<학술논문> DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2014.38.5.527 ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

다공성 기지를 갖는 복합재의 이미지 기반 전산 모형화 및 기공 탄성 계수 산출

김 성 준* · 신 의 섭*†
* 전북대학교 항공우주공학과

Image-Based Computational Modeling of Porous Matrix Composites and Calculation of Poroelastic Coefficients

Sung Jun Kim* and Eui Sup Shin*†
* Dept. of Aerospace Engineering, Chonbuk Nat'l Univ.

(Received November 29, 2013 ; Revised February 12, 2014 ; Accepted March 8, 2014)

Key Words: Computational Model(전산 모형), Poroelasticity(기공 탄성), Image Analysis(이미지 분석), Composite(복합재료), Finite Element(유한요소)

초록: 본 논문에서는 이미지 기반 전산 모형을 이용하여 섬유강화 복합재료의 기공 탄성 해석을 수행하였다. 먼저 다공성 기지에 대한 단면 이미지를 분석하여 기공도, 기공 개수, 기공 분포 등을 확인하였다. 이미지의 해상도, 위치, 크기에 따른 전산 모형화 및 유한요소 해석을 수행하였으며, 주요 결과로써 유효 탄성 계수, 기공 탄성 인자, 변형 에너지 밀도를 정량적으로 산출하였다. 기공 탄성 인자는 유효 탄성 계수와 기공 압력에 의한 팽창 변형도를 기준으로 계산하였다. 또한 이미지 기반 전산 모형을 이용한 기공 탄성 해석 결과의 신뢰성 확인을 위해, 기공의 형상 및 배열을 단순화시킨 대표 체적 요소 모형의 해석 결과와 비교하였다.

Abstract: Poroelastic analyses of fiber-reinforced composites were performed using image-based computational models. The section image of a porous matrix was analyzed in order to investigate the porosity, number of pores, and distribution of pores. The resolution, location, and size of the section image were considered to quantify the effective elastic modulus, poroelastic parameter, and strain energy density using the image-based computational models. The poroelastic parameter was calculated from the effective elastic modulus and pore pressure-induced strain. In addition, the results of the poroelastic analyses were verified through representative volume elements by simplifying various pore configurations and arrangements.

1. 서 론

고온 환경과 같은 다양한 외부 하중에 노출된 섬유강화 복합재료는 상변화에 따른 물성 변화 및 숯 층 형성과 같은 열분해(Pyrolysis) 과정을 겪게 된다.[1,2] 특히, Fig. 1과 같이 열분해 및 숯 층에 형성된 무수히 많은 기공에는 생성된 분해 가스에 의한 기공 압력이 작용한다. 이는 복합재료의 거시적 이방성, 온도의 공간적 구배, 수축 효과 등과 함께 재료 내부의 열응력과 열 변형에 많은 영향을 준다. 그 결과 섬유와 기지의 손상 및 적층판 분리와 같은 복합재료의 파손 현상이 발생할 수 있다. 따라서 구조물의 안전성 측면에서 다공성 효과를 포함한 열탄성 거동을 예측한 후 설계에 반영하는 것이 필요하다.

다공성 복합재료의 열탄성 거동 예측을 위하여 많은 연구들이 수행되어 왔다.[3~5] 이들 연구에서는 기공 압력 효과를 표현하기 위하여 좌표 방향에 따라 다른 값을 갖는 기공 탄성 인자(Poroelastic

† Corresponding Author, esshin@jbnu.ac.kr
© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

