

## 응집 요소를 사용한 균열 진전 유한요소 해석에서 응집 법칙의 영향에 대한 연구

서형석\* · 백형찬\* · 김현규\*†  
\*서울과학기술대학교 기계자동차공학과

### A Study on the Effect of Cohesive Laws on Finite Element Analysis of Crack Propagation Using Cohesive Elements

Hyeong-Seok Seo<sup>\*</sup>, Hyung-Chan Baek<sup>\*</sup> and Hyun-Gyu Kim<sup>\*†</sup>

<sup>\*</sup> Dept. of Mechanical & Automotive Engineering, Seoul Nat'l Univ. of Sci. & Tech.

(Received December 26, 2013 ; Revised February 25, 2014 ; Accepted February 26, 2014)

**Key Words:** Finite Element Method(유한요소법), Cohesive Elements(응집 요소), Cohesive Laws(응집 법칙), Crack Propagation Analysis(균열 진전 해석)

**초록:** 본 논문에서는 3 점 굽힘과 이중 외팔보 문제에 대하여 응집 요소를 사용한 유한요소 균열 진전 해석을 수행하고 응집 법칙의 영향을 알아보았다. 응집 요소는 ABAQUS/Standard 의 사용자 서브루틴(UEL)으로 구현하였으며 응집 법칙은 다항식 형태의 응집 트랙션-열림 변위의 관계식을 사용하였고 응집 법칙의 형상에 대한 영향을 알아 보기 위하여 다항식의 계수를 변화시켰다. 동일한 파손 에너지와 응집 강도를 갖지만 다른 형상의 응집 법칙에 대한 해석을 수행하고 변위-반력 곡선을 비교하여 균열 진전 거동의 변화를 알아보았다. 또한 요소 크기에 따른 균열 진전 해석 결과의 영향을 논의하였다.

**Abstract:** In this paper, the effect of cohesive laws on the finite element analysis of crack propagation using cohesive elements is investigated through three-point bending and double cantilever beam problems. The cohesive elements are implemented into ABAQUS/Standard user subroutines(UEL), and the shape of cohesive law is varied by changing parameters in polynomial functions of cohesive traction-separation relations. In particular, crack propagation behaviors are studied by comparing load-displacement curves of the analysis models which have different shapes of cohesive laws with the same values of fracture energy and cohesive strength. Furthermore, the influence of the element size on crack propagation is discussed in this study.

- 기호설명 -

- $\sigma$  : 응집 영역의 응력( $N/mm^2$ )
- $\delta$  : 응집 영역의 열림 변위( $mm$ )
- $\sigma_m$  : 응집 법칙의 응집 강도( $N/mm^2$ )
- $\delta_c$  : 응집 법칙의 임계 열림 변위( $mm$ )
- $G_c$  : 응집 영역의 파손 에너지( $N\cdot mm$ )
- $m$  : 응집 법칙의 형상 계수

### 1. 서론

구조물과 기계 부품들에 존재하는 균열에 대한 해석을 수행하기 위한 다양한 노력이 이루어지고 있는데 보다 안전한 제품 설계에 중요한 역할을 하고 있다. 균열 진전 거동에 대한 이론적인 분석과 해석 기법의 개발은 이 분야의 핵심적인 연구 분야로 유한요소 해석에서 효율적인 균열 진전 해석 기법의 개발은 반드시 필요하게 된다.

균열 진전 해석에서 가장 광범위하게 사용되는 기법은 균열 선단에 응집 영역을 두고 균열의 열림 변위와 응집 응력의 관계를 적용하는 방법이다.

† Corresponding Author, [khg@seoultech.ac.kr](mailto:khg@seoultech.ac.kr)  
© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

유한요소 해석에서 응집 영역을 부여하기 위하여 분리된 요소 사이에 응집 요소를 구성하고 열림 변위에 따라서 응집 응력이 작용하는 재료 거동을 균열 선단에 지정하게 된다. 이와 같은 균열 선단의 응집 응력과 열림 변위 사이의 관계가 응집 법칙인데 중요한 인자로 응집 영역의 파손 에너지와 응집 강도 그리고 임계 열림 변위 등에 관한 많은 연구들이 진행되고 있다.

