

Geiger형 케이블 돔 구조물의 외력에 따른 동적 불안정 특성 비교분석

A Comparative Analysis of Dynamic Instability Characteristic of Geiger-Typed Cable Dome Structures by Load Condition

김 승 덕*
 Kim, Seung-Deog

신 인 아**
 Sin, In-A

Abstract

The purpose of this paper is to study comparative of dynamic instability characteristic of Geiger-typed cable dome structures by load condition, which is well-known among the cable dome structures that are the lightweight hybrid structure using compression and tension element continuously. Dynamic buckling process in the phase plane is very important thing for understanding why unstable phenomena are sensitively originated in nonlinear dynamic by various initial conditions. But there is no paper for the dynamic instability of hybrid cable dome by Sinusoidal Excitations, many papers which deal with the dynamic instability for shell-structures under the step load have been published. As a result of Geiger-typed cable dome, which shows chaotic behavior in dynamic nonlinear analysis with initial imperfection.

Keywords : *Dynamic Instability, Cable Dome, Hybrid Structure, Step Load, Sinusoidal Excitations*

1. 서 론

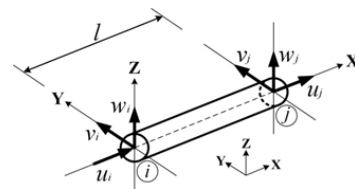
대공간 구조는 3차원적인 힘의 흐름과 면내력에 의해 외부하중에 대한 저항능력을 확보하는 형태 저항형 구조시스템이다. 따라서 최소의 재료로, 가볍고 얇게 대공간을 만들 수 있는 장점이 있다.

이에 따라 지붕의 중량이 줄어들면서 점차 대공간 건축물에 대한 관심이 증가하고 있는 추세이다. 수요 증가에 맞추어 보다 안전하고 경제적인 구조물을 구축하기 위해서는 사고 및 붕괴의 원인이 정확히 규명되어야 한다.

하지만 정적 하중 하에서의 파괴 매커니즘은 비교적 많은 연구가 진행되어 왔지만, 동적 외력에 관한 연구는 거의 없는 실정이다. 특히, 정현파 외력에 의한 동적 불안정 해석은 전무하며, 본 연구는 정현파 외력에 의한 케이블 돔의 동적 불안정 해석을 처음으로 시도한다.

따라서 본 연구에서는 대공간 구조시스템 중 인장재와 압축재를 연속적으로 이용하여 경량화한 케이블 돔 구조물 중 Geiger형을 기본해석모델로 하여 스텝 하중과 정현파 하중에 따른 동적 불안정 현상을 비교분석한다. 여기서, Geiger형 케이블 돔은 88 서울올림픽 체조경기장을 시초로 세계 각국에서 많이 이용하고 있는 구조시스템이다.

2. 비선형 강성방정식



$$\begin{cases} x, y, z : \text{Element coordinate system} \\ u, v, w : \text{Displacement} \end{cases}$$

(Fig. 1) Element coordinates system of cable element

가상일의 원리를 이용하여 <Fig. 1>과 같은 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타

* 정회원, 세명대학교 건축공학과 정교수, 공학박사
 Architectural Engineering, Semyung University
 ** 교신저자, 세명대학교 건설공학과 대학원, 박사과정
 Architectural Engineering, Semyung University
 Tel: 043-649-7082 Fax: 043-649-7082
 E-mail : sinina486@naver.com

낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = \mathbf{f}^T \delta \mathbf{d} \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현 상태에서의 증분에 관한 가상의 원리를 적용하여, 적분영역 dV 를 일정 단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$Al [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B})] = (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f})^T \quad (2)$$

여기서,

A : 케이블 요소의 단면적, l : 케이블 요소의 길이

식(2)에 $\sigma_x = E\epsilon_x$ 의 관계를 대입하고 d 에 관한 2차 항 이상을 소거하면 식(3)과 같다.

$$\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f} = Al(\mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)}) + Al(\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} + AlE(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} + \text{고차항} \quad (3)$$

식(3)에서 d 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(4)와 같이 정의한다.

$$\mathbf{r} = Al \mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)} - \mathbf{f}^{(0)} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면, 식(5)와 같다.

$$\mathbf{f} - \mathbf{r} = AlE(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} + Al(\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} = (\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G) \mathbf{d} \quad (5)$$

여기서,

$\mathbf{k}_E = AlE(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1)$: 요소의 탄성 강성행렬

$\mathbf{k}_G = Al(\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B})$: 요소의 기하 강성행렬