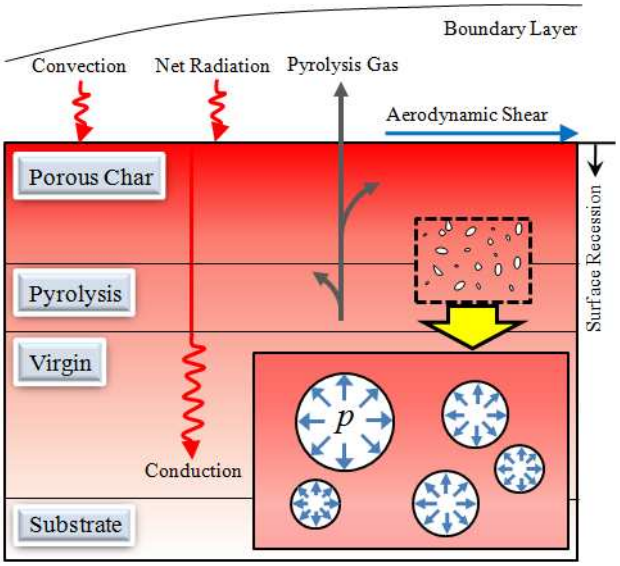


Fig. 1 Thermochemical decomposition phenomena

parameters)를 구성 방정식에 도입하였다. 또한 고온 환경에서 실험을 통해 기공 탄성 인자를 측정하려는 연구가 수행되기도 하였지만, 이를 위한 실험 환경 및 절차가 제한적이고 복잡하다.[6] 따라서 열분해 환경에서 연속적으로 변화하는 기공도, 기공 형상 및 배열 등을 고려한 대표 체적 요소를 모형화하고, 유한요소 해석을 통해 산출된 기공 탄성 인자를 구성 방정식에 적용하는 것이 바람직하다.[7] 특히, 신뢰성 있는 기공 탄성 인자의 산출 및 열탄성 거동 예측을 위해서는 고성능 전자 현미경(FE-SEM, Micro CT 등)과 이미지 분석 프로그램(Image-Pro Plus, Simpleware 등)을 이용한 열분해된 복합재료 내부의 기공 형성 정도, 기공 크기 및 분포 등에 대한 정량적인 확인이 필요하다. 이와 함께 실제 다공성 단면 이미지를 고려한 전산 모형화 및 기공 탄성 해석을 수행하는 것이 바람직하다.

본 논문에서는 이미지 기반 전산 모형을 이용하여 섬유강화 복합재료의 기공 탄성 해석을 수행하였다. 먼저 다공성 기지에 대한 단면 이미지를 정량적으로 분석하였다. 특히, 다공성 단면 이미지의 해상도, 위치, 크기를 고려하여 유한요소 기반의 전산 모형화 및 기공 탄성 해석을 수행하였다. 주요 결과로써 유효 탄성 계수, 기공 탄성 인자, 변형 에너지 밀도를 산출하였다. 이와 함께 기공의 형상 및 배열을 단순화시킨 전산 모형을 이용하여 이미지 기반 전산 모형의 신뢰성을 확인하였다.

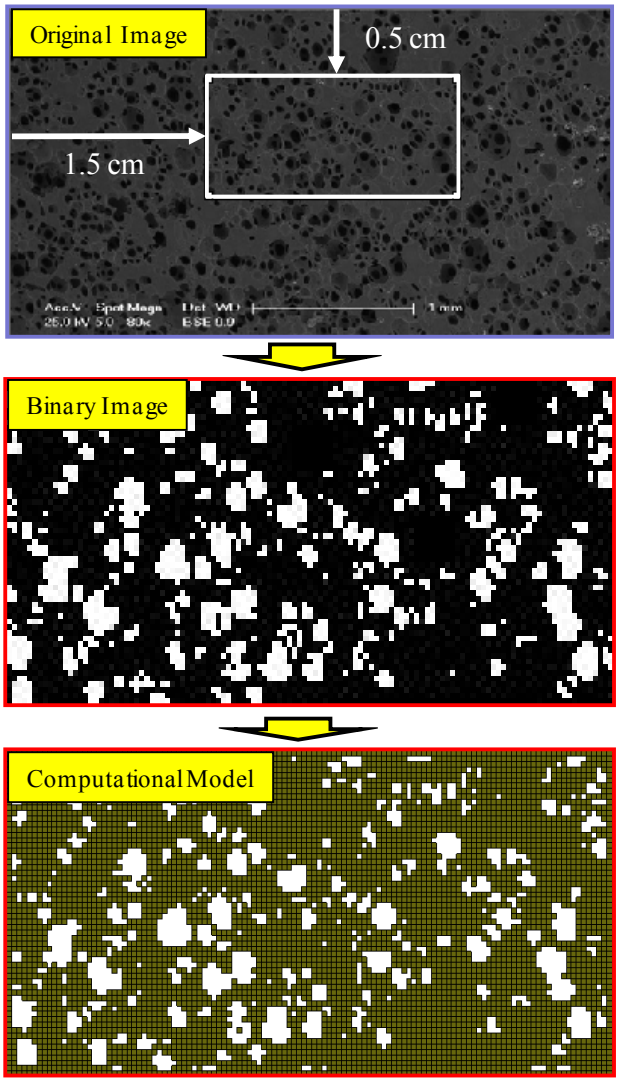
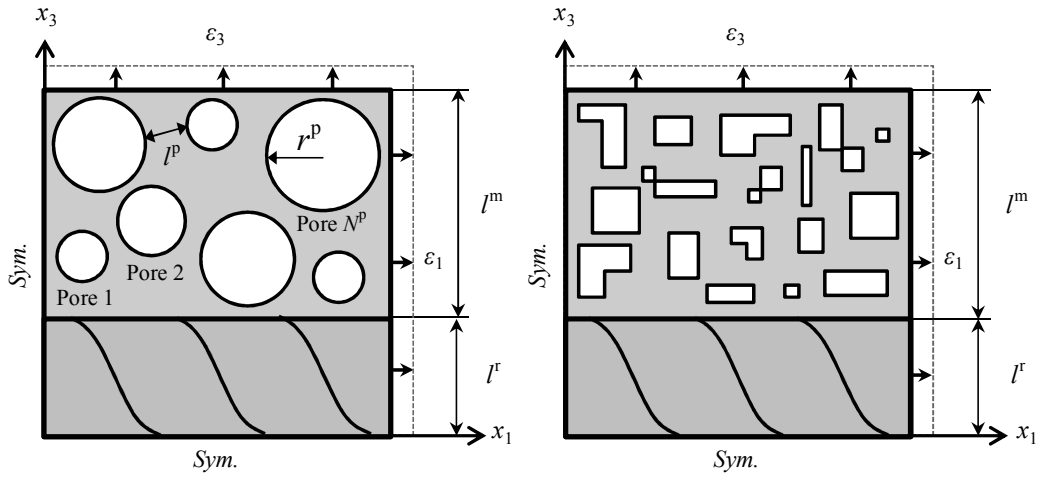


