

DOI <http://dx.doi.org/10.9725/kstle.2014.30.2.86>

160도 Contra angle을 갖는 소형 핸드피스용 1:2 증속기어의 치형 해석

최지훈¹ · 안수경¹ · 박상신^{2†}

¹영남대학교 대학원 기계공학과, ²영남대학교 기계공학부

Tooth Profile Analysis for Face Gear with 1:2 Gear Ratio in Handpiece with 160° Contra Angle

Jihun Choi¹, Sukyeong Ahn¹ and Sangshin Park^{2†}

¹Graduate School, Dept. of Mechanical Engineering, Yeungnam University

²School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

(Received February 10, 2014 ; Revised February 28, 2014 ; Accepted March 2, 2014)

Abstract – This paper presents a design procedure for a face gear and pinion used in a handpiece with a 160° contra angle and 1:2 gear ratio. Based on the geometric theory of gearing, the tooth profile of the face gear and pinion is developed. To analyze the contact pressure, the gear profile should be determined before calculating the stress between the two gears. The concept of calculating the face gear profile is that it can be generated by the coordinate transformation of the shaper profiles, which have involute curves, using a simulation method from the gear manufacturing process.

Keywords – face gear (페이스 기어), shaper (셰이퍼), pinion (피니언), shaft angle (축각), tooth profile (치형)

Nomenclature

L_1 : Inner radius of face-gear out of undercutting in the generation process (mm) (최소 내경)	(피니언 백코운의 피치원 반경)
L_2 : Outer radius of face-gear free of pointing in the generation process (mm) (최대 외경)	r_{ac1} : Addendum circle radius of back cone (mm)
m : Module (mm)	(피니언 백코운의 이끝원 반경)
m_{ij} : Gear ratio of Z_i to Z_j (속도비)	r_{as} : Addendum circle radius of the shaper (mm) (이끝원 반경)
M_{ij} : Homogeneous transformation matrices which transform the vectors from coordinate system S_j to S_i (좌표변환)	r_{bs} : Base circle radius of the shaper (mm) (기초원 반경)
r_{e1} : Back cone distance of the pinion (mm)	r_{ps} : Pitch circle radius of the shaper (mm) (셰이퍼의 피치원 반경)
	r_{p1} : Pitch circle radius of the Pinion (mm) (피니언의 피치원 반경)
	r_{p2} : Pitch circle radius of the Face-gear (mm) (페이스 기어의 피치원 반경)
	R_i : Position vectors of the gear, spur pinion shaper and face-gear for $i = s, 2$ (위치벡터)
	S_i : Coordinate system S_i ($i = s, 2$) (좌표계)
	u_s : Gaussian coordinate of Σ_s

[†]Corresponding author : pss@ynu.ac.kr

Tel: +82-53-810-3538, Fax: +82-53-810-4627

© 이 논문은 한국윤활학회 2014년도 춘계 학술대회 (2014. 4. 10~11/경북대학교) 발표논문임

- $v_r^{(s)}$: Denotes the velocities of the contact point on the shaper, with respect to the coordinate system S_s
- $v_r^{(2)}$: Denotes the velocities of the contact point on the face-gear, with respect to the coordinate system S_s
- $v_s^{(s)}$: Sliding velocity between shaper and face-gear
- Z_i : Number of teeth of gear, pinion, spur pinion shaper and face-gear for $i = 1, s, 2$
- α : Instant pressure angle in the generation process
- α_0 : Pressure angle of the shaper (기준 압력각)
- ϕ_i : Rotational angle of the shaper, face gear for $2i = s, 2$ (회전각)
- θ_0 : The parameter of the involute profile
- θ_{os} : Half-angle of spur pinion shaper groove width on the base circle
- θ_s : The parameter of the involute profile and
- γ : The axes angle of the shaper and the face-gear
- γ_i : Pitch cone angle of the pinion, the shaper, and the face-gear ($i = 1, s, 2$) (피치원추각)
- Σ_i : Tooth surface of face-gear and shaper ($i = 2, s$)
- ω_s : Rotational speed of shaper, and face-gear ($i = s, 2$)