변환 매트릭스를 이용하면 전체좌표계에서의 증분 구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

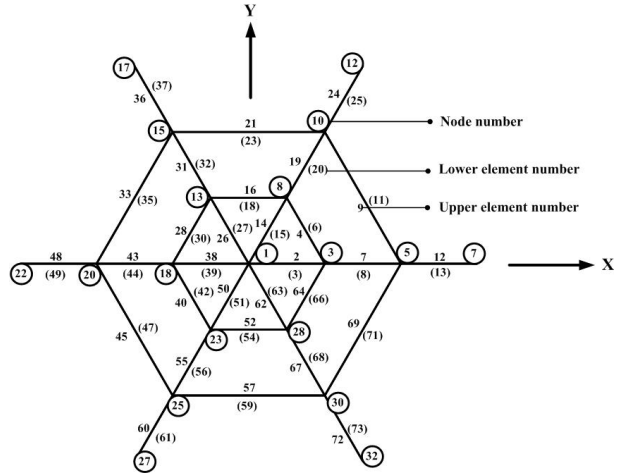
$$\mathbf{F} - \mathbf{R} = [\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G] \mathbf{D} \quad (6)$$

여기서,

$\mathbf{K}_E = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_E \mathbf{T}$:전체 좌표계에서의 탄성강성행렬

$\mathbf{K}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_G \mathbf{T}$:전체 좌표계에서의 기하강성행렬

3. 해석모델



<Fig. 2> Analysis model

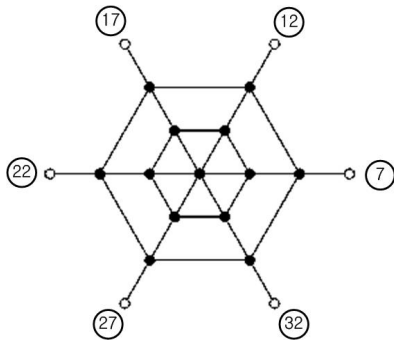
해석모델은 케이블 돔 중 기본모델인 Geiger형 돔을 해석대상으로 한다. 해석모델의 절점 및 요소 번호를 <Fig. 2>에, 각 절점의 좌표를 <Table 1>에 나타낸다. 해석모델은 구조물의 동적 불안정 거동 및 특성 분석을 중점으로 연구하므로 스케일을 축소하여 해석한다.

<Table 1> Nodal coordinates (Units: cm)

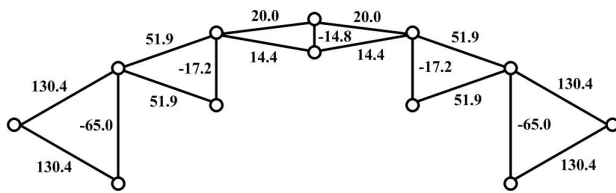
Nodal Coordinates	1	2	3	4	5	6	7
X- co.	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z- co.	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5	0.0

하중은 축대칭 하중으로 고려한다. 또 각 부재의 물성치로는, 영계수 $E = 1.6 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 밀도는 $\rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ 이다. 경계조건은 <Fig. 3>과 같이 외곽의 절점들, 즉, 7, 12, 17, 22, 27, 32 총 6개 절점을 x, y, z방향으로 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다. 모든 절점은 회전을 고려하지 않는다.

케이블 돔 구조물은 초기 불안정 구조물이므로 구조물의 안정화를 위해 초기장력을 도입하여야 한다. 초기장력량을 <Fig. 4>에 나타낸다.



<Fig. 3> Boundary condition

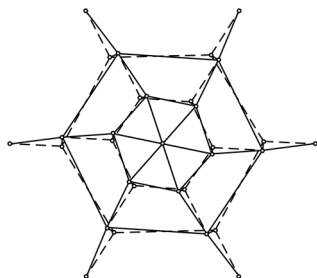


<Fig. 4> Initial stress (Units: kgf)

