

통행배정-노선계획 통합 모형을 위한 선형 근사화 알고리즘 개발

An Iterative Linear Approximation Algorithm for a Unified Model of Traffic Assignment and Line Planning in Railway Networks

박범환*

Bum Hwan Park

Abstract Line planning is an important step to determine the optimal frequencies of trains given the forecasted demand for each train type. The main input data for line planning is the leg traffic demand which can be derived using suitable traffic assignment models. However most assignment models require a line plan, in other words, train frequencies or headways, so that inconsistent results just by the procedural approach to find an optimal line plan after determining leg traffic can be avoided. This paper suggests a unified model that can consider the traffic assignment and line planning, simultaneously. We further provide an elaborated approximation algorithm and, finally, provide experimental results determined for the Korean railway network.

Keywords : Line planning, Traffic assignment, Nonlinear programming

초 록 노선 계획이란 열차종별 수요를 만족하는 최적의 열차 운행 횟수를 결정하는 단계를 말한다. 이러한 노선계획의 주요 입력자료는 통행배정 모형으로부터 산출된 열차종별 구간 통행량이다. 그러나 대부분의 통행배정 모형 또한 노선계획을 통해 구한 열차 운행 횟수 혹은 시격을 입력요소로 요구하므로, 수요예측(통행배정)-노선계획의 단계적 접근은 두 계획간의 상호 모순을 초래하여 부정확한 열차종별 수요 및 노선계획을 도출할 수 있다. 본 연구는 이 두 가지 문제를 통합적으로 고려할 수 있는 최적화 모형과 이에 대한 선형 근사해법을 제시하고, 전체 한국 철도 네트워크에 적용한 실험결과를 제시한다.

주요어 : 노선계획, 통행배정, 비선형계획

1. 서 론

노선계획이란 열차종별 수요를 만족하는 최적의 열차 운행 횟수를 결정하는 단계를 말한다. 대부분의 노선계획 모형은 시스템 분할(system split)에 의한, 열차종별 네트워크(공급망, supply network) 및 열차종별 수요로 분해하는 과정을 거치는 데[1], 이는 역간 수요가 주어졌을 때, 열차종별 역간 수요 및 열차종별 레그 통과 수요량을 계산하는 철도 네트워크 내에서의 통행배정 모형이 된다. 그런데, 시스템 분할을 위해서는 노선 계획의 결과물이라 할 수 있는 열차 투입 횟수 혹은 열차간 운행 시격이 필요하다. 즉 Fig. 1에서 보듯이 시스템 분할을 위해서는 열차 운행횟수, 통행 시간 등의 속성이 필요한 반면, 운행 횟수를 산정하기 위한 노선계획은 다시 열차종별 수요가 필요하게 되어, 열차종별 수요 배분을 위한 시스템 분할과 열차 운행 횟수 산정을 위한 노선계획 간의 상호 의존적 관계가 필연적으로 발생한다.

박범환 등(2009)[2]은 최적전략(optimal strategy)을 비롯한

대표적인 통행 배정 모형을 이용하여 시스템 분할을 시행할 경우, 이러한 상호의존적 관계로 인한 문제점이 발생함을 보였다. Nachtigall and Jerosch(2008)[3]는, 통행시간과 환승 횟수의 선형함수로 표현되는 “여정 품질(travel quality)”의 합을 시스템 최적 관점에서 최소화 하는 통행배정 모형을 고려하여, 이 모형에 노선 운행횟수에 따른 전체 비용의 상한(upper bound) 제약식을 추가한 형태의 통합 모형을 제시한 바 있다. 그러나 기본적인 통행 배정 모형이 전체 여정 품질의 합을 최대화하는 시스템 최적 관점의 통행 배정이라는 근본적인 한계점뿐만 아니라, 노선상의 열차 운행횟수에 의한 비용의 상한을 미리 설정해야 하는 어려움이 있다. 장준석(2010)[4] 또한 배차 간격에 따른 통행 배정의 변화를 고

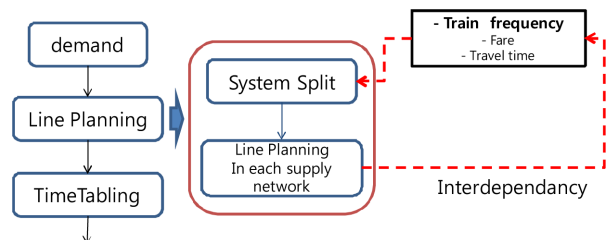


Fig. 1 Interdependency between traffic assignment and line planning

*Corresponding author.

Tel.: +82-70-8855-1638, E-mail : beomi72@hanmail.net

©The Korean Society for Railway 2014

http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2014.17.2.140

려하기 위해 이단계(Bilevel) 형태의 통합 모형 및 반복적 해법을 제시한 바 있다. 그러나 이 연구에서 고려한 모형은 일반적으로 차량용량을 고려해야 하는 지역간 철도 네트워크에 적용하기에는 어려운 점이 있다.

본 연구는 지역간 철도 노선 계획에 적용할 수 있는 로짓 기반 시스템 분할 방법론과 노선계획을 통합한 최적화 모형을 다룬다. 앞서 박범환 등(2010)[6]은, 노선계획이 주어졌을 때, 각 경로의 효용값을 이용한 LOGIT기반 통행 배정모형을 제시한 바 있다. 그러나 그들 연구가 주어진 노선계획을 가정하였다면, 본 연구에서는 지역간 철도 노선에 대해, 노선계획이 주어지지 않은 상태에서 노선 계획과 통행 배정을 동시에 구하는 모형 및 해법을 제시하고자 한다. 특히 선형식으로 가정된 여정품질의 합을 최소화하는 [3]의 연구와 달리, 본 연구는 경로의 효용에 기초한 LOGIT 배분식을 고려하였다. 본 연구는 모형상의 오류가 존재하고 이에 따라 해법 또한 불완전하며 어떠한 실험결과도 제시하지 않았던 [5]의 연구를 완결 짓는 연구로서, [5]의 연구에 존재하는 수리모형상의 오류를 수정하고, LOGIT식의 반복적 선형 근사에 기초한 보다 체계화된 해법을 제시할 뿐만 아니라 한국 철도 네트워크 전체에 대한 적용 가능성 검토를 위한 실험 결과를 제시한다.