1. 서 론

기어는 미끄럼 없이 동력을 정확한 속도비로 전달하기 위한 기계 요소로 여러 가지 기계 구조에 널리 쓰인다. 특히 모터에서 생성되는 동력을 정확한 속도비로 전달 가능하기에 동력 제어가 필요한 치과용 핸드피스에서도 사용되고 있으며, 콘트라 앵글(Contra Angle) 핸드 피스의 경우, 인간공학적 원리에 의거하여, 손에 잡혔을 때, 잡기 편한 각도로 설계되어 있는 특징이 있다. Fig. 1에는 이러한 콘트라 앵글을 갖는 핸드피스의 예를 나타내었다. 이러한 핸드피스의 개발에 있어서는, 원하는 각도에 따른 동력전달을 위한 기어 설계는 제품의 품질을 좌우한다고 해도 과언이 아니다.

160도 콘트라 앵글을 갖는 소형 핸드 피스용 1:2 증속 기어의 접촉 압력(Contact pressure)해석을 위한 치형의 이론적 확립이 중요하다. 본 연구에서는 주어진 각도 및 속도 비를 만족하는 페이스기어(Face-gear)와 피니언(Pinion)을 이론적 방법으로 접근하여 치형을 해



Fig. 1. A handpiece having 160° contra angle.

석하였다.

2. 연구방법 및 내용

2-1. 연구 대상

160° 콘트라 앵글용 핸드피스의 동력 전달은 대부분이 단순한 클러치형식(Fig. 2)으로 되어 있어서 정확한 속도 비의 전달에 한계가 있다. 기술의 발달로 요구되는 사양이 높아짐에 따라 필요한 동력 전달 및 속도 비를 만족하기 위하여 클러치 방식이 아닌 기어형태로의 접근하였고 사양에서도 적용 가능한 기어의 치형을 설계한다.

Fig. 3에는 본 연구에서 개발하고자 하는 160° 축각을 가지는 핸드피스를 고려하여 기어부의 설계에 대한 기어시스템의 개요도를 나타내었다.

2-2. 페이스 기어의 생성

페이스기어는 스퍼어 기어 형태의 셰이퍼(shaper)를 이용하여 가공되는 기어로 원하는 축 각을 얻을 수 있다는 장점으로 인하여, 헬기 동력전달 장치 등에 이용되어 왔다.



Fig. 2. Power transfer unit of a handpiece having 160 degree contra angle.

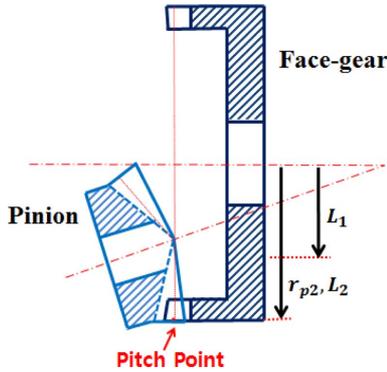


Fig. 3. Concept of the gear system.

페이스 기어의 경우 다른 기어와 달리 비례 치수로 지정되어있지 않기 때문에 세이퍼의 궤적을 이용하여 페이스 기어의 형상을 추적할 필요가 있다.

2-2-1. 이론적 접근

세이퍼와 페이스 기어의 경우 모든 순간 선 접촉을 하고, 세이퍼와 피니언도 모든 순간 선 접촉으로 맞물려 돌아간다. 따라서 두 선이 만나는 교점이 생김으로 실제 세이퍼로 제작된 페이스 기어의 경우 피니언과 모든 순간 점 접촉을 하게 된다[1].

2-2-2. 세이퍼의 치형

세이퍼의 치형은 스퍼기어의 인벌류트 곡선을 식 (1)와 같이 위치벡터로 표현 가능하다. 식 (2)의 경우 세이퍼의 기초원상의 이흠각의 반으로 나타내어진다[1]. Fig. 4는 식 (1)과 (2)를 이용하여 생성된 세이퍼의 하나의 치형을 잇수에 맞게 원형 배열하여 이론적 형

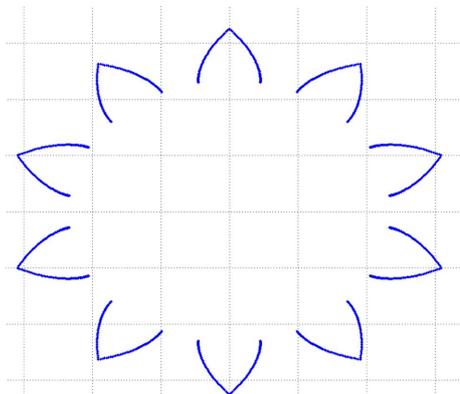


Fig. 4. Shape of shaper using Matlab.

