Journal of the Korean Data & Information Science Society
2014, **25**(2), 385–392

http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2014.25.2.385
한국데이터정보과학회지

기울기를 이용한 랜덤워크 부호검정†

김태윤[1] · 박철용[2] · 김슬기[3] · 김찬진[4] · 김현[5] · 유주형[6] · 장경민[7] · 장영석[8]

[123]계명대학교 통계학과 · [45678]대구과학고등학교

접수 2014년 2월 15일, 수정 2014년 3월 4일, 게재확정 2014년 3월 10일

요 약

랜덤워크 가설은 금융시장의 예측 어려움을 이론적으로 설명하는 가설이다. 현재까지 다양한 랜덤워크 검정방법들이 개발되어 왔으나 낮은 검정력과 유의수준 왜곡 등의 문제를 보이는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점들을 개선하기 위해 부호검정에 기초한 랜덤워크 검정방법을 제안하였다. 랜덤워크와 관련하여 흔히 사용되고 있는 Dickey와 Fuller (1979) 검정과 모의실험을 통해 성능을 비교하였다.

주요용어: 단위근, 랜덤워크, 부호검정.

1. 서론

주식시장을 비롯한 대부분의 금융시장은 예측이 어려운 것으로 알려져 있으며 이를 이론적으로 설명하는 가설이 랜덤워크 가설이다. 이러한 랜덤워크 가설 (Malkiel, 1973)은 정보가 완전히 공개된 금융시장이 예측 불가능하다는 가설로써 현재까지도 이와 관련된 많은 연구가 진행 되고 있다. 이 가설은 많은 금융시장 참여자들의 지지를 받고 있으나 정보공개가 불완전할 경우 성립이 되지 않을 수 있다는 점 또한 알려져 있다. 따라서 현재의 금융시장이 랜덤워크를 따르는지 판단하는 문제는 이론적으로나 실재적인 관점에서 대단히 중요하고 흥미로운 문제이다.

현재까지 많은 랜덤워크 검정방법들이 다양한 모형을 전제로 개발되어 왔으나 대부분의 방법들은 실제 랜덤워크 검정문제에 적용 시 낮은 검정력 (low power)과 유의수준 왜곡 (size distortion) 등의 문제를 보이는 것으로 알려져 있다 (Maddala과 Kim, 1998).

따라서 본 논문에서는 기존의 랜덤워크 가설 검정방법들이 갖고 있는 문제들을 연구하여 이에 대한 대안으로서 부호검정방법에 기초한 랜덤워크 검정방법을 개발하고 이와 관련된 시뮬레이션을 수행한다. 이 검정은 모집단 분포에 관계없이 이항분포에 근거한 정확 검정이 되기 때문에, 기존의 검정에 비해 특

† 이 논문은 2013년도 정부 (교육부)의 재원으로 대구과학고등학교의 자율연구 프로그램 지원을 받아 수행된 것임 (No. 2012-0727).

[1] (704-701) 대구광역시 달서구 달구벌대로 1095, 계명대학교 통계학과, 교수.
[2] 교신저자: (704-701) 대구광역시 달서구 달구벌대로 1095, 계명대학교 통계학과, 교수.
E-mail: cypark1@kmu.ac.kr
[3] (704-701) 대구광역시 달서구 달구벌대로 1095, 계명대학교 통계학과, 박사과정.
[4] (706-852) 대구광역시 수성구 동대구로 154, 대구과학고등학교, 학생.
[5] (706-852) 대구광역시 수성구 동대구로 154, 대구과학고등학교, 학생.
[6] (706-852) 대구광역시 수성구 동대구로 154, 대구과학고등학교, 학생.
[7] (706-852) 대구광역시 수성구 동대구로 154, 대구과학고등학교, 학생.
[8] (706-852) 대구광역시 수성구 동대구로 154, 대구과학고등학교, 학생.