Fig. 2 Steps of image-based computational modeling

2. 이미지 기반 전산 모형화 기법

섬유강화 복합재료의 다공성 기지 영역에 대한 단면 이미지를 기반으로 다양한 전산 모형을 생성하였다. Fig. 2의 첫 번째 사진에 제시된 바와 같이, 대기권 재진입의 열 보호 시스템용으로 사용되는 페놀릭 재료(Resole phenolic resin/graphitic foam)의 단면 이미지를 인용하였다.[8] 원본 이미지(original image) 실제 크기는 4.96×2.54 cm이며, 임의 위치에서 2.00×0.98 cm 영역을 지정하였다.

유한요소 기반의 전산 모형화를 위하여 단위 길이당 픽셀(pixel) 개수를 의미하는 해상도가 150 dots/inch(119×58 pixel)일 때, 기공 영역에 해당하는 픽셀의 위치 정보를 획득하였다. Fig. 2와 같이 단면



(a) HE-CP (b) HE-RP

Fig. 3 Simplified computational models with (a) circular pores and (b) rectangular pores (l^r: length of reinforcement fiber, l^m: length of matrix)

원본 이미지를 2진 영상화(Binary image) 과정을 통해 흑백 이미지로 변환하였다. 즉, 기공 영역에 해당하는 모든 픽셀 위치에 대하여 전산 모형의 4절점 유한요소인 QUAD4로 추출한 후, 해당 요소를 일괄적으로 제거하면 실제 기공 형상 및 배열을 고려한 이미지 기반 전산 모형을 생성할 수 있다. 전산 모형화에 이용된 다공성 기지의 기공도는 0.221이며, 전체 기공의 개수는 총 223개이다.

다공성 단면 이미지에 대한 정량적 분석 및 전산 모형화를 위하여 이미지 분석 소프트웨어인 Image-Pro Plus, ImageJ를 이용하였으며, MSC. Patran을 활용하여 유한요소 기반의 전산 모형을 생성하였다. 또한, 주요 변수로써 이미지의 해상도, 위치, 크기를 고려하여 전산 모형화 및 기공 탄성 해석을 수행하였다.

3. 기공 탄성 구성 방정식

섬유강화 복합재료의 열-기공-탄성 거동은 탄성 변형, 기공 압력에 의한 팽창 변형, 열팽창 변형이 고려되어야 한다. 양방향 섬유강화 복합재료의 면내(x_1) 및 두께(x_3) 방향 거동을 살펴보기 위하여 다음과 같은 평면 응력 상태의 열-기공-탄성 구성 방정식을 이용하였다.

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_3\\ \gamma_{31}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0\\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}}\end{bmatrix}\left(\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_3\\ \tau_{31}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\pi_1\\ \pi_3\\ 0\end{Bmatrix}p\right)+\begin{Bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_3\\ 0\end{Bmatrix}\theta_+ \quad (1)$$

여기서 E, G, ν는 섬유강화 복합재료의 균질화된 유효 탄성 계수, π는 이방성 기공 탄성 인자, p는 기공 압력, α는 열팽창 계수, θ_+는 온도 변화이다. 구성 방정식을 기준으로 기공 탄성 인자를 산출하기 위하여, 기공 압력 효과만을 고려하면 식 (1)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix}\pi_1\\ \pi_3\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{E_1}{d_1} & \frac{E_3\nu_{13}}{d_1}\\ \frac{E_1\nu_{31}}{d_1} & \frac{E_3}{d_1}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{\hat{\varepsilon}_1}{p}\\ \frac{\hat{\varepsilon}_3}{p}\end{Bmatrix},\ d_1=1-\nu_{13}\nu_{31} \quad (2)$$

여기서 $\hat{\varepsilon}$은 재료 내부의 기공 압력에 의해 발생하는 유효 변형도 성분이다. 즉, 기공 탄성 인자를 산출하기 위해서는 다공성 복합재료의 유효 탄성 계수와 기공 압력에 의한 변형도 측정이 필수적이다. 그러나 복합재료의 기지 부분에 불규칙하게 생성되어 있는 수많은 미세 기공에 압력을 균일하게 가한다는 것은 매우 어렵다. 따라서 재료 내부의 미시 구조를 효과적으로 고려할 수 있는 유한요소 기반의 전산 모형이 효과적이다.