상을 수치적 데이터를 가지적으로 표현 가능하도록 Matlab Program으로 나타난 세이퍼의 치형이다.

$$r_s(u_s, \theta_s) = \begin{pmatrix} r_{bs}[\cos(\theta_{os} + \theta_s) + \theta_s \cos(\theta_{os} + \theta_s)] \\ r_{bs}[\cos(\theta_{os} + \theta_s) - \theta_s \sin(\theta_{os} + \theta_s)] \\ u_s \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\theta_{os} = \frac{\pi}{2Z_s} - \text{inv}\alpha_0 - \frac{2x_1 \tan \alpha_0}{Z_s} \quad (2)$$

2-2-3. 페이스의 치형

페이스 기어는 Fig. 5와 같이 세이퍼의 치면 Σ_1 이 접촉되어 페이스 기어의 치면 Σ_2 가 생성이 된다. 세이퍼가 ω_s 로 회전될 때, 일정한 속도비 m_2 를 유지하며 ω_2 로 회전하게 된다. 좌표계는 세이퍼의 상대 좌표계 $S_s(x_2, y_2, z_2)$, 페이스 기어의 상대 좌표계 $S_2(x_2, y_2, z_2)$, 그리고 기준축의 절대 좌표계 S_m, S_a 를 가진다(Fig. 6).

식 (3)에서와 같이 세이퍼의 위치벡터 R_s 를 좌표변환을 통하여 페이스 기어의 위치벡터 R_2 를 θ, u_s 의 함수로 나타낼 수 있다. 좌표 변환 행렬 M_{2m} 는 절대 좌표계

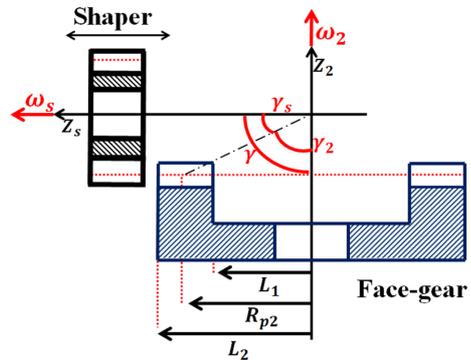


Fig. 5. Face-gear generation process.

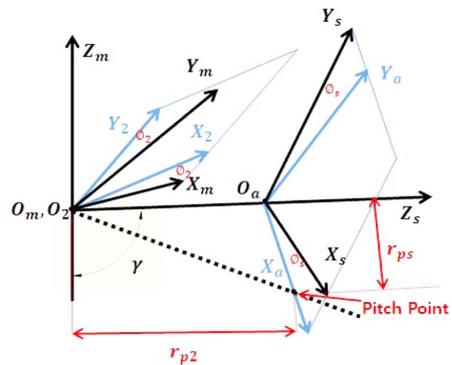


Fig. 6. Coordinate systems S_s, S_m, S_2 and S_a .

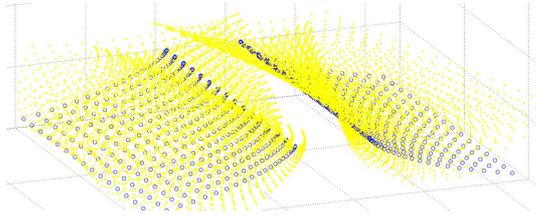


Fig. 7. Shaper's path by rotation using Matlab.

S_m 에서 상대 좌표계 S_2 로 ϕ_2 만큼 회전하였을 때 생기는 좌표변환 행렬, M_{as} 는 상대 좌표계 S_2 에서 절대 좌표계 S_0 로 ϕ_s 만큼 회전하였을 때 생기는 좌표변환 행렬, M_{ma} 는 절대 좌표계 S_m 에서 절대 좌표계 S_2 로 γ 만큼 회전 및 수평이동 하였을 때 생기는 좌표변환 행렬이다. 이때의 좌표변환 행렬은 식 (4)와 같이 표현가능 하다. 이때의 ϕ_2 는 속도비에 따라서 식 (5)로 표현 가능하다[1].

