) = \begin{cases} \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{[1 - \beta(t-1)]^2} \frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta} \right]_{2\beta^*}^{\beta_{\max}} & \frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta} \geq 0 \\ \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{[1 - \beta(t-1)]^{-1/2}} \frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta} \right]_{2\beta^*}^{\beta_{\max}} & \frac{\partial \sigma_e^2}{\partial \beta} < 0 \end{cases}$
$e(t) = e'(t)$
GVFF main section (table 2)
except for $\beta(t)$ updating Equation

에 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 의 크기가 매우 작다. 따라서, 식 (21)으로 망각 인자를 제어할 경우 망각 인자가 충분히 작은 값이 되기 위해서는 큰 step size μ 가 요구된다. 하지만 step size μ 를 증가시키면, $(\partial \sigma_e^2 / \partial \beta) < 0$ 상황에서 망각 인자 값이 빠르게 상승하여 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 최적의 성능을 얻을 수 없다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서 적용한 GVFF FAPI의 식 (24)는 $(\partial \sigma_e^2 / \partial \beta) \geq 0$ 상황에서 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 의 크기가 작아도 망각 인자를 충분히 작은 값까지 줄이며, $(\partial \sigma_e^2 / \partial \beta) < 0$ 상황에서 망각 인자를 천천히 증가시킨다. 그 결과로 인해 입력 신호의 통계적 특성이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 식 (24)를 적



(a)



(b)

그림 3. 망각 인자 업데이트 식에 따른 GVFF: (a) 식 (21)에 대한 GVFF, (b) 식 (24)에 대한 GVFF

Fig. 3. GVFF according to forgetting factor updating equation: (a) GVFF according to equation - (21), (b) GVFF according to equation - (24).

용한 GVFF FAPI가 식 (21)을 적용한 GVFF FAPI보다 뛰어난 부공간 추적 성능을 보인다.

그림 3은 부공간이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 망각 인자의 변화를 나타낸 그림으로서 그림 3(a)는 식 (21)을 적용한 GVFF FAPI의 망각 인자를 나타내며, 그림 3(b)는 식 (24)를 적용한 GVFF FAPI의 망각 인자를 나타낸다. 그림 3(b)와 같이 천천히 증가하는 형태의 망각 인자를 적용한 GVFF FAPI가 부공간이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 뛰어난 부공간 추적 성능을 보이며 이에 대한 상세한 모의실험 결과는 IV장에서 제시한다.

IV. 모의실험 결과 및 분석

비정상 환경에서 제안된 GVFF FAPI의 성능을 검증하기 위해 부공간의 투영 오차와 부공간으로부터 추적된 도래각의 RMSE (root mean square error) 를 모의 전산실험을 통하여 기존의 FAPI와 비교하였다. 이를 위하여 8개의 등간격 선형 어레이를 이용하여 그림 4와 같이 도래각이 지속해서 변하는 하나의 신호원이 입사하는 환경을 가정하였고 도래각 추적 알고리즘으로는 MUSIC을사용하였으며, 총 30번의 반복 실험을 수행한 결과를 평균하여 도시하였다.

부공간 추적 기법의 성능은 식(25)의 부공간 에러 (subspace error)와 식 (26)의 정규직교성 에러 (orthonormality error)를 이용하여 비교할 수 있다^[24].

본 모의실험에서는 식 (21)을 적용한 제안하는 알고

리즘을 GVFF FAPI 1으로 명칭하고 식 (24)를 적용한 제안하는 알고리즘을 GVFF FAPI 2로 명칭 한다.

$$\text{Error}_s = 20 \log_{10} \left\{ \frac{\| [\mathbf{I} - \mathbf{W}(t)(\mathbf{W}^H(t)\mathbf{W}(t))^{-1}\mathbf{W}^H(t)]\mathbf{P}_r \|}{\sqrt{r}} \right\} \quad (25)$$

$$\text{Error}_o = 20 \log_{10} \left\{ \frac{\| \mathbf{I} - \mathbf{W}^H(t)\mathbf{W}(t) \|_F}{\sqrt{r}} \right\} \quad (26)$$

여기서 \mathbf{P}_r 은 실제 부공간의 투영 행렬이다.