히 소표본에서 강점을 가질 것이라 생각된다. 비모수적인 기존의 선행연구 결과로서 So와 Shin (2001), Shin과 Park (2007), Cerrito 등 (1998), Nakamura와 Small (2007) 등이 있다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 랜덤워크와 랜덤워크 가설에 대해 기술하며 랜덤워크 가설 검정 방법과 흔히 사용되고 있는 Dickey와 Fuller (1979) 검정을 소개한다. 또한 기존의 랜덤워크 검정 방법이 갖는 문제점에 대해 간략히 서술한다. 3절에서는 부호검정을 이용한 새로운 랜덤워크 가설 검정에 대해 기술한다. 4절에서는 모의실험 결과를 통해 새롭게 제안된 부호검정을 Dickey와 Fuller (1979) 검정과 비교한다. 5절에서는 논문의 결과를 요약하고 추후연구과제를 논의한다.

2. 이론적 배경

2.1. 랜덤워크

랜덤워크 (random walk)란 수학, 물리 등의 분야에서 임의 방향으로 향하는 연속적인 걸음을 나타내는 것으로 술에 취한 사람이 걷는 자취 (취보; 醉步)에 비유된다. 특히 물리 분야에서는 입자의 불규칙한 운동 (Brownian motion)을 설명할 때 이용된다.랜덤워크 모형에서 흔히 고려되는 모형은 다음 3가지 모형이다.

$$X_t = \rho X_{t-1} + \epsilon_t \tag{2.1}$$

$$X_t = a_0 + \rho X_{t-1} + \epsilon_t \tag{2.2}$$

$$X_t = a_0 + a_1 t + \rho X_{t-1} + \epsilon_t \tag{2.3}$$

식 (2.1)은 가장 단순한 형태의 AR(1) 모형이며, 식 (2.2)는 이동상수 (drift)가 존재하는 랜덤워크 모형, 식 (2.3)은 선형 시간 추세 (linear time trend)가 존재하는 랜덤워크 모형이다. 본 논문에서는 랜덤워크를 $\rho = 1$으로 자연스럽게 표현할 수 있는 식 (2.1)의 AR(1) 모형에 대해 주로 연구하였고, 이동상수 및 선형 시간 추세 모형에 대한 확장연구는 추후 진행할 예정이다.

2.2. 랜덤워크 가설

랜덤워크 가설 (random walk hypothesis)은 주가는 예측이 불가능 하며 이러한 주가는 랜덤워크를 따른다는 가설로서 오랜 기간 동안 많은 연구가 이루어져 왔다. 특히 1973년 Burton Malkiel은 임의 (random)로 선택한 펀드의 수익률과 전문가가 선택한 펀드의 수익률에 큰 차이가 없음을 예로 들어 기술적 분석을 통한 초과수익률의 실현이 불가능함을 보였다. 이는 과거자료를 이용한 주가의 예측이 불가능함을 의미한다.

주가 (stock price)가 랜덤워크를 따르는지 여부를 검정하는 것은 효율적 시장가설 (market efficiency hypothesis)의 성립 여부를 검정하는 것과 일치하며 이는 경제학적인 관점에서 이론적으로 중요한 의미를 갖는다. 효율적 시장가설을 지지하는 입장에서는 시장이 효율적이면 주가는 이용 가능한 정보를 충분히, 즉각적으로 반영하므로 과거의 주가가 현재 혹은 미래의 주가에 아무런 영향을 미치지 않는다. 따라서 주가는 예측이 불가능하며 이는 주가가 랜덤워크를 따른다는 것을 의미한다. 반면 효율적 시장가설을 부정하는 입장에서는 주식 수익률의 예측이 가능하다는 증거가 많기 때문에 주식시장은 랜덤워크를 따르지 않는다고 주장한다 (Fama와 French, 1988).

