

## 유한요소 연계해석을 이용한 불포화 토사사면 안전성 평가

### Coupled Finite Element Analysis of Partially Saturated Soil Slope Stability

김 재 홍<sup>1</sup> Kim, Jae-Hong  
임 재 성<sup>2</sup> Lim, Jae-Seong  
박 성 완<sup>3</sup> Park, Seong-Wan

#### Abstract

Limit equilibrium methods of slope stability analysis have been widely adopted mainly due to their simplicity and applicability. However, the conventional methods may not give reliable and convincing results for various geological conditions such as nonhomogeneous and anisotropic soils. Also, they do not take into account soil slope history nor the initial state of stress, for example excavation or fill placement. In contrast to the limit equilibrium analysis, the analysis of deformation and stress distribution by finite element method can deal with the complex loading sequence and the growth of inelastic zone with time. This paper proposes a technique to determine the critical slip surface as well as to calculate the factor of safety for shallow failure on partially saturated soil slope. Based on the effective stress field in finite element analysis, all stresses are estimated at each Gaussian point of elements. The search strategy for a noncircular critical slip surface along weak points is appropriate for rainfall-induced shallow slope failure. The change of unit weight by seepage force has an effect on the horizontal and vertical displacements on the soil slope. The Drucker-Prager failure criterion was adopted for stress-strain relation to calculate coupling hydraulic and mechanical behavior of the partially saturated soil slope.

#### 요 지

사면의 안정성을 위한 한계평형해석은 간편함과 적용성 때문에 가장 널리 적용되고 있다. 이러한 간편한 방법으로 균질하지 않고 방향성 있는 지층 같은 다양한 지형조건을 해석하기에는 신뢰성과 설득력 있는 결과를 주기에 한계가 있다. 또한 지반굴착과 성토지반 같은 토사사면의 초기 응력상태나 응력경로와 같은 지반의 응력변화에 대해서 고려하지 못한다. 반면, 한계평형해석과는 다르게, 유한요소법에 의한 변형과 응력분포 해석은 시간에 따른 복잡한 하중단계와 탄성영역외의 범위를 다룰 수 있다. 본 연구에서는 불포화 토사사면에서 발생하는 얇은 파괴의 안전을 계산과 임계단면을 결정하는 방법을 제안한다. 유한요소해석은 유효응력 거동을 근간으로 각 요소들의 가우스 포인트에서 응력들이 계산되고 안전율이 가장 약한 지점들을 찾아 비선형 임계단면이 결정된다. 이러한 사면안정해석은 강우 침투에 의해 변형되는 지반의 사면 표층파괴에 적합하게 계산된다. 침투에 의한 지반의 단위중량의 변화는 사면의

1 정희원, 전북대학교 토목공학과 연구교수 (Member, Research Prof., Dept. of Civil Engrg., Chonbuk National Univ.)

2 정희원, 단국대학교 토목환경공학과 공학석사 (Member, Graduate Student, Dept. of Civil & Environmental Engrg., Dankook Univ.)

3 정희원, 단국대학교 토목환경공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil & Environmental Engrg., Dankook Univ., Tel: +82-31-8005-3472, Fax: +82-31-8005-3496, spark@dankook.ac.kr, Corresponding author, 교신저자)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2014년 10월 31일까지 그 내용을 확화로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

연직 및 수평변위에 영향을 주며, Drucker-Prager 파괴기준은 수리학-역학적인 연계된 불포화토의 거동 해석과 응력-변형률 관계를 위해 적용된다.

**Keywords :** Limit equilibrium method, Slope stability, Finite element analysis, Drucker-Prager model, Partially saturated soil slopes

## 1. 서론

사면의 안정성을 평가하는 방법으로 한계평형이론에 의한 절편법은 Fellenius(1927), Bishop(1955), Janbu(1957), Morgenstern & Price(1965), Spencer(1967)법 등 여러 연구자들에 의해 이상적인 원호 및 비원호 파괴면을 가정하여 파괴면들을 평가하기 위해 다양하게 제안되어져 왔다(GeoStudio, 2012). Duncan과 Wright(1980)는 각 한계평형 해석이론에 있어서 Fellenius(1927)방법을 제외하면 어떤 이론을 사용하든지 해석결과의 차이는 5% 이내라고 보고하였고 안전율에 지배적인 영향을 끼치는 요인은 해석이론보다는 강도정수, 지형학적 조건과 임계단면을 어떻게 결정하는지에 따라 좌우된다고 제안하였다(Kim and Lee, 1997). 사면을 다수의 절편으로 분할하여 해석하는 한계평형해석은 방정식의 개수보다 미지수가 많은 계산법을 사용하기 때문에 가정해야하는 미지수들에 따라 힘 평형과 모멘트 평형 방법에 따라 여러 가지 방법으로 제안되고 있다. 가장 널리 사용하고 있는 Bishop(1955)의 간편법은 몇몇 연구자들이 단점을 보완하여 컴퓨터 프로그램으로 응용되면서 더욱더 많이 이용되고 있다.

이러한 간편법들은 사면을 다수의 절편으로 나누어 해석하는 해석 방법으로 사면 내 가상활동면을 예측하여 전체 사면 안전율을 산정할 수 있으나, 응력의 분포나 사면내의 변위량을 평가하지 못하여 실제 사면에서 발생하는 현상(강우나 응력경로와 같은)들을 고려하기 어렵다. 강우침투로 발생하는 대부분의 사면파괴들은 파괴면 전체에 걸쳐 동시에 파괴에 도달하기 어렵다. 실제적인 파괴현상들은 국부적인 파괴가 발생한 후 여러 가지 불안정성 인자들이 전이되면서 점차적으로 확대되어 전체 사면의 붕괴가 유발하게 되는 점진적인 파괴의 형태를 보인다. 이를 보완하기 위하여 많은 연구자들이 또 다른 접근방법으로 유한요소해석법을 이용한 사면안정 해석법을 제안되었다.

Duncan(1996)은 사면안정을 위한 한계평형해석과 유

한요소해석을 비교하여 장단점을 제시하고 지반의 응력과 변형률 거동에 대한 해석을 고려할 수 있는 유한요소해석에 대한 효율적인 면들을 제시하고 강조하였다. Zheng et al.(2006)은 사면해석을 위해 강도감소법이나 한계평형해석에서 확인할 수 없는 응력경로를 관찰하는 유한요소해석을 사용할 때 국부적인 임계파괴면에 대한 자세한 정보를 알 수 있다고 제안하였다. Li(2007)는 한계평형해석은 동역학적인 사면안정해석에서 지진에 의한 변형과 안전율을 정의하는 이론에 따라 파괴에 대한 결정이 크게 좌우되기 때문에, 사면안정 설계에 대한 기준은 유한요소해석에 의한 응력경로에 의한 접근이 정확하고 효과적으로 안정성에 접근해야한다고 주장하였다.

그러므로 유한요소해석법은 기존의 해석방법에 대한 대안으로 평가가 필요하며, 여러 해석들과 비교분석을 함으로써 보다 정확하고 타당한 사면안정성을 제시할 수 있으리라 판단된다. 사면의 역학적 거동에 대해 엄밀한 해석을 수행하기 위해 지반의 응력-변형률 관계 유한요소 응력장을 이용하여 안정성에 접근한다. Kim and Lee(1997), Cho(2001) and Lim(2012)은 유한요소 응력장을 이용하여 임계단면을 결정하기 위해 다양한 접근법으로 사면안정해석을 수행하였으며, 이들은 유한요소법을 사용하여 사면에 대한 응력해석을 수행한 다음, 이 응력 해석 결과를 바탕으로 가상활동면에 대한 사면의 안전율을 정하고 최소의 안전율을 주는 임계단면을 결정하였다.