2. 본 론

2.1 열차종간 수요배분을 위한 로짓 모형

[6]에서는 열차 OD수요를 열차종별 역간 수요로 변환하는 시스템 분할 알고리즘을 제시한 바 있다. 이 연구는 지역간 열차 운행 상황을 가정한 것으로, 지역간 철도 통행의 특성을 반영하여, 환승 횟수는 많아야 1회라고 가정하였고, 환승 경로를 포함한 역간 경로에 대한 효용을 아래와 같이 제시하였다. $V(r)$ 를 경로 r 의 결정적 효용이라 하고, $fare_r$ 는 경로 r 의 요금, t_r 는 경로 r 의 차내통행시간, $trTime$ 는 환승 시간, tf_r 는 경로 r 의 환승 유무, f_a 는 경로 r 에 포함된 부분 경로 a 의 운행 횟수라 하면, 효용은 아래와 같다고 가정하

고, 실적 데이터를 이용하여, 최우추정법(MLE)으로 각 파라미터 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 를 추정하였다.

$$V(r) = \alpha \cdot fare_r + \beta \cdot (t_r + trTime \cdot tf_r) + \gamma \cdot \min\{f_a | a \in r\} + \delta \cdot tf_r$$

즉, OD간 경로(r)의 효용은 요금, 환승 시간을 포함한 통행시간, 열차 운행 횟수, 환승 저항에 의해 계산된다. 본 연구에서 제시할 통합 최적화 모형에서의 경로간 수요 배분은 위 효용에 따른 로짓(LOGIT) 배분을 고려할 것이다. 뿐만 아니라, [6]에서는 위 효용값을 최대화하는 경로 K 개를 효과적으로 계산할 수 있는 알고리즘을 제시한 바 있다. [6]의 연구가 주어진 노선계획에 대해 수요가 어떻게 배분되는지를 찾는 것이라면, 본 연구는 노선계획이 주어지지 않더라도 노선계획과 LOGIT 배분에 의한 통행 배정을 동시에 구할 수 있는 최적화 모형 및 해법을 제시한다.

2.2 노선 공급망의 구성

본 연구는 통합 모형 개발을 위해 [6]에서 제시한 노선 공급망(line supply network) 개념을 활용한다. 노선공급망은 od 간 경로 및 그 경로의 통행시간, 환승 여부 등 경로 속성을 쉽게 표현하기 위한 네트워크이다.

먼저, Fig. 2(a)는 두 가지 종류의 열차종이 운행되고, 열차종 및 시종착에 따라 총 6개의 노선이 운행되는 철도 네트워크를 나타낸다. 6개의 노선은 Table 1과 같은 속성을 갖는다고 가정한다. 노선 공급망의 아크(arc)는 환승 없이 여정이 가능한 모든 역간에 구성되며, 각 아크는 열차종, 통행시간, 열차 운행 횟수, 요금 등 통행 배정에 필요한 여러 가지 속성이 할당된다. Fig. 2(b)의 공급망(supply network)은 각 레그(leg) 별로 몇 개의 열차종이 운행하는 지에 따라 각각의 열차종이 통과하게 되는 열차종별 레그를 의미한다. 일반적으로 통행배정 결과로 제시되는 구간 통과 수요량은 이러한 열차종별 레그 상의 통과수요를 의미한다. Fig. 2(c)에 있는 아크는 환승이 없는 열차종별 역간 직결운행을 의미하는데, 각 아크에는 Table 1에 표현된 노선 속성을 활

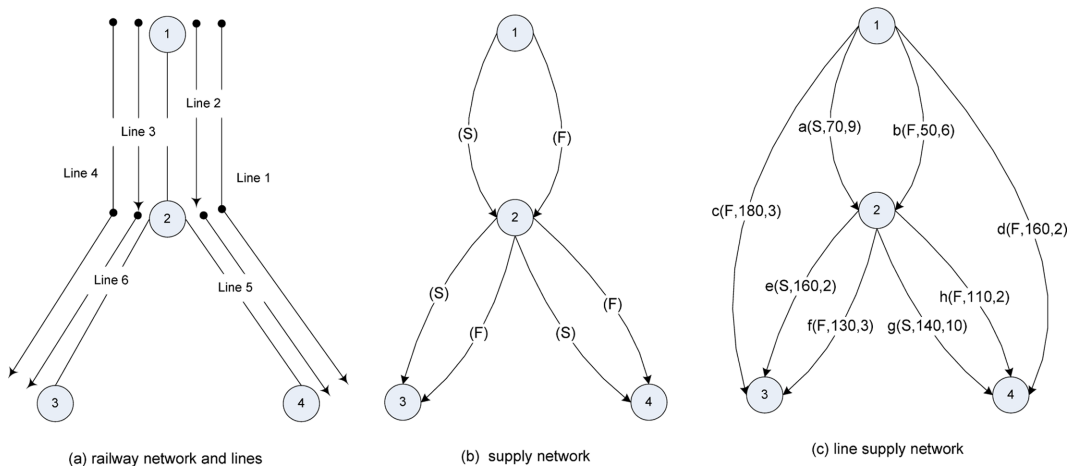


Fig. 2 Line supply network

Table 1 Characteristics of the network

Lines	Route	Train type	Travel time	Frequency
Line1	1-2-4	Fast	160	2
Line2	1-2	Fast	50	1
Line3	1-2	Slow	70	9
Line4	1-2-3	Fast	180	3
Line5	2-4	Slow	140	10
Line6	2-3	Slow	160	2