4. 비선형해석

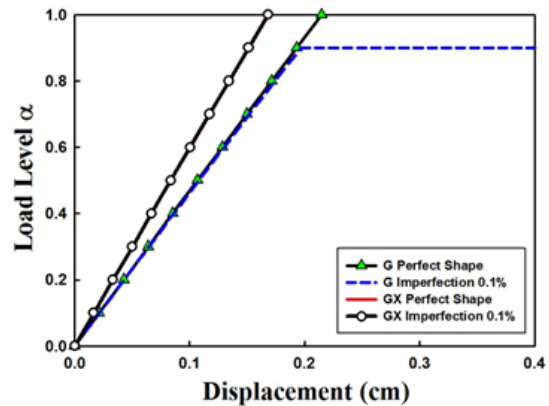
4.1 정적해석

비선형해석의 정적 해석방법으로는 접선강성방정식을 이용하여 Step by step으로 해석을 수행하여 임계하중을 찾는다. 본 연구에서는 1번 절점을 (-)Z 방향으로 0.01cm씩 변위를 증분시켜 각 Step에서의 하중계수를 구하는 변위증분법을 이용한다. 정적 불안정해석에서 분기좌굴을 파악하기 위해서는 초기형상불완전(Initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상불완전은 접선강성행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 <Fig. 5>와 같다. 여기서, 실선은 상부 부재를, 점선은 하부 부재를 각각 나타낸다.



<Fig. 5> Initial imperfection mode

본 연구에서는 해석 모델의 Span을 기준으로 하여 0.1%의 초기형상불완전량을 도입하고, 이들 결과들을 완전형상 모델의 결과와 비교한다. 정적임계하중을 구하기 위해 접선 강성행렬의 행렬식(Determinant)을 각 증분 구간에서 구해본다. 각 모델의 완전형상인 경우와 초기불완전량 0.1%를 도입하였을 경우로 나누어 행렬식을 구하면 <Fig. 6>과 같다.



<Fig. 6> Maximum dynamic displacement responses

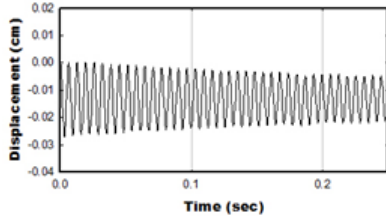
4.2 동적해석

케이블 돔의 동적 비선형응답을 얻기 위해 Newmark의 직접적분법을 이용하며, 이때 각 Step의 증분구간마다 절점좌표와 부재내력을 산출하여 다음 Step에서의 기하강성행렬을 갱신하여 사용할 수 있게 한다. <Table 2>에 1차 고유주기를 나타낸다.

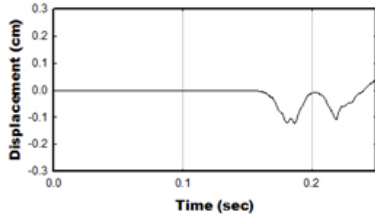
<Table 2> The first natural period

Model	Geiger-typed	
	Natural frequency (cycles/sec)	Natural period (sec)
1	0.23927E+02	0.41794E-0

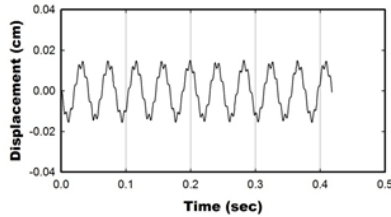
각 하중레벨에서 동적 비선형응답을 얻는다. 이때 시간증분 Δt 는 1차 고유주기 T_1 의 1/100로 하고, 계속시간은 $10T_1$ 으로 한다. 시간변화에 따른 하중 지속형태는 스텝 하중과 정현파 함수 하중으로 하고, 하중레벨은 정적 임계하중 값으로 규준화한 하중 파라메타 α 를 이용한다. 여기서, $\alpha=1$ 은 정적 임계하중 레벨을 의미한다.



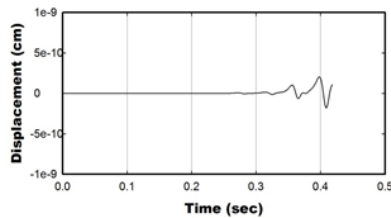
〈Fig. 7〉 Displacement responses of perfect shape by STEP load (X-direction, node#3)



〈Fig. 8〉 Displacement responses of perfect shape by STEP load (Y-direction, node#3)



〈Fig. 9〉 Displacement responses of perfect shape by Sinusoidal Excitations (X-direction, node#3)

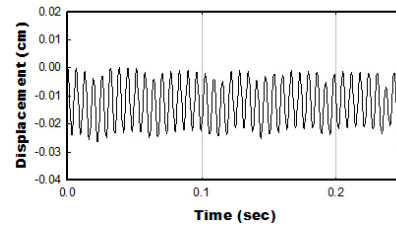


〈Fig. 10〉 Displacement responses of perfect shape by Sinusoidal Excitations (Y-direction, node#3)