본 연구에서는 불포화 지반에서 침투와 흡의 거동을 동시에 해석하는 유한요소해석 코드(coupled code)를 개발하고 이를 통하여 불포화 침투 후 요소의 모관흡수력 변화를 살펴본 후 응력장을 이용한 사면안정해석을 수행하였다.

## 2. 사면안정해석 방법

### 2.1 한계평형해석

한계평형해석은 사면의 안정성 확보를 판단하기 위

해 가장 쉽게 접근할 수 있는 해석 방법이다. 주어진 활동면에서 지반이 확보한 전단강도를 파괴가 유발되는 전단응력으로 나눈 값으로 안전율이 산정된다. 이러한 판단기준은 안전율이 1보다 크면 사면은 파괴되지 않고, 작으면 파괴된다고 판단하지만 계산과정에 있어서 많은 가정들이 포함되어 많은 불확실성을 내포하고 있다. 따라서 여러 가지 불확실성을 충족하기 위해 허용치 이상 1.2-1.5 정도의 안전율을 선택하여 일반적인 설계 기준으로 제시되고 있다.

또한 한계평형해석은 각 절편들에 작용하고 있는 힘들의 관계를 연립하여 계산하기 위하여 여러 가정들을 제시한다. 미지의 변수들의 개수보다 얻을 수 있는 방정식의 수가 작아서 가정들 없이는 해답을 찾을 수 없는 오류를 포함하고 있다. 임계단면의 결정에 대해서 어떠한 가정을 하느냐에 따라 여러 연구자들의 해석방법들이 제안되고 있다.

서론에서 언급했듯이, 여러 한계평형해석 이론들에 대해서 주장하지만, 그 해석결과들의 차이는 가장 초기에 제시한 Ordinary Method를 제외하면 5% 이내에서 발생한다는 분석결과를 제시하기도 하였다(Duncan and Wright, 1980). 안전율을 계산하는 중요한 요인은 결국 해석방법의 차이보다는 지반강도와 지형조건의 정확한 분석 그리고 파괴단면을 가장 적절하게 판단하느냐에 좌우된다. Table 1은 한계평형해석 연구자들이 최근까지 파괴단면을 결정하기 위하여 제안한 가정들을 비교하였다.

## 2.2 유한요소 응력장 해석

많은 지반구조물을 해석하기 위해서 수치해석 사용빈도가 점점 늘어나고 의존도 역시 증가하고 있다. 굴착, 절토, 성토, 댐과 여러 사면해석을 시작으로 불포화 지반을 해석하여 강우 시 사면의 안정성을 평가하는 수단으

로 확장시키고 있다. 한계평형해석에서 가정하는 여러 가지 요소들이 안전율에 영향을 미치기 때문에 지반의 변형, 응력, 그리고 간극수압을 모두 고려할 수 있는 유한요소해석법을 이용한다면 한계평형해석의 약점들을 대부분 보완하거나 최소화 시킬 수 있게 될 것이다. 불포화 지반 내에서 지반재료에 대한 구성모델을 통하여 응력-변형률의 관계를 확인하고, 유한요소해석법의 해석 결과인 응력장을 사용하여 사면에 대한 안전율을 산정하고자 하였다. Mohr-Coulomb 항복규준, Hyperbolic 모델, Cam-clay 모델, 그리고 Drucker-Prager 항복규준 등 여러 가지 구성모델에 맞는 지반재료를 적용하여 임계단면 결정을 할 수 있게 된다.

원호임계 탐색법 중에 최적화변수에 대한 목적함수(안전율)의 미분값인 민감도를 요구하는 방법으로 BFGS 방법을 사용한 Cho and Lee(2001)의 수치해석 결과와 본 논문에서는 유한요소 응력장 해석을 이용하여 사면의 안정성을 평가하는 방법으로 사면내의 응력-변형률 해석을 수행한 다음 모든 요소들(elements)의 응력 결과를 바탕으로 한계평형방법에서 사용하는 안전율 계산 방법인 전단응력과 전단강도의 비율을 산정하여 결정한다. 사면의 파괴면에 대한 최소 안전율을 결정하기 위하여 요소내부의 가우스 점들에서 얻어낸 전단응력과 전단강도의 최소비율 값들을 선택하여 연결하면 가상 활동면을 예측할 수 있다. Fig. 1은 유한요소 응력장 해석을 이용하여 사면의 안정성을 평가하는 과정을 정리하였다.

본 연구에서 제안하는 유한요소 응력장 해석법으로 예측하는 사면안정 해석은 한계평형방법과 같은 반복 해석 없이 단일 응력해석 결과를 바탕으로 가상활동면에 대한 안전율을 산정할 수 있는 방법이다. 사면내의 응력-변형률 관계를 계산하기 위하여 Drucker-Prager 소성모델을 이용한다. 소성모델을 이용하면 지반의 초기 상태부터 탄성과 소성영역 내의 응력 경로를 모두 추적

Table 1. Limit equilibrium analysis and assumptions by researchers

Analysis type	Assumption (researcher)
Ordinary (or Swedish) method	All interslice forces are ignored (Fellenius, 1927)
Bishop's simplified method	Ignore the interslice shear force (Bishop, 1955)
Janbu's simplified method	Satisfy only overall horizontal force equilibrium, but not overall moment (Janbu, 1968)
Spencer method	Adopt a constant relationship between interslice shear and normal forces (Spencer, 1967)
Morgenstern-Price method	Similar to Spencer method, but allow for various user specified interslice force functions (Morgenstern and Price, 1965)
General limit equilibrium (GLE)	Allow for range of interslice shear-normal force assumption (Fredlund, 1977)

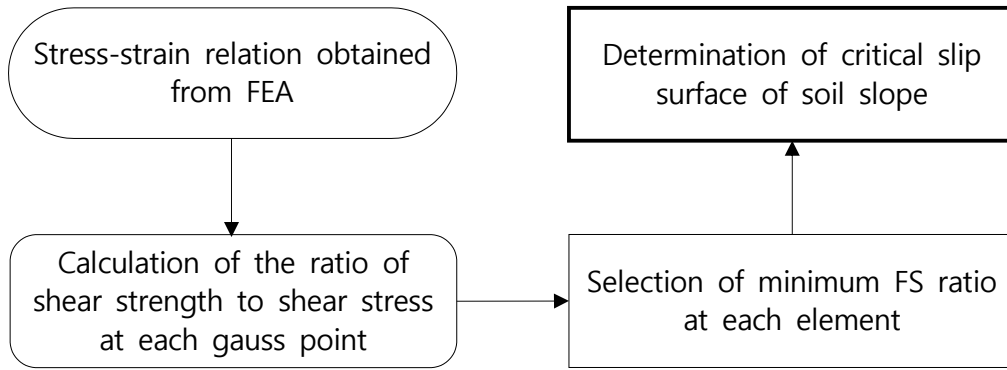


Fig. 1. Determination of critical slip surface by finite element analysis

하기 때문이다. 하중에 의한 소성변화가 없는 강우 시 사면의 붕괴에 관련된 문제는 탄성영역 내에서 발생하기 때문에 거동하는 응력들을 계산하여 식 (1)과 같은 독립적인 수식형태로 안전율을 산정할 수 있다.

$$F_s = \frac{\int \tau_f d\Gamma}{\int \tau_i d\Gamma} \quad (1)$$

여기에서  $F_s$ 는 전체 안전율,  $\tau_f$ 와  $\tau_i$ 는 지반의 전단강도와 전단응력을 나타내며  $\Gamma$ 는 활동면의 총길이를 나타낸다. 따라서 전체 사면의 안전율은 각 요소에서 안전율의 최소값을 갖는 점들의 합과 같다. 기존에는 가정한 파괴면을 따라 적분하여 안전율을 계산하였으나, 지반강도의 취약점들을 연결하여 얇은 파괴의 형상인 비선형 파괴면을 찾기 위해서 지역적인 안전율(local safety factor)의 합으로 계산되어진다. 한계평형해석법에서 사용하는 효율적인 안전율 개념과 동일하며, Drucker-Prager 항복규준을 사용하여 탄성영역 내에서 발생하는 응력-변형을 관계를 산정하였다. 사면의 파괴면은 최소 안전율을 나타내는 요소의 가우스 포인트를 연결하여 작도하였으며 각각의 안전율을 구하여 가장 작은 안전율을 갖는 점들을 연결하여 임계 파괴면으로 결정한다. 유한요소 해석에서 정의되는 안전율계산 과정은 다음과 같다.