FAPI의 고정 망각 인자 $\beta = 0.99$, GVFF FAPI 1, 2의 망각 인자의 최댓값 $\beta_{\max} = 0.99$ 으로 설정하고 두 가지 경우에 대해서 모의실험을 진행하였다. 첫 번째 모의실험은 SNR을 20dB, step size $\mu = 0.0002$ 로 고정하고 식 (22-23)의 α 를 0.9, 0.99 그리고 0.9999로 변화시키며 FAPI 알고리즘과 GVFF FAPI 1의 성능을 비교하였다. 두 번째 모의실험은 step size $\mu = 0.0002$, $\alpha = 0.9999$ 로 고정하고 SNR를 10dB 그리고 20dB로 변화시키면서 FAPI, GVFF FAPI 1, 그리고 GVFF FAPI 2의 성능을 비교하였다.

그림 5는 첫 번째 모의실험에 대한 결과를 나타낸 그림으로 (a)는 α 에 따른 부공간 공간 에러를 나타내며 (b)는 α 에 따른 추적된 도래각의 RMSE를 나타낸 것이다. 도래각이 지속해서 변하는 비정상 환경에서 α 가 1에 가까울수록 GVFF FAPI 1 알고리즘의 부공간 에러와 추적된 도래각의 RMSE가 감소하는 것을 알 수 있다. 비정상 환경에서 α 를 1에 가깝게 설정할 경우, 잡음의 분산 추정 식 (23)에서 $e^2(t)$ 가 추정된 잡음의 분산에 누적되는 양을 줄여주게 되어 추정된 잡음의 분산이 급격히 증가하는 현상을 막아준다. 그 결과로 식 (20)에서 항상 음수 값을 가지는 $(\partial h_t / \partial \beta) \sigma_n^2$ 에 의한 영향이 줄어들어, MSE의 기울기 $\partial \sigma_e^2 / \partial \beta$ 가 부공간이 지속적으로 변하는 비정상 환경에서 부공간 변화에 의한 에러에 더욱 민감하게 반응할 수 있다.

그림 6은 두 번째 모의실험에 대한 결과로 SNR에 따른 부공간 에러와 추적된 도래각의 RMSE를 나타낸 것이다. 도래각이 지속해서 변하는 환경에서 SNR이 높을수록 GVFF FAPI 2가 FAPI와 GVFF FAPI 1 보다 뛰어난 부공간 추적 성능을 보이는 것을 알 수 있다. 하지만 도래각이 급격히 변한 후의 수렴과정을 살펴보면

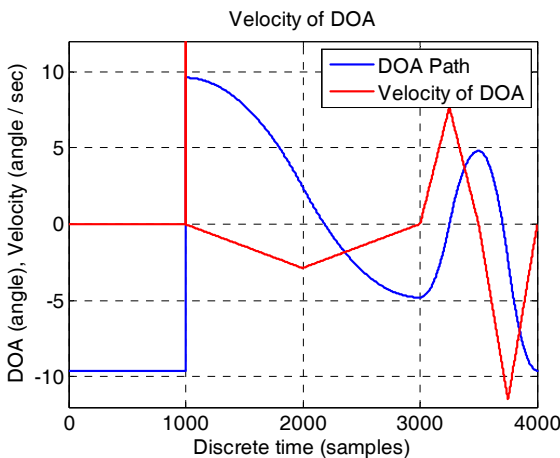


그림 4. 입사 신호의 도래각과 도래각의 변화속도
Fig. 4. DOA of incident signals and velocity of corresponding DOA.

