

비정렬 격자상에서 비압축성 유동해석을 위한 음해법에 대한 연구

김민규, 안형택*

울산대학교 조선해양공학부

A STUDY ON IMPLICIT METHOD FOR SOLVING INCOMPRESSIBLE FLOW WITH UNSTRUCTURED MESHES

M.G. Kim and H.T. Ahn*

School of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Ulsan

A new and efficient implicit scheme is proposed to obtain a steady-state solution in time integration and the comparison of characteristics with the approximation ways for the implicit method to solve the incompressible Navier-Stokes equations is provided. The conservative, finite-volume cell-vertex upwind scheme and artificial compressibility method using dual time stepping for time accuracy is applied in this paper. The numerical results obtained indicate that the direct application of Jacobian matrix to the Lower and upper sweeps of implicit LU-SGS leads to better performance as well as convergence regardless of CFL number and true time step than explicit scheme and approximation of Jacobian matrix. The flow simulation around box in uniform flow with unstructured meshes is demonstrated to check the validity of the current formulation.

Key Words : 비압축성 Navier-Stokes equations(Incompressible Navier-Stokes Equations), 비정상유동(Unsteady Flow), 가상 압축성(Artificial Compressibility), 내재적 LU-SGS(Implicit LU-SGS Method), 비정렬 격자(Unstructured Meshes)

1. 서론

비압축성 Navier-Stokes 방정식에 대해 수치적으로 풀기 위해 현재까지도 많은 연구와 새로운 방법들이 고안되고 있다. 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 비압축성에서 요구되는 강제화를 극복하기 위한 두 가지 주요 접근 방법으로는 압력 보정 방법(pressure correction method)과 가상 압축성 방법(artificial compressibility method)[1-3]이 있다.

본 논문에서는 비정상(unsteady) 문제를 풀기 위해 이중시간 전진법(dual-time stepping)과 내재적 LU-SGS (Implicit Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel method)을 사용하였다. LU-SGS 법은 Jameson and Turkel[4]의 연구에서 내재적 연산자의 분해를 통하여 풀고자하는 방법에서 시작되었다. 이후 이러한 방법이 Jameson and Yoon[5]에 의해 음해법(Implicit

schemes)에서의 완화법(relaxation method)으로 소개되었으며 이후 이에 대한 연구가 진행되고 있다[6,7].

본 연구에서 비교 목적으로 사용한 다단계(multistage) Runge-Kutta 방법과 같은 양해법(Explicit scheme)은 일반적으로 단순하고 적용하기 쉬우며 병렬화하기에 유리한 장점을 가지고 있다. 그러나, 큰 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 수나 시간 증분에 대해서 수렴성이 떨어지거나 발산하는 단점을 가지고 있다. 따라서, 정상상태 문제의 수렴도를 가속화 시키거나 상대적으로 큰 시간 증분을 사용하여 비정상 프로그램의 효율을 높이고자 일반적으로 음해법이 널리 사용되어진다.

그러나, 내재적 LU-SGS에 대한 대부분의 연구에서는 자코비안 행렬(Jacobian matrix)의 근사[8,9]를 기초를 두고 있는데 내재적 연산자의 근사를 통해 LU-SGS의 기본 개념에서 발생하는 자코비안 행렬의 계산의 복잡함과 저장을 완전히 제거할 수 있기 때문이다.

본 연구에서는 시간 적분에 있어서 양해법으로 기존 개발한 5-stage Runge-Kutta 프로그램과 기존 자코비안 행렬의 근사 방법을 비교하고 내재적 LU-SGS에 직접 자코비안 행렬을 적용하는 새롭고 효율적인 방법을 제안한다.

Received: July 20, 2013, Revised: March 17, 2014,

Accepted: March 17, 2014.