기존의 다양한 연구에도 불구하고 응집 요소를 사용한 유한요소 해석에서 응집 법칙의 형태나 특성 그리고 요소 크기에 따른 균열 진전 해석의 영향에 대한 연구는 별로 이루어지지 않았다. 일부 연구자들<sup>(1,2)</sup>은 균열 진전 거동은 파손 에너지가 중요하고 응집 법칙의 형태 변화에는 별다른 영향이 없을 것이라 하였다. 하지만 동일한 파손 에너지를 갖는 응집 법칙에 대하여 균열 주변의 소성 변형에 따라 균열 진전 거동이 다르다는 것을 보여준 연구<sup>(3)</sup>가 있었다. 다양한 재료에 제한적인 조건일 경우 응집 법칙의 형태가 변함에 따라 균열 진전 해석에 주는 영향을 다룬 연구<sup>(4)</sup>가 있었고, 탄소성 재료에 대하여 응집 법칙의 형태는 소성 영역 크기의 변화를 주어 균열 진전 거동이 다르게 된다는 연구 결과가 있었다.<sup>(5)</sup> 필드투영법(field projection method)<sup>(6)</sup>을 이용하여 역으로 응집 법칙을 구하는 연구에서 재료 특성에 따라 응집 법칙의 형상이 다르게 될 수 있다는 언급을 하였다.<sup>(7,8)</sup> 하지만 기존 연구에서는 응집 법칙의 변화가 균열 선단 주변의 비선형 거동에 영향을 주어 균열 진전 거동의 특성이 변하는 경우와 일부 제한적인 경우의 영향도를 보여주었을 뿐, 응집 영역 만을 고려하여 응집 법칙의 형태 변화에 따른 균열 진전 거동의 특성을 명확히 설명하거나 보여주지는 못하였다.

본 연구에서는 균열이 있는 구조물의 3 점 굽힘과 이중 외팔보 문제에 대하여 균열 선단에 응집 영역을 두고 응집 법칙의 형상 변화에 따른 균열 진전 해석을 연구하였다. 응집 영역을 제외한 모든 영역은 탄성이고 균열 진전에 대한 특성이 모두 응집 영역으로 표현하는 경우를 해석하였다. 이 연구를 위하여 균열 선단의 응집 영역에 대하여 ABAQUS/Standard 사용자 서브루틴(UEL)을 작성하여 응집 요소로 개발하였다. 다항식 응집 법칙에 대하여  $\sigma_m$ ,  $G_c$ ,  $\delta_c$ ,  $m$  을 다양한 조건으로 변경하였을 때 응집 법칙의 형태 변화에 따른 의미를 파악하였다. 변화된 응집 법칙을 3 점 굽힘 모델과 이중 외팔보의 균열 선단에 적용하여 균열

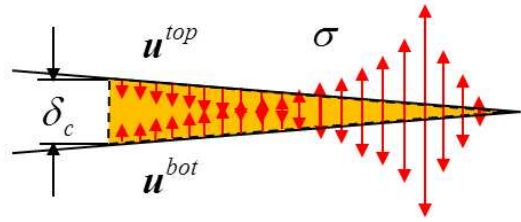


Fig. 1 Cohesive tractions and separations in a cohesive zone

진전 해석을 수행하였고 구조물의 변위-반력 결과를 비교하였다. 다른 한편으로 응집 요소의 크기에 따른 균열 진전 해석의 영향에 대하여 요소의 크기가 충분히 작아야 응집 법칙의 특성을 반영하게 된다는 것을 보여준 연구가 있었다.<sup>(9,10)</sup> 여기에 대한 추가적인 검증과 해석이 필요한데 본 연구에서 응집 법칙을 동일하게 하고 유한요소의 크기가 변화하였을 때 균열 진전 해석의 영향을 살펴보았다.