랜덤워크 가설 검정은 경제학뿐만 아니라 통계학적인 관점에서도 중요한 의미를 갖는다. 시계열 분석에서 정상과정 (stationary process)을 따르는 시계열 자료와 비정상과정 (non-stationary process)을 따르는 시계열 자료는 서로 상이한 성질을 갖고 있다. 이에 대한 판단 없이 비정상 시계열 자료를 정상 시계열 자료로 간주하여 회귀분석을 수행하는 경우 실제로 관련성이 없는 관계에서 통계적으로 유의한

관계가 있다고 판단하는 허구적 회귀 (spurious regression)의 문제가 발생할 수 있다. 따라서 랜덤워크 가설 검정은 시계열 자료를 변수로 설정하여 회귀분석을 수행하기 전에 필수적으로 이루어져야 하는 과정이다.

2.3. 랜덤워크 가설 검정 방법

가장 단순한 형태의 랜덤워크 모형은 AR(1)모형으로 다음과 같다.

$$X_t = \rho X_{t-1} + \epsilon_t, \ t = 1, \cdots, n \tag{2.4}$$

여기서 X_t는 t시점에서의 관측값이며, ϵ_t는 t시점에서의 0에 대해 대칭인 분산이 σ^2인 서로 독립인 연속형 오차항이다. 다시 말해 $P(\epsilon_t > 0) = P(\epsilon_t < 0) = 1/2$이며 $Var(\epsilon_t) = \sigma^2$가 만족된다. $|\rho| < 1$일 때 식 (2.4)는 정상과정이 되며 오차항에 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$X_t = \rho^{t-1}\epsilon_1 + \rho^{t-2}\epsilon_2 + \cdots + \rho\epsilon_{t-1} + \epsilon_t, \ t = 1, \ldots, n \tag{2.5}$$

식 (2.5)에서 ϵ_t는 t가 커질수록 ρ^t에 의해 0으로 수렴하게 된다. 즉 먼 과거시점의 오차는 현재시점의 관측값 X_t에 영향을 미치지 않게 됨을 알 수 있으며 이때의 시계열 자료는 정상과정을 따른다.

$\rho = 1$일 때 식 (2.4)는 비정상과정이 되며 오차항에 대해 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$X_t = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \cdots + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t, \ X_0 = 0 \tag{2.6}$$

식 (2.6)에서 X_t는 t가 커질수록 발산하게 된다. 즉 과거시점에서 발생한 모든 오차가 현재의 관측값에 영향을 미치게 됨을 알 수 있으며 이때의 시계열 자료는 비정상과정을 따른다.

따라서 단위근 ($\rho = 1$)의 존재여부를 판단하는 것은 시계열 자료가 정상과정을 따르는지 혹은 비정상과정을 따르는지 여부를 판단하는 문제가 된다. 단위근의 존재여부를 판단하는 기존의 대표적인 단위근 검정방법으로는 Dickey와 Fuller (1979)에 의해 제시된 DF 검정법이 있다.

2.4. DF 검정

DF (Dickey and Fuller, 1979) 검정은 AR(1) 모형에서 최소제곱법에 의해 추정된 $\widehat{\rho}$을 이용하여 단위근의 존재여부를 판단하는 방법으로 $\widehat{\rho}$은 다음과 같다.

$$\widehat{\rho} = \arg\min_{\rho} \sum_{t=1}^{n} (x_t - \rho x_{t-1})^2 \tag{2.7}$$

$H_0 : \rho = 1$에 대한 DF 검정의 검정 통계량의 극한 분포는 일반적인 분포를 따르지 않고 위너과정 (Wiener process)을 따른다.

$$T(\widehat{\rho} - 1) \xrightarrow{d} \frac{\int_0^1 w(t)dw(t)}{\int_0^1 w^2(t)dt} \tag{2.8}$$

위너과정을 따르는 분포는 일반적으로 알려진 분포가 아니기 때문에 Dickey와 Fuller (1979)는 모의실험을 통해 이 분포를 제시하였으나 오차항에 MA항이 포함 되어 있는 경우 제시된 분포와 실제분포가 많은 차이를 보이는 문제점이 있는 것으로 알려져 있다 (Schwert, 1987). 또한 관측수가 작고 ρ가 1에 가까운 경우 낮은 검정력을 갖는 문제점이 있는 것으로 알려져 있다 (Dickey와 Fuller, 1979; Hamilton, 1994).