- 1 단계: 강우 시간에 따른 각 요소의 모든 가우스 점들의  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  응력 값을 파악한다.
- 2 단계: 다음 식에 의하여 전단응력  $\tau_i$ 와 전단강도  $\tau_f$ 를 산정한다. 여기에서,  $\phi^b$ 는 겉보기 내부마찰각,  $\alpha$ 는 사면의 경사이며 대기압상태의  $u_a$  값은 '0'으로 가정한다.

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b$$

$$\tau_i = 0.5(\sigma_y' + \sigma_x') \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

$$(\sigma - u_a) = \sigma_x' \sin^2 \alpha + \sigma_y' \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

- 3 단계: 각 요소에서  $F_s(\text{gauss point}) = \frac{\tau_f}{\tau_i}$ 을 계산하여 각 요소의  $F_s$  값이 가장 작은 가우스 점들을 찾는다.
- 4 단계: 가장 작은 가우스 점들을 이어서 임계 파괴면을 결정한다.
- 5 단계: 안전율은  $F_s = \frac{\int \tau_f d\Gamma}{\int \tau_i d\Gamma}$ 로 계산한다. 여기서,  $\int \tau_i d\Gamma$ ,  $\int \tau_f d\Gamma$ 는 각각 4단계에서 구한  $\tau_i$ ,  $\tau_f$  값이 누적된 값이다.

### 3. 부분포화토 구성방정식

#### 3.1 지배방정식

본 연구에서 제안하는 연동 코드는 포화와 부분포화사를 구분하기 위한 기본적인 개념으로 체적비에서 차별화된다. 포화도를 함수비로 표현하기 보다는 체적함수비로 표현하기 위해서 각각의 체적비를 흡입자( $n^s$ ), 물( $n^w$ ), 그리고 기체인 공기( $n^a$ )로 구분한다. 지반의 3상 관계를 전체 체적비  $1 = n^s + n^w + n^a$ 으로 표현하며 초기 지반의 간극률 설정에 사용되고, 물의 침투나 하중의 변화로 상호간 체적 변화는 전체 미소체적  $dv$ 과 각 미소공간요소  $\alpha (= s, w, a)$ 로 체적비의 공간분포를  $n^\alpha = dv^\alpha / dv$ 로 계산할 수 있다. 따라서 일반적으로 알고 있는 간극비는  $n = n^w + n^a$ 으로 표현된다. 이러한 부분포화토의 개념으로 토립자의 거동과 간극수압을 산정하기 위해 다음 식 (2)와 (3)과 같은 평형방정식이 필요

하다. 부분포화토의 토립자 거동 평형을 보여주는 선형 운동량 평형방정식(Balance of linear momentum), 식 (2)와 지반 내부에서 물의 흐름 평형을 나타내는 질량 평형 방정식(Balance of mass), 식 (3)을 사용하여 지반 변위와 지반내의 흡수력을 계산할 수 있다(Borja, 2004; Kim, 2010).

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$n \frac{\partial S}{\partial s} (-\dot{p}_w) + S \operatorname{div} \mathbf{v} = -\operatorname{div} \tilde{\mathbf{v}}^w \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}' &= \boldsymbol{\sigma} + p_a \mathbf{1} - \chi (p_a - p_w) \mathbf{1} \\ &= \boldsymbol{\sigma} + \chi p_w \mathbf{1} + (1 - \chi) p_a \mathbf{1} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}^w = k_w(S_e, n)(-\nabla p_w + \rho^{wR} \mathbf{g}) \quad (5)$$

여기에서  $\operatorname{div}$ 는  $\nabla$ (divergence)를 의미하고,  $\mathbf{g}$ 는 중력가속도이며,  $\tilde{\mathbf{v}}^w$  (superficial Darcy velocity of water)는 실제 물의 속도( $\mathbf{v}_w$ )와 흡 입자 속도( $\mathbf{v} = \mathbf{v}_s$ )의 차이로  $\tilde{\mathbf{v}}^w = n^w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v})$ 으로써 표현된다. 유효응력에 대한 구성방정식과 부분포화토 내의 물과 공기의 흐름을 파악할 수 있는 Darcy 법칙을 근간으로 표현할 수 있다. 강우가 지반내로 침투하는 흙의 거동이므로, 탄성 영역에서 유효응력( $\boldsymbol{\sigma}'$ )을 고려하며, Drucker-Prager 모델을 사용하여 응력과 변형을 관계를 시간에 따라 추적할 수 있다.  $k_w$ 는 부분포화토의 투수계수이고,  $\rho^{wR}$ 는 물의 실제 밀도이며 체적비의 관계로 표현하면  $\rho^w = n^w \rho^{wR}$ 와 같다(Coussy, 2004).

평형방정식에서 표현한 전응력( $\boldsymbol{\sigma}$ )은 부분포화토를 고려할 때에는 수식 (4)와 같이 유효응력( $\boldsymbol{\sigma}'$ )으로 계산된다. 부분포화토 유효응력계수인  $\chi$ 는 포화도뿐만 아니라 지반의 변형에 의존하는 계수이기 때문에 이를 정확히 결정하기 어렵다. 그러나 가장 적절한  $\chi$ 는 일반적으로 유효포화도  $S_e$ 를 대입하여 계산한다(Kim and Kim, 2011).  $p_w$ 와  $p_a$ 는 각각 간극수압과 간극공기압(대기압 상태인 간극공기압  $p_a = 0$ 으로 가정)을 의미한다. 시간에 따른 침투와 지반의 응력 계산에 필요한 간극률과 전체밀도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n_{n+1} = \frac{n_n + \Delta \epsilon_v}{1 + \Delta \epsilon_v} \quad \text{and} \quad \Delta \epsilon_v = \operatorname{tr}(\Delta \boldsymbol{\epsilon}) \quad (6)$$

$$\rho = [1 - n(\mathbf{d})] \rho^{sR} + n(\mathbf{d}) S_e(\boldsymbol{\theta}) \rho^{wR} \quad (7)$$

여기에서 간극률  $n$ 은 유한요소 방정식에서 변수인 변위( $\mathbf{d}$ )에 의해서 시간에 따라 변하는 함수이며,  $\boldsymbol{\theta}$ (positive or negative pore water pressure) 역시 유한요소 방정식으로 계산되어지는 미지수인 간극수압이다. 침투 또는 외부 하중에 의해 변하는 간극률은 체적변형률( $\Delta \epsilon_w$ )의 함수이며, 전체 밀도( $\rho$ ) 역시 시간에 따른 간극률과 함수비( $n^w = n(\mathbf{d}) S_e(\boldsymbol{\theta})$ )에 따라 결정할 수 있다(Kim, 2010).