* Corresponding author, E-mail: htahn@ulsan.ac.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2014.19.1.027>

© KSCFE 2014

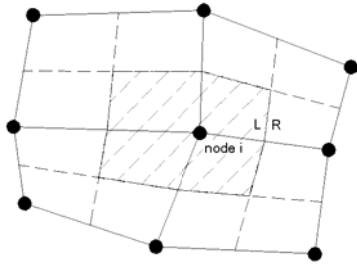


Fig. 1 Node-duals in two dimensions

끝으로, 새롭게 제안된 방법의 타당성을 확인하기 위해 비정렬 격자를 이용하여 균일류(uniform flow)에서의 사각형 주위의 유동해석을 하였다.

2. 지배방정식 및 공간 이산화

2.1 지배방정식

임의의 경계를 가지는 닫힌 제어 체적에 대해 비압축성 유동의 질량 및 운동량 보존 법칙을 적분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\int_S \rho \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{V} dV + \int_S \rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (2)$$

여기서 \mathbf{V} 는 유체의 속도 벡터, $\hat{\mathbf{n}}$ 는 제어 체적에 대한 법선 벡터, 그리고 $\boldsymbol{\sigma}$ 는 압력(P)으로 나타내어지는 수직응력과 전단력(τ_{ij})으로 구성되어지는 다음과 같은 응력 텐서이다.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3)$$

가상 압축성 방법(artificial compressibility method)은 Chorin [10]에 의해 정상상태에 대해서 처음 소개되었으며 이후 비정상 문제에 대해서 time-accurate 식으로 확장되었다. 본 time-accurate 식은 아래와 같이 Belov et al.[11]에 의해 처음 제시된 이중시간 전진법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} P \frac{d}{dt^*} \int_V Q dV + \frac{d}{dt} \int_V U dV + \int_S (F_V \hat{\mathbf{i}} + G_V \hat{\mathbf{j}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \\ = \int_S (F_V \hat{\mathbf{i}} + G_V \hat{\mathbf{j}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 P 는 연속방정식에서 예조건자(pre-conditioner) 역할

의 가상 압축 변수(β)를 포함하는 대각행렬, Q 는 시스템 방정식에서의 미지수 벡터, U 는 보존변수 벡터, F_I 와 G_I 는 이차원 대류 플럭스(convective flux) 벡터, F_V 와 G_V 는 점성 플럭스(viscous flux) 벡터를 나타내며 각각 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$P = \begin{pmatrix} 1/\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} p \\ u \\ v \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \end{pmatrix},$$

$$F_I = \begin{pmatrix} u \\ uu+p \\ vu \end{pmatrix}, \quad G_I = \begin{pmatrix} v \\ uv \\ vv+p \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$F_V = \frac{1}{Re} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad G_V = \frac{1}{Re} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$$

가상 압축성 변수의 제곱근($\sqrt{\beta}$)은 가상 압력의 속도를 나타내고 또한 가상 음속(artificial speed of sound)의 크기를 조정함으로써 고유값(eigenvalue)의 분산을 최소화 시키는 개념으로 전체적인 수렴도에 영향을 준다.

2.2 공간 이산화

유한체적법의 공간 이산화에 대해서 Fig. 1과 같이 격자점 중심 이중 체적(node-centered median dual volume)을 사용했으며 플럭스에 대한 계산 방법은 edge-based 알고리즘[12]을 사용하였다. 격자점 주위에 빗금으로 표시된 부분은 2차원에서의 이중 격자(node-dual)를 나타낸다. 이중 격자는 모서리(edge)의 중심과 가운데 있는 격자점을 공유하는 셀(cell)의 중심으로 정의되는 선을 연결함으로써 구성되어진다. Fig. 1에서 L과 R은 이중 격자 경계의 왼쪽과 오른쪽을 나타내며 모서리는 이중 격자에 대한 바깥 방향을 지시하는 것으로 가정하였다.

본 연구에서 time-accurate 식은 먼저 기술하였듯이 이중 시간 전진법이라고 불리는 두 가지 다른 시간 전진법을 포함하는데 물리적 시간(true or physical time, t)과 pseudo 시간(t^*)에 대해서 이중으로 전진하는 방법이다. 이중 시간 방법은 Jameson[13]에 의해 국부적인 시간 전진법(local time-stepping)과 다중격자(multigrid)방법을 이용한 multistage 양해법에 처음으로 적용되었는데 이러한 접근법은 일반적인 양해법에 있어서 물리적 시간 간격에 제한이 없다는 장점이 있다.

