

천이 전달 방정식을 이용한 진동하는 익형의 동적 실속의 해석

전 상 언, 사 정 환, 박 수 형,* 변 영 환

건국대학교 항공우주정보시스템공학과

ANALYSIS ON THE DYNAMIC STALL OVER AN OSCILLATING AIRFOIL USING TRANSITION TRANSPORT EQUATIONS

S.E. Jeon, J.H. Sa, S.H. Park* and Y.H. Byun

Aerospace Information Engineering, Konkuk University

Numerical investigation on the dynamic stall over an oscillating airfoil is presented. A Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations are coupled with transition transport equations for the natural transition. Computational results considering the turbulent transition are compared with the fully turbulent computations and the experimental data. Results with transition prediction show closer correlation with the experimental data than those with the fully turbulent assumption, especially in the reattachment region.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 공기역학(Aerodynamics), 익형(Airfoil), 동적실속(Dynamic Stall), 천이유동(Transitional Flow)

1. 서 론

동적실속(dynamic stall)은 전진하는 회전익 항공기 로터(rotor)의 후퇴면(retreating side)등에서 유동의 비정상성으로 인해 정상상태(steady state)의 실속에 비해 실속이 지연되는 현상을 일컫는다. 이러한 동적실속은 정적실속에 비해 실속 부근에서 양력, 항력 그리고 피칭모멘트(moment)의 급격한 변화를 야기하므로 특히 회전익기의 성능 및 조종 안정성을 위해 오래전부터 여러 연구들이 진행되어 왔다.

로터 블레이드(blade)의 후퇴면이 자유류에 대해 저속영역에 속해 있기 때문에 비압축성 영역의 연구로부터 시작되었다[1-3]. 초기 연구들은 주로 실험에 의한 공력 계수의 산출이 주를 이루었으며 이후 모델 방정식을 통한 공력 계수 예측 및 Navier-Stoke의 풀이를 통한 직접적인 해석까지 점진적으로 발전되어 왔다[4]. 이후 Carr and Chandrasekhara[5]은 압축성 효과(compressibility effects)에 대해 초점을 맞추고 여러 동적 실속 연구를 진행하였으며 Wilder et al.[6]은 층류박리거품(laminar separation bubble)과 천이(transition)가 동적 실속에 미

치는 영향을 살펴보았다. 여기에 Geissler et al.[7]은 천이 모델 중의 하나인 Michel's criteria를 적용하여 동적실속에서의 천이에 대한 영향을 해석하였다. 이러한 여러 연구 결과들로부터 동적실속의 특성에 영향을 미치는 주요 변수들로 마하수(Mach No.), 진동 주파수(reduced frequency), 진폭(amplitude) 등을 들 수 있으며 천이 모델의 효과까지 고려한 해석이 진행 되어야 한다고 판단할 수 있다.

천이 유동의 전통적인 해석은 오랫동안 e^N 방법[8] 및 Drela and Giles[9]에 의해 제안된 근사 (approximate) e^N 방법을 주로 사용하여 왔으나 층류 박리 거품이나 재층류화의 모사가 힘들고 3차원 형상의 복잡한 문제에서 유선이나 경계층의 결정이 어렵기 때문에 여러 형태의 문제에 적용하기가 쉽지 않다. 따라서 Menter et al.[10]과 Langtry and Menter[11]는 실험과 난류 경계층에 대한 경험적 상관관계를 이용하여 천이현상을 국부 변수(local variables)로 기술할 수 있는 방법으로 전달방정식을 사용하는 천이 모델을 개발하였다.

천이를 고려한 동적실속은 통상적으로 앞서 언급한 e^N 방법을 주로 사용하여 왔으나 이마저도 많은 연구 결과를 찾아 보기는 힘들었다. 따라서 본 연구에서는 In-house 코드인 KFLOW에 앞서 언급한 천이 전달 방정식을 적용하여 비정상 상태 문제에 대한 천이 모델의 기본적인 검증을 진행함과 더불어 천이 모델의 적용에 따른 동적 실속의 물리적 현상을 고찰하고자 한다.

Received: March 9, 2014, Revised: March 19, 2014,

Accepted: March 19, 2014.