### 3.2 수리학적 특성

식 (5)와 같이 지반 내부에서 간극수의 흐름은 Darcy의 법칙이 사용된다. 부분포화토에서 투수계수는 상수인 포화투수계수와 유효포화도와 간극률에 따라 변하는 상대투수계수( $k_{rw}$ )의 곱으로 나타내게 된다. 많은 경험식들과 실험을 통하여 획득된 식들이 여러 문헌에서 제안되지만, 본 논문에서는 식 (8)과 같은 상대투수계수를 Alonso et al.(1995)의 경험식을 선택 활용하였으며 전체적인 투수계수는 식 (9)과 같이 유효포화도와 간극률에 변하는 함수를 사용하였다(Cho and Lee, 2001; Coussy, 2004).

$$k_{rw} = \frac{a_w}{a_w + \{b_w \times (p_a - p_w)\}^{c_w}} \quad (8)$$

$$k_w(S_e, n) = \frac{l^2}{\eta_w} \delta(n) k_{rw}, \quad \delta(n) = \frac{n^3}{(1 - n^2)} \quad (9)$$

여기에서  $a_w$ ,  $b_w$ , 그리고  $c_w$ 는 상태투수계수의 실험 계수이며 Table 2에 적용한 값들을 제시하였다.  $l^2$ 은 흙 간극 구조에 따른 정수( $\text{m}^2$ ),  $\eta_w$ 는 물의 점성계수이다.  $k_{rw}$ 는 부분포화토의 상대투수계수이며 포화도에 따라 0~1까지의 비율을 갖는다. 지반의 불포화 함수특성을 정의하기 위해 Alonso et al.(1995)이 제안한 식 (10)을 활용하였다.

Table 2. Hydraulic experimental parameters

Soil water characteristic parameter	Relative permeability parameter
$a_s = 1$	$a_w = 1 \text{ kPa}$
$b_s = 5 \times 10^{-2} \text{ kPa}^{-1}$	$b_w = 0.01$
$c_s = 3.5$	$c_w = 1.7$

$$S = S_r + \frac{(S_m - S_r) a_s}{a_s + \{b_s(u_a - u_w)\}^{c_s}} \quad (10)$$

여기에서  $S_r$ 는 잔류포화도,  $S_m$ 는 최대포화도이며,  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $c_s$ 는 실험 상수이며 Table 2에 제시되어 있다.

### 3.3 Drucker-Prager model

강우 시 시간에 따른 사면내의 응력상태를 확인하기 위하여 Drucker-Prager(DP) 파괴모델을 사용하였다. 사면내의 응력상태를 확인하여 전단응력과 전단강도의 비를 확인하고 각 요소마다 최소 안전율을 확인하여 임계단면을 결정짓는다. 지반을 등방성과 균질성을 가정한다면 다음 식 (11)과 같은 항복규준에 따라 강우 시 초기 탄성영역에서부터 소성이 이르기까지 응력경로를 확인할 수 있다.

$$f(\sigma', c', \phi) = \|s\| - (A^{\phi} - B^{\phi} p') \leq 0 \quad (11)$$

$$\|s\| = \sqrt{s:s}, \quad s = \text{dev } \sigma', \quad p' = \text{tr } \frac{\sigma'}{3} \quad (12)$$

$$A^{\phi} = \frac{2\sqrt{6} c' \cos \phi'}{3 + \beta \sin \phi'}, \quad B^{\phi} = \frac{2\sqrt{6} c' \sin \phi'}{3 + \beta \sin \phi'}, \quad -1 \leq \beta \leq 1 \quad (13)$$

여기에서  $s$ 는 축차응력,  $p'$ 는 평균유효응력,  $c'$ 는 유효점착력,  $\phi'$ 는 유효내부마찰각,  $\beta = -1$ 은 삼축 압축응력에 대한 경계조건을 나타내며,  $\beta = 1$ 은 삼축 인장응력에 대한 항복경계면을 표현한다. 항복식,  $f(\sigma', c', \phi')$ , 계산에 따라  $f < 0$ 이면 탄성영역내의 거동을 의미하며,  $f > 0$  값이면 재료의 소성거동을 나타낸다. 모델을 사용하여 탄성영역에서부터 응력과 변형률의 경로를 추적하여 강우 시 지반내부에서 발생하는 응력상태와 변형률 상태를 예측하였다. 다만 본 연구에서는 하중에 의한 지반의 거동을 관찰하는 것이 아니라, 지반 내 침투로 발생하는 거동은 소성까지 발생하지 않기 때문에 탄성영역에서 일어나는 응력상태를 계산하여 평가하였다.

## 4. 사면의 침투해석과 안정성 해석

### 4.1 유한요소 침투해석

강우로 인한 침투가 지반 내 모관 흡수력을 감소시켜 전단강도 저하로 인한 국부파괴를 유발할 수 있다. 지반

내 침투해석을 통하여 지표면의 강우 침투가 어떠한 경향으로 또한 강도 약화가 발생하는지 확인하고자 유한요소해석 프로그램과 상용프로그램을 각각 사용하여 평가하였다. 본 논문과 연관되는 침투해석과 결과 분석은 기존의 문헌에 제시되어 있다(Kim et al., 2012). GeoStudio(2012) 상용프로그램과 유한요소해석 프로그램에서 동일하게 적용한 요소망과 조건들은 Fig. 2에 제시되어 있다. 사면경사는 20m의 높이로 40° 경사를 따라 균질한 토체로 가정하였으며, 지하수위는 바닥으로부터 10m 높이에서 초기조건으로 설정하여 강우 시 사면내의 불포화 흡수력을 관찰하였다.

침투해석에 사용된 함수특성곡선과 불포화 투수계수에 대한 입력 값들은 식 (8)에서 (10)까지 제시된 Alonso 등(1995)이 제안한 경험식을 토대로 상용프로그램과 coupled code에 동일하게 적용하여 불포화 침투특성을 평가하였다. Fig. 3은 Alonso의 경험식에서 제안된 불포화 투수계수 곡선과 함수특성곡선을 보여주고 있다. 지반의 투수계수를  $5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ 와  $5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ 의 두 가지 균질성과 등방성을 갖는 토체로 가정하고, 강우 강도는  $20 \text{ mm/hr}$  ( $5.556 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ )로 적용하여 강우보다 큰 포화투수계수와 작은 포화투수계수를 갖는 사면에서 발생하는 차이점을 비교분석하고자 하였다. Cho and Lee(2001)에서 제시한 사면 조건과 동일하게 지하수위의 상부인 부분포화토 영역에서 높이에 따라 최대 모관흡수력 상승을  $-60 \text{ kPa}$ 로 초기값으로 지정하였으며, Table 2는 함수특성곡선과 불포화 투수계수에 관한 실험상수들을 나타낸다. Fig. 3은 Alonso et al.(1995)의 함수특성곡선과 불포화 투수계수 경험식을 이용하여 계산한 두 종류의 투수계수 그래프를 보여준다. 각각의 두 종류의 포화투수계수를 기준으로 모관흡수력이 증가하면서 점점 작아지는 투수계수 값들을 확인 할 수 있다.