용하여, 열차종(S/F), 통행시간, 운행횟수가 표시되어 있다. 예를 들어, 아크 a는 slow 열차를 이용하여 1번에서 2번으로 가는 직통 노선 line 3을 통한 통행을 의미하고, 아크 b는 fast 열차를 이용하여 1번에서 2번으로 이동할 수 있는 직통 노선 line 1, line 2, line 4를 의미하여, 아크 b의 운행횟수는 세 개 노선의 운행횟수 합인 6이 된다. 아크 c는 fast 열차를 이용하여 1에서 3까지 이동할 수 있는 직통 노선 line 4를 의미한다.

od별 열차 경로는 노선 공급망에서의 경로로 표현되는데, 예를 들어, 1번에서 3번으로 가는 수요의 경우, a-e, a-f, b-e, b-f, c 중 5개의 경로를 통해 이동할 수 있다. 각 경로의 효용은 경로상에 포함된 아크의 속성을 이용하여, 앞에서 서술한 로짓 모형에 의해 수요가 할당된다고 가정한다. 다음 장에서 서술할 통합모형의 기본적인 구조는 Table 1의 마지막 열에 표현된 노선 별 운행횟수를 변수로 두고, 이 변수에 따라 노선 공급망 상의 경로에 어느 정도의 수요가 할당되는지를 결정하기 위한 로짓 배분식으로 구성된다.

2.3 통합 최적화 모형

통합 최적화 모형 구성을 위해 필요한 파라미터 및 결정 변수는 아래와 같다. 서론에서 밝혔듯이 본 통합 최적화 모형은 [5]의 연구를 수정하고 개선하는 연구로서, 노선공급망 개념을 사용하지 않고 단지 공급망 개념에만 기초하여 최적화 모형을 작성한 [5]의 연구와 달리, 본 연구에서 제시하는 최적화 모형은 공급망과 노선공급망을 엄밀히 구분하여, 제약식에 포함된 각 파라미터가 어떠한 네트워크에서 정의되는지를 명확히 하였다. 특히 제약식 설정에 있어 좌석 용량 제약식 (2)은 공급망 네트워크 상의 각 아크에 대해 설정되고, od간 경로는 노선공급망에서 아크들로 정의되어야 함에도 불구하고, [5]의 경우 이를 명확히 구분하지 않았다. 앞에서 서술했듯이 본 연구에서 고려하는 od간 경로는 환승 횟수가 많아야 1회라고 가정하였다. 또한 환승 시간(trTime)의 경우, 엄밀한 의미에서 열차 운행 회수에 따라 달라지지만, 지역간 열차 운행 계획에 있어서 열차 간 환승 시간은 다이어 작성시 충족될 수 있다고 가정하여 고정된 값(30분)으로 설정하였다.

파라미터

- $G=(V, A)$: 철도 네트워크, V : 역의 집합, A : 역간 링크($uv \in A$)의 집합(예. Fig. 2(a))

- $G_S=(V, A_S)$: 공급망 네트워크($ij \in A_S$) (예. Fig. 2(b))
- $G_L=(V, A_L)$: 노선 공급망 네트워크($a \in A_L$) (예. Fig. 2(c))
- F_{uv} : 역간 링크 uv 의 선로 용량
- L : 노선의 집합($l \in L$)
- L_{ij} : 공급망 아크 ij 를 공유하는 노선의 집합
- L_a : 노선 공급망 아크 a 를 공유하는 노선의 집합
- L_{uv} : 역간 링크 uv 를 지나는 노선의 집합
- c_l : 노선 l 의 운행비용(operation cost)
- C_l : 노선 l 의 좌석용량(seating capacity)
- S : od쌍의 집합($od \in S$)
- $r=(a, b)$: 어떤 od간 수요를 서비스할 수 있는 경로. a 은 첫 번째 노선 공급망 아크, b 는 두 번째 노선 공급망 아크, 환승이 없는 경우, $b=\phi$
- P_{od} : od간 수요를 서비스할 수 있는 노선 공급망 상의 경로의 집합 $P = \cup_{od} P_{od}$.
- P_{ij} : 공급망 아크 ij 를 지나는 노선 공급망 상의 경로의 집합
- t_r, tr : 경로 r 의 통행시간 및 환승 유무
- $\xi_r = \alpha \cdot fare_r + \beta \cdot (t_r + trTime \cdot tf_r) + \delta \cdot tf_r$

결정변수

- f_l : 노선 l 의 운행횟수 $l=(l_1, l_2, \dots, l_{|L|})$.
- ρ_r : 경로 r 의 최소운행횟수 $\rho=(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{|P|})$.
- y_r : 경로 r 에 할당되는 수요량 $y=(y_1, y_2, \dots, y_{|P|})$.

여기서 y_r 은 f_l 이 설정됨에 따라 자동으로 결정되는 값으로서 수식 구성의 편의를 위해 결정변수로 분류하였다.