* Corresponding author, E-mail: pish@konkuk.ac.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2014.19.1.080>

© KSCFE 2014

2. 본 론

2.1 수치해석기법

본 연구에서는 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식과 4개의 방정식으로 구성되는 난류천이방정식을 사용하여 2차원 천이 유동을 해석하였다. 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(f_j - f_{vj})}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

여기서 q 는 보존형의 유동변수벡터(conservative variable vector), f_j 와 f_{vj} 는 x_j 방향으로 격자속도(grid velocity)를 반영한 비점성 유속벡터(inviscid flux vector)와 점성 유속벡터(viscous flux vector)를 나타낸다[12]. 지배방정식을 공간이산화 하기 위해 격자중심 유한체적법을 사용하였다. Roe의 FDS (Flux Difference Splitting) 기법과 3차 정확도 MUSCL 기법을 사용하여 격자 경계면에서의 비점성 유속(inviscid flux)을 계산하였으며 점성 유속의 경우에는 중심차분을 사용하였다. 비정상 유동의 시간정확성을 얻기 위해서 이중 시간 전진법(dual time stepping)을 사용하였고[12], 가상시간에서 정상해를 구하기 위해 DADI 기법(Diagonalized ADI)을 사용하였다. 난류 모델은 $k-\omega$ SST 모델을 사용하였다[13].

2.2 천이모델

실험과 난류경계층에 대한 경험적 상관관계를 이용하여 모든 천이 현상을 국부변수(local variable)로 기술할 수 있는 방법으로서 Langtry and Menter에 의해 정식화된 천이모델을 적용하였다[10,11]. 경험식을 적용하지 않은 Intermittency 전달 방정식과 생성항은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

$$P_{\gamma 1} = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (3)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (4)$$

여기서, 천이의 생성을 표현하는 식 (3)은 스트레인(strain-rate)의 함수이며, 천이소멸을 나타내는 식 (4)는 와류(vorticity) 강도의 함수이다. 생성항의 각 계수 값은 모두 운동량 두께 레이놀즈수의 함수이며, 다음과 같은 전달 방정식을 풀어 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \tilde{R}e_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{R}e_{\theta t})}{\partial x_j} \\ & = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

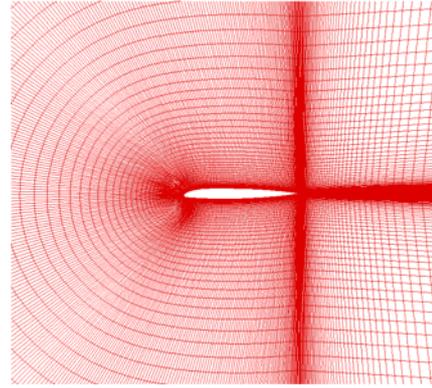


Fig. 1 C-Type grid (481×121)

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \tilde{R}e_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (6)$$

식 (6)의 생성항은 경계층 바깥 영역에서 전달된 스칼라 $\tilde{R}e_{\theta t}$ 와 해당지점의 값인 $Re_{\theta t}$ 가 일치하도록 유도하는 항이다. $F_{\theta t}$ 는 자유류에서 0의 값을 가지고 경계층에서는 1의 값을 가진다. $Re_{\theta t}$ 는 자유류 유동조건과 경계층 운동량 두께에 기초한 레이놀즈수로서, 국부난류강도(local turbulent intensity), T_u 와 표면 압력구배(pressure gradient), λ_θ 에 관한 경험식으로부터 결정한다.

$$\lambda_\theta = \frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds} \quad (7)$$

$$T_u = 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{ds} \quad (8)$$

자유류 난류운동에너지가 10^6 이 되도록 T_u 를 결정하였다. 자세한 수식은 참고문헌 [11]을 참고하기 바란다.

3. 결 과

3.1 계산 조건 및 격자

로터블레이드의 동적 실속에 대한 독일 DLR 실험결과 및 해석결과[7,14]가 존재하는 OA209 익형을 사용하였다. 벽면에서 레이놀즈수를 고려하여 y^+ 가 1 이하가 되도록 첫 번째 셀 간격은 2.5×10^6 을 사용하였으며 격자 형태는 C-Type이다. 아래 Fig. 1은 사용한 격자를 나타낸 것으로 기준 격자의 격자 점 수는 481×121(57,600)이다.

유동조건은 $M=0.31$, $Re=1.15 \times 10^6$ 이고 진동하는 익형의 피칭(pitching) 각[14]과 환산 주파수(reduced frequency)는 다음과 같이 정의한다.