물리적 시간에 대한 미분항은 이차 후방 차분으로 이산화하고 pseudo 시간에 대한 미분항은 비교 목적으로 도입된 다단계 Runge-Kutta 같은 양해법이나 본 논문의 주요 연구부분인 LU-SGS와 같은 음해법을 이용하여 계산할 수 있다.

노드 i 에 대해서, 식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P \frac{d}{dt^*} (Q_i V_i) + \frac{d}{dt} (U_i V_i) + C_i(Q) = V_i(Q) \quad (6)$$

여기에서 $C_i(Q)$ 는 아래와 같은 Roe의 기법(Roe's approximate Riemann solver)[14]을 사용한 풍상차분법(upwind scheme)을 이용하여 계산되어진 대류 플럭스를 나타낸다.

$$f_{upwind} = \frac{1}{2}(f(Q_L) + f(Q_R)) + \frac{1}{2}[\hat{A}(Q_R, Q_L)](Q_L - Q_R) \quad (7)$$

$V_i(Q)$ 는 점성 플럭스로 아래 $\partial u / \partial x$ 에 대한 예와 같이 단일 edge-loop를 바탕으로 edge-dual을 사용하여 속도 구배를 계산하여 구한다.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e = \frac{\oint_1 un_x dS + \oint_2 un_x dS}{V_1 + V_2} \quad (8)$$

따라서 풀고자 하는 시스템 식 (6)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt^*} (Q_i V_i) + P^{-1} R_i^*(Q) = 0 \quad (9)$$

여기에서 비정상 잔차(residual) $R_i^*(Q)$ 는 아래의 식과 같다.

$$R_i^*(Q) = \frac{3}{2\Delta t} (U_i^{n+1} V_i^{n+1}) - \frac{2}{\Delta t} (U_i^n V_i^n) + \frac{1}{2\Delta t} (U_i^{n-1} V_i^{n-1}) + R_i(Q) \quad (10)$$

비정상 잔차는 이차 후방차분법으로 이산화한 물리적 시간 항과 모든 플럭스 항을 포함하는 다음과 같은 정상 잔차의 합이다.

$$R_i(Q) = C_i(Q) - V_i(Q) \quad (11)$$

3. LU-SGS 음해법

Pseudo 시간에 대한 정상상태의 해를 구하기 위해 식 (9)는 연속방정식에 시간 미분항이 없으므로 P^{-1} 를 제거한 후에 다음과 같은 이산화 식으로 쓸 수 있다.

$$V_i \frac{\Delta Q_i^n}{\Delta t^*} = -R_i^{*n+1} \quad (12)$$

Pseudo 시간에서의 전진 문제는 미지수 벡터인 Q_i 가 충분한 정확도를 가지면 (일반적으로 잔차 R_i^* 가 적절한 크기까지 줄어들 때까지) 다음 시간 단계의 Q_i^{n+1} 로 근사화 된다.

식 (12)는 다음과 같은 식으로 선형화 할 수 있다.

$$V_i \frac{\Delta Q_i^n}{\Delta t^*} = -(R_i^{*n} + \frac{\partial R_i^{*n}}{\partial Q} \Delta Q_i^n) \quad (13)$$

여기에서 R_i^* 는 정상문제에서는 0에 가깝게 수렴하며 비정상 유동의 시간에 따른 시간 이력을 보이게 된다. 모든 노드에 대한 식은 다음과 같은 후방 오일러 방법의 델타 식으로 표현 할 수 있다.

$$A \Delta Q = -R^* \quad (14)$$

여기에서 A는 다음과 같은 자코비안 행렬이다.