## 2. 응집 요소의 유한요소 수식화

응집 요소의 열림 변위  $\Delta u$  는 Fig. 1 과 같이 요소의 위와 아래 절점의 변위 차로 다음과 같다.

$$\Delta u = u^{top} - u^{bot} \quad (1)$$

균열 면을 따르는 수평 방향과 수직 방향의 국부 좌표계를 정의하고 좌표 변환 텐서(tensor)를  $\Theta$  라 하면 균열 면에서 국부좌표계 관점의 열림 변위는 다음과 같다.

$$\Delta u_{loc} = \Theta^T \Delta u \quad (2)$$

국부좌표계 관점의 응집 트랙션(traction)을  $t_{loc}$  로 나타내면 응집 요소의 하중 벡터는 다음과 같이 된다.

$$f^{el} = w \int_{-1}^1 B^T \Theta^T t_{loc} \det J d\xi \quad (3)$$

이때  $w$  는 응집 요소의 높이이고  $\xi$  는 응집 요소의 중심을 따르는 1 차원 적분 영역을  $-1 \leq \xi \leq 1$  로 변환한 좌표이고  $\det J$  는 적분영역 좌표 변환에 따른 자코비언(jacobian)이다. 응집 요소의 강성행렬은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$K^{el} = - \frac{\partial f^{el}}{\partial u^{el}} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 이용하여 응집 요소의 강성행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{K}^{el} = -w \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Theta} \mathbf{D}_{loc} \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{B} \det \mathbf{J} d\zeta \quad (5)$$

여기서 강성행렬  $\mathbf{D}_{loc}$  는 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{loc} = \frac{\partial \mathbf{t}_{loc}}{\partial \Delta \mathbf{u}_{loc}} \quad (6)$$

응집 영역의 응집 법칙은  $\mathbf{t}_{loc}$  와  $\mathbf{D}_{loc}$  로 표현되고 식 (3)과 식 (5)를 ABAQUS/Standard 의 사용자 서브루틴(UEL)으로 응집 요소를 구현하였고 균열 진전이 예상되는 유한요소 사이에 응집 요소를 두고 균열 진전 해석을 수행하였다.

### 3. 응집 법칙

본 연구에는 다양한 함수의 응집 법칙(exponential, bilinear, trapezoidal 등) 중에서 응집 법칙의 형상 변화에 따른 균열 진전 특성을 알아보기 위하여 다음과 같이 단순한 형태의 다항식을 사용한 응집 법칙을 적용하였다.

$$\sigma = a \frac{\delta}{\delta_c} \left( 1 - \frac{\delta}{\delta_c} \right)^m \quad (7)$$

여기서  $\delta$  는 열림 변위이고  $\delta_c$  는 완전 분리가 발생하는 임계(critical) 열림 변위(Fig. 1 참조)이고  $a$  와  $m$  은 응집 법칙의 형상을 결정하는 계수들이다. 식 (7)의 응력을 적분구간  $\delta_c$  에서 적분하면 파손 에너지  $G_c$  가 된다.

$$\int_0^{\delta_c} a \frac{\delta}{\delta_c} \left( 1 - \frac{\delta}{\delta_c} \right)^m d\delta = G_c \quad (8)$$

위의 식을 만족하는  $a$  는 다음과 같다.

$$a = (1+m)(2+m) \frac{G_c}{\delta_c} \quad (9)$$

응집 법칙의 응력을 식 (9)를 이용하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\sigma = (1+m)(2+m) G_c \frac{\delta}{\delta_c} \left( 1 - \frac{\delta}{\delta_c} \right)^m \quad (10)$$

식 (7)의 응집 법칙에서 응집 강도는 다음과 같다.

$$\sigma_m = (2+m) \frac{G_c}{\delta_c} \left( \frac{m}{1+m} \right)^m \quad (11)$$