DF 검정 외에도 대부분의 기존 단위근 검정 방법들에는 낮은 검정력 (low power)과 유의수준 왜곡 (size distortion) 문제가 존재하는 것으로 알려져 있다. 여기서 유의수준 왜곡은 검정이 잘못될 경우 이를 관리하기 위해 사전에 설정하는 크기 (유의수준 α)가 사전에 설정한 크기보다 훨씬 커지거나 작아지는 현상을 뜻한다. 특히 ρ가 1에 가까운 경우 이러한 문제들이 발생하며 실제 랜덤워크 모형이 비선형 추세등을 포함하는 경우에도 이러한 문제들이 발생하는 것으로 알려져 있다 (Maddala와 Kim, 1998).

3. 연구방법

3.1. 부호검정

부호검정 (sign test)은 자료의 일부분의 정보 (부호정보)만을 활용하여 위치모수에 대한 검정을 수행하는 방법으로 관측값 X_i와 위치모수 θ_0의 차이 $X_i - \theta_0$에 대하여 부호 (sign)만을 이용하여 검정한다. 이러한 부호검정은 모집단의 분포에 대한 가정을 필요로 하지 않는 비모수적 검정방법 중 하나이다. 유의수준 α에서 부호검정의 검정통계량은 다음과 같다.

$$B = \sum_{i=1}^{n} I(X_i > \theta_0)$$

여기에서 $I(A)$는 A가 만족되면 1, 아니면 0이 되는 지시함수 (indicator function)이다.

검정통계량 B는 위치모수 θ_0보다 큰 관측값들의 개수로 정의되며 중앙값 θ에 대한 귀무가설 H_0 : $\theta = \theta_0$ 하에서 S의 분포는 시행횟수가 n이고 성공의 확률이 1/2인 이항분포 (binomial distribution)를 따른다.

표본의 크기 n이 큰 경우 부호검정 통계량 B의 대표본 정규근사에 의해 검정할 수 있다. 귀무가설 하에서 S의 평균과 분산은 각각 $E_0(B) = n/2, Var_0(B) = n/4$이기 때문에 표준화된 B통계량 Z_B은 다음과 같다.

$$Z_B = \frac{B - E_0(B)}{\sqrt{Var_0(B)}} = \frac{B - n/2}{\sqrt{n/4}}$$

3.2. 부호검정을 이용한 랜덤워크 가설 검정

부호검정을 이용하는 새로운 랜덤워크 가설 검정은 식 (2.1)에서 연속하는 두 시점에서 관찰되는 두 점 (X_{t-1}, X_t)와 (X_t, X_{t+1}) 사이의 기울기

$$S_t = \frac{X_{t+1} - X_t}{X_t - X_{t-1}},\ t = 2, \ldots, n-1 \tag{3.1}$$

를 이용하여 검정하고자 한다. 이 때 $H_0 : \rho = 1$ 하에서 기울기가 $S_t = \epsilon_{t+1}/\epsilon_t$ $(t = 2, \ldots, n-1)$가 되기 때문에 서로 독립이 아니다. 그러나 기울기의 부호 $\psi_t = I(S_t > 0)$ $(t = 2, \ldots, n-1)$에 대해서는 다음의 정리가 성립한다.

정리 3.1 $H_0 : \rho = 1$ 하에서 $\psi_2, \ldots, \psi_{n-1}$은 성공의 확률이 1/2인 서로 독립인 베르누이 확률변수가 된다.