$$A = \frac{V}{\Delta t^*} I - \frac{\partial R^*}{\partial Q} \quad (15)$$

단순화된 플럭스 함수를 이용하여 아래 식처럼 좌변 자코비안 행렬을 구한다.

$$R_i^*(Q_i, Q_j, n_{ij}) = \frac{1}{2}(F(Q_i, n_{ij}) + F(Q_j, n_{ij})) - \frac{1}{2}|\lambda_{ij}|(Q_j - Q_i) \quad (16)$$

스펙트럼 반경(spectral radius, λ_{ij})은 다음과 같다.

$$\lambda_{ij} = |V_{ij} \cdot n_{ij}| + C_{ij} + \frac{2}{Re|x_j - x_i|} \quad (17)$$

여기에서 V_{ij} 는 속도 벡터, n_{ij} 는 셀이 만나는 점선 또는 접선면에서의 단위벡터이며, C_{ij} 는 다음과 같이 정의되는 가상 음속이다.

$$C_{ij} = \sqrt{u_n^2 + \beta} \quad (18)$$

Edge-based 데이터 구조를 이용하여 식 (15)의 자코비안 행

렬은 lower, upper 그리고 diagonal 형태로 표현할 수 있다.

$$A = L + U + D \quad (19)$$

여기에서 L, U, D 는 다음과 같다.

$$U_{ij} = \frac{1}{2} (J(Q_j, n_{ij}) - |\lambda_{ij}| I) s_{ij} \quad (20)$$

$$L_{ij} = \frac{1}{2} (-J(Q_i, n_{ij}) - |\lambda_{ij}| I) s_{ij} \quad (21)$$

$$D_{ij} = \frac{V_i}{\Delta t} I + \frac{1}{2} \sum_j (J(Q_i, n_{ij}) - |\lambda_{ij}| I) s_{ij} \quad (22)$$

상기 식들에서 자코비안 행렬은 다음과 나타낼 수 있다.

$$J(Q_i, n_{ij}) = \frac{\partial F(Q_i, n_{ij})}{\partial Q_i}, \quad J(Q_j, n_{ij}) = \frac{\partial F(Q_j, n_{ij})}{\partial Q_j} \quad (23)$$

3.1 Jacobian 행렬 근사-State Vector Update Product

내재적 LU-SGS 방법은 수치적으로 적용하기에 복잡하지 않고 양해법에 비교해서 상대적으로 적은 컴퓨터의 기억 용량을 요구하기 때문에 널리 사용되고 있다.

LU-SGS 근사적인 분해(factorization)는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$(D+L)D^{-1}(D+U)\Delta Q = -R^* + (LD^{-1}U)\Delta Q \quad (24)$$

식 (24)의 우변의 마지막 항을 무시하고 현재 시간 단계에서 자코비안 행렬을 직접 적용하지 않고 선형화한다고 가정한다고 하면 하기 식과 같이 쓸 수 있다.

$$J\Delta Q = \frac{\partial F}{\partial Q}\Delta Q \approx \Delta F = F(Q+\Delta Q) - F(Q) \quad (25)$$

자코비안 행렬과 미지수 벡터의 곱으로의 접근 방법(matrix-free approach)을 플럭스 벡터의 증분으로 근사한다는 개념은 처음 Sharov and Nakahashi[15]에 의해 소개되었으며 이후 많은 연구에서 동일하게 사용되어 오고 있다.

전방 스윕(forward sweep)과 후방 스윕(backward sweep)은 다음과 같은 식들로 표현될 수 있다.

전방 스윕 :

$$\Delta Q_i^* = D^{-1}[-R_i^* - \frac{1}{2} \sum_{j:j \in L(i)} (\Delta F_j^* - \lambda_{ij} \Delta Q_j^*) s_{ij}] \quad (26)$$

후방 스윕 :

$$\Delta Q_i = \Delta Q_i^* - D^{-1} \frac{1}{2} \sum_{j:j \in U(i)} (\Delta F_j^* - \lambda_{ij} \Delta Q_j^*) s_{ij} \quad (27)$$

여기에서 대각 행렬은 다음과 같다.

$$D = \frac{V_i}{\Delta t} I + \frac{1}{2} \sum_j (|\lambda_{ij}| s_{ij}) I \quad (28)$$

3.2 Jacobian 행렬 직접 대입

본 논문은 3.1절의 자코비안 행렬의 근사방법과 다르게 내재적 LU-SGS에 직접 자코비안 행렬을 적용하는 방법을 제안하고 이에 대해 연구를 추가 진행하였다.