4. 수치 해석 및 결과

4.1 단순화된 전산 모형의 기공 탄성 해석

해석 결과의 비교 검토를 위하여 Fig. 3의 개념도처럼 단순화된 전산 모형에 대한 유한요소 해석을 수행하였다. 대칭성을 이용하여 정사각형 대표 체적 요소로 분할 후, 오른쪽 및 위쪽 경계

Table 1 Statistical results of poroelastic analysis using simplified computational models

Porosity (φ^m)	π_1		π_3		W_{ave} [J/m^3]		W_{max} [J/m^3]	
0.1	0.117	+16.1% / -7.3%	0.124	+17.4% / -8.70%	4.32	+27.3% / -7.20%	144	+140% / -41.8%
0.2	0.245	+37.2% / -15.3%	0.306	+71.2% / -21.1%	14.5	+142% / -35.8%	896	+367% / -83.5%
0.3	0.376	+39.2% / -23.8%	0.536	+52.9% / -32.2%	52.2	+172% / -68.9%	4,243	+276% / -93.1%

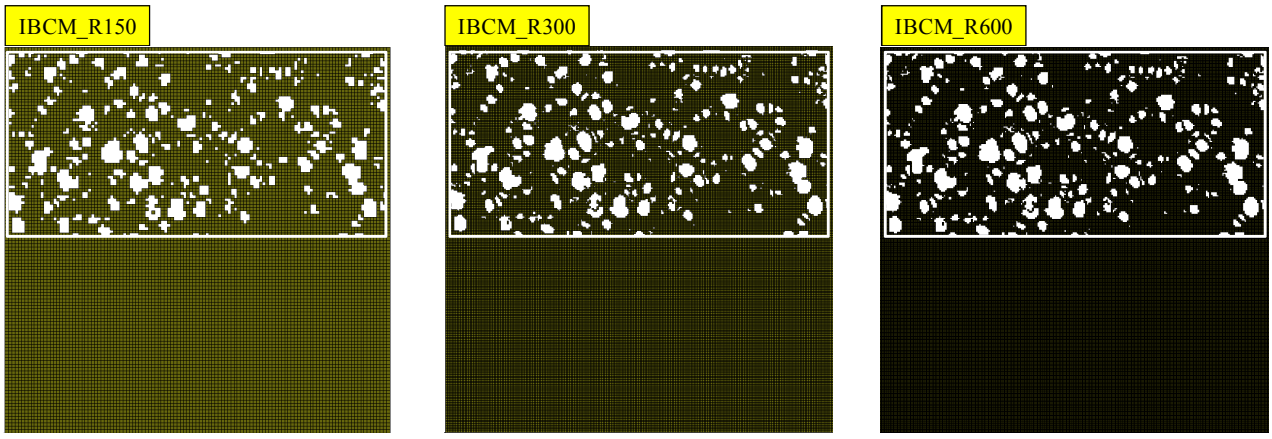


Fig. 4 Image-based computational models, IBCM_R (the upper part: porous matrix, the lower part: reinforcement fiber)

에서 균일 수직 변위를 가정하였다. 기공 탄성 인자, 평균 및 최대 변형 에너지 밀도(W_{ave}, W_{max})를 산출하고 결과를 정량적으로 분석하였다.

강화 섬유와 기지 재료의 물성 값은 E_1^r = 100 GPa, E_3^r = E^m = 15 GPa, G_{13}^r = 10 GPa, ν_{13}^r = ν^m = 0.25이다. 상첨자 r은 강화(Reinforcement) 섬유, m은 기지(matrix)를 의미한다. 섬유, 기지(기공 포함) 길이는 l^r = l^m = 50 cm이다. 실제 기공 형상은 매우 불규칙하지만 여기서는 원형과 사각형으로 단순화하였다. 기지 기공도(φ^m = 0.1, 0.2, 0.3)를 기준으로 5개씩, 총 30개의 모형을 생성하였다. 다수의 원형 기공을 갖는 HE-CP 모형은 기공 개수 N^p(10~50개), 반경 r^p(1.6~7.3 cm), 간격 l^p(최대 1.0 cm)을 조절하였다. 사각형 기공의 HE-RP 모형은 기공도에 따라 요소를 무작위로(Random) 제거하였다. 전산 모형에 따라 5,572~9,795개의 4절점 요소 QUAD4를 사용하였으며(평면 응력 가정), 해석 소프트웨어는 MSC.Patran/Nastran이다.