증명 : 먼저 ϵ_t가 0에 대해서 대칭이기 때문에 $S_t = \epsilon_t + 1/\epsilon_t$도 0에 대해서 대칭이 되는 것을 다음과 같이 보일 수 있다.

$$P(S_t > 0) = P\left(\frac{\epsilon_{t+1}}{\epsilon_t} > 0\right) = P(\epsilon_t > 0, \epsilon_{t+1} > 0) + P(\epsilon_t < 0, \epsilon_{t+1} < 0) = \frac{1}{2}$$

다음으로 $i_2, \ldots, i_{n-1} = 0, 1$에 대해

$$\begin{aligned}
&P(\psi_{n-1} = i_{n-1}, \psi_{n-2} = i_{n-2}, \ldots, \psi_2 = i_2) \\
&= P\left((-1)^{i_{n-1}+1} S_{n-1} > 0, (-1)^{i_{n-2}+1} S_{n-2} > 0, \ldots, (-1)^{i_2+1} S_2 > 0\right) \\
&= P\left(\frac{\epsilon_n}{(-1)^{i_{n-1}+1}\epsilon_{n-1}} > 0, \frac{\epsilon_{n-1}}{(-1)^{i_{n-2}+1}\epsilon_{n-2}} > 0, \ldots, \frac{\epsilon_3}{(-1)^{i_2+1}\epsilon_2} > 0\right) \\
&= P\left(\frac{\epsilon_n}{(-1)^{i_{n-1}+1}\epsilon_{n-1}} > 0, \frac{(-1)^{i_{n-1}+1}\epsilon_{n-1}}{(-1)^{i_{n-1}+1+i_{n-2}+1}\epsilon_{n-2}} > 0, \ldots, \frac{(-1)^{\sum_{k=1}^{n-3}(i_{n-k}+1)}\epsilon_3}{(-1)^{\sum_{k=1}^{n-2}(i_{n-k}+1)}\epsilon_2} > 0\right) \\
&= P\left(\epsilon_n > 0, (-1)^{i_{n-1}}\epsilon_{n-1} > 0, (-1)^{i_{n-1}+i_{n-2}+2}\epsilon_{n-2} > 0, \ldots, (-1)^{\sum_{i=1}^{n-2}(i_{n-k}+1)}\epsilon_2 > 0\right) \\
&+ P\left(\epsilon_n < 0, (-1)^{i_{n-1}}\epsilon_{n-1} < 0, (-1)^{i_{n-1}+i_{n-2}+2}\epsilon_{n-2} < 0, \ldots, (-1)^{\sum_{k=1}^{n-2}(i_{n-k}+1)}\epsilon_2 < 0\right) \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}
\end{aligned}$$

가 만족하기 때문에

$$P(\psi_{n-1} = i_{n-1}, \psi_{n-2} = i_{n-2}, \ldots, \psi_2 = i_2) = \prod_{k=1}^{n-2} P(\psi_k = i_k)$$

가 성립한다. 또한 $i_2, \ldots, i_{n-1} \neq 0, 1$인 경우가 하나라도 있으면 좌우의 확률이 모두 0이기 때문에 결합확률은 주변확률의 곱으로 표시된다. 따라서 모든 $i_2, \ldots, i_{n-1}$에 대해

$$P(\psi_{n-1} = i_{n-1}, \psi_{n-2} = i_{n-2}, \ldots, \psi_2 = i_2) = \prod_{k=1}^{n-2} P(\psi_k = i_k)$$

가 성립한다. 이것으로 증명이 마무리된다. □

이에 반해 $H_1 : |\rho| < 1$ 하에서 식 (2.5)과 (2.6)에 의해

$$X_t - X_{t-1} = (\rho - 1)X_{t-1} + \epsilon_t = \rho^{t-2}(\rho - 1)\epsilon_1 + \cdots + (\rho - 1)\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$$