Fig. 7에서는 식 (3)을 이용하여 셰이퍼와 페이스 기어가 회전 시 형성되는 셰이퍼의 궤적을 가지적으로 표현하였다. 많은 점들의 바다부분이 실제 셰이퍼에 의해 생성되는 페이스기어의 치면으로 이용된다.

$$R_2(u_s, \theta_s, \phi_s) = M_{2m}M_{ma}M_{as}(\phi_s)R_2(u_s, \theta_s) \quad (3)$$

$$M_{as}(\phi_s) = \begin{bmatrix} \cos \phi_s & -\sin \phi_s & 0 & 0 \\ \sin \phi_s & \cos \phi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{ma}(\gamma, r_{p2}) = \begin{bmatrix} -\cos \gamma & 0 & \sin \gamma & r_{p2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & -\cos \gamma & -r_{p2} \cot \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{2m}(\phi_2) = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\phi_2 = \phi_s \frac{Z_2}{Z_s} \quad (5)$$

2-3. 페이스 기어의 언더컷과 포인팅을 방지하기 위한 조건 7

2-3-1. 언더컷을 방지하기 위한 조건

페이스 기어의 경우 Σ_2 가 만나는 Σ_s 에 의해 결정이 되는데 이때 서로 다른 Σ_s 이 중첩되면서 발생하는 특

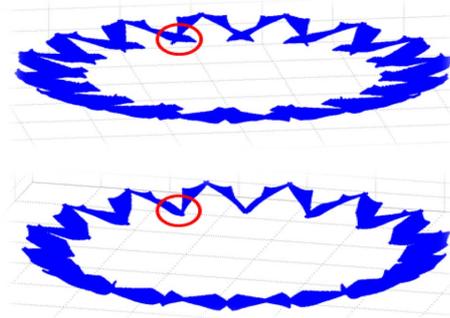


Fig. 8. Result of considering L_1 .

이점(singular point)가 형성이 된다. 이러한 현상은 페이스 기어의 내경 부분의 발생이 되고 이런 현상을 방지하기 위하여 최소 내경인 L_1 를 결정해야 한다.

특이점(Singular point)의 경우 Σ 에서 V_2 가 0인 조건인 식 (6)과 두 면이 접촉하기 위한 조건인 식 (7)을 이용하여 페이스 기어의 최소 직경 L_1 를 결정한다. 이때 두식의 연립을 식 (8)과 같이 표현할 수 있다. 따라서 식 (8)을 만족하는 ϕ 와 u_s 를 구해 식 (3)에 대입하여 페이스 기어에 발생 되는 특이점의 좌표를 파악 할 수 있다. 특이점의 좌표를 Z축 기준으로 거리를 구하면 최소 내경 L_1 를 구할 수 있다[1-3].

Fig. 8에서는 최소 내경을 고려하여 설계시 언더컷을 피할 수 있음을 표현하였다.

$$V_r^{(s)} + V^{(s2)} = 0 \quad (6)$$

$$f(u, \theta, \phi) = \left(\frac{\partial r_s}{\partial u} \times \frac{\partial r_s}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial r_s}{\partial \phi} = 0 \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_s}{\partial u_s} & \frac{\partial r_s}{\partial \theta_s} & -V_s^{(2s)} \\ \frac{\partial f_{s2}}{\partial u_s} & \frac{\partial f_{s2}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial f_{s2}}{\partial \phi_s} \frac{\partial \phi_s}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (8)$$

rank $r = 2$

2-3-2. 포인팅을 방지하기 위한 조건

치형의 포인팅은 Top land에서의 이두께가 0이 되는 지점으로써 더 이상 치형이 생성이 될 수 없는 페이스 기어의 한계외경이다. 이러한 한계로 인하여 페이스 기어의 경우 치폭이 다른 기어보다 제한적이기 때문에, 제작시 최대 외경 L_2 를 결정 해야 한다. L_2 의 경우 식 (9)로 구할 수 있고, 이때의 순간 압력각 α 는