단순화된 전산 모형의 유한요소 해석 결과로서 기공 탄성 인자와 변형 에너지 밀도를 Table 1에 나타내었다. 기공 탄성 인자의 경우, π_1보다 π_3의 값이 크게 산출되었으며, 기공도가 증가할수록 평균값을 기준으로 편차가 크게 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 기공이 기지에만 분포하기 때문에 기공 압력에 의한 팽창 변형 효과가 섬유 방향인 면내 방향보다 두께 방향에서 크게 나타났기 때문이다. 변형 에너지 밀도 W_{ave}, W_{max}의 경우도 평균값을 기준으로 기공도가 클수록 편차가 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 특히, 최대 변형 에너지 밀도 W_{max}는 유한요소 메시(Mesh) 상태, 기공 형상, 배열 등에 따라 영향을 받을 수 있기 때문에 국부적인 응력 집중을 확인하기 위해서는 실제 재료 내부 상태를 고려한 전산 모형에 대한 기공 탄성 해석이 필요하다.[7]

4.2 이미지 기반 전산 모형의 기공 탄성 해석

이미지 기반 전산 모형을 이용한 기공 탄성 해석을 수행하였다. 먼저, 전산 모형화에 이용한 이미지의 해상도(150, 300, 600 dot/inch) 효과를 살펴보기 위하여 Fig. 4와 같은 이미지 기반 전산 모