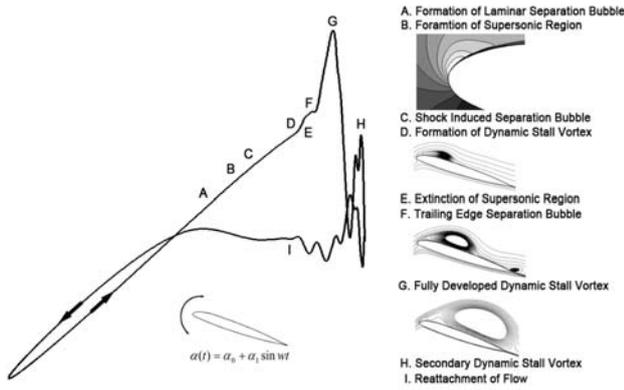


Fig. 2 Procedure of dynamic stall

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \sin wt \tag{9}$$

$$w^* = wc / U_\infty = 2\pi fc / U_\infty \tag{10}$$

여기서 문제에 따라 피칭각 및 환산주파수를 아래 Table 1과 같이 구분하였다. 총 4번의 사이클(cycle)을 계산한 후, 충분히 수렴 된 마지막 사이클의 계산 결과를 사용하게 되며 각 사이클 당 약 2,000번의 계산을 수행한다. 이때, Case2의 무차원 시간 간격은 0.0625이다. 격자의 강체회전(rigid rotation)을 통해 피칭운동을 주었으며, 각 시간에서 수렴해를 얻기 위한 계산반복(sub iteration)의 최대 횟수는 500으로 수렴에 충분한 값을 주었다.

3.2 동적실속 과정

실험결과에의 기술에 앞서 진동하는 익형에서의 물리적 현상에 대해 간략히 설명하고자 한다. Fig. 2는 진동하는 익형의 히스테리시스 루프(hysteresis loop)를 나타낸 것으로 받음각이 증가함에 따라 우선 익형 앞전에서 층류박리거품(A)이 발생하게 된다. 유동 조건과 익형에 따라 차이가 있지만 익형의 받음각이 더욱 증가함에 따라 익형 앞전에서 유동의 속도가 음속에 도달(sonic condition)하게 되면 초음속 영역[5]이 발생(B) 하고 이것이 심화 되면 충격파에 의한 박리(C)가 발생한다. 이후 동실속 와류(dynamic stall vortex, D)가 형성되고 발달하기 시작하며 동실속 와류가 익형 앞전까지 미치게 되면 초음속 영역의 소멸(E)이 일어난다. 이 동실속 와류가 최대로 발달(G)하고 익형 표면에서 떨어져 나가게 되면 급격한 공력 계수의 변화가 나타나게 된다. 그리고 문제의 조건에 따라 동

Table 1 Pitching conditions

Test cases	α_0	α_1	w^*
Case1	9.8°	9.1°	0.05
Case2	9.8°	10.3°	0.025

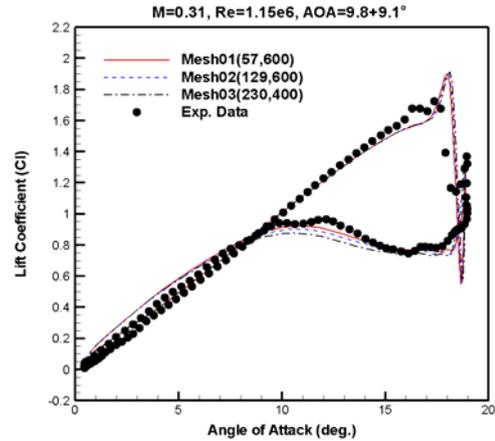


Fig. 3 Grid convergence

실속 와류의 발생이 재차 이루어지는(H) 경우도 존재하며 받음각이 감소하기 시작하면 익형 윗면 유동의 재부착(reattachment)이 이루어지기 시작한다(I).

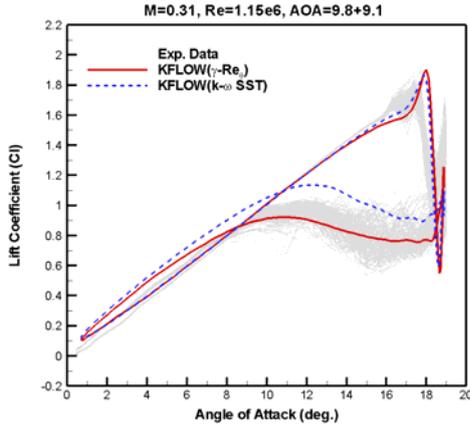
진동하는 익형의 경우 이러한 일련의 과정이 반복되어 히스테리시스 루프라는 독특한 형태의 공력 계수 변화를 그림과 같이 나타나게 된다.