식 (10)과 같다[1-3].

$$L_2 = \frac{Z_s m \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha \tan \gamma_s} \quad (9)$$

$$\alpha - \sin \alpha \frac{Z_s - 2}{Z_s \cos \alpha_0} = \frac{\pi}{2 Z_s} - \text{inv} \alpha_0 \quad (10)$$

2-4 피니언의 생성

2-4-1. 피니언의 치형

피니언과 페이스 기어는 콘트라앵글 핸드 피스에 적합한 각도인 160°를 만족해야 하므로, 축각 20°의 내접 기어 방식으로 접근 하였다. Fig. 9와 같이 베벨 기어 치형의 설계에 있어 피니언의 피치원반경 및 이 끝 높이는 정해졌으나 필요로 하는 피니언의 원추각을 구하여야 함으로, Fig. 10에서 표현된 피니언의 원추각 γ_1 을 페이스 기어의 피치선과 두 기어의 축각을 고려하여 결정하였다. 베벨 기어의 경우 페이스 기어와 달리 식 (11)과 같이 비례치수에 의해 결정됨을 이용하

였다[4].

$$\begin{aligned} r_{p1} &= \frac{m Z_1}{2}, r_{e1} = r_{p1} \cos \gamma_1 \\ Z_{e1} &= \frac{Z_1}{\cos \gamma_1} \\ L &= \frac{2 r_{p1}}{2 \sin \gamma_1} \\ r_{ae1} &= \frac{2 r_{e1} + 2m}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

3. 결과 및 고찰

3-1. 페이스기어와 피니언의 형상 2차원 모델링

피니언과 페이스 기어의 제작의 따른 언더컷 방지 및 접촉에 따른 간섭을 고려하여 1:2 증속비와 160° 축각에 적합한 2차원 모델링 을 Fig. 11에 보여짐과 같이 페이스 기어와 피니언의 비례치수를 적용하여 모델링을 진행 하였다. 피니언과 페이스 기어가 접촉 시 간섭이 일어나므로 페이스 기어의 내경과 외경을 최소 내경 L_1 과 최대 외경 L_2 를 고려하여 간섭되지 않는 범위의 값으로 페이스 기어의 치폭을 선정하고, 이때의 치폭은 AGMA standard에서 강도를 위해 요구되는 최소 치폭의 크기보다 크다는 것을 토대로, 설계가 가능하다는 판단을 하였다[5-6].

3-2. 피니언과 페이스 기어의 3-D 모델링

피니언과 페이스 기어의 접촉 및 회전시 발생될 간섭 확인을 위하여 Fig. 12 같이 이론에 만족하는 3차원 모델링을 진행 하였다. 이때의 제작은 Solidworks Program을 이용하였고, 각 치수 및 페이스 기어의 최소 내경 및 최대 외경을 고려하여 모델링을 진행하였다.

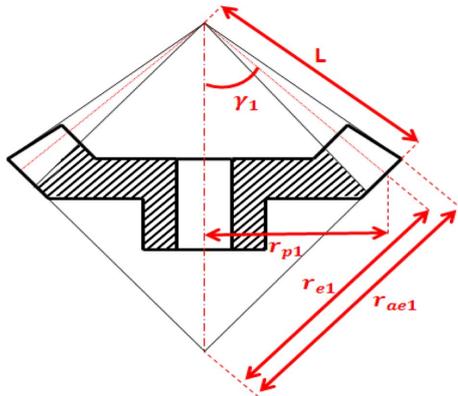


Fig. 9. System of bevel gear.

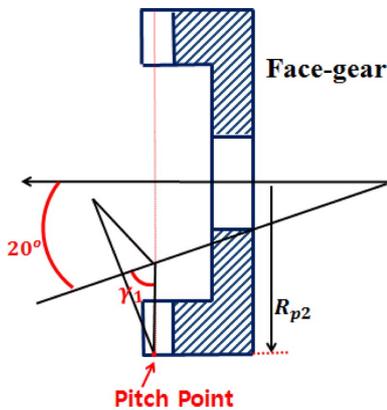


Fig. 10. Principle of Pinion.