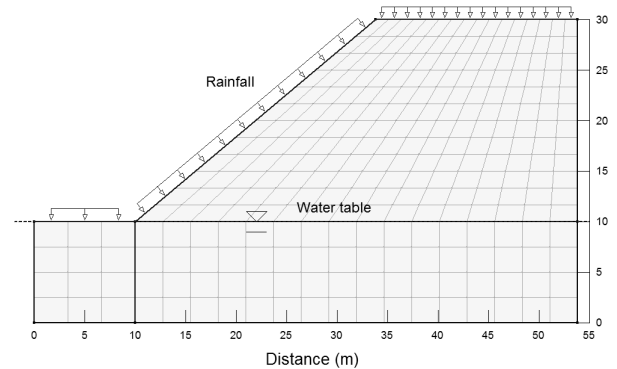


Fig. 2. Mesh and geometry for finite element analysis

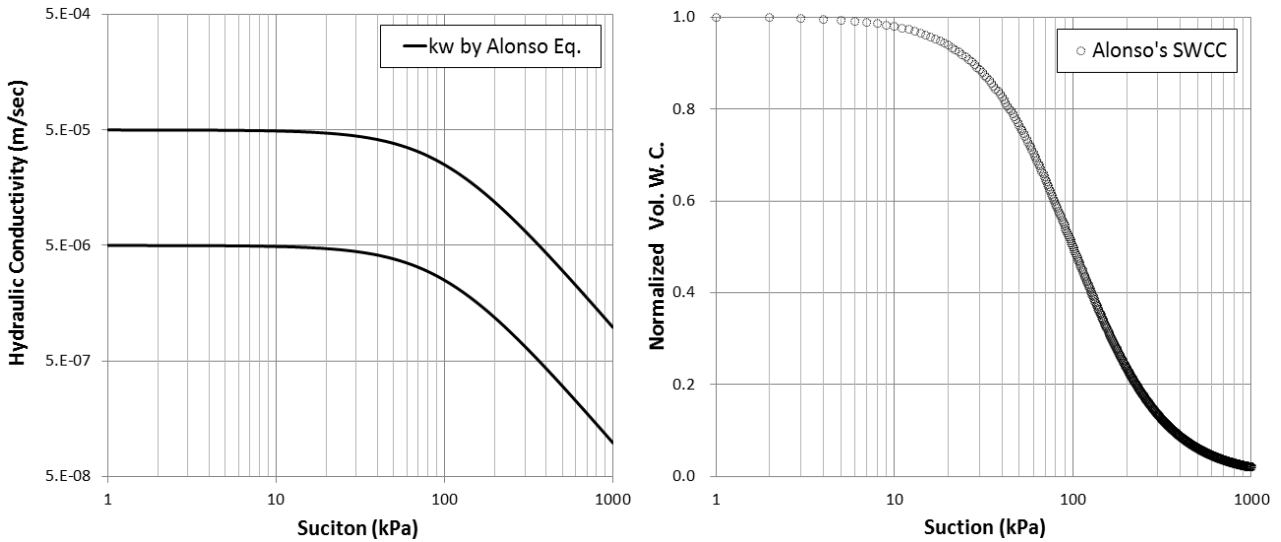


Fig. 3. Hydraulic conductivities and SWCC of soil specimen by Alonso et al. (1995)

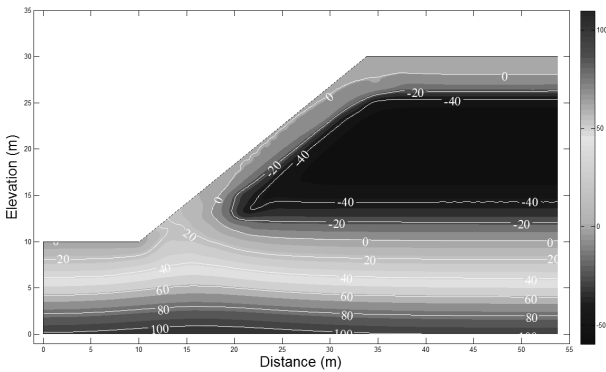


Fig. 4. Distribution of matric suction in partially saturated soil slope with  $k_w = 5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$  due to 66 hours rainfall (coupled code)

이러한 초기조건들과 경계조건들을 적용하여 Alonso 등(1995)의 경험식을 이용한 침투해석 결과는 Fig. 4에 제시하였다. coupled code를 이용한 침투해석 결과는 대표적으로  $5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$  투수계수를 갖는 사면 내에서 강우강도  $5.556 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ 로 인한 66시간 후의 모관 흡수력의 분포를 보여준다(Fig. 4). 강우로 인하여 사면의 표층이 포화되어 가는 간극수압들을 확인 할 수 있다. 이러한 표층 포화깊이는 얇은 파괴가 발생할 수 있는 강도저하를 유발시키며 급격한 사면의 불안정성의 원인이기도 한다.

#### 4.2 유한요소 응력장 안정 해석

가장 일반적인 한계평형해석은 다수의 절편으로 분할하여 절편에 작용하는 몇몇 미지수들을 가정하고 나

머지 미지수들을 방정식으로 계산하여 최소안전율을 산정한다. 여러 번의 반복적인 계산으로 사면 내 가상활동면에 대한 전체안전율은 산정할 수 있으나, 사면 내에서 발생하는 응력분포나 변형 등을 평가할 수 없으며 강우 침투로 인한 표층에 대한 전단응력의 감소 등을 고려하지 못한다. 이러한 단점을 보완하고자 유한요소 응력장 해석으로 사면의 안전성을 판단하기 위하여 원호 임계단면 탐색법을 사용하여 가상활동면을 찾는 최적화 방법에 대해서 Simplex 방법, DFP 방법 그리고 BFGS 방법 등 여러 연구자들에 의해 수행되어져 왔다 (Bazaraa, 1993; Greco, 1996; Li and White, 1987). 원호 또는 비원호 임계단면 찾는 최적화 기법을 복잡한 방법으로 가상활동면을 얻을 수 있지만, 이러한 방법들은 산정된 전체영역에 대하여 최소안전율이라고 단정 지을 수 없다. 그 이유는 가정한 파괴면을 따라 적분한 값들의 합과 최소 안전율을 갖는 적분 값들을 누적한 최종적인 값에 대한 차이를 비교한다면 시간에 따라 최저 안전율이 다른 접근에 따라 다를 수 있기 때문이다(Fig. 7). 강우로 인한 사면의 활동파괴가 발생할 수 있는 영역에 다양한 초기 가상활동면의 위치를 가정하여 임계단면을 탐색해야한다(Cho, 2001).

우선 한계평형해석 방법과 같은 원리로 원호파괴를 가정하고, 유한차분법을 사용하여 안전율에 대한 형상변수를 도출하는 유한요소 응력장 해석방법인 BFGS 탐색법(Cho, 2001)과 본 연구에서 산정한 안전율의 계산 결과를 비교하기 위하여 Table 3과 같은 지반의 물리적 특성과 강도특성을 적용하여 요소망 내 가우스 점의 전

Table 3. Material property for finite element analysis

Elastic modulus ( $\lambda$ )	$29 \times 10^6$ Pa
Shear modulus ( $\mu$ )	$7 \times 10^6$ Pa
Strength parameters ( $\phi', \phi^b, \psi', c'$ )	$32^\circ, 15^\circ, 10^\circ, 5 \times 10^3$ Pa
Plastic parameters ( $h_c, \beta$ )	$1 \times 10^7$ Pa, -1
Solid real density ( $\rho^{sR}$ )	$2700$ kg/m <sup>3</sup>
Water real density ( $\rho^{wR}$ )	$1000$ kg/m <sup>3</sup>
Air real density ( $\rho^{aR}$ )	$1.2$ kg/m <sup>3</sup>
Initial porosity ( $n = n^w + n^a$ )	$0.38 = 0.18 + 0.2$
Intrinsic permeability ( $\kappa$ )	$5 \times 10^{-12}, 5 \times 10^{-13}$ m <sup>2</sup>
Seepage force (rainfall intensity, $S^w$ )	$5.556 \times 10^{-6}$ m/sec
Water viscosity ( $\eta_w$ )	$10^{-3}$ Pa·s
Residual degree of saturation ( $S_r$ )	0.08

단강도와 전단응력의 비를 누적하여 안전율을 찾는 방법으로 비교를 하였다(식 (1)). Table 3에서  $\phi^b$ 는 모관흡수력에 관련된 내부마찰각,  $\psi'$ 는 DP 모델에 사용되는 팽창각(dilatancy angle)을 의미한다.  $h_c$ 는 경화매개변수(hardening parameter)이며  $\beta(=1)$ 는 인장강도에 의한 항복경계면을  $\beta(=1)$ 는 압축강도에 의한 항복경계면을 나타내는 소성매개변수들(plastic parameters)이다.