비점성 플럭스 벡터에서 점성 자코비안 행렬을 스펙트럼 반경에 의해 간단히 근사화하면 식 (16)에 대한 플럭스 벡터의 선형화 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial R_i^*}{\partial Q_i} = \frac{1}{2} (J(Q_i) + |\lambda_{ij}| I) \quad (29)$$

$$\frac{\partial R_i^*}{\partial Q_j} = \frac{1}{2} (J(Q_j) + |\lambda_{ij}| I) \quad (30)$$

여기에서 자코비안 행렬($J = \partial F / \partial Q$)은 이차원 비점성 플럭스에 대해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \frac{\partial f_1}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \frac{\partial f_2}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_1} & \frac{\partial f_3}{\partial q_2} & \frac{\partial f_3}{\partial q_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \beta n_x & \beta n_y \\ n_x u_n + u n_x & u n_y \\ n_y v n_x & u_n + v n_y \end{pmatrix} \quad (31)$$

여기에서 u_n 은 다음과 같다.

$$u_n = u n_x + v n_y \quad (32)$$

그러므로, 자코비안 행렬을 직접 적용하게 되면 대각 행렬은 다음 식과 같이 된다.

$$D = \frac{V_i}{\Delta t} I + \frac{1}{2} \sum_j (J(Q_i, n_{ij}) + |\lambda_{ij}| s_{ij}) I \quad (33)$$

그리고 전방 스윕과 후방 스윕 또한 다음 식처럼 바뀐다.

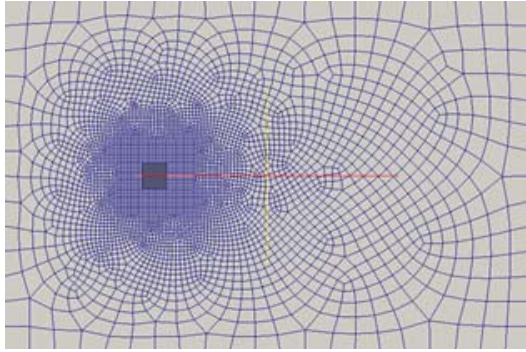


Fig. 2 Grid distribution around the box

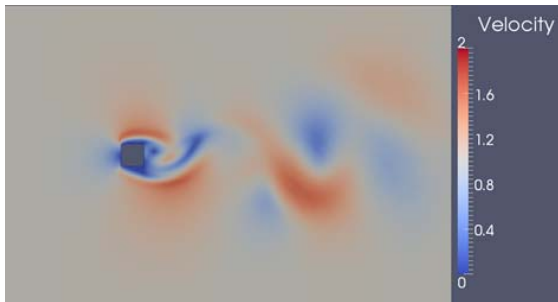


Fig. 3 Velocity contour around box in uniform flow (true time = 60)

전방 스윕 :

$$\Delta Q_i^* = D^{-1} [-R_i^* - \frac{1}{2} \sum_{j:j \in L(i)} (\mathcal{J}(Q_j) \Delta Q_j^* - \lambda_{ij} \Delta Q_j^*) s_{ij}] \quad (34)$$

후방 스윕 :

$$\Delta Q_i = \Delta Q_i^* - D^{-1} \frac{1}{2} \sum_{j:j \in U(i)} (\mathcal{J}(Q_j) \Delta Q_j - \lambda_{ij} \Delta Q_j) s_{ij} \quad (35)$$

4. 결 과

3.2절과 같이 제안된 방법의 타당성을 확인하기 위해 Re=150에서 비정렬 격자를 이용한 균일류에서의 사각형 주위의 유동 해석을 진행하였다. 계산 격자는 Fig. 2와 같이 나타난 사각형 격자를 사용하였다.