파손 에너지  $G_c$  값과 응집 법칙의 임계 열림 변위  $\delta_c$  을 일정하게 두고  $m$  값을 변화시킨 응집 법칙

은 Fig. 2 에 보여주고 있다. 또한 응집 법칙의 응집 강도  $\sigma_m$  과 응집 법칙의 임계 열림 변위  $\delta_c$  일정하게 두고  $m$  값을 바꾸면 Fig. 3 과 같다. 파손 에너지와 임계 열림 변위를 일정하게 하면 균열이 진전하는데 필요로 하는 에너지는 동일하지만 응집 강도가 다른 경우 주변 응력 상태가 변하게 될 것이다. 또한 응집 강도와 임계 열림 변위를 일정하게 하고 응집 법칙 형상을 바꾸면 파손 에너지가 변하게 되어 균열이 진전하는데 필요로 하는 에너지가 다르게 된다. 본 연구에서는 파손 에너지가 일정한 경우와 응집 강도가 일정한 경우에 대하여 응집 법칙의 형상 변화에 따른 균열 진전 거동 특성을 살펴보았다.

### 4. 응집 법칙의 형상 변화에 따른 균열 진전 해석

식 (7)로 주어진 응집 법칙의 계수값들에 따른 균열 진전 해석의 변화를 알아보기 위하여 Fig. 4 와 Fig. 5 와 같이 균열이 있는 3점 굽힘과 이중 외팔보

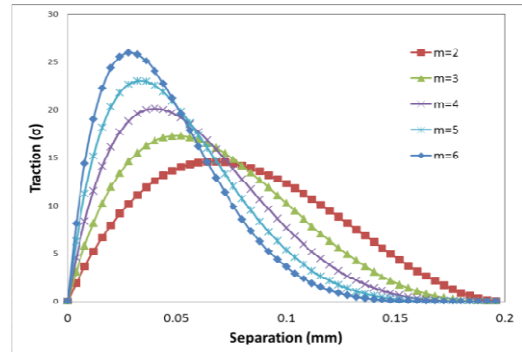


Fig. 2 Cohesive laws with varying  $m$  in Eq. (7) for constant fracture energy  $G_c=8.2 \text{ Nmm}$  and critical separation  $\delta_c=0.2 \text{ mm}$

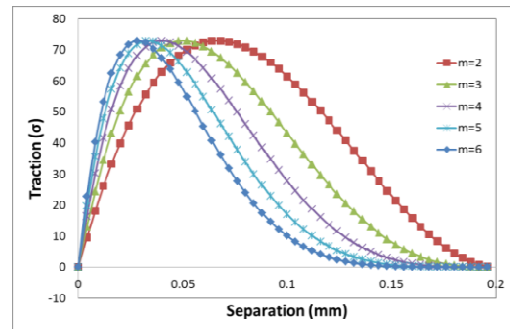


Fig. 3 Cohesive laws with varying  $m$  in Eq. (7) for constant maximum stress  $\sigma_m=72.88 \text{ N/mm}^2$  and critical separation  $\delta_c=0.2 \text{ mm}$

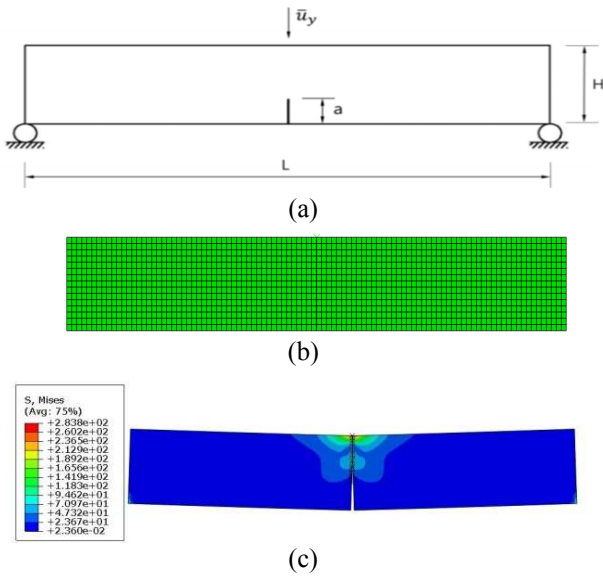


Fig. 4 Finite element analysis of crack propagation in 3-point bending problems: (a) 3-point bending model, (b) finite element mesh, (c) stress distribution (von-Mises stress, MPa)