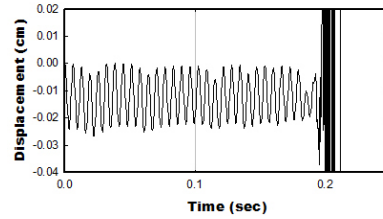
X, Y축 방향에 대한 절점 #3의 스텝 하중에 따른 완전형상 시각이력곡선은 <Fig. 7>, <Fig. 8>, 정현과 하중에 따른 완전형상 시각이력곡선은 <Fig. 9>, <Fig. 10>으로 나타낸다. 그림과 같이 완전형상인 경우는 비선형 효과가 나타나지 않지만 <Fig. 11>, <Fig. 12>, <Fig. 13>, <Fig. 14>와 같이 초기형상불완전을 고려하였을 경우는 비선형 효과가 뚜렷이 나타나는 것을 알 수 있다. 즉, Geiger형 케이블 돔의 스텝 하중에 따른 불완전형상 모델의 경우, <Fig. 11>, <Fig. 13>과

같이 초기형상불완전량 0.1%에서 Pre-buckling $\alpha = 0.88$, Post-buckling $\alpha = 0.89$ 을 초과하는 하중레벨에서, 변위가 발산한다.

또한, 정현과 하중에 따른 불완전형상 모델의 경우, <Fig. 12>, <Fig. 14>와 같이 초기형상불완전량 0.1%에서 Pre-buckling $\alpha = 0.35$, Post-buckling $\alpha = 0.36$ 을 초과하는 하중레벨에서, 변위가 카오스(Chaos)적 거동이 나타난다.

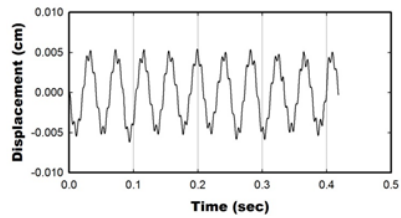


(a) Imperfection 0.1% pre-buckling ($\alpha = 0.88$)

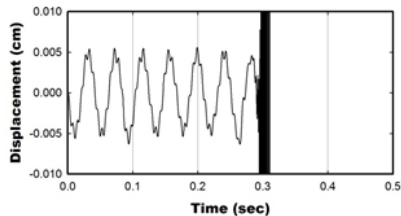


(b) Imperfection 0.1% post-buckling ($\alpha = 0.89$)

〈Fig. 11〉 Displacement responses by STEP load (X-direction, node#3)

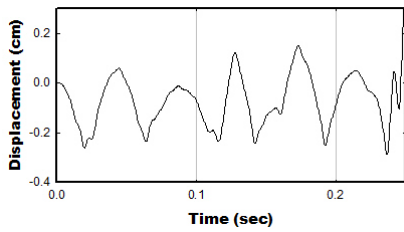


(a) Imperfection 0.1% pre-buckling ($\alpha = 0.35$)

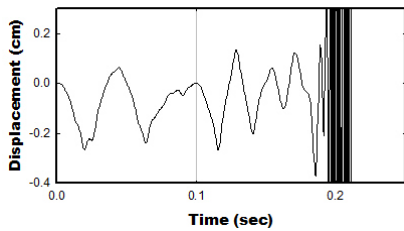


(b) Imperfection 0.1% post-buckling ($\alpha = 0.36$)

〈Fig. 12〉 Displacement responses by Sinusoidal Excitations (X-direction, node#3)

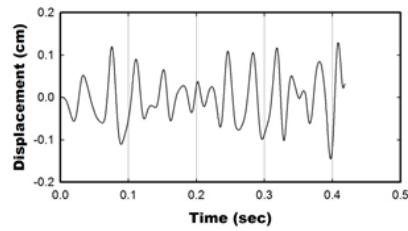


(a) Imperfection 0.1% pre-buckling ($\alpha=0.88$)

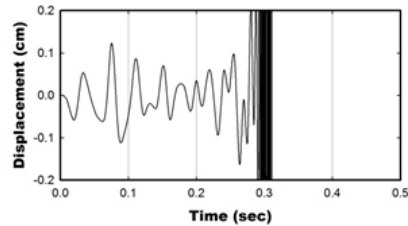


(b) Imperfection 0.1% post-buckling ($\alpha=0.89$)

〈Fig. 13〉 Displacement responses by STEP load (Y-direction, node#3)



(a) Imperfection 0.1% pre-buckling ($\alpha=0.35$)