가 성립하기 때문에 ψ_t $(t = 2, \ldots, n)$가 서로 독립이 되지 않는 것을 알 수 있다. ψ_t의 성공의 확률이 1/2이 되는지도 분명치 않다. 구체적으로 $\rho = 0$일 경우를 살펴보면 $S_t = \frac{\epsilon_{t+1} - \epsilon_t}{\epsilon_t - \epsilon_{t-1}}$이 되며 따라서

$$\begin{aligned}
P(S_t > 0) &= P\left(\frac{\epsilon_{t+1} - \epsilon_t}{\epsilon_t - \epsilon_{t-1}} > 0\right) \\
&= P(\epsilon_{t+1} - \epsilon_t > 0, \epsilon_t - \epsilon_{t-1} > 0) + P(\epsilon_{t+1} - \epsilon_t < 0, \epsilon_t - \epsilon_{t-1} < 0) \\
&= E[P(\epsilon_{t+1} - \epsilon_t > 0, \epsilon_t - \epsilon_{t-1} > 0|\epsilon_t)] + E[P(\epsilon_{t+1} - \epsilon_t < 0, \epsilon_t - \epsilon_{t-1} < 0|\epsilon_t)] \\
&= E[(1 - F(\epsilon_t))F(\epsilon_t)] + E[F(\epsilon_t)(1 - F(\epsilon_t))] = 2 \times 1/6 = 1/3
\end{aligned}$$

가 성립한다. 여기서 F는 ϵ_t의 누적분포함수이며 마지막에서 두 번째 등식은 $F(\epsilon_t)$가 0과 1 사이의 균일 확률변수가 되기 때문에 성립한다. 또한 ψ_t, ψ_{t+1}는 서로 독립이 되지 않는 것을 쉽게 확인할 수 있다.

일반적인 $H_1 : |\rho| < 1$에 대해서는 $P(S_t > 0)$값을 계산하는 것이 그리 간단한 문제가 아니다. 그러나 간단한 모의실험에 의해 ρ가 작아지면 $P(S_t > 0)$가 1/2에서 점차 멀어지게 되는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 $P(S_t > 0)$에 의한 랜덤워크에 대한 가설은

$$H_0^{(1)} : P(S_t > 0) = 1/2 \ \text{ 대 } \ H_1^{(1)} : P(S_t > 0) < 1/2$$

로 지정할 수 있다. 이러한 사실을 바탕으로 다음과 같은 부호검정 통계량을 사용할 수 있다.

$$B = \sum_{t=2}^{n-1} \psi_t \tag{3.2}$$

이 통계량 B의 귀무가설 분포는 시행횟수가 $n-2$이고 성공의 확률이 1/2인 이항분포를 따르게 되며, 표본크기가 클 경우 정규근사에 의한 다음의 표준화된 검정 통계량을 사용할 수 있다.

$$Z_B = \frac{B - E(B)}{\sqrt{Var(B)}} = \frac{B - (n-2)/2}{\sqrt{(n-2)/4}}$$

4. 모의실험

본 절에서는 기울기의 부호를 이용하는 새로운 랜덤워크 검정방법 (이하 부호검정)과 기존의 검정방법들 중 가장 흔히 많이 사용되고 있는 확장 Dickey-Fuller 검정 (augmented Dickey-Fuller test; 이하 ADF 검정)과 모의실험을 통해 비교하고자 한다. 이 모의실험을 통해 ADF 검정이 가지고 있는 문제점을 확인하고, 새로운 검정방법에 의해 이 문제점을 어느 정도 개선할 수 있는지 점검하고자 한다.

본 논문에서 모의실험은 식 (2.4)에 대해 오차항이 따르는 분포로 정규분포와 이중지수분포 (double exponential distribution)를 고려하여 표본크기 $n = 30, 100$에 대해 1000회 반복실험하여 실행하였다. 명목상 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 $\rho = 1, 0.9, \ldots, 0.1$에 대하여 $H_0 : \rho = 1$를 기각하는 유의확률을 정규분포와 이중지수분포에 대해 계산한 결과는 Table 4.1과 Table 4.2에 주어져 있다.