Fig. 5와 6은 유한요소 응력장을 이용한 사면안정 해석으로 얻은 원호파괴를 보여주고 있다. 강우가 시작하기 전부터 최종 시간인 66시간까지 두 가지 투수계수를 갖는 사면에 대해서 최소 안전율을 갖는 원호파괴면을 산정한 결과이다.  $k_w = 5 \times 10^{-5}$  m/sec인 사면에 대해서는 두 개의 원호파괴면으로 모든 시간대에 걸쳐 산정되었지만,  $k_w = 5 \times 10^{-6}$  m/sec인 사면에 대해서는 시간이 경과함에 따라 파괴면의 깊이가 얕아지는 경향을 볼 수 있다(Cho and Lee, 2001). 강우 시간에 따라 동일한 원호활동면을 사용하여 coupled code에서 gauss point의 값들을 찾아 전단응력과 전단강도의 비를 누적하여 사면의 안전율을 계산하여 BFGS 탐색법(Cho, 2001)과 비교하여 Fig. 7에 비교하였다. BFGS 탐색법은 두 종류의 사면에 대해서 강우가 지속됨에 따라 사면의 안전율이 계속적으로 감소함을 보였으며, 50시간 이후에 낮은 투수계수를 갖는 지반의 안전율이 더 감소하면서 역전되는 현상은 낮은 투수계수를 갖는 지반에서 물의 흐름을 지체하기 때문에 안전율의 감소가 커졌다고 설명하였다(Cho and Lee, 2001). 본 연구에서 탐색한 요소망 내 가우스 점의 최소안전율은 초기 8시간까지만 감소 경향을 보이고 그 이상의 강우지속시간에 대해서는 거의 비

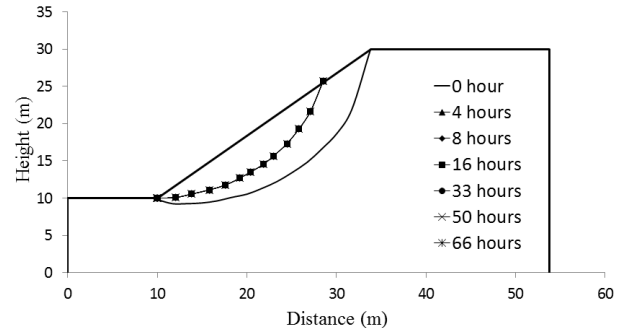


Fig. 5. Critical slip surface in circular failure in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-5}$  m/sec (Cho and Lee, 2001)

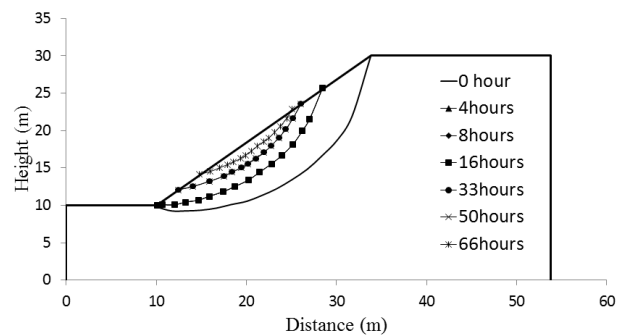


Fig. 6. Critical slip surface by circular failure in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-6}$  m/sec (Cho and Lee, 2001)

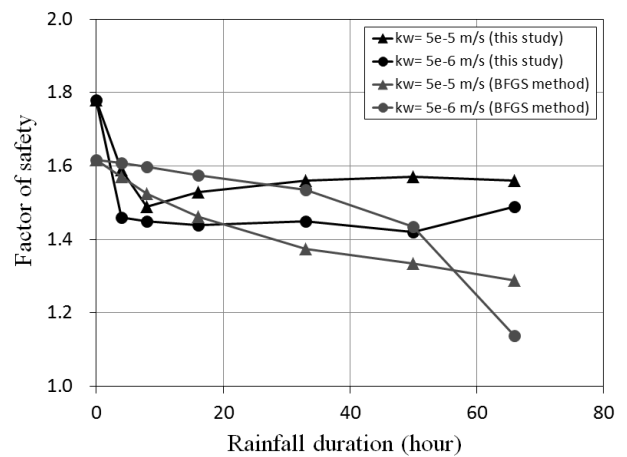


Fig. 7. Comparison between different search strategies for critical slip surface

슷한 안전율을 유지하고 있었다.

Coupled code 해석 결과에서는 강우강도보다 큰 포화투수계수를 갖는 사면일 경우( $k_w = 5 \times 10^{-5}$  m/sec) 표층에서 완전한 포화가 어렵기 때문에 모관흡수력에 관한 지반의 강도가 표층에 잔류하게 된다. 그러므로 강우강도보다 작은 포화투수계수를 갖는 사면일 경우( $k_w = 5 \times 10^{-6}$  m/sec)보다 항상 약간 큰 사면의 안전율을 유지하면서 지속된다. 반면, BFGS 탐색법의 경우에



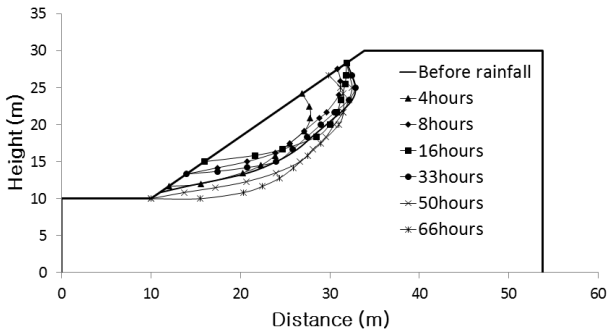


Fig. 8. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$  (coupled code)

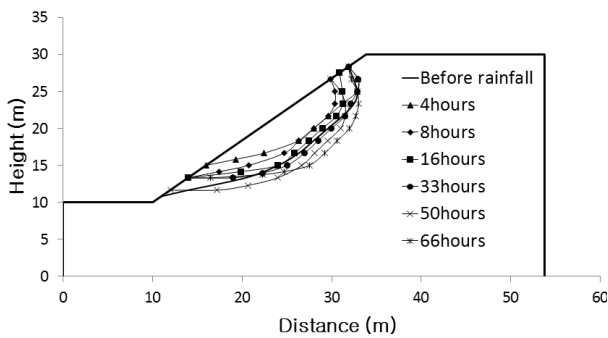


Fig. 9. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$  (coupled code)

는 물의 흐름을 방해하는 사면의 낮은 포화투수계수가 간극수압 상승을 유도하기 때문에 사면의 안전율이 감소하고 있다고 설명하고 있으며, 강우 지속시간이 길어질수록 임계단면의 발생은 깊숙한 단면에서 표층으로 옮겨지며, 이때 갑작스럽게 안전율이 저하된다고 설명하고 있다(Cho and Lee, 2001).