Problem P

$$\text{Min} \sum_{l \in L} c_l f_l + \sum_{od \in S} \sum_{r \in P_{od}} t_r y_r \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{r \in P_{ij}} y_r \leq \sum_{l \in L_{ij}} C_l f_l, \quad \forall ij \in A_S \quad (2)$$

$$y_r = \frac{\exp(\xi_r + \gamma \cdot \rho_r)}{\sum_{q \in P_{od}} \exp(\xi_q + \gamma \cdot \rho_q)} D_{od}, \quad \forall r \in P_{od}, \forall od \in S \quad (3)$$

$$\rho_r = \sum_{l \in L_a} f_l, \quad \forall r=(a, \phi) \in P \quad (4)$$

$$\rho_r = \min \left\{ \sum_{l \in L_a} f_l, \sum_{l \in L_b} f_l \right\}, \quad \forall r=(a, b) \in P \quad (5)$$

$$\sum_{l \in L_{uv}} f_l \leq F_{uv}, \quad \forall uv \in A \quad (6)$$

$$f_l, \rho_r \in Z^+, y_r \geq 0 \quad (7)$$

식 (1)은 최적화 모형의 목적함수로서 노선 별 운행횟수에 따른 총 운행 비용과 전체 통행 시간의 합을 최소화한다. 실험 결과에서도 살펴보겠지만, 이 목적함수는 운행비용과 통행시간에 어떤 가중치를 두느냐에 따라 다양한 노선계

획 결과를 도출할 수 있다. 제약식 (2)는 공급망 아크 ij 를 통과하는 경로에 배정된 총 통행 수요의 합은 그 아크를 서비스하는 노선의 전체 좌석수보다 작거나 같아야 함을 의미하고, 제약식 (3)은 od 수요의 경로 별 로짓 배분식이다. 제약식 (4)는 직통경로의 최소 운행횟수를 구하기 위한 식이며, 식 (5)는 환승 경로의 최소 운행횟수를 구하기 위한 식이다. 마지막으로 식 (6)은 역간 링크를 지나는 모든 노선의 열차 운행횟수의 합은 선로용량을 넘지 못함을 의미한다.

환승 경로의 최소 운행횟수(ρ_r)를 나타내는 식 (5)를 선형 식으로 전환하기 위해서는 이진 변수 z_r 을 추가하여 아래 네 개의 수식((5-1),(5-2),(5-3),(5-4))들로 대체되어야 한다. 즉, 환승 경로의 경우, $z_r = 1$ 인 경우, 식 (5-2)와 (5-3)에 의해 두 번째 부분 경로가 최소 운행횟수가 되고, $z_r = 0$ 인 경우, 식 (5-2)와 (5-4)에 의해 첫 번째 부분 경로가 최소 운행횟수가 된다. 특히 [4]에서처럼, 식 (5)를 단순히

$$\rho_r \leq \sum_{l \in L_a} f_l, \rho_r \leq \sum_{l \in L_b} f_l, \forall r = (a, b) \in P$$

와 같은 두 개의 식으로만 대체하면, 실제 환승 경로의 최소 운행횟수가 0보다 크에도 불구하고, $\rho_r = 0$ 으로 설정되는 중대한 오류가 발생한다.

위 식들로 대체하면 문제 P는 비선형 혼합 정수계획 모형이 된다. 일반적으로 가능해 영역이 볼록 집합(convex set)이고 목적함수가 볼록 함수(convex function)일 경우, 외부 선형근사(outer approximation)에 의한 비선형 완화 및 효율적인 혼합정수계획 해법에 의해 최적해를 보장하는 해법이 존재[7,8]하지만, 본 모형의 경우 로짓 함수로 인해 해집합이 볼록 집합이 아니고, 일반적인 외부 선형근사 해법이 매우 긴 시간을 필요로 한다는 점 때문에, 본 연구에서는 보다 간단한 선형 근사 해법을 제시하고자 한다.

이를 위해, 먼저 식 (3)을 아래와 같이 두고, 함수 F 에 대해, ρ 에 관한 편미분으로 구성된 기울기 벡터(gradient) ∇F 를 이용하여, 식 (8)을 $\rho = \rho^k$ 에서의 선형식으로 근사하면 식 (9)와 같이 된다.

$$y_r = \frac{\exp(\xi_r + \gamma \cdot \rho_r)}{\sum_{q \in P_{od}} \exp(\xi_q + \gamma \cdot \rho_q)} D_{od} \equiv F(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p) \cdot D_{od} \quad (8)$$

$$\equiv F(\rho) \cdot D_{od}, \forall r \in P_{od}, \forall od \in S$$

아래 최적화 모형 LRP는 t 번째 구성된 노선 공급망 G_L 에서, ρ^k 에서의 선형 완화식이 주어질 때,

$$y_r \equiv \frac{\exp(\xi_r + \gamma \cdot \rho_r^k)}{\sum_{q \in P_{od}} \exp(\xi_q + \gamma \cdot \rho_q^k)} D_{od} + \nabla F \cdot (\rho_r - \rho_r^k) D_{od} \quad (9)$$

$$\equiv y_r^k + \nabla F \cdot (\rho_r - \rho_r^k) D_{od}, \forall r \in P_{od}, \forall od \in S$$

통행 배정 및 노선 계획을 동시에 구하기 위한 최적화 모형이다. 여기서 회(iteration)는 두 개의 중첩된 첨자로 표현되는데, 먼저 t 는 노선 공급망의 구성을 새롭게 하는 회를

의미하고 첨자 k 는 아래 LRP문제를 푸는데 필요한 선형 근사 횟수를 의미한다.