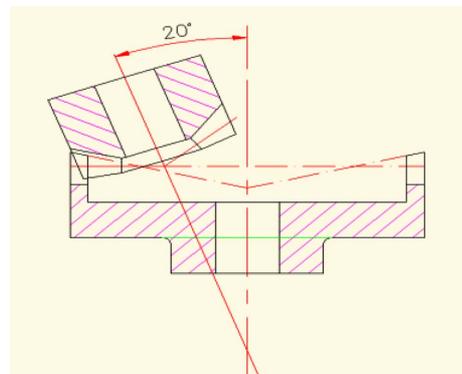


Fig. 11. 2D-Modeling of face-gear and Pinion.

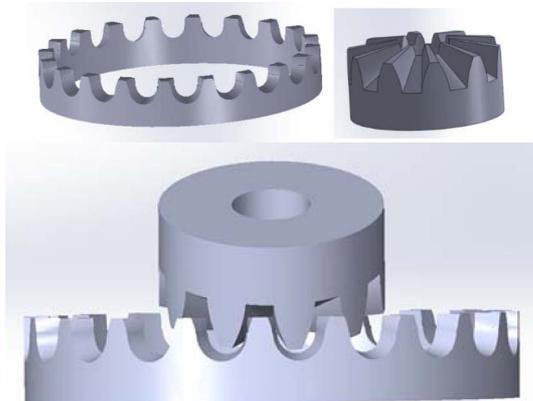


Fig. 12. 3D-modeling of face-gear and pinion.

3-3. 피니언과 페이스기어의 간섭 확인

피니언과 페이스 기어를 1:2 증속비와 160°의 축각에 만족하도록 Fig. 12와 같이 Solidworks Program을 통하여 두 기어가 기어 메이트에 의한 구속과 축각 조건에 만족되도록 설정하고 회전시 발생하는 간섭을 애니메이션 기능과 간섭탐지를 이용하여 확인하였다. 여러 번의 회전을 통하여 간섭이 없음을 확인하였고, 이론과 같이 회전시 피니언과 페이스 기어가 점접촉을 통하여 동력을 전달 되고, 일정한 속도비를 가짐을 확인하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 160°의 축각과 1:2 증속비를 가지는 콘트라 앵글 핸드피스에 이용 가능한 피니언과 페이스 기어의 치형을 이론적인 방식으로 접근하였다. 축각과

증속 비를 만족하는 치형 해석을 위한 목적으로 페이스 기어와 피니언이 주어진 조건에 맞게 동력 전달이 가능함을 확인하였다. 또한 회전 시 서로 다른 기어가 접함으로 인한 발생될 간섭 및 비 접촉 영역을 3차원 모델링을 통하여 확인하여 제작 후 적용이 가능함을 가시적으로 확인하였다.

이 방식을 토대로 다른 축각 및 속도 비를 가지는 핸드피스에도 적용이 가능하고, 더 나아가 소형 동력 전달 장치에도 이 방식을 사용 될 수 있다.

Acknowledgements

본 연구는 한국 산업기술 진흥원의 광역 경제권 선도 산업 R&D사업의 지원을 받아 수행 하였습니다.

References

- [1] Litvin, F. L. Fuentes, A., *Gear Geometry and Applied Theory*, pp. 508-524, Cambridge University Press, 2004. (ISBN-13: 978-0521815178)
- [2] Litvin, F. L., "Handbook on Face Gear Drives With a Spur Involute Pinion", NASA/CR-2000-209909, 2000.
- [3] Chung, T.-D., Chang, S. H., "The Undercutting and Pointing of Face-gears", *J. Chin. Inst. Eng.*, Vol. 21, No. 3, pp.181-188, 1998.
- [4] Logue, C. H., *American Machinist Gear Book*, pp. 139-147, University Press of the Pacific, 2001. (ISBN-13: 978-0898756869)
- [5] Radzevich, S. P., *Dudley's Gear Handbook of Practical Gear Design and Manufacture*, 2nd Edition, pp. 209-293, CRC Press, 2012. (ISBN-13: 978-1439866016)
- [6] "American Gear Manufacturers Association Standard System", AGMA 203.03.