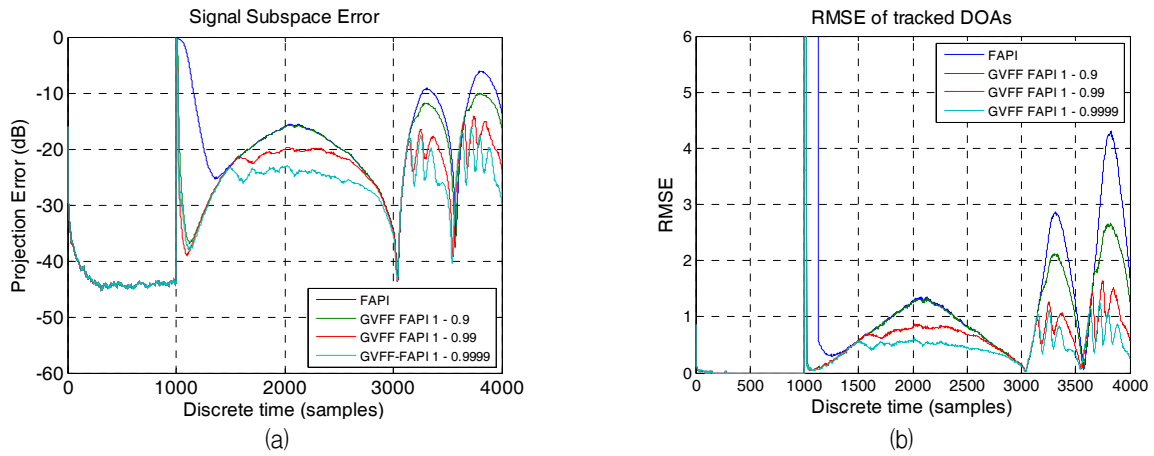


그림 5. α 에 따른 GVFF FAPI 알고리즘의 성능 비교: (a) subspace error, (b) RMSE of tracked DOA
 Fig. 5. Performance comparison of GVFF FAPI algorithm according to different values of α : (a) subspace error, (b) RMSE of tracked DOA.