Problem LRP (G_L^t, ρ^k)

$$\text{Min} \sum_{l \in L} c_l f_l + \sum_{od \in S} \sum_{r \in P_{od}} t_r y_r$$

$$\text{s.t.} \sum_{r \in P_a} y_r \leq \sum_{l \in L_a} C_l f_l, \forall a \in A_L \quad (3-1)$$

$$y_r = y_r^k + \nabla F \cdot (\rho_r - \rho_r^k) D_{od}, \forall r \in P_{od}, \forall od \in S$$

$$\rho_r = \sum_{l \in L_a} f_l, \forall r = (a, \phi) \in P \quad (5-1)$$

$$\rho_r \leq \sum_{l \in L_a} f_l, \forall r = (a, b) \in P$$

$$\rho_r \leq \sum_{l \in L_b} f_l, \forall r = (a, b) \in P \quad (5-2)$$

$$\rho_r \geq \sum_{l \in L_b} f_l - M(1 - z_r), \forall r = (a, b) \in P \quad (5-3)$$

$$\rho_r \geq \sum_{l \in L_b} f_l - Mz_r, \forall r = (a, b) \in P$$

$$\sum_{a \in A_{uv}} \sum_{l \in L_a} f_l \leq F_{uv}, \forall uv \in A \quad (5-4)$$

$$f_l, \rho_r \in Z^+, y_r \geq 0, z_r = 0/1$$

본 연구는 이 문제를 풀기 위해 다음과 같은 반복적 선형 근사해법을 제시한다. 먼저 시종착별 열차종별 후보 운행노선에 대해 모두 1회만 운행한다고 가정하고, 노선 공급망을 구성하여, 각 od 에 대해 최대 K 개의 경로를 구성한다. 이렇게 구성된 경로를 대상으로 위 선형 근사 혼합 정수계획 모형 LRP를 풀어 다음 최적 노선 계획을 구한다. 이렇게 구한 노선 계획의 결과를 이전에 도출된 노선 계획의 결과와 비교하여 차이가 없으면 종료하고, 차이가 있을 경우, 다시 그 노선계획을 이용하여 노선 공급망을 구성하고 각 od 에 대한 경로 집합을 구한 후 새로운 노선 계획을 도출한다.

뿐만 아니라 해를 보다 빨리 구하기 위해 본 연구에서는 아래와 같은 유효부등식(valid inequality)을 미리 생성하여, LRP에 추가한다.

$$y_r \leq \rho_r \cdot \max_{l \in a} \{C_l\}, \forall r = (a, b) \in P, \quad (10)$$

$$y_r \leq \rho_r \cdot \max_{l \in b} \{C_l\}, \forall r = (a, b) \in P,$$

식 (2)는 노선 공급망 아크가 아닌 공급망 아크 즉, 열차종별 레그를 지나는 통과 수요가 그 레그를 서비스하는 전체 노선의 공급 좌석 수를 초과하지 못함을 의미하지만, 이를 보다 세분화해 보면, 특정 환승 경로 r 을 통해 이동하는 통행량은 그 경로를 서비스하는 노선의 전체 좌석용량을 넘을 수 없다. 이 때 전체 좌석용량은 그 경로의 최소 운행횟

수(ρ)와 가장 큰 좌석용량을 갖는 노선의 좌석용량의 곱보다 작거나 같으므로, 식 (10)이 성립한다. 즉 식 (10)은 식 (2)와 달리 노선 공급망 상에 정의된 경로에 대한 용량 제약식이라 할 수 있다. 이 후 서술할 LRP는 식(10)이 추가된 최적화 모형을 의미한다.

알고리즘 : 반복적 근사해법

Step 1. (초기화)

$$t = 0, (f^t, \rho^t) = (1, 1), obj^t = \infty$$

Step 2. (노선공급망 구성 및 경로 탐색)

Step 2-1. (f^t, ρ^t)를 이용한 새로운 노선 공급망 $G_L^t(V, A_L^t)$ 구성

Step 2-2. 모든 od 에 대해 K 개 경로 탐색 후 경로 집합 P_{od}^t 구성

Step 3. (선형 근사해 도출)

Step 3-1. $k=0, \rho^k \leftarrow \rho^t, f^k \leftarrow f^t, obj_{LRP}^k = \infty$

Step 3-2. 분지 한계법에 의해 $LRP(G_L^t, \rho^k)$ 풀이. 이 때, 최적해를 (f^*, ρ^*), 목적 함수를 obj_{LRP}^*

Step 3-3. ($LRP(G_L^t, \rho^k)$ 종료조건)

1) $\|f^* - f^k\| \leq \epsilon$ or $obj_{LRP}^* > obj_{LRP}^k$ 이면, $f^{t+1} \leftarrow f^*, obj^{t+1} \leftarrow obj_{LRP}^*$ 라 두고, **Step 4**로.

2) 그렇지 않으면, $\rho^{k+1} \leftarrow \rho^*, f^{t+1} \leftarrow f^*, obj_{LRP}^k \leftarrow obj_{LRP}^*$, $k = k+1$ 라 두고 **Step 3-2**로

Step 4. (전체종료조건)

$\|f^{t+1} - f^t\| \leq \epsilon$ 혹은 $obj^{t+1} > obj^t$ 이면 끝. 그렇지 않으면 $t = t+1$ 로 두고 **Step. 2**로

앞에서 서술했듯이 위 알고리즘에 나타난 횟수(iteration)는 두 개의 첨자 t, k 로 표현되는데, 먼저 t 는 노선 공급망의 구성을 의미하는 횟수를 의미하고 첨자 k 는 아래 LRP문제를 푸는 데 필요한 선형 근사 횟수를 의미한다. 본 연구는 보다 나은 품질의 해를 위해, 초기 조건에 의해 구성된 노선 공급망을 “전체종료조건”을 만족할 때까지 반복적으로 재구성하게 된다. 이는 LRP문제를 풀었을 때 도출되는 노선 운행 횟수에 따라 노선 공급망 상의 아크의 속성이 바뀌고, 각 od 에 대한 후보 경로 집합 P_{od} 가 바뀌기 때문이다. 노선 공급망과 P_{od} 가 재구성되면 Step 3에 의해 LRP문제를 반복적 선형 근사에 의해 풀게 된다. 여기서 반복적이라 함은, 선형 근사에 의해 나온 해를 이용해 다시 로짓식의 선형 근사식을 작성하여 새로운 LRP문제를 구성한 후 반복적으로 푼다는 것을 의미한다. 실험 결과에서도 서술하겠지만, LRP문제의 경우, 분지 한계법 만으로도 충분히 빠른 시간 안에 LRP문제의 해를 구할 수 있었다.