3.3 격자 수렴도

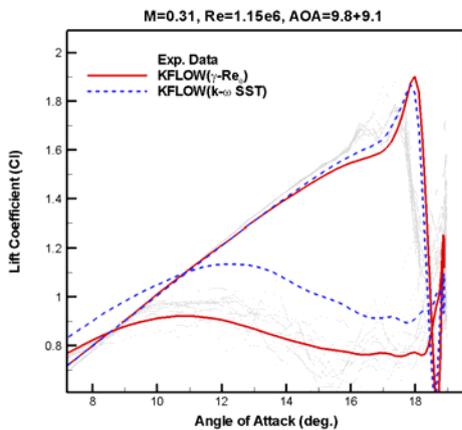
사용한 격자의 타당성 확인을 위해 격자에 따른 결과를 Fig. 3과 같이 확인하였다. 이때의 계산 조건은 Case1이며 $\alpha_1 = 9.1$, $w^* = 0.05$ 이다. 기준 격자(57,600) 보다 조밀한 격자들의 결과들을 살펴보았을 때 동실속 와류가 발달이 진행되는 구간에서는 유의미한 차이를 보이지 않고 있는 모습을 보인다. 익형의 유동이 재부착 되는 구간에서는 격자가 조밀해짐에 따라 익형 윗면에서 발생하는 작은 박리들의 포착 시점에 따라 재부착 시점 역시 약간의 차이를 보이고 있으나 큰 영향은 없는 것으로 판단되었다. 따라서 기준 격자가 진동하는 익형의 해석을 위한 충분한 조밀성을 확보하고 있는 것으로 보이며 이후 결과들은 모두 기준 격자를 사용하여 해석을 수행하였다.

3.4 계산결과

Case 1의 계산 조건은 비교적 깊은 실속(deep stall) 케이스로 동실속 와류의 발달이 뚜렷하게 보이는 경우이다. Fig. 4(a)는 양력 변화를 나타낸 것으로 계산 결과들이 실험값에 비해 동실속 와류가 최대로 발달하는 시점 및 값의 차이가 존재하고 있으나 전체적으로 실험값의 경향성은 잘 따라가고 있는 것으로 보인다. 하지만 동실속 와류가 발달하는 과정과 재부착 과정에서 천이와 완전난류간의 해석 결과의 차이가 발생하고 있다.



(a)



(b)

Fig. 4 Lift coefficient (C_l), case1

위에서 언급한 천이와 완전 난류 결과의 차이를 보다 상세하게 살펴보기 위하여 Fig. 4(b)에 확대한 그림을 나타내었으며 이때 보다 정확한 실험결과의 해석을 위해 실험값의 일부 사이클만을 표기하였다.

완전난류의 경우 동실속 와류 발달 구간에서 실험값에 보다 가까이 근접해 있는 모습을 볼 수 있다. 하지만 이러한 결과가 천이 해석의 타당성을 약화 시키는지에 대해 생각해 볼 필요가 있다. 우선 이 영역에서 실험값의 변화를 살펴보면 받음각 14° 이후에 실험값들은 각 사이클에 대해 변동 폭이 커지기 시작하는 모습을 보이고 있으며 이를 통해 익형 주위의 유동의 불안정성이 커지기 시작한다고 생각할 수 있다. 또한 공력 계수가 정점(peak)까지 도달하는데 있어 점진적으로 증가하지 않고 경우에 따라 오히려 감소하는 모습도 찾아 볼 수 있다. 이러한 현상들로부터 동실속 와류의 발달은 단일 와류의 발달로는 보기 힘들며 익형 윗면에서는 보다 복잡한 유동구조가 나타난다고 판단할 수 있다. 여기서 천이 유동 해석 결과를 다시 살펴보면 공력 계수가 정점까지 도달하는데 있