Table 4.1 P-values of sign test and ADF test under normal distribution

ρ	$n = 30$		$n = 100$	
	sign test	ADF test	sign test	ADF test
1	0.049	0.037	0.045	0.052
0.9	0.057	0.052	0.080	0.132
0.8	0.069	0.070	0.145	0.316
0.7	0.100	0.088	0.200	0.477
0.6	0.139	0.097	0.300	0.641
0.5	0.188	0.099	0.440	0.734
0.4	0.210	0.123	0.599	0.833
0.3	0.273	0.146	0.721	0.903
0.2	0.380	0.160	0.856	0.923
0.1	0.405	0.179	0.921	0.919

Table 4.2 P-values of sign test and ADF test under double exponential distribution

ρ	$n = 30$		$n = 100$	
	sign test	ADF test	sign test	ADF test
1	0.044	0.041	0.042	0.049
0.9	0.055	0.051	0.063	0.109
0.8	0.064	0.059	0.098	0.283
0.7	0.082	0.067	0.144	0.514
0.6	0.114	0.074	0.242	0.642
0.5	0.154	0.090	0.354	0.766
0.4	0.183	0.123	0.480	0.859
0.3	0.242	0.138	0.645	0.888
0.2	0.343	0.162	0.823	0.917
0.1	0.407	0.169	0.903	0.942

Table 4.1과 Table 4.2에서 $\rho = 1$에 해당되는 결과는 관측된 유의확률이며, 나머지는 검정력에 해당된다. 부호검정과 ADF 검정 모두 표본크기가 커지면서 검정력이 커지는 것을 확인할 수 있다. 또한 부호검정은 정규분포보다 이중지수분에서 전체적으로 낮은 검정력을 보이고 있다. 이는 정규분포보다 이중지수분포에서 기울기의 변동폭이 더 커져 생기는 문제가 아닐까 생각한다. ADF에서는 이런 현상이 일관성 있게 나타나지 않고 있음을 확인할 수 있다.

$n = 30$에서는 새로운 검정인 부호검정이 ADF 검정보다 높은 검정력을 보이고 있으며, $\rho = 1$에서 멀어질수록 검정력 차이가 커지는 것을 알 수 있다. $n = 100$에서는 새로운 검정인 부호검정이 ADF 검정보다 낮은 검정력을 보이고 있는데, $\rho = 1$에서 멀어지면 그 차이가 작아지는 현상을 보이고 있다. 따라서 부호검정에 근거한 랜덤워크 검정은 표본크기가 $n = 30$과 같이 작은 경우에 장점을 가지는 검정방법이라는 것을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 랜덤워크 가설 검정에 대해 간략히 소개하고, 기존의 검정 방법들이 갖고 있는 낮은 검정력과 유의수준 왜곡 문제점에 대한 대안으로서 부호검정에 기초한 랜덤워크 검정을 제안하였다.

부호검정을 이용한 랜덤워크 검정은 기울기 S_t의 분포가 랜덤워크 귀무가설 하에서 대칭이고 대립가설에서는 대칭이 아닌 점을 착안하여 제안되었다. 구체적인 절차는 다음과 같다. 첫째, AR(1)의 랜덤워크 모형에서 먼저 연속하는 두 시점에서 관찰되는 두 점 사이의 기울기 S_t를 구한다. 둘째, S_t로부터 부호검정 통계량 B를 구한다. 셋째, 랜덤워크 귀무가설 하에서는 $B \sim B(n-2, 1/2)$가 성립하며, 표본크기가 큰 경우 정규근사에 의한 검정을 수행할 수 있다. 정상성 (stationarity)를 가정하는 대립가설 하에서는 기울기가 양이 되는 성공의 확률이 1/2보다 작게 나타나기 때문에, 단측검정으로 사용하는 것이 적적하다.