3. 실험 결과

본 절에서는 2장에서 제시한 해법을 두 가지 실험 네트워크에 적용해 본다. 프로그램은 C++로 작성되었고, CPLEX 12.0 Callable Library에 내장되어 있는 분지 한계법을 사용하였으며, 데이터 베이스는 Access 2007을 사용하였다.

3.1 해법 검증 실험

본 연구에서 제시한 목적함수 식 (2)는 단순히 운행비용과 전체 통행시간의 합으로 제시되어 있지만, 두 항목의 단위가 달라 단순히 합을 구하는 것은 의미가 없다. 본 연구에서는 의사결정자가 통행 시간과 운행 비용의 가중치를 조정하면서 다양한 노선 계획 결과를 고려할 수 있도록 아래와 같이 두 항목의 가중합을 목적함수로 이용하였다.

$$\theta \sum_{l \in L} c_l f_l + (1-\theta) \sum_{od \in S} \sum_{r \in P_{od}} t_r y_r$$

가중합의 방식이 아니라 통행시간을 화폐단위로 환산하기 위해 VOT(value of time)를 이용하는 방법도 고려해 볼 수 있다. 예를 들어, [10]에 따르면 철도의 업무 및 비업무 통행의 가중 시간가치가 시간당 9,128원인데, 이를 위의 가중합에 적용해 볼 경우,

$$\theta \left(\sum_{l \in L} c_l f_l + \frac{1-\theta}{\theta} \sum_{od \in S} \sum_{r \in P_{od}} t_r y_r \right)$$

로부터 $\frac{1-\theta}{\theta} = \frac{9128}{60}$ 가 되어, $\theta = 0.00653$ 를 얻을 수 있다.

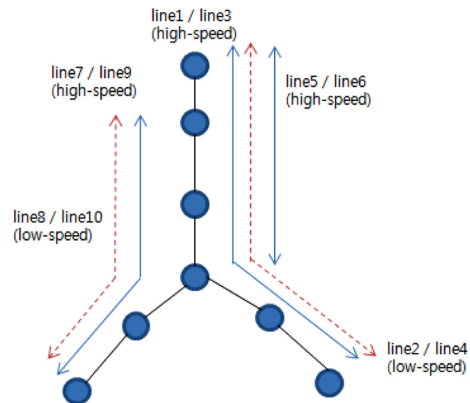


Fig. 3 Example network used in Table 2 and Fig. 4

θ 값에 따라 해가 어떻게 변화하는지를 좀 더 살펴보기 위해, θ 값 대한 민감도 분석을 시행하였다. Fig. 4에서 보듯이, θ 가 커질수록 운행 비용에 가중치가 커져, 운행 비용은 감

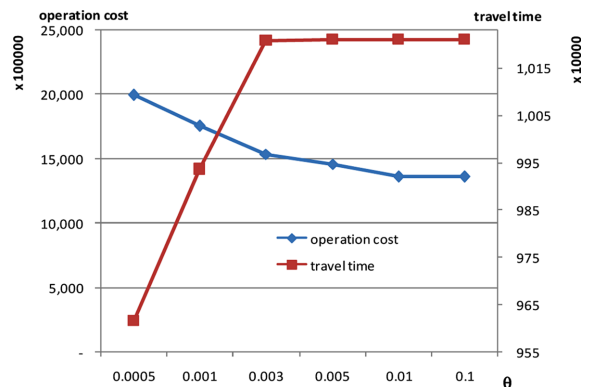


Fig. 4 Experimental results 1 - sensitivity analysis as varies

Table 2 Experimental result 1 - convergence test

Line	f^0	f^1	f^2	f^3	f^4	f^5
Line1	1	15	0	0	0	0
Line2	1	53	53	54	54	54
Line3	1	36	18	3	0	0
Line4	1	43	43	44	37	41
Line5	1	32	50	27	10	0
Line6	1	32	37	74	55	72
Line7	1	20	1	0	0	0
Line8	1	36	36	36	36	36
Line9	1	31	21	6	0	0
Line10	1	31	36	37	37	37
Obj. (10^7)		1.26	1.21	1.19	1.15	1.16

소하는 반면 전체 통행시간은 증가함을 볼 수 있다. 의사결정자는 이러한 θ 값의 변화에 따라 변하는 노선 계획의 다양한 결과를 활용하여, 최적의 노선 계획을 계산할 수 있다.

Table 2는 Fig. 3과 같은 네트워크에 대해 본 연구에서 제시한 알고리즘을 적용할 경우, 전체 횟수(iteration)이 증가함에 따라 해가 어떻게 수렴하는지를 보여주고 있다. 표에서 보듯이 횟수가 증가함에 따라 목적함수는 지속적으로 감소하고, 노선 계획의 결과 또한 변화하며, 4회 이후에는 목적함수값이 오히려 증가함을 볼 수 있다.