4.1 시간 전진시 수렴도 비교

이중 시간 전진법은 pseudo 정상상태 문제에서 시간 적분에 대해 유도되어진다. 그러므로 이중 시간 전진법의 전체적인 성능은 pseudo 시간에서의 정상상태 해석의 효율에 크게 영향을 받는다. 본 논문의 모든 계산은 pseudo 시간의 내부 반복(sub-iteration)을 80회로 동일하게 하여 비교하였다.

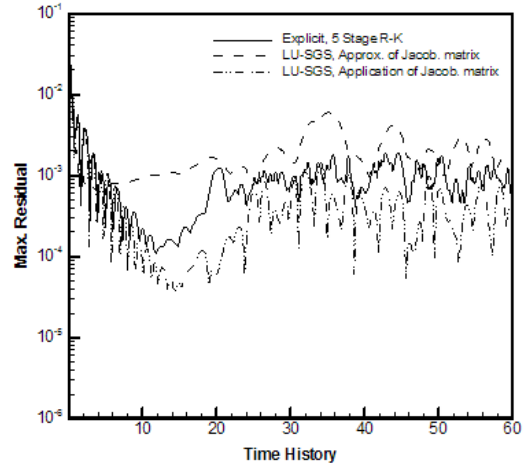


Fig. 4 Convergence history with time integration schemes (true time step = 0.1, CFL = 4)

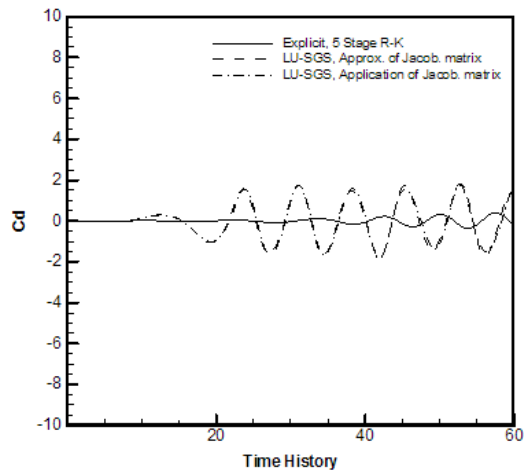


Fig. 5 Drag coefficient history with time integration schemes (CFL = 4)

새롭게 제안된 자코비안 행렬의 직접 적용방법에 따른 효율을 확인하기 위해서 동일한 계산을 양해법과 기존 자코비안 행렬의 근사법을 이용하여 계산하였다. 비교를 위한 양해법은 Jameson et al.[16]이 처음 도입한 5-stage Runge-Kutta 방법을 사용하였다.

Fig. 3은 제안된 내재법에 대해 물리적 시간이 60일 때 사각형 상자 주위의 속도 등고선을 보여주고 있으며 아래 결과와 같이 유동이 진동(oscillation)하고 있음을 알 수 있다. Fig. 4는 앞서 기술한 방법들의 수렴도를 보여주고 있다. 양해법의 경우에는 그림에서 나타내지는 않았지만 CFL 수가 4 이상 혹은 시간 간격이 0.1이 넘을 경우 발산하였다.

잔차가 진동(상자 주위에 Karman 보오텍스 발생)하기 전 LU-SGS 방법에 자코비안 행렬을 직접 적용하는 본 논문에서 제안된 방법이 가장 좋은 수렴도를 가짐을 알 수 있다. Fig. 5