이러한 한계평형해석과 같은 방법으로 원호 활동면으로 가정한 파괴면은 실제로 지반 내부 임의의 위치에서 강도저하가 나타나는지 고려하지 못하고 파괴면을 단정 짓는 오류가 발생할 수 있다. 그래서 강우 침투가 시작되면서 지반내부의 응력-변형률을 관찰하여 최소 전단강도와 전단응력의 비를 찾아내 각각의 요소망 내 가우스 점들을 연결하여 최소 임계단면을 설정하였다. coupled code에서 최소 안전율을 갖는 임계단면을 탐색한 결과, 침투가 시작되면 표층부터 모관흡수력이 감소하기 때문에 사면파괴는 표층부터 시작되고 점차적으로 표층으로부터 포화두께가 깊어짐에 따라 파괴면 역시 두터워지고 있다는 것을 두 가지 사면에 대해서 모두 확인할 수 있었다. 또한, 많은 파괴이론들이 원호 파괴를 가정하여 안전율을 찾고 있지만, 파괴면 역시 타원형에 비슷한 얇은 파괴 형상으로 이루어져 있음을 파

악할 수 있었다. Fig. 8과 9는 coupled code를 이용하여 최소 안전율을 갖는 가우스 점들을 연결한 임계단면을 강우지속시간에 따라 표현한 것이다.

한편 Fig. 8과 9를 비교할 때, 흙의 포화 투수계수가 작은 경우( $k_{ws} = 5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ )가 강우지속시간이 경과함에 따라 단계적으로 파괴면의 깊이가 증가하고 있음을 보여주고 있으며, 포화 투수계수가 큰 경우( $k_{ws} = 5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ )에는 사면 표층이 완전 포화가 가능하지 않으므로 강우지속시간에 따라 파괴면의 깊이가 불규칙하게 깊어가고 있음을 보여주고 있다. 그러나 전반적인 임계파괴면을 관찰할 때, 강우지속시간에 따른 변화는 포화도가 높아지는 표층에서부터 파괴면이 두터워지는 경향을 확인할 수 있다. 강우강도가 크고 강우지속시간이 길어지면서 초기에 얇은 파괴가 발생할 수 있음을 예측할 수 있다.

### 4.3 한계평형해석 비교

유한요소 응력장 안정해석으로 얻어진 사면의 임계 파괴면들을 근간으로 같은 파괴면 위치에서 한계평형 해석으로 안전율을 분석하였다. Coupled code에서는 강우 침투로 사면 내 최소 안전율을 갖는 위치들이지만, 한계평형해석에서는 단지 원호파괴면을 가정하기 위한 파괴의 시작점과 종결점으로 선정되어 졌다. 상용 프로그램(GeoStudio, 2012)을 이용하여 같은 입력정수들을 사용하여 강우침투해석을 먼저 수행하고 단계적으로 Bishop의 간편법을 이용하여 사면의 안정성을 평가하였다. Fig. 10과 11은 포화투수계수가 큰 사면에 대해 강우지속시간 4시간과 마지막 시간인 66시간일 때 파괴면을 따라 사면 안전성을 해석한 결과이다. 침투해석 이후에 연계한 한계평형해석이기에 때문에 초기 가정한 지하수위의 위치가 약간 변한 것을 확인할 수 있다.

Fig. 12와 13은 낮은 포화투수계수를 갖는 사면에서 강우지속시간 초기와 마지막 시간인 66시간일 때, 안정성을 표시한 결과이다. 지하수위 역시 초기에 비하여 많은 침투로 인하여 약간 상승한 위치를 확인할 수 있다. 원호로 가정하는 사면의 파괴면은 최소 안전율을 찾을 때까지 임계단면을 계속해서 탐색해야한다. 그러나 Fig. 10-13에서 알 수 있듯이 임계단면을 고정시킨 지점에서 안전율을 계산하였기 때문에 강우지속시간과 무관하게 사면의 안전율이 모관흡수력의 감소에 반비례하지 않게 상승하였다가 다시 감소하는 경향을 보인다(Fig. 14).

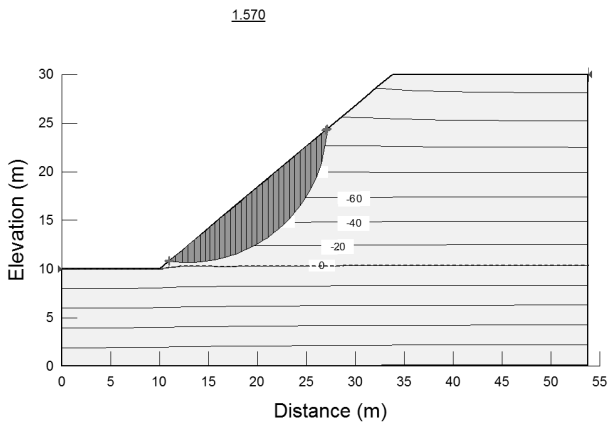


Fig. 10. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$  at 4 hours (GeoStudio, 2012)

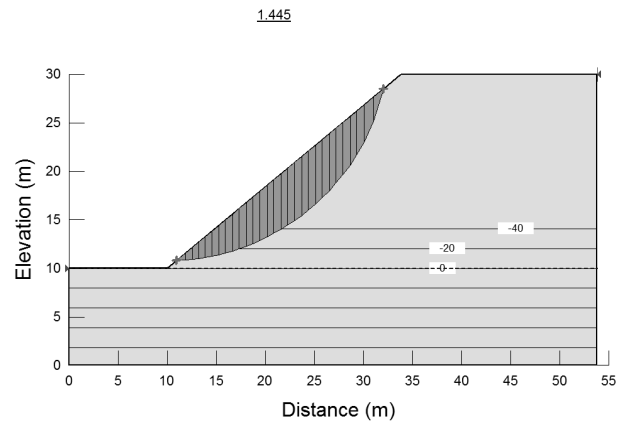


Fig. 12. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$  at initial state (GeoStudio, 2012)

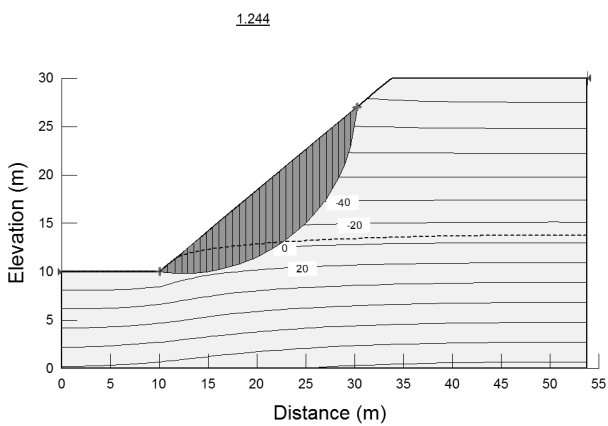


Fig. 11. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$  at 66 hours (GeoStudio, 2012)

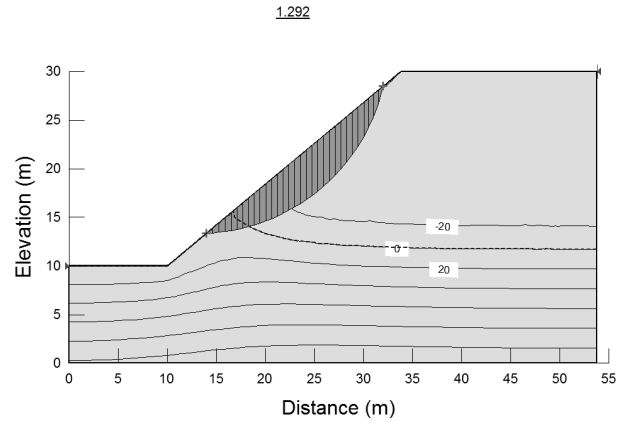


Fig. 13. Critical failure surface in soil with  $k_w = 5 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$  at 66 hours (GeoStudio, 2012)

한계평형해석에서 강우 시 갑자기 안전율의 상승 요인은 유한요소해석의 침투해석 이후 불포화 강도가 적용되어 사면안정해석이 수행되기 때문이다. 그러므로 강우침투로 인한 지반내의 응력 변형률 관계를 파악하고 국부파괴가 발생할 수 있는 임의의 지점들을 파악한다면 파괴단면을 좀 더 명확하게 예측하고 지반의 파괴거동을 이해하는데 도움이 되리라 판단된다.