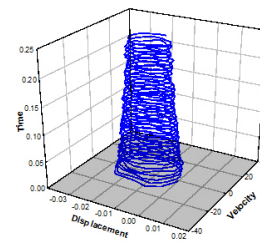


(b) Imperfection 0.1% post-buckling ($\alpha=0.36$)

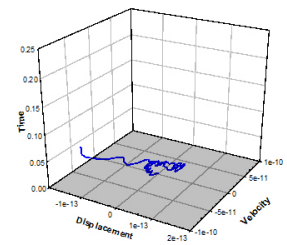
〈Fig. 14〉 Displacement responses by Sinusoidal Excitations (Y-direction, node#3)

위와 같이 Geiger형 케이블 돔에 초기불완전량 0.1%를 도입할 경우, 하중레벨은 스텝 하중에서 보다 정현파 하중에서의 좌굴현상이 $\alpha=0.89$ 에서 $\alpha=0.36$ 까지 55% 낮게 비선형 효과가 발생한다.

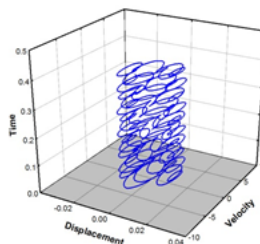
다음은 절점 #3에 대한 X, Y축 방향에 따른 위상곡면을 나타낸다. 〈Fig. 15〉, 〈Fig. 16〉은 스텝하중에 따른 완전형상에서의 위상곡면을 나타내며, 〈Fig. 17〉, 〈Fig. 18〉은 정현파 하중에서의 위상곡면을 나타낸다. 완전형상의 모델에서는, 비선형적 거동이 발생하지 않으며, X방향의 위상곡면의 궤도는 끌개 (Attractor)가 도넛과 같은 모습의 토러스를 보여준다.



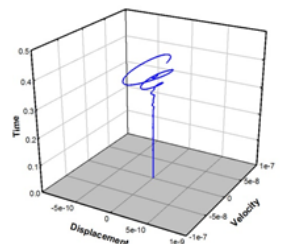
〈Fig. 15〉 The Phase Plane of perfect shape by STEP load (X-direction, node#3)



〈Fig. 16〉 The Phase Plane of perfect shape by STEP load (Y-direction, node#3)

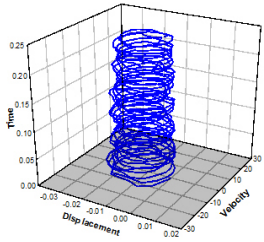


〈Fig. 17〉 The Phase Plane of perfect shape by Sinusoidal Excitations (X-direction, node#3)



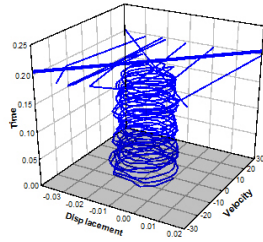
〈Fig. 18〉 The Phase Plane of perfect shape by Sinusoidal Excitations (Y-direction, node#3)

반면, 초기형상불완전량(Initial imperfection) 0.1%을 적용한 경우, 스텝 하중에 따른 〈Fig. 19〉, 〈Fig. 20〉은 Pre-buckling $\alpha=0.88$, Post-buckling $\alpha=0.89$ 을 초과하는 하중레벨에서, 0.2초를 지나면서 변위 응답이 발산하는 것을 알 수 있고, 정현파 하중을 받는 〈Fig. 21〉, 〈Fig. 22〉 위상곡면을 분석한 결과, Pre-buckling $\alpha=0.35$, Post-buckling $\alpha=0.36$ 을 초과하는 하중레벨에서, 0.3초를 지나면서 서로 중복되지 않는 새로운 궤도, 즉 Strange attractor를 생성하며 카오스(Chaos)적 거동이 나타난다.

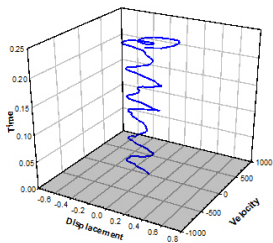


(a) Imperfection
0.1% pre-buckling
($\alpha=0.88$)

〈Fig. 19〉 The Phase Plane by STEP load
(X-direction, node#3)

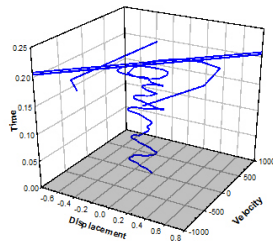


(b) Imperfection
0.1% post-buckling
($\alpha=0.89$)