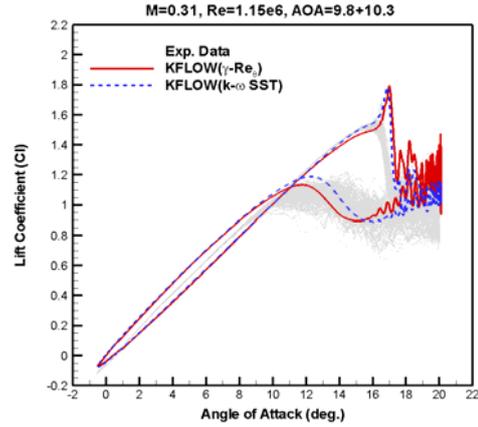


Fig. 5 Lift coefficient (C_l), case2

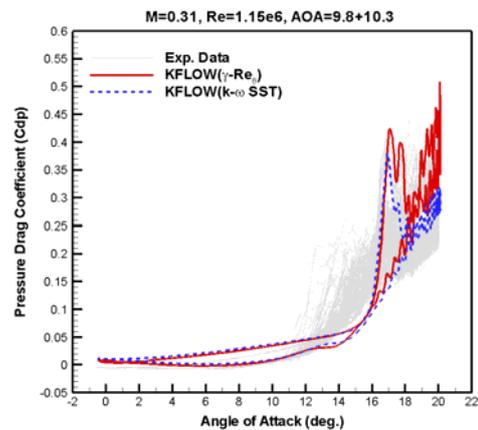


Fig. 6 Pressure drag coefficient (C_{dp}), case2

어 완전난류의 변화와 비교하여 보다 실험값에 가까운 경향성을 나타내고 있음을 알 수 있다.

공력 계수가 정점에 오른 이후의 결과를 살펴보면, 두 계산 결과 모두 실험값에 비해 강한 동실속 와류를 예측하였고 동실속 와류의 분리 이후 공력 계수의 변화폭도 크게 나타났다. 천이의 경우 두 번째 정점을 완전난류 조건에 비해 크게 잡고 있으며 이로 인해 실험의 경향성에 더욱 근접하고 있음을 확인할 수 있다. 이후 재부착 영역에서 완전난류의 경우 실험에 비해 익형 윗면의 유동 재부착이 실험에 비해 급격하게 이루어지는 것으로 볼 수 있다.

지금까지 공력 계수의 해석 결과들로부터 천이 해석이 난류에 비해 실제 물리 현상을 보다 가깝게 묘사하는 것으로 판단할 수 있다. 이러한 차이를 좀 더 살펴보기 위해, Case1에 비해 환산 주파수가 작고 실속이 보다 빨리 일어나는 Case2의 결과와 비교하고자 한다.