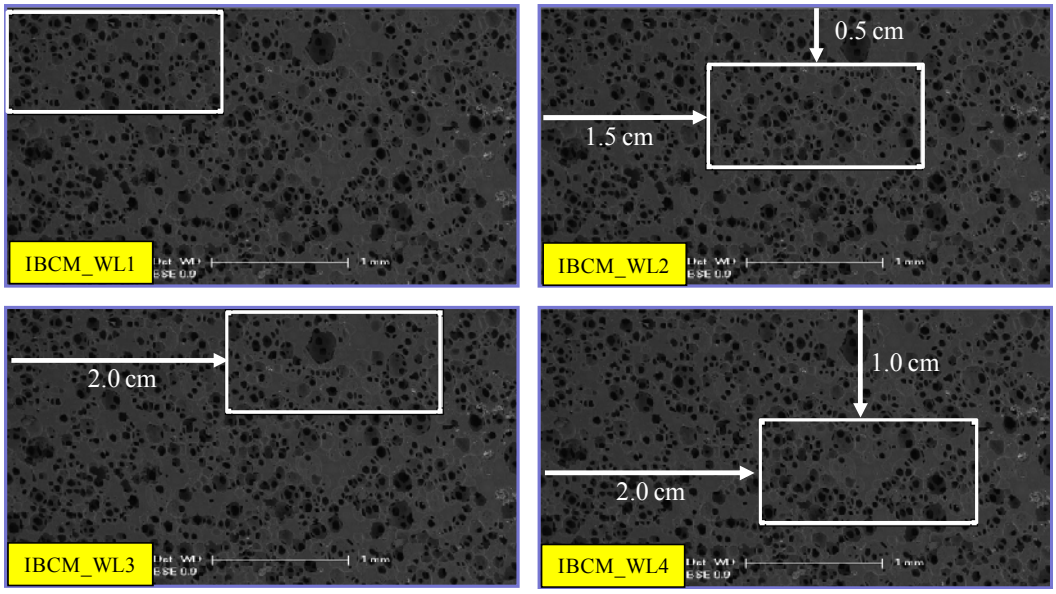


Fig. 5 Selection of local image for computational modeling

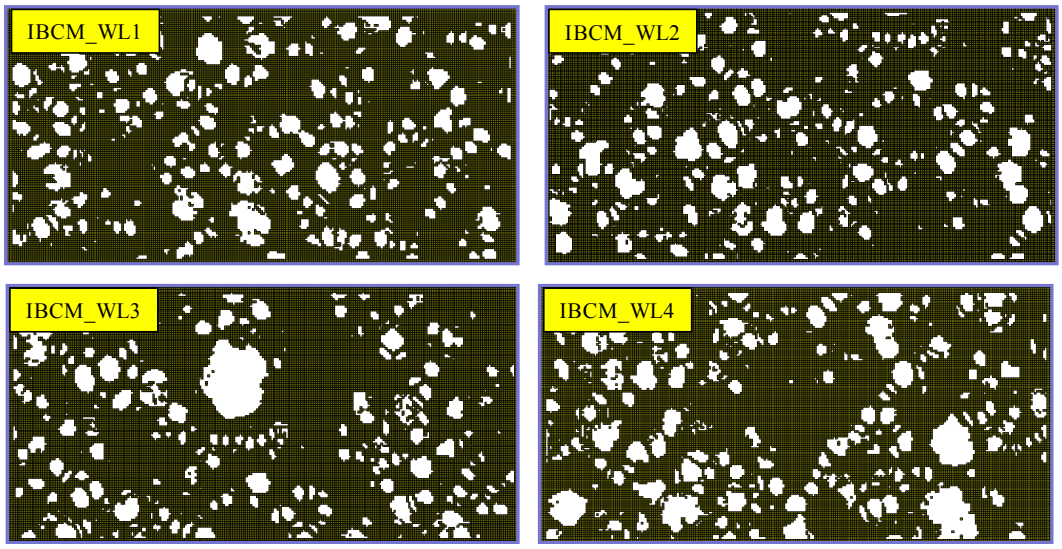


Fig. 6 Image-based computational models (matrix region), IBCM_WL

형(IBCM_R150, 300, 600)을 생성하였다. 생성된 요소 개수는 모형에 따라 12,888~207,759개의 4절점 요소를 사용하였으며, 전체 섬유강화 복합재료의 기공도 φ는 0.104~0.105(기지 기공도 φ^m은 0.208~0.210)로 측정되었다. 해석에 사용된 섬유와 기지의 재료 물성 값은 단순화된 전산 모형과 동일하며, 기지(기공포함)와 섬유의 체적 비율은 5:5이다. 전산 모형에 사용된 다공성 단면 이미지의 분석 결과는 Table 2와 같다.

기공 탄성 해석을 통해 산출된 유효 탄성 계수, 기공 탄성 인자, 평균 및 최대 변형 에너지 밀도를 Table 3과 Table 4에 나타내었다. 유효 물성 산출에 필요한 평균 응력은 유한요소 중앙에서의 해석 값을 기준으로 구하였다. 평균 변형도는 대표 체적 요소의 경계에서 발생한 균일 변위를 기준으로 구하였다. 유효 탄성 계수는 비슷하게 측정되었으며, 기공 탄성 인자 π_1과 π_3이 최대 4%와 5%, 평균화된 변형 에너지 밀도 W_{ave}는 최대 7% 정도 다르게 측정되었다. 특히, 최대 변형 에너지 밀도 W_{max}는 해상도에 따라 차이를 보인다. 예를 들어, IBCM_R600은 IBCM_R150에 비하여 약 323% 정도 크게 측정되었다. 이는 해상도

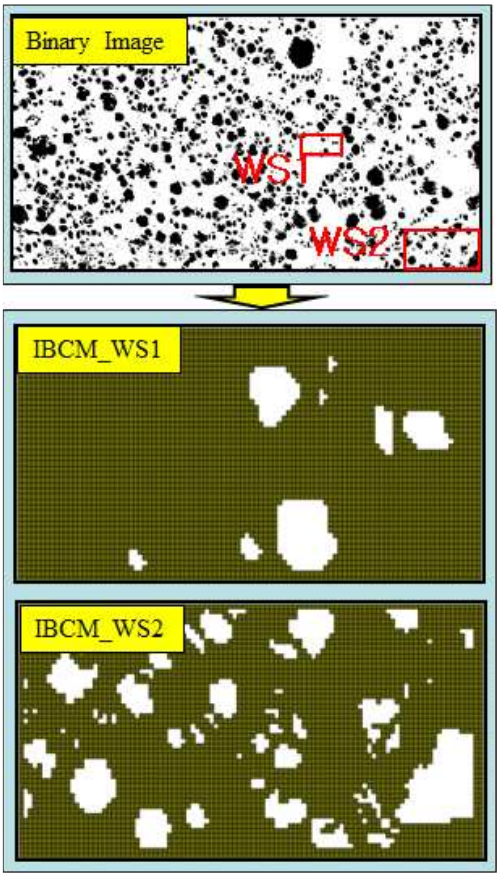


Fig. 7 Image-based computational models (matrix region), IBCM_WS

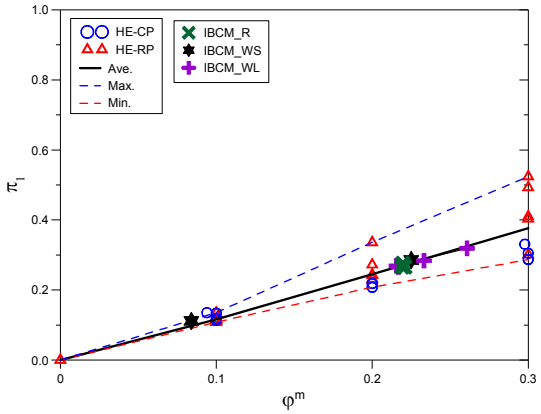


Fig. 8 Comparison of computational models: Poroelastic parameter π_1

에 따라서 실제 모사된 기공의 개수, 기공 형상 등이 다르며, 이로 인해 전산 모형의 요소 상태가 영향을 받기 때문이다.