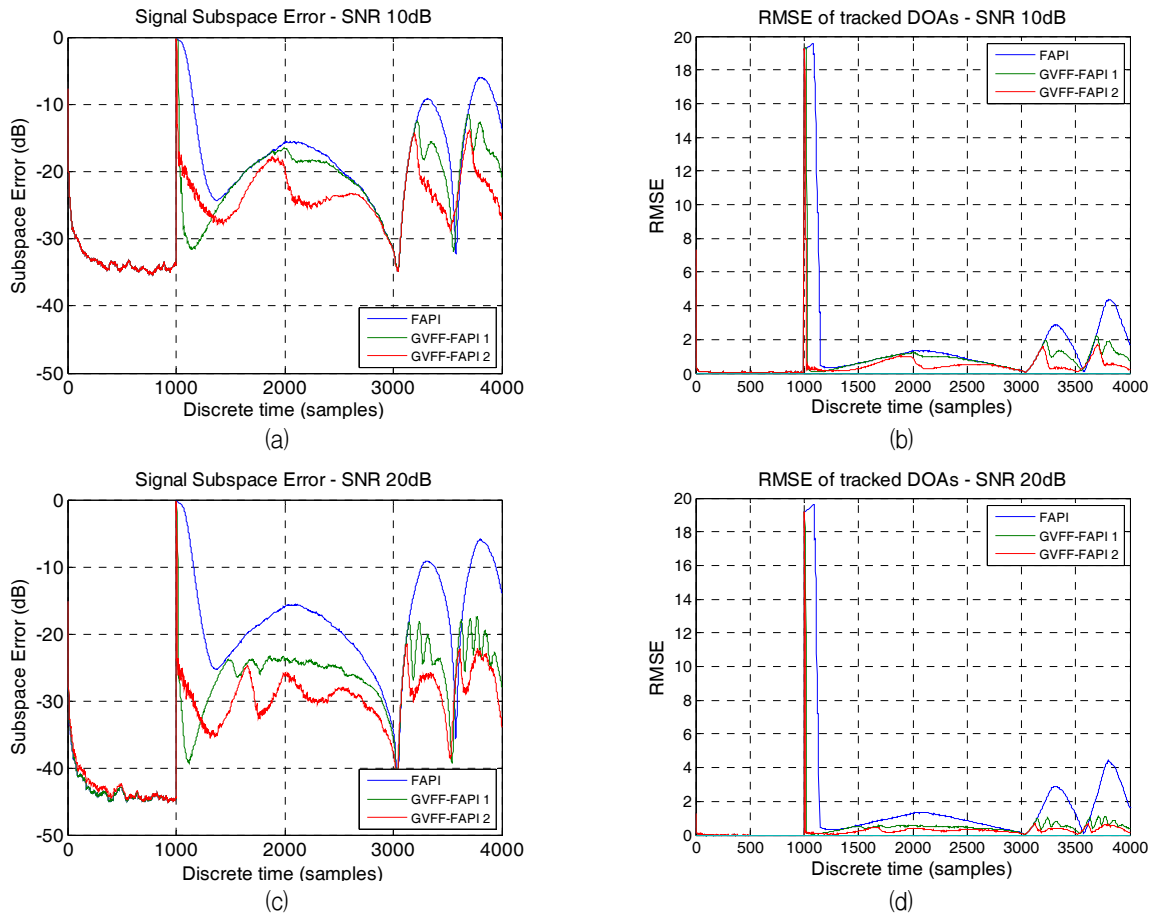


그림 6. SNR에 따른 FAPI 알고리즘과 GVFF FAPI 1, 2 알고리즘의 성능 비교:
 (a) SNR 10dB - 부공간 에러, (b) SNR 10dB - 추적된 도래각의 RMSE,
 (c) SNR 20dB - 부공간 에러, (d) SNR 20dB - 추적된 도래각의 RMSE,
 Fig. 6. Performance comparison between FAPI and GVFF FAPI 1, 2 according to different values of SNR:
 (a) SNR 10dB - subspace error, (b) SNR 10dB - RMSE of tracked DOA,
 (c) SNR 20dB - subspace error, (d) SNR 20dB - RMSE of tracked DOA.

GVFF FAPI 2가 GVFF FAPI 1에 비해 빠르게 수렴하다가 역전되어 천천히 수렴하는 현상을 보인다. 이러한 결과를 보면, 그림 2(a)와 같이 망각인자가 줄어드는 형태보다는 그림 2(b)와 같이 최댓값보다 작은 망각인자를 지속적으로 유지하는 형태가 부공간이 지속적으로 변하는 비정상 환경에서 뛰어난 부공간 추적 성능을 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. 뿐만 아니라, 그림 6(a)와 6(c)에서 SNR이 커질수록 FAPI와 GVFF FAPI의 부공간 추적 성능의 차이가 커지는 것을 확인할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 부공간이 지속해서 변하는 비정상 환경에 적합한 고속 부공간 추적 기법 설계를 위해 FAPI 알고리즘에 GVFF RLS 알고리즘을 변형하여 적용한 GVFF FAPI 알고리즘을 제안하였다. 제안된 기법은 망각 인자 값을 신호 환경에 따라 능동적으로 변화시킴으로써 기존의 FAPI 알고리즘에 비해 비정상 환경에서 더 낮은 부공간 오차를 얻을 수 있었다. 특히, GVFF RLS 알고리즘의 망각 인자 업데이트 식을 개선하여 지속해서 부공간이 변하는 환경에서 개선된 부공간 추적 성능을 얻었다. 이러한 특징은 제안하는 GVFF FAPI 알고리즘이 도래각 추적과 같이 지속해서 변하는 부공간의 추적이 필요한 응용분야에 유용하게 사용될 수 있는 단초가 될 수 있을 것으로 기대한다.

REFERENCES

- [1] J. Landon, B.D. Jeffs, Karl F. Warnick, "Model-Based Subspace Projection Beamforming for Deep Interference Nulling," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol 60, no 3, pp. 1215-1228, Mar. 2012.
- [2] S. Dib, M. Barkat, M. Grimes, "PAST and OPAST algorithms for STAP in monostatic airborne radar," *International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications*, pp. 177-181, Jun. 2011.
- [3] Pu Wang, Man-On Pun, Z. Sahinoglu, "Low-complexity stap via subspace tracking in compound-Gaussian environment," *IEEE Radar Conference*, pp. 356-361, May 2011.
- [4] K. Kumatani, J. McDonough, B. Raj, "Maximum kurtosis beamforming with a subspace filter for distant speech recognition," *IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding*, pp. 179-184, Dec. 2011.
- [5] Christos G. Tsinos, Kostas Berberidis, "Blind Opportunistic Interference Alignment in MIMO Cognitive Radio Systems," *IEEE Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 626-639, Dec. 2013.
- [6] Olutayo O. Oyerinde, Stanley H. Mneney, "Regularized Adaptive Algorithms-Based CIR Predictors for Time-Varying Channels in OFDM Systems," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 9, pp. 505-508, Sep. 2011.
- [7] P. Comon, G.H. Golub, "Tracking a few extreme singular values and vectors in signal processing," *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, no. 8, Aug. 1990.
- [8] B. Yang, "Projection Approximation Subspace Tracking," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 1, pp. 95-107, Jan. 1995.
- [9] R. Badeau, B. David, and G. Richard, "Fast Approximated Power Iterations Subspace Tracking," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 9, pp. 2931-2941, Aug. 2005.
- [10] P. Strobach, "The fast recursive row-Householder subspace tracking algorithm," *Signal Processing*, vol. 89, no. 12, pp. 2514-2528, Dec, 2009.
- [11] Xenofon G. Doukopoulos, George V. Moustakides, "Fast and Stable Subspace Tracking," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 56, no. 4, Apr. 2008.
- [12] S. Bartelmaos and K. Abed-Meraim, "Principal and minor subspace tracking: Algorithms & stability analysis," in *Proc. ICASSP, Toulouse, France*, pp. 560-563, May 2006.
- [13] Rong Wang, Minli Yao, Daoming Zhang, Hongxing Zou, "Stable and Orthonormal OJA Algorithm with low complexity," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 4, pp. 211-214, Apr. 2011.
- [14] Shu-Hong Leung and C.F. So, "Gradient-Based Variable Forgetting Factor RLS Algorithm in Time-Varying Environments," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 8, Aug. 2005.
- [15] P. Strobach, "Low-rank adaptive filters," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, no. 12, pp. 293-2947, Dec. 1996.
- [16] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", Englewood Cliffs. NJ: Prentice Hall, 4th ed, 2002.
- [17] B. Yang and J. F. Böhme, "Rotation based RLS