Fig. 5, 6의 양력 및 압력 항력 계수를 살펴보면 Fig. 4의 Case1과 마찬가지로 완전난류의 결과가 동실속 와류의 발달

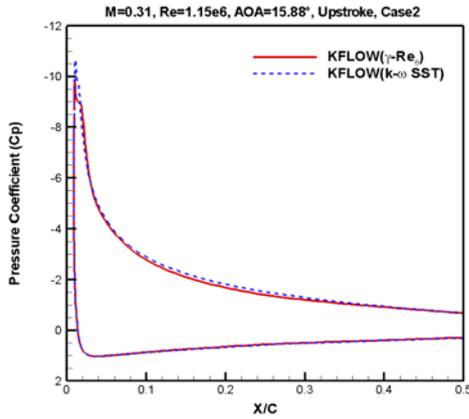


Fig. 7 Pressure coefficient (C_p), case2, $\alpha=15.88^\circ$

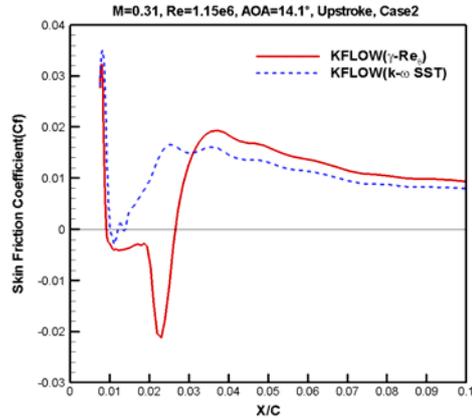


Fig. 9 Skin friction coefficient (C_f), case2, $\alpha=14.1^\circ$

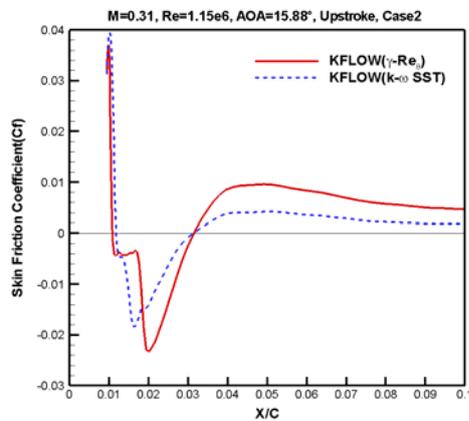


Fig. 8 Skin friction coefficient (C_f), case2, $\alpha=15.88^\circ$

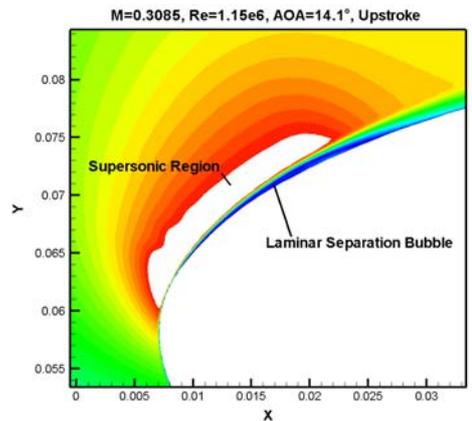


Fig. 10 Mach No. contour, case2, $\alpha=14.1^\circ$

과정 및 재부착 영역에서 양력계수를 천이 예측에 비해 높게 예측하고 있다. 또한, 박리 구간 및 재부착 영역을 살펴보았을 때 천이 해석의 경우 동실속 외류의 분리 이후 익형 윗면의 유동 재부착이 잘 이루어지지 않고 지속적인 박리가 유지되고 있음을 볼 수 있다.

우선 동실속 외류가 발달하는 영역에서 두 해석 결과의 양력 및 압력 항력 차이가 발생하는 원인을 살펴보고자 한다. Fig. 7, 8은 Case2의 받음각 15.88° 에서 압력 계수와 표면마찰 계수를 나타낸 것이다. 압력 계수를 보면 완전난류가 천이에 비해 익형 윗면에서 보다 작은 값을 가지고 있으며 이러한 현상이 발생하는 이유는 Fig. 8의 마찰계수에서 찾을 수 있다. 그림을 통해 익형 앞전에서 천이와 완전난류의 박리의 형태가 다소 다르고 그 강도 또한 차이가 존재하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 익형 앞전의 박리 특성의 차이로 인하여 익형 윗면의 압력 계수의 차이를 가져오게 되며 전체 공력 계수에 영향을 주게 된다.

받음각 14.1° 의 마찰계수 분포도를 나타낸 Fig. 9를 보면,

익형 앞전에서 천이와 완전난류의 박리 차이를 Fig. 8의 받음각 15.88° 결과에 비해 보다 명확하게 확인할 수 있었다. 이러한 박리 예측의 차이는 천이 모델에 의한 층류박리거품(Laminar Separation Bubble) 예측 여부 때문이다. 앞선 3.2에서 언급한 것과 같이 비교적 저 받음각에서 층류박리거품의 생성이 시작되기 때문에 Fig. 7과 동일한 형태로 압력 계수의 차이가 발생하고 공력 계수에 영향을 미치게 된다. 결국 Fig. 4, 5에서 나타나는 천이의 보다 빠른 양력 계수 기울기의 감소는 층류박리거품 때문으로 볼 수 있다.

그러나 완전난류의 경우 층류박리거품을 예측하지 못하는 데도 불구하고 Fig. 8과 같이 익형 앞전에서 박리 영역이 포착되었는데 이것은 충격파에 의한 박리(shock induced separation)때문으로 볼 수 있다. Fig. 10은 받음각 14.1° 의 마하수 등고선도(contour)를 나타낸 것으로 익형 앞전에서 피칭 운동과 곡률이 큰 형상으로 인해 유동이 가속되어 국부적 초음속 영역이 형성된다[5]. 이 단계에서는 충격파에 의한 박리는 발생하지 않고 있으나 받음각의 증가에 따라 충격파에 의