단면 이미지의 해상도 및 크기가 300 dots/inch, 2.00×0.98 cm일 때, Fig. 5와 같이 이미지의 위치를 변경하여 전산 모형화를 수행하였다. 각 이미지에 따라 추출되는 기공 개수는 252~313개이며, 생성된 전산 모형의 기지 부분만을 Fig. 6에 나타내었다. 해석에 사용된 4절점 요소의 총 개수는 50,147~50,918개이다. 이미지 처리 후 기공 내부에 떠있는(Floating) 재료 부분이 남아 있으면, 전

Table 2 Analysis of image data: IBCM_R

Model	Porosity (φ^m)	Pores	Pixels
IBCM_R150	0.210	223	119×58
IBCM_R300	0.210	313	237×116
IBCM_R600	0.208	313	474×232

Table 3 Effective elastic moduli: IBCM_R

Model	φ^m	E_1 [GPa]	E_3 [GPa]	ν_{13}
IBCM_R150	0.210	53.5	10.3	0.270
IBCM_R300	0.210	53.4	10.3	0.274
IBCM_R600	0.208	53.3	10.1	0.273

Table 4 Poroelastic analysis: IBCM_R

Model	π_1	π_3	W_{ave} [J/m^3]	W_{max} [J/m^3]
IBCM_R150	0.266	0.319	15.0	756
IBCM_R300	0.266	0.315	14.7	1,905
IBCM_R600	0.276	0.330	15.9	3,199

Table 5 Effective elastic moduli: IBCM_WL

Model	φ^m	E_1 [GPa]	E_3 [GPa]	ν_{13}
IBCM_WL1	0.233	53.3	9.79	0.270
IBCM_WL2	0.217	53.4	10.3	0.274
IBCM_WL3	0.216	53.5	10.4	0.266
IBCM_WL4	0.261	52.8	9.05	0.274

Table 6 Poroelastic analysis: IBCM_WL

Model	π_1	π_3	W_{ave} [J/m^3]	W_{max} [J/m^3]
IBCM_WL1	0.284	0.352	17.3	2,356
IBCM_WL2	0.266	0.315	14.7	1,905
IBCM_WL3	0.269	0.313	14.7	1,652
IBCM_WL4	0.319	0.400	21.3	2,846

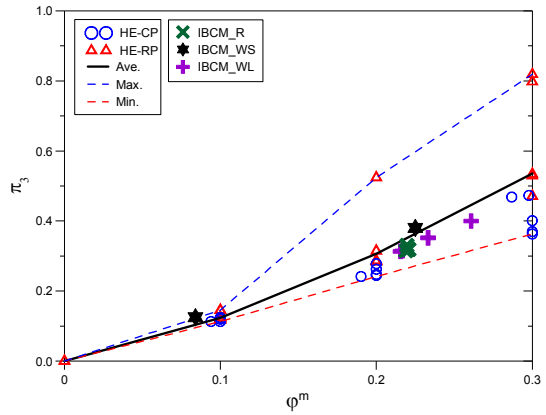


Fig. 9 Comparison of computational models: Poroelastic parameter π_3

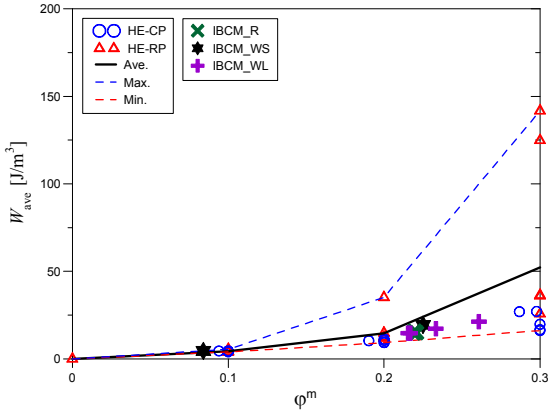


Fig. 10 Comparison of computational models: Strain energy density W_{ave}

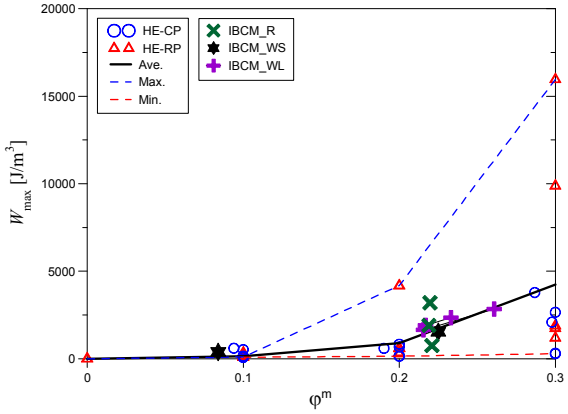


Fig. 11 Comparison of computational models: Strain energy density W_{max}

체 강성 행렬이 양정치(Positive definite) 조건을 만족하지 않는다. 따라서 유한요소 모형화 과정에서 떠있는 부분이 발견되면 인위적으로 제거하고 해석을 진행하였다.