3.2 확장된 철도 네트워크 적용 실험

두 번째 실험은, 본 연구에서 개발한 방법론이 어느 정도 크기의 네트워크까지 적용될 수 있는지를 검토해보기 위한 실험이다. 본 연구에서는 중앙선/중앙대백선/충북선에 틸팅 열차가 투입된다고 가정했을 때, 그 때의 우리나라 전체 철도 네트워크(경춘선, 경인선, 일산선, 경원선, 경의선 제외)상의 최적 운행 노선 계획과 통과수요의 변화를 살펴보았다. 틸팅 열차의 노선 별 역간 운전시분 및 정차역은 [9]을 참조하였고, 실험에 활용된 수요 및 기존 열차 운행계획은 모두 2010년 7월 기준이며, 운행비용은 운행거리에 일정한 상수를 곱한 값으로 설정하였다. 전체 네트워크는 총 248개 역으로 구성되어 있고, 총 노선의 수는 118개, od 의 개수는 4,359개이다. 또한 매 회(iteration)마다 각 od 별로 효율을 최대로 하는 경로를 최대 2개까지 생성하였다. 이 때 각 경로는 [6]의 연구와 마찬가지로 환승 횟수가 많아야 1회라고 가정하였다. 2010년 7월 22일 관측수요를 활용하여, 틸팅 열차가 투입될 때, 열차종별 수요 및 그에 따른 최적의 운행 횟수를 구해 보았다.

실험 결과 모형을 수행하는 데 소요된 시간은 약 3,200초였으며, 종료 조건을 만족할 때까지 수행된 회(iteration)의 수는 4회이다. 총 소요시간의 약 90%는 노선 공급망 구축 및 각 od 에 대한 경로 탐색에 소요된 시간이며, 실제 LRP를 푸는 데 걸린 시간은 회(iteration)당 약 2분 정도가 소요되었다. Table 3과 Table 4는 본 연구 결과를 적용했을 때, 어떠

Table 3 Experimental results 2 - line frequencies

Depart	Arrive	Frequency		Train type
		Current	Optimal	
Kangnung	Busan	1	1	Mugunghwa
Daegu	Kangnung	2	1	Mugunghwa
Kangnung	Dongdaegu	2	1	Mugunghwa
Chungryang	Bujeon	2	1	Mugunghwa
Bujeon	Chungryang	2	1	Mugunghwa
Kangnung	Bujeon	1	1	Mugunghwa
Bujeon	Kangnung	1	1	Mugunghwa
Bujeon	Kangnung	2	1	Mugunghwa
Donghae	Youngju	1	1	Mugunghwa
Youngju	Donghae	1	1	Mugunghwa
Chungryang	Andong	5	1	Mugunghwa
Chungryang	Jaechon	2	1	Mugunghwa
Chungryang	Kangnung	6	1	Mugunghwa
Kangnung	Chungryang	6	1	Mugunghwa
Chungryang	Aurajee	1	1	Mugunghwa
Aurajee	Chungryang	1	1	Mugunghwa
Andong	Chungryang	6	1	Mugunghwa
Jaechon	Chungryang	2	1	Mugunghwa
Daejeon	Jaechon	8	5	Mugunghwa
Jaechon	Daejeon	8	3	Mugunghwa
Jaechon	Aurajee	1	1	Mugunghwa
Aurajee	Jaechon	1	1	Mugunghwa
Chungryang	Youngju		4	Tilting
Chungryang	Kangnung		4	Tilting
Daejeon	Jaechon		1	Tilting
Youngju	Chungryang		4	Tilting
Kangnung	Chungryang		3	Tilting
Jaechon	Daejeon		2	Tilting

한 결과를 도출할 수 있는지를 보여준다. 물론 이러한 결과는 부정확한 파라미터 등으로 인해, 현실에 그대로 적용하기에는 한계가 있지만, 본 연구가 개발한 모형 및 해법을 통해 서로 모순되지 않는 노선 계획과 통행 배정 결과가 산출됨을 보여준다.

Table 3은 전체 118개 노선 중 틸팅 열차가 투입된 구간의 기존 운행 횟수와 본 연구에서 개발한 모형으로부터 도출된 최적운행횟수의 예를 보여주고 있다. 표에서 보듯이 틸팅 열차가 투입된 노선에서 운행하던 상당수의 무궁화 열차가 틸팅 열차로 전환됨을 볼 수 있다. 뿐만 아니라 본 연구에서 제시한 통합 모형은 통행배정과 노선계획을 순차적으로 도출하지 않고, 열차종별 수요와 노선계획을 동시에 구함으로써 Table 4와 같이 노선계획과 모순되지 않는 구간 통행량(leg traffic)을 구할 수 있다. Table 4의 통행량은 틸팅

Table 4 Experiment results 3 - leg traffic volume on tilting trains

Depart	Arrive	Leg traffic	Depart	Arrive	Leg traffic	Depart	Arrive	Leg traffic
Chungryang	Dukso	1913	Daejeon	Sintanjin	167	Yemi	Youngwol	543
Dukso	Yangpyung	1928	Sintanjin	Jochiwon	183	Sabook	Yemi	534
Yangpyung	Yongmoon	1941	Jochiwon	Cheongjoo	193	Kohan	Sabook	431
Yongmoon	Yangdong	1961	Cheongjoo	Okeunjang	169	Taebaek	Kohan	415
Yangdong	Wonjoo	1879	Okeunjang	Cheongjoo airport	165	Dogae	Taebaek	359
Wonjoo	Jaechon	1345	Cheongjoo airport	Jeongpyung	161	Shinki	Dogae	376
Jaechon	Danyang	364	Jeongpyung	Umsung	154	Donghae	Shinki	376
Danyang	Pungki	256	Umsung	Jooduck	135	Mookho	Donghae	338
Pungki	Youngjoo	194	Jooduck	Chungjoo	125	Jeongdong	Mookho	311
Jaechon	Youngwol	882	Chungjoo	Jaechon	71	Kangnung	Jeongdong	274
Youngwol	Yemi	698	Dukso	Chungryang	1540	Sintanjin	Daejeon	190
Yemi	Sabook	690	Yangpyung	Deokso	1562	Jochiwon	Sintanjin	209
Sabook	Kohan	640	Yongmoon	Yangpyung	1613	Cheongjoo	Jochiwon	257
Kohan	Taebaek	617	Yangdong	Yongmoon	1671	Okeunjang	Cheongjoo	271
Taebaek	Dogae	525	Wonjoo	Yangdong	1613	Cheongjoo airport	Okeunjang	285
Dogae	Shinki	558	Jaechon	Wonjoo	1179	Jeongpyung	Okeunjang	287
Shinki	Donghae	558	Danyang	Jaechon	401	Umsung	Jeongpyung	273
Donghae	Mookho	546	Pungki	Danyang	322	Jooduck	Umsung	242
Mookho	Jeongdong	518	Youngjoo	Pungki	238	Chungjoo	Jooduck	235
Jeongdong	Kangnung	373	Youngwol	Jaechon	661	Jaechon	Chungjoo	151