- algorithms: Unified derivations, numerical properties and parallel implementations," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, no. 5, pp. 1151-1167, May 1992.
- [18] R. Badeau, B. David, and G. Richard, "Approximated power iterations for fast subspace tracking," *Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings. Seventh International Symposium on*, vol. 2, pp. 583-586, Jul. 2003.
- [19] R.O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. AP*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [20] R. Kumaresan and D.W. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aerosp. Elect. Systems*, vol. AES-19, pp. 134-139, Jan. 1983.
- [21] Young-Kug Pyeon, Ki-Sung Kang, Sang-Heung Shim, Sang-Ok, Yoon, and Jun-Seok Lim "VFF-PASTd for Nonstationary DOA Estimation," *IEIE*, vol 41, no. 2, pp. 115-120, Jul. 2004.
- [22] D. T. M. Slock, T. Kailath, "Fast transversal filters with data sequence weighting," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33, no. 3, pp. 346-359, Mar. 1989.
- [23] B. Toplis, S. Pasupathy, "Tracking Improvements in fast RLS algorithms using a variable forgetting factor," *IEEE trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, no. 2, pp. 206-227, Feb. 1988.
- [24] R.D. DeGroat, "Subspace Tracking," *CRC Press LLC*, 1999.

— 저 자 소 개 —



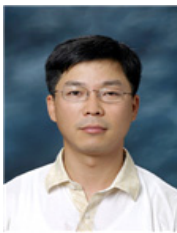
서영광(학생회원)
2013년 8월 부산대학교
전자전기공학부 학사
2014년 2월 부산대학교
전자전기공학부 석사
2014년~현재 부산대학교
전자전기컴퓨터공학과
박사과정

<주관심분야 : 디지털 신호처리, 레이더 및 소나
신호처리, 배열 신호처리>



신종우(학생회원)
2010년 2월 부산대학교 전자전기
통신공학부 학사
2012년 2월 부산대학교
전자전기공학과 석사
2012년~현재 부산대학교
전자전기컴퓨터공학과
박사과정

<주관심분야 : 디지털 신호처리, 레이더 및 소나
신호처리, 배열 신호처리>



서원기(정회원)
1993년 2월 포항공과대학교
전자전기공학과 학사
1995년 2월 포항공과대학교
제어계측 석사
1999년 8월 포항공과대학교
제어계측 박사

2007년 1월~현재 (주)넥스윌 대표이사
<주관심분야 : 제어계측, 디지털 방송신호처리,
레이더 신호처리>



김형남(평생회원)-교신저자
1993년 2월 포항공과대학교
전자전기공학과 학사
1995년 2월 포항공과대학교
전자전기공학과 석사
2000년 2월 포항공과대학교
전자전기공학과 박사

2000년 3월~2000년 4월 포항공과대학교
전자컴퓨터공학부 박사 후 연구원
2000년 5월~2003년 2월 한국전자통신연구원
선임연구원
2003년 3월~2007년 2월 부산대학교
전자공학과 조교수
2007년 3월~2012년 2월 부산대학교
전자전기공학부 부교수
2012년 3월~현재 부산대학교 전자공학과 교수
<주관심분야 : 적응신호처리, 레이더 및 소나 신
호처리, 디지털 방송신호처리, 생체신호처리>