## 5. 결론

지반 내의 응력상태를 확인하기 위해 유한요소 연계 해석으로 불포화 토사사면의 안정성을 평가하였으며, 문헌에 제시된 유한요소해석인 BFGS 탐색법을 이용한 사면 안정성 결과와 비교분석을 하였다. 본 연구에서 coupled code를 이용하여 제시한 최소 안전율 해석은 기존의 유한요소법과 차이를 보이고 있으며, 한계평형 해석으로 얻을 수 있는 안전율 평가 방법의 단점을 보

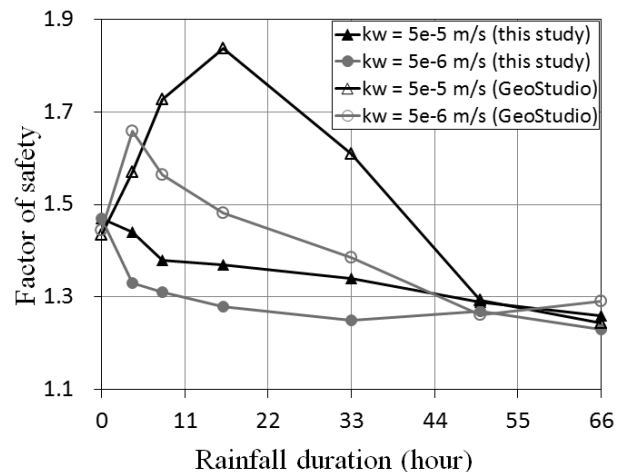


Fig. 14. Comparison of FS between GeoStudio (2012) and coupled code at the same slip surface

안할 수 있으며 최소안전율 탐색법은 비교적 실제사면에서 발생할 수 있는 가능성을 예측할 수 있으리라 판단된다. 수치해석으로 비교분석한 결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 강우로 인한 사면의 임계단면을 확인하기 위해 Drucker-Prager 파괴규준을 사용하여 지반 내에서 발생하는 전단응력과 전단강도를 모든 요소망 내 가우스 점에서 확인할 수 있었다. 또한 최소안전율을 갖는 지점들을 찾아 사면의 파괴단면을 예측할 수 있었다.
- (2) 사면의 임계단면을 원호파괴로 가정하였을 때, 유한차분법을 사용하여 안전율에 대한 형상변수를 도출하는 유한요소 응력장 해석방법인 BFGS 탐색법은 66시간까지 강우지속시간이 길어질수록 사면 안전율이 지속적으로 감소하였다. 그러나 Coupled code에서 계산한 최소안전율 탐색법은 강우지속 8시간까지 사면 안전율이 감소하였으나, 그 이후로 장기적인 강우에서는 비슷한 안전율을 유지하였다.
- (3) Coupled code에서 사면 안전율의 변화가 일정 강우지속시간 이후에 더 이상 감소하지 않고 일정한 이유는, 수치해석에서 지반 특성을 균질성과 등방성으로 가정하기 때문에 강우침투만으로 응력변화가 더 이상의 파괴로 진전되지 못하기 때문이다. 실제적으로, 사면파괴는 지반에 발생하는 인장균열이나 지반 내 침투력으로 인한 물길기 형성되는 부수적인 유발 요인들이 복합적으로 작용하기 때문이라고 판단된다.
- (4) Coupled code로 탐색한 최소안전율은 지반 내로 침투하는 습윤 증가로 인해 표층부터 모관흡수력이 감소하여 파괴단면은 시간에 따라 깊어짐을 확인할 수 있었다. 그러나 응력장 해석으로 얻은 지반 내 전단강도가 가장 약한 지점인 표층의 시작점과 끝점을 파괴 단면으로 가정하여 한계평형해석으로 평가하면, 지반내의 응력 이력을 고려하지 않기 때문에 사면 안전율이 변화하는 경향은 많은 차이를 보이고 있음을 확인하였다.

## 감사의 글

이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No.2013R1A1A2062218)과 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단-공공복지안전연구사업(No.2012M3A2A1050975)의 지원을 받아 수행된 연구임. 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌 (References)

1. Alonso, E., Gens A., and Lloret, A. (1995), "Effect of rain infiltration

on the stability of slopes", *Proceeding of the International Conference on Unsaturated Soils*, Paris, pp.241-249.

2. Bazaraa, M. S., Sherali, H.d., and Shetty, C.M. (1993), *Nonlinear Programming*, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley and Sons.

3. Bishop, A. W. (1955), "The Use of Slip Circle in the Stability Analysis of Earth Slopes", *Geotechnique*, Vol.5, No.1, pp.7-17.

4. Borja, R.I. (2004), "Cam-Clay Plasticity. Part V: A mathematical framework for three-phase deformation and strain localization analyses of partially saturated porous media", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.193, pp.5301-5338.

5. Cho, S.E. (2001), "*Stability Analysis of Unsaturated Soil Slope Subjected to Infiltration*", Ph.D. Thesis, KAIST, Daejeon, Korea.

6. Cho, S. E. and Lee, S. R. (2001), "Instability of unsaturated soil slopes due to infiltration", *Computers and Geotechnics*, Vol.28, No.3, pp.185-208.

7. Coussy, O. (2004), *Poromechanics*, John Wiley and Sons, New York, pp.45-51, 157-168.

8. Duncan, J.M. and Wright, S.G. (1980), "The accuracy of equilibrium methods of slope stability analysis", *Engineering Geology*, Vol.16, Issues1-2, pp.5-17.

9. Duncan, J.M. (1996), "State of the art: Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.122, No.7, pp.577-596.

10. GeoStudio (2012), version 8.0.10, manual for SEEP/W and SLOPE/W modeling, GEO-SLOPE International, Ltd., Calgary, Alberta, Canada.

11. Greco, V.R. (1996), "Efficient Monte Carlo technique for locating critical slip surface", *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.122, pp.517-525.

12. Kim, J. (2010), "*Plasticity modeling and coupled finite element analysis for partially-saturated soils*", Ph.D. Thesis, University of Colorado, Boulder, US.

13. Kim, J., Im, J.-S., and Park, S. (2012), "Hydro-mechanical behavior of partially saturated soil slopes under rainfall", *Journal of Korean Geotechnical Society*, Vol.28, No.11, pp.69-78.

14. Kim, J. and Kim Y-S. (2011), "Analysis of Effective Stress Parameter on Partially Saturated Soils via Hydro-Mechanical Behaviors", *Journal of Korean Geotechnical Society*, Vol.27, No.12, pp.117-126

15. Kim, J.Y. and Lee, S.R. (1997), "An improved search strategy for the critical slip surface using finite element stress fields", *Computers and Geotechnics*, 21(4), pp.295-313.

16. Li, K.S. and White, W. (1987), "Rapid evaluation of the critical slip surface in slope stability problems", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.11, pp. 449-473.

17. Li, X. (2007), "Finite element analysis of slope stability using a nonlinear failure criterion", *Computers and Geotechnics*, Vol.34, pp.127-136.

18. Lim, J.-S. (2012), "*Stability evaluation of unsaturated soil slopes using hydro-mechanically coupled finite element method*", Master Thesis, Dankook University, Yongin-si, Korea.

19. Zheng, H., Tham, L.G., and Liu, D. (2007), "On two definitions of the factor of safety commonly used in the finite element slope stability analysis", *Computers and Geotechnics*, Vol.33, pp.188-195.

Received : September 26<sup>th</sup>, 2013

Revised : January 8<sup>th</sup>, 2014

Accepted : April 3<sup>rd</sup>, 2014