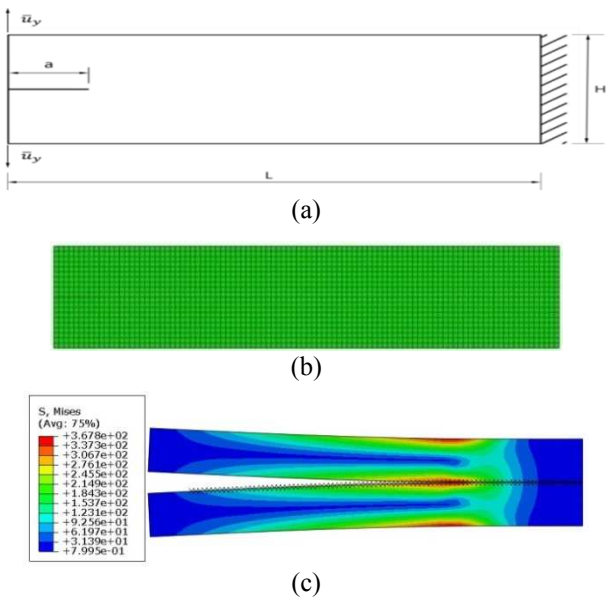


Fig. 5 Finite element analysis of crack propagation for double cantilever beam problems: (a) double cantilever beam model, (b) finite element mesh, (c) stress distribution (von-Mises stress, MPa)

모델의 유한요소 균열 진전 해석에 적용시켜 보았다. 모든 해석에 사용한 재료 물성은 탄성계수  $E = 70000 \text{ MPa}$  와 푸아송비  $\nu = 0.35$  을 적용하였다.

4.1 3점 굽힘 모델의 균열 진전 해석 결과

Fig. 4의 3점 굽힘 모델( $L = 300 \text{ mm}$ ,  $H = 50 \text{ mm}$ ,  $100 \times 15$  요소)의 가운데 영역에 초기 균열  $a = 16.67 \text{ mm}$

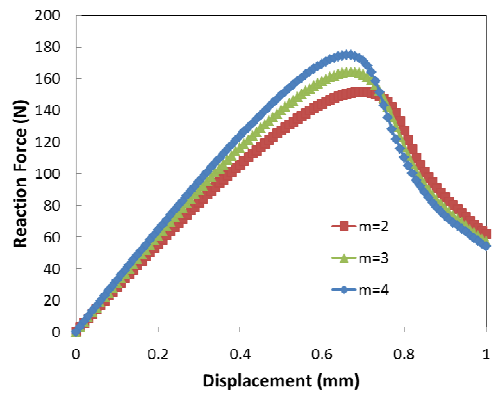


Fig. 6 Reaction forces and displacements at the top of 3-point bending model using cohesive laws with varying  $m$  for constants  $G_c = 8.2 \text{ Nmm}$  and  $\delta_c = 0.2 \text{ mm}$