기공 탄성 해석 결과를 Table 5와 Table 6에 요약하여 나타내었다. 예측한 바와 같이 전산 모형화에 사용된 이미지의 위치에 따라서 다공성 기지의 기공도 φ^m이 최대 21% 정도 다르게 측정된다. 이로 인해 동일 재료의 단면 이미지에 대한 전산 모형이지만 유효 탄성 계수 E_1과 E_3는 최대 1.3%, 15%, 기공 탄성 인자 π_1과 π_3은 최대 19%, 28% 정도 다르다. 이미지 기반 전산 모형에 따라 W_{max}는 최대 72% 정도 차이를 보인다. 이는 전산 모형에 사용되는 이미지의 영역 설정이 해석 결과 값에 직접적으로 영향을 줄 수 있다는 것을 의미한다. 그러므로 이미지 기반 전산 모형을 이용한 기공 탄성 해석 결과에 대한 통계적 분석이 필요하다고 판단된다.

마지막으로 Fig. 7과 같이, 단면 이미지의 크기 및 위치를 임의로 조절한 전산 모형 IBCM_WS에 대한 기공 탄성 해석을 수행하였다. 두 전산 모형의 기지 기공도 φ^m은 각각 0.084, 0.225이다. 이와 함께 앞서 살펴본 이미지 기반 전산 모형 IBCM_R, WL의 해석 결과를 4.1절의 단순화된 전산 모형의 해석 결과와 비교하였다. 그 결과, 이미지 기반 전산 모형을 이용하여 산출된 기공 탄성 인자와 변형 에너지 밀도는 Fig. 8~11과 같이 단순화된 전산 모형의 최대/최소 범위 안에 분포하며, 평균값과 비슷한 경향을 보인다. 변형 에너지 밀도의 경우, 이미지 기반 전산 모형에 이용한 다공성 단면 이미지의 기공 형상이 원형에 가깝기 때문에 HE-CP 계열과 비슷한 경향을 보인다.

5. 결 론

본 논문에서는 다공성 기지를 갖는 섬유강화 복합재료의 이미지 기반 전산 모형화 및 기공 탄성 해석을 수행하였다. 이를 위해 열 보호 시스템용 섬유강화 복합재료의 다공성 단면 이미지에 대한 정량적인 분석과 이를 고려한 유한요소 기반 전산 모형을 생성하였다. 주요 결과로써 유효 탄성 계수, 기공 탄성 인자, 변형 에너지 밀도를 산출한 후, 정량적으로 분석하였다.

간단한 수치 실험을 통해 다공성 단면 이미지의 해상도, 위치, 크기가 전산 모형화 및 기공 탄성 해석에 미치는 영향을 살펴보았다. 먼저 이미지의 해상도는 최대 변형 에너지 밀도에 직접적으로 영향을 미치는 전산 모형의 요소 상태에 크게 영향을 주었다. 또한 다공성 단면 이미지의

영역 설정에 따라서 유효 탄성 계수, 기공 탄성 인자, 변형 에너지 밀도가 크게 영향을 받았다. 기공의 형상, 크기, 배열을 단순화시킨 비균질화 전산 모형을 이용하여 이미지 기반 전산 모형의 신뢰성을 확인하였다.

참고문헌
(References)

(1) Potts, R. L., 1995, "Application of Integral Methods to Ablation Charring Erosion, A Review," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 32, No. 2, pp. 200~209.

(2) Mcmanus, H. L. N. and Springer, G. S., 1992, “High Temperature Thermomechanical Behavior of Carbon-Phenolic and Carbon-Carbon Composites - I. Analysis,” *Journal of Composite Material*, Vol. 26, No. 2, pp. 206~229.

(3) Henderson, J. B. and Wiecek, T. E., 1987, "A Mathematical Model to Predict the Thermal Response of Decomposing, Expanding Polymer Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 21, No. 4, pp. 373~393.

(4) Wu, Y. and Katsube, N., 1996, "A Constitutive Model for Thermomechanical Response of Decomposing Composites under High Heating Rates," *Mechanics of Materials*, Vol. 22, pp. 189~201.

(5) Hubbert, T. E., 1990, "Mechanical Properties of FM5055 Baseline Carbon Phenolic," Southern Research Institute, SRI-MME-89-1149-6071-23.

(6) Matsuura, Y., Hirai, K., Kamita, T., Sato, Y., Takatoya, T. and Igawa, H., 2011, "A Challenge of Modeling Thermo-Mechanical Response of Silica-Phenolic Composites under High Heating Rates," AIAA Paper 2011-139.

(7) Kim, S. J., Han, S. Y. and Shin, E. S., 2012, "Calculation of Poroelastic Parameters of Porous Composites by Using Micromechanical Finite Element Models," *Journal of the Korean Society for Composite Materials*, Vol. 25, No. 1, pp. 1~8.

(8) Pulci, G., Tirillo, J., Fossati, F., Bartuli, C. and Valente, T., 2010, “Carbon-Phenolic Ablative Materials for Re-Entry Space Vehicles: Manufacturing and Properties,” *Composites*: *Part A*, Vol. 41, pp. 1483~1490.