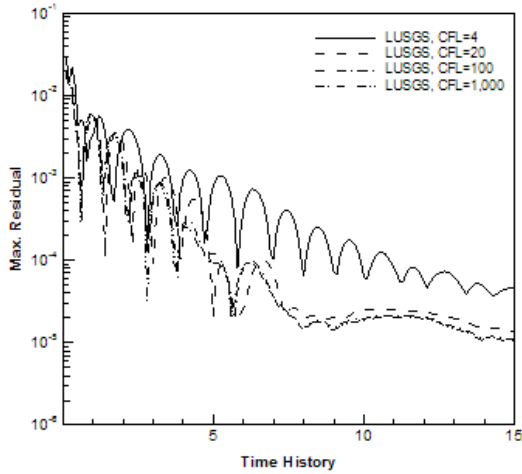


Fig. 6 Convergence history with CFL number for application of Jacobian matrix

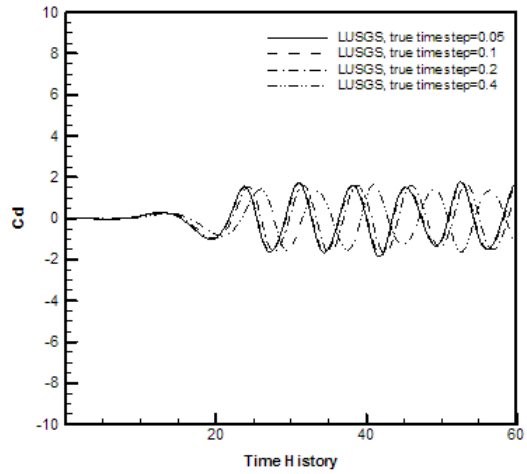


Fig. 8 Drag coefficient history with time step for application of Jacobian matrix (CFL = 100)

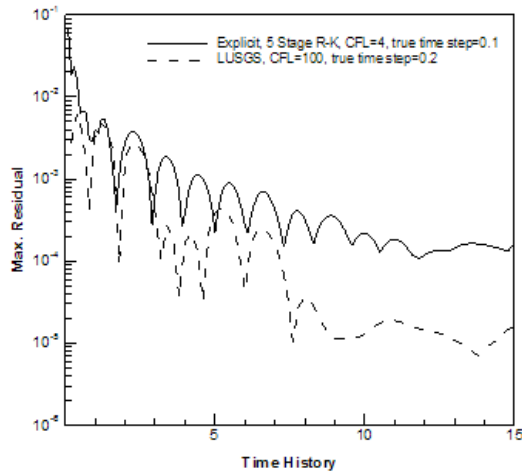


Fig. 7 Convergence history with explicit (CFL = 4, time step = 0.1) and implicit (CFL = 100, time step = 0.2) scheme

는 저항계수의 시간에 따른 모습을 보여주는데 내재법의 경우 자코비안 행렬의 적용에 관계없이 저항계수의 진동이 빨리 시작함을 알 수 있다.

4.2 CFL계수와 시간간격에 따른 수렴도 비교

제안된 자코비안 행렬을 직접 적용하는 방법의 수렴도를 자세히 조사하기 위해 CFL 수와 물리적 시간의 간격을 바꾸어가며 계산을 수행해 보았다. 시간 간격이 0.1인 경우 CFL 수의 변화에 따른 계산 결과는 Fig. 6과 같다.

CFL 수가 1,000까지 변경하더라도 수치 계산은 발산하지 않았으며, CFL 수가 100 정도까지는 클수록 더 나은 수렴도를 보였다. 그 이상은 수렴도가 좋아졌지만 큰 차이를 볼 수는 없었다.

Fig. 7은 제안된 내재적 LU-SGS 방법의 효율성을 보기 위해서 CFL 수 100과 시간 간격을 양해법의 두 배인 0.2로 하여 계산한 결과를 보여주고 있다. 시간 간격을 크게 하더라도 양해법 보다 빠른 수렴도를 보이고 있으며 이를 통하여 제안된 방법을 사용할 경우 양해법보다 개선된 계산 능력을 갖게 됨을 알 수 있다. Fig. 8은 시간 간격 변화에 따른 저항계수를 시간에 따른 변화 결과를 나타내는데 최대 0.2까지 유사한 저항계수 변화를 보여주고 있다.