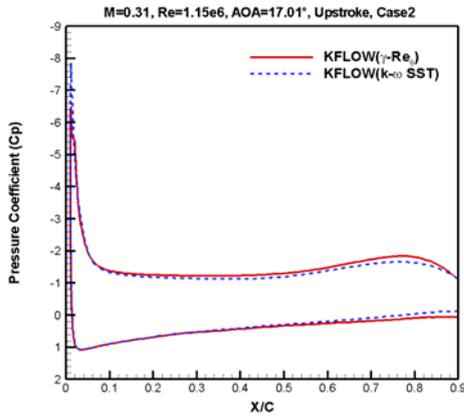


Fig. 11 Pressure coefficient (C_p), case2, $\alpha=17.01^\circ$

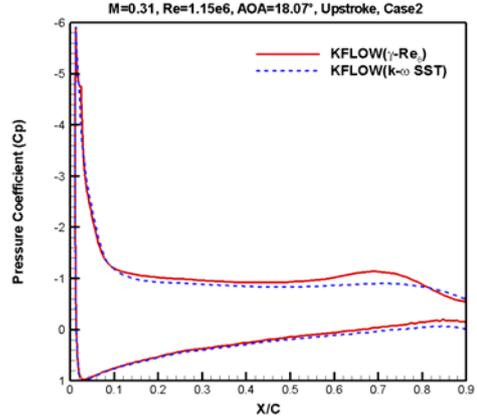


Fig. 13 Pressure coefficient (C_p), case2, $\alpha=18.07^\circ$

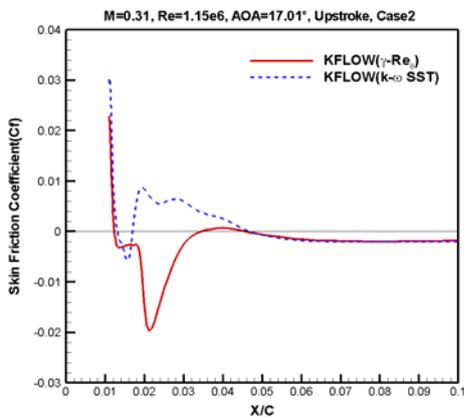


Fig. 12 Skin friction coefficient (C_f), case2, $\alpha=17.01^\circ$

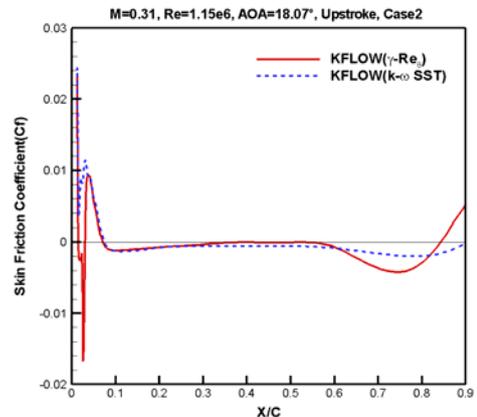


Fig. 14 Skin friction coefficient (C_f), case2, $\alpha=18.07^\circ$

한 박리가 발생하고 이것이 점차적으로 증가하게 된다. Fig. 8의 표면마찰계수에서 나타난 완전난류의 박리 영역은 초음속 영역에서 발생한 충격파와 박리이며 충격파와 박리의 증가로 인하여 시점의 차이는 있지만 천이와 유사한 형태의 양력 계수 기울기 감소가 나타난다. 층류박리거품 및 충격파에 의한 박리 모두 익형 앞전의 비교적 작은 영역에서 발생하는 박리 거품이지만 전체 유동장에 영향을 주고 이것이 결국 공력 계수에 영향을 미친다는 것을 확인할 수 있었다.

동실속 외류가 최대 발달한 영역에서의 압력, 마찰 계수를 살펴보기 위해 받음각 17.01° 에서의 압력 계수와 익형 윗면 앞전의 마찰 계수 분포를 Fig. 11, 12에 도시하였다. 동실속 외류가 발생하여 익형 윗면 대부분에서 음수의 마찰계수를 가지고 있음을 볼 수 있다. 완전난류 계산의 경우 충격파와 박리가 소멸되어 앞전에서의 박리 영역이 줄어들면, 천이 유동의 경우 충격파와 박리와 관계없이 앞전 층류박리거품을 예측하고 있음을 알 수 있다. 층류박리거품의 지속적인 예측은 두 번째 동실속 외류의 보다 빠른 생성을 도울 수 있으며,

그 결과 Case 1 (Fig. 4b)에서 나타나는 두 번째 정점이나 Case2 (Fig. 5)의 완전난류에 비해 상대적으로 높은 양력 계수의 원인이 된다.

마지막으로 박리 영역에서 결과를 확인해 보았다. Fig. 13, 14는 받음각 18.07° 에서의 압력 및 마찰 계수를 나타낸 것으로 앞선 결과들과 마찬가지로 천이 및 완전난류의 결과가 차이가 있음을 확인할 수 있다. 완전난류의 경우 익형 앞전에서 박리가 발생하지 않고 있으며 $X/C=0.1$ 이후에 익형 전체적으로 박리가 진행되고 있다. 이와 다르게 천이 모델의 결과에서는 익형 앞전에서 앞의 결과들과 동일하게 박리가 존재하고 있으며 익형 뒤쪽에서 완전난류에 비해 강한 박리거품이 존재하고 있다. 결과적으로 이러한 유동특성 차이가 재부착 영역에서의 차이를 가져오고 있음을 추론할 수 있다. 따라서 천이 모델을 통해 익형 앞전의 층류영역을 고려함으로써 좀 더 나은 계산결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 더불어 익형 앞전에서 천이 해석의 층류박리거품 및 충격파에 의한 박리는 전체 익형에서 작은 영역을 차지하고 있으나 전체적인 유동