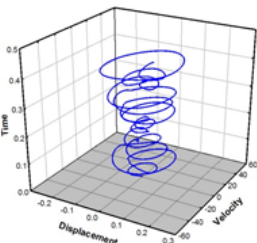


(a) Imperfection
0.1% pre-buckling
($\alpha=0.88$)

〈Fig. 20〉 The Phase Plane by STEP load
(Y-direction, node#3)

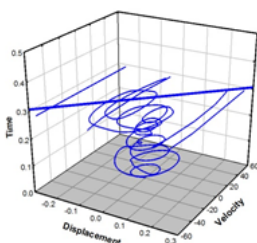


(b) Imperfection
0.1% post-buckling
($\alpha=0.89$)

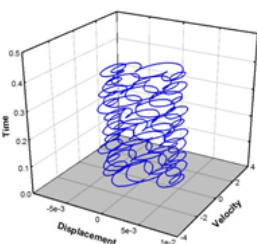


(a) Imperfection
0.1% pre-buckling
($\alpha=0.35$)

〈Fig. 21〉 The Phase Plane by Sinusoidal
Excitations (X-direction, node#3)

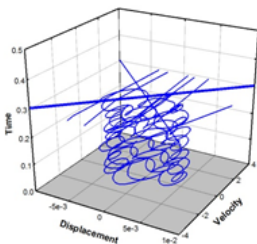


(b) Imperfection
0.1% post-buckling
($\alpha=0.36$)



(a) Imperfection
0.1% pre-buckling
($\alpha=0.35$)

〈Fig. 22〉 The Phase Plane by Sinusoidal
Excitations (Y-direction, node#3)



(b) Imperfection
0.1% post-buckling
($\alpha=0.36$)

5. 결론

본 연구에서는 대공간 구조시스템 중 케이블 돔 구조물로 가장 잘 알려진 Geiger형 모델을 대상으로 스텝 하중과 정현파 하중을 고려하여 동적 불안정 특성을 비교분석 하였다. 결론은 다음과 같다.

1. Geiger형 케이블 구조물은 면내 비틀림을 발생시키는 원주방향 변위의 끝개는 비선형성의 증폭으로 인해 위상곡선 상에서 서로 중복되지 않는 새로운 궤도를 생성하며 카오스(Chaos)적 거동이 나타난다.

2. Geiger형 케이블 돔에 초기불완전량 0.1%를 도입할 경우, 하중레벨은 스텝 하중에서 보다 정현파 하중에서의 좌굴하중레벨 값이 낮아지는 것을 알 수 있다.

3. 완전형상일 경우, 비선형 효과가 나타나지 않으나, 초기불완전량 0.1%를 고려하였을 경우에는 비선형 효과가 뚜렷이 나타난다. 또한, 공진율이 높아질수록 좌굴하중레벨 값이 낮아지는 것을 알 수 있다.

감사의 글

본 논문은 교육과학기술부 기초연구사업의 연구비 지원(과제번호#20100025193)에 의해 수행되었습니다.

References

1. Stefanou, G. D., "Dynamic Response Analysis of Nonlinear Structures using Step-by-step Integration Techniques," Computers & Structures, Vol.57, No.6, 1995, pp.1063-1070
2. Zhang, Q-L. and Peil, U., "Dynamic Behaviours of Cables in Parametrically Unstable Zones," Computers & Structures, 73, 1999, pp.437-443
3. Hangai, Y. and Wu, M., "Analytical Method of Structural Behaviours of a Hybrid Structure Consisting of Cables and Rigid Structures," Engineering Structures, 21, 1999, pp.726-736
4. Stefanou, G. D., "Dynamic Response Analysis of Nonlinear Structures using Step-by-step Integration Techniques," Computers & Structures, Vol.57, No.6, 1995, pp.1063-1070
5. Kim, Seung-Deog, et al., "Dynamic Instability of Shell-Like Shallow Trusses Considering Damping," Computers & Structures, Vol.64, No.1-4, 1997, pp.481-489
6. 김승덕, "Hybrid 케이블 돔 구조물의 비선형 동적 불안정 거동에 관한 연구" 대한건축학회 학술발표논문집, 제21권제1호, 2001.4, pp.195-198
7. 손수덕, 김승덕, 강문명 "Flow Truss Dome 구조물의 비대칭 하중모드에 따른 불안정 현상에 관한 연구", 한국공간구조학회 논문집 제2권, 제4호, 2002.12, pp.61-76.

(접 수 일 자 : 2014년 02월 04일)

(심사완료일자 : 2014년 02월 26일)

(게재확정일자 : 2014년 03월 10일)