5. 결 론

비압축성 Navier-Stokes 방정식을 풀기위해 LU-SGS에 직접 자코비안 행렬을 적용함으로써 새롭고 효율적인 내재법을 제안하였다. 가상 압축성 방법에 비정상 시간 정확도를 얻기 위해 이중 시간 전진법을 사용하였다. 균일류에서의 사각형 주위의 유동해석에 대한 일련의 검증 계산을 통해 양해법 및 자코비안 행렬을 근사하는 기존 내재적 방법과 비교했을 때 제안된 내재법이 수렴도와 계산 성능에 있어서 나은 결과를 보임을 확인 하였다. 수치해석 결과는 전방과 후방 스위치에 자코비안 행렬의 적용이 CFL 수와 시간 간격에 상관없이 좋은 계산결과를 보여주었다. 향후 본 연구를 바탕으로 내부유동 계산 및 근사화 된 스펙트럼 반경 대신 자코비안 행렬을 직접 적용하는 완전 음해법에 대한 연구를 진행할 예정이다.

후 기

이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No.2013R1A1A2007924).

References

- [1] 2001, Lee, T.S., Wei, L. and Low, H.T., "Development of an Artificial Compressibility Methodology with Implicit LU-SGS Method," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol.15, pp.197-208.
- [2] 2005, Kallindersi, Y. and Ahn, H.T., "Incompressible Navier-Stokes method with general hybrid meshes," *Journal of Computational Physics*, Vol.210 pp.75-108.
- [3] 2008, Jung, M.S. and Kwon, O.J., "Development of a 3-D Incompressible Flow Solver Based on an Artificial Compressibility Method," *Proc. of the 5th National Congresson Fluids Engineering*, pp.614-617.
- [4] 1981, Jameson, A. and Turkel, E., "Implicit Scheme and LU-Decompositions," *Mathematics of Computation*, Vol.37, pp.385-397.
- [5] 1987, Jameson, A. and Yoon, S., "Lower-upper implicit schemes with multiple grids for the Euler equations," *AIAA J.*, Vol.25, pp.929-935.
- [6] 2000, Luo, H., Baum, J.D. and Lohner, R., "A Fast, Matrix-free Implicit Method for Computing Low Mach Number Flows on Unstructured Grids," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol.14, pp.133-157.
- [7] 2004, Kim, J.S. and Kwon, O.J., "Robust and Efficient LU-SGS Scheme on Unstructured Meshes : Part II - Efficient Implementation," *Journal of Korea Society of Computational Fluids Engineering*, Vol.9, No.3, pp.39-48.
- [8] 1998, Luo, H., Baum, J.D. and Lohner, R., "A Fast, Matrix-free Implicit Method for Compressible Flows on Unstructured Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol.146, pp.664-690.
- [9] 2000, Sharov, D., Lou, H. and Baum, J.D., "Implementation of Unstructured Grid GMRES+LU-SGS Method on Shared-Memory, Cache-Based Parallel Computers," *AIAA-2000-0927*.
- [10] 1967, Chorin, A.J., "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems," *Journal of Computational Physics*, Vol.2, pp.12-26.
- [11] 1995, Belov, A., Jameson, A. and Martinelli, L., "A new implicit algorithm with multigrid for unsteady incompressible flow calculations," *AIAA Paper 95-00049*.
- [12] 1992, Barth, T.J., "Aspects of Unstructured Grids and Finite-Volume Solvers for the Euler and Navier-Stokes Equations," *Technical Report AGARD Report 787 on unstructured grid methods for advection dominated flows*, AGARD, pp.6.1-6.60.
- [13] 1991, Jameson, A., "Time-Dependent Calculations using Multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wings," *AIAA Paper 91-1596*.
- [14] 1981, Roe, P.L., "Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372.
- [15] 1997, Sharov, D. and Nakahashi, K., "Reordering of 3D Hybrid Unstructured Grids for Vectorized LU-SGS Navier-Stokes Computations," *AIAA Paper 97-2102*.
- [16] 1981, Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes," *AIAA Paper 81-1259*.