거동 및 경향성에 큰 영향성을 미치는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

천이 전달방정식을 이용하여 진동하는 익형의 해석을 수행하였다. 계산 결과들이 층류박리거품과 충격파의 존재 등 기존 실험 결과의 경향성을 잘 따라가고 있음을 확인하였고, 이를 통해 진동하는 익형 문제에서 천이 전달 방정식의 유용성을 검증하였다. 주요 받음각에서의 해석을 통하여 익형 윗면의 동실속 와류의 발달 과정을 확인할 수 있었으며 이는 기존의 동적실속 연구결과와도 부합한다.

층류박리거품을 동반한 천이 해석으로 인하여 동실속 와류 발달의 경향성, 박리 영역 그리고 유동 재부착 영역에서 실제적인 물리현상의 모사가 잘 이루어졌다. 특히 박리 영역 및 재부착 영역에서는 완전난류에 비해 실험의 경향성을 더 잘 따라가고 있음을 확인하였다. 천이에 의한 층류박리거품의 예측이 중요한 낮은 레이놀즈수 영역에서는 천이 현상의 고려가 중요할 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 미래창조과학부 첨단 사이언스 교육 허브 개발사업(NRF-2011-0020560) 지원으로 수행되었습니다.

References

- [1] 1956, Rainey, A.G., "Measurement of Aerodynamic Forces for Various Mean Angles of Attack on an Airfoil Oscillation in Pitch and on Two Finite-Span Wings Oscillation in Bending with emphasis on Damping in the Stall," *NACA Technical Note 3643*.
- [2] 1977, Dadone, L.U., "Two-Dimensional Wind Tunnel Test of an Oscillating Rotor Airfoil," *NASA Contractor Report 2914*.
- [3] 1978, McAlister, K.W., Carr, L.W. and McCroskey, W.J., "Dynamic Stall Experiments on the NACA 0012 Airfoil," *NASA Technical Paper 1100*.
- [4] 1981, McCroskey, W.J., "The Phenomenon of Dynamic Stall," *NASA Technical Memorandum 81264*.
- [5] 1996, Carr, L.W. and Chandrasekhara, M.S., "Compressibility Effects on Dynamic Stall," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.32, pp.23-573.
- [6] 1993, Wilder, M.C., Chandrasekhara, M.S. and Carr, L.W., "Transition effects on compressible dynamic stall of transiently pitching airfoils," *AIAA, 24th Fluid Dynamics Conference*.
- [7] 1997, Geissler, W., Chandrasekhara, M.S., Platzer, M. and Carr, L.W., "The Effect of Transition Modeling on the Prediction of Deep Dynamic Stall," *7th Asian Congress of Fluid Mechanics*.
- [8] 1907, Orr, W.M.F., "The Stability or Instability of the Steady Motions of a Liquid. Part II: A Viscous Liquid," *Proceedings of the Royal Irish Academy*, Vol.27, No.3, pp.69-138.
- [9] 1986, Drela, M. and Giles, M.B., "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils," *AIAA Journal*, Vol.25, No.10, pp.1347-1355.
- [10] 2006, Menter, F.R., Langtry, R.B. and Volker, S., "Transition Modeling for General Purpose CFD Codes," *Flow Turbulence Combustion*, Vol.77, pp.277-303.
- [11] 2009, Langtry, R.B. and Menter, F.R., "Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes," *AIAA Journal*, Vol.47, No.12, pp.2894-2096.
- [12] 1998, Dubuc, L., Cantariti, F., Woodgate, M., Gribben, B., Badcock, K.J. and Richards, B.E., "Solution of the Unsteady Euler Equations Using an Implicit Dual-Time Method," *AIAA Journal*, Vol.36, No.8, pp.1417-1424.
- [13] 2004, Park, S.H. and Kwon, J.H., "Implementation of Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method," *AIAA Journal*, Vol.42, No.7, pp.1348-1357.
- [14] 2000, Bousman, W.G., "Evaluation of Airfoil Dynamic Stall Characteristics for Maneuverability," *26th European Rotorcraft Forum, The Hague, Netherlands*. pp.239-249.