4절의 모의실험결과에 의하면 부호검정을 이용한 새로운 랜덤워크 검정의 검정력 개선은 $n = 30$과 같이 작은 경우에만 확인되었다. 그러나 고려될 수 있는 기울기 $\binom{n-1}{2}$가지 중 연속된 두 점에 대한 기울기 $n-2$만 고려되어 정보의 손실이 많았기 때문에 검정력이 개선될 여지가 충분히 있다고 생각한다. 따라서 보다 많은 기울기를 이용한 부호검정 방법에 대한 연구를 추가로 생각하고 있다. 또한 이 연구에서는 식 (2.1)에 주어진 AR(1) 형태의 모형만 고려되었는데, 식 (2.2)의 이동상수 (drift)와 식 (2.3)의 선형 시간 추세 (linear time trend)에 대처할 수 있는 부호검정 방법에 대한 연구도 추후연구과제로 고려하고 있다.

References

Cerrito, P., Olson, D. and Ostaszwski, K. (1998). Nonparametric statistical tests for the random walk in stock prices. *Advances in Quantitative Analysis of Finance and Accounting*, **6**, 27-36.

Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, **74**, 427-431.

Fama, E. F., and French, K. R. (1988). Dividend yields and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, **22**, 3-25.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis, Vol. 2*, Princeton University Press, Princeton.

Maddala, G. S. and Kim, I-M. (1998). *Unit roots, cointegration and structural change*, Oxford University Press, Oxford.

Malkiel, B. G. (1973). *A random walk down Wall Street*, 6th ed., W. W. Norton & Company, Inc, New York.

Nakamura, T. and Small, M. (2007). Testing for random walk. *Physics Letters A*, **362**, 189-197.

Schwert, G. W. (1987). Effects of model specification on tests for unit roots in macroeconomic data. *Journal of Monetary Economics*, **20**, 73-103.

Shin, D. W. and Park, S. J. (2007). A sign test for unit roots in a seasonal MTAR model. *Journal of the Korean Statistical Society*, **36**, 149-156.

So, B. S. and Shin, D. W. (2001). An invariant sign test for random walks based on recursive median adjustment. *Journal of Econometrics*, **102**, 197-229.

Journal of the Korean Data & Information Science Society
2014, **25**(2), 385–392
http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2014.25.2.385
한국데이터정보과학회지

A sign test for random walk hypothesis based on slopes†

Tae Yoon Kim[1] · Cheolyong Park[2] · Seul Gee Kim[3] · Chan Jin Kim[4] · Hyun Kim[5] · Ju Hyung Yu[6] · Kyung Min Jang[7] · Young Seok Jang[8]

[123]Department of Statiscis, Keimyung University
[45678]Daegu Science High School

Received 15 February 2014, revised 4 March 2014, accepted 10 March 2014

Abstract

Random walk hypothesis is a hypothesis that explains theoretically the difficulty in forecasting in financial market. Various tests for the hypothesis have been developed so far but it is known that those tests suffer from low power and size distortion. In this article, a sign test based on slopes are suggested to overcome these difficulties. A simulation study is conducted to compare this test to the often used Dickey and Fuller (1979) test.

Keywords: Random walk, sign test, unit root.

---

† This research was supported by Autonomous Research Program through the Daegu Science High School funded by the Ministry of Education (No. 2012-0727).
[1] Professor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea.
[2] Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea. E-mail: cypark1@kmu.ac.kr
[3] Ph. D candidate, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea.
[4] Student, Daegu Science High School, Daegu 706-852, Korea.
[5] Student, Daegu Science High School, Daegu 706-852, Korea.
[6] Student, Daegu Science High School, Daegu 706-852, Korea.
[7] Student, Daegu Science High School, Daegu 706-852, Korea.
[8] Student, Daegu Science High School, Daegu 706-852, Korea.