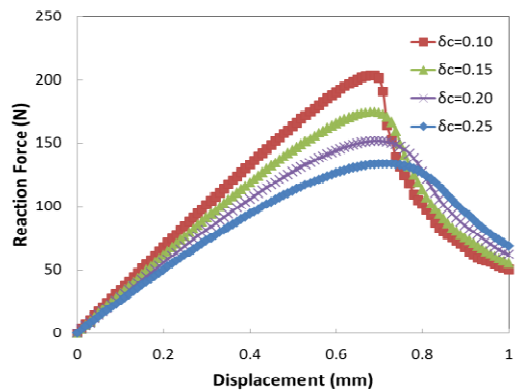


Fig. 7 Reaction forces and displacements at the top of 3-point bending model using cohesive laws with varying  $\delta_c$  for constants  $G_c = 8.2 \text{ Nmm}$  and  $m = 2$

에 대하여 상단부에 변위  $\bar{u}_y$  를 부여하고 균열 진전 해석을 수행하였다. 해석에 사용한 요소는 4절점 평면응력 감소적분 요소(CPS4R)를 사용하였다. Fig. 6과 Fig. 7은 3점 굽힘 모델에서 응집 법칙의 파손 에너지  $G_c$  가 일정할 때  $m$  값과  $\delta_c$  에 따라 부여 변위와 이 지점의 반력을 보여주고 있다. Fig. 2와 같이 응집 법칙에서  $m$  값이 클수록  $\sigma_m$  이 커지기 때문에 균열 진전을 위해 큰 힘이 필요하며 반대로  $\delta_c$  이 커질수록  $\sigma_m$  이 작아지기 때문에 균열 진전을 위하여 상대적으로 작은 힘이 필요하다는 것을 알 수 있다. 이 결과는 균열 진전에 필요한 파손 에너지가 동일하여도 응집 법칙의 형태가 변하면 응집 강도나 임계 분리 변위가 변하게 되므로 균열 진전 거동이 다르게 된다는 것을 보여주고 있다. Fig. 8과 Fig. 9는 응집 법칙의 응집 강도  $\sigma_m$  이 일정할 때  $m$  값과  $\delta_c$  에 따라 균열 진전 해석을 수행한 결과를 보여주고 있다. 이때  $m$  값이 클수록 파손 에너지

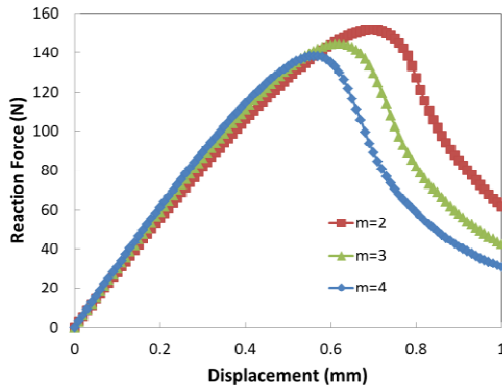


Fig. 8 Reaction forces and displacements at the top of 3-point bending model using cohesive laws with varying  $m$  for constants  $\sigma_m=72.88$  and  $\delta_c=0.2$

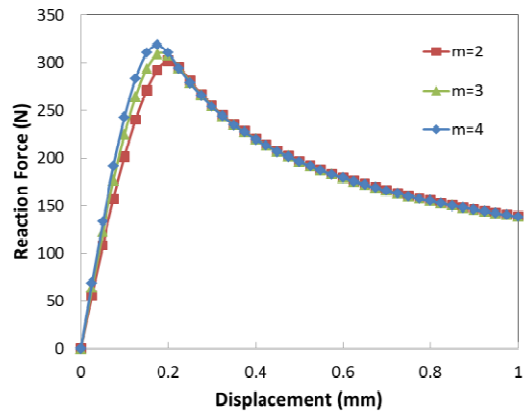


Fig. 10 Reaction forces and displacements at the left ends of double cantilever beam model using cohesive laws with varying  $m$  for constants  $G_c=8.2 \text{ Nmm}$  and  $\delta_c=0.2 \text{ mm}$