열차만의 구간 통행량만을 나타낸 것이고, 무궁화 열차에 대한 구간 통행량은 제외되었다.

본 연구에서 제시하는 연구 방법론을 현실에 적용하기 위해서는, 본 실험에서 가정한 운행 비용이 아닌 보다 정확한 값이 필요하다. 또한 본 실험에서는 $\theta = 0.01$ 로 설정하였지만, 의사결정자가 운행 비용과 통행 시간간에 어느 정도의 가중치를 둘 것인지 혹은 운행 비용의 한계치를 명확히 설정한 상태에서 다양한 실험을 통해 적절한 θ 를 선택할 필요가 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 열차종별 수요를 도출하기 위한 시스템 분할과 노선 별 열차 운행횟수를 도출하기 위한 노선계획을 통합한 최적화 모형 및 반복적 근사 해법을 제시하였다. 또한 본 연구에서 개발한 해법을 검토하기 위한 비교 실험 및 전체 철도 네트워크 적용 결과를 제시하였다.

본 연구에서 개발한 모형은 기본적으로 [6]에서 제시한 로짓 모형에 기초하고 있지만, [6]의 연구가 주어진 노선계획으로부터 열차종별 od 별 경로에 어떻게 수요가 배분되는지를 계산하는 방법론을 제시하였다면, 본 연구는 주어진 노선 계획 없이 노선계획과 통행 배정을 동시에 구할 수 있는 모형 및 해법을 제시하였다는 점에서 의의가 있다.

하지만 본 연구의 경우, 열차 운행 횟수에 따른 환승 시

간의 변화를 고려할 수 없다는 단점을 극복해야 하고, 비록 통행시간의 시간가치를 통한 목적함수 구성을 제시하였지만, 통행배정과 노선계획의 통합 모형 작성 시 어떤 목적 함수를 설정해야 하는 지에 대해서는 본 연구에서 제시한 가중치 θ 를 설정하는 방식이 아닌 보다 엄밀한 연구가 필요할 것으로 판단된다. 또한 본 연구를 철도 노선 건설 시 필요한 경제성 평가에 활용하기 위해서는, 본 최적화 모형에 포함된 다양한 파라미터의 정확한 도출 또한 반드시 필요하다.

뿐만 아니라 본 연구에서 고려한 통행 배정은 일반적인 통행배정과 달리 철도 네트워크 내에서의 열차중간 혹은 열차 경로간의 배정만을 대상으로 하여, 열차 운행 횟수의 증감에 따른 타 교통 수단으로부터의 수요 전이를 고려할 수 없다는 한계가 있어, 이를 극복하기 위한 별도의 프로세스를 개발할 필요가 있다.

후 기

이 논문은 2013년도 한국교통대학교 교내학술연구비의 지원을 받아 수행한 연구임.

References

[1] M.R. Bussieck (1997) Optimal Lines in Public Rail Transport, *PhD thesis*, TU Braunschweig.

- [2] B.H. Park, C.-S. Kim, H.-L. Rho (2009) A study on the relation between trip assignment model and line planning, *Proceedings of Korean Society for Railway Conference*, Jeju Island, Korea, pp. 2081-2088.
- [3] K. Nachtigall, K. Jerosch (2009) Simultaneous network line planning and traffic assignment, *Proc. of 8th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems*, Schloss Dagstuhl, Germany, pp. 1-16.
- [4] J. Chang (2010) *The Study on Optimal headways of Transit Considering Route Choice*, Master thesis, Chonnam University.
- [5] B.H. Park, C.-S. Kim, H.-L. Rho (2010) An Optimization Model for Railway Line Planning Considering Traffic Assignment, *Proceedings of Korean Society for Railway Conference*, Jeju Island, Korea, pp. 2372-2378.
- [6] B.H. Park *et al.* (2010) A LOGIT based traffic assignment Model considering passenger transfer on railway network, *Journal of the Korean Society for Railway*, 14(3), pp. 276-284.
- [7] R. Fletcher, S. Leyffer (1994) Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation, *Mathematical Programming*, 66, pp. 327-349.
- [8] P. Bonami *et al.* (2008) An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs, *Discrete Optimization*, 5, pp. 186-204.
- [9] KRRRI (2009) Study on the reliability of Korean Tilting Train and the safety evaluation of the infra system, Korea Railroad Research Institute.
- [10] H.-S. Shin, H.-U. Cho, J.-M. Kim, W.-T. Lee (2009) A study on the alternatives for realization of benefit cost analysis in railway projects - More focused on benefits for the value of travel time, *Proc. of Korean Society for Railway Conference*, Jeju island, Korea, pp. 21-28.

접수일(2013년 12월 12일), 수정일(2014년 3월 4일),
게재확정일(2014년 3월 5일)

Bum Hwan Park : beomi72@hanmail.net
Department of Railroad Management and Logistics, Korea National University of Transportation, 157 Cheoldobangmulkwon-ro, Uiwang-Si, Korea