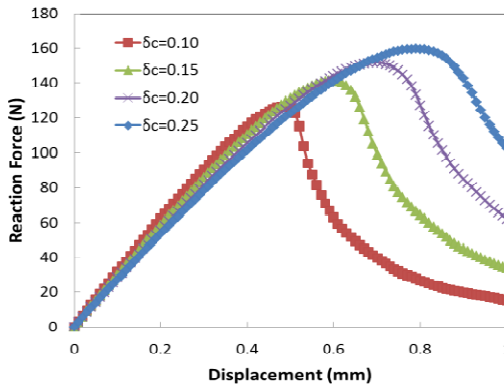


Fig. 9 Reaction forces and displacements at the top of 3-point bending model using cohesive laws with varying  $\delta_c$  for constants  $\sigma_m=72.88$  and  $m=2$

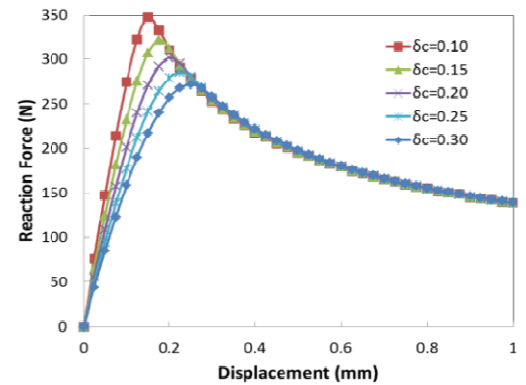


Fig. 11 Reaction forces and displacements at the left ends of double cantilever beam model using cohesive laws with varying  $\delta_c$  for constants  $G_c=8.2 \text{ Nmm}$  and  $m=2$

$G_c$ 가 작아지기 때문에 균열 진전을 위해 상대적으로 작은 에너지가 필요하며 반대로  $\delta_c$ 가 커질수록  $G_c$ 이 커지기 때문에 균열 진전을 위해 상대적으로 큰 에너지가 필요하다는 것을 알 수 있다. 이 결과에서 보면 동일한 응집 강도  $\sigma_m$ 에 대하여 응집 법칙의 형태가 변하면 균열 진전 거동도 다르게 된다는 것을 알 수 있다. 결과적으로 동일한 파손 에너지 또는 동일한 응집 강도의 경우에도 응집 법칙의 형상이 다르게 되면 균열 진전 거동이 변하게 된다는 것을 보여주고 있다.

#### 4.2 이중 외팔보의 균열 진전 해석 결과

Fig. 5의 이중 외팔보 모델( $L=100 \text{ mm}$ ,  $H=20 \text{ mm}$ ,  $100 \times 20$  요소)의 좌측 영역에 초기 균열  $a=10 \text{ mm}$ 에 대하여 좌측 상 하단부에 변위  $\bar{u}_y$ 를 부여하고 균열 진전 해석을 수행하였다. 해석에 사용한 요소는 4절점 평면응력 감소적분 요소(CPS4R)를

사용하였다. Fig. 10과 Fig. 11은 이중 외팔보에서 응집 법칙의 파손 에너지를 일정하게 하고 계수  $m$ 과 임계 열림 변위  $\delta_c$ 를 변화에 따른 균열 진전의 좌측 상하단부의 변위-반력을 보여주고 있다. 3점 굽힘 모델의 균열 진전 거동과 유사하게 응집 법칙의 형태가 변하면서 응집 강도의 차이로 인하여 반력의 최대값도 변하고 일정한 파손 에너지에서 응집 법칙의 형태에 따라서 다른 균열 진전 거동을 보여주고 있다. Fig. 12와 Fig. 13에서는 응집 법칙의 응집 강도를 일정하게 하고 계수  $m$ 과 임계 열림 변위  $\delta_c$ 를 변화시킨 해석에서 균열 진전 거동 특성을 보여주고 있다. 3점 굽힘 모델의 균열 진전 해석과 마찬가지로 응집 강도가 동일하여도 응집 법칙의 형태가 변하면 균열 진전 거동이 다르게 되는 것을 보여주고 있다. 결과적으로 3점 굽힘과 이중 외팔보 문제의 균열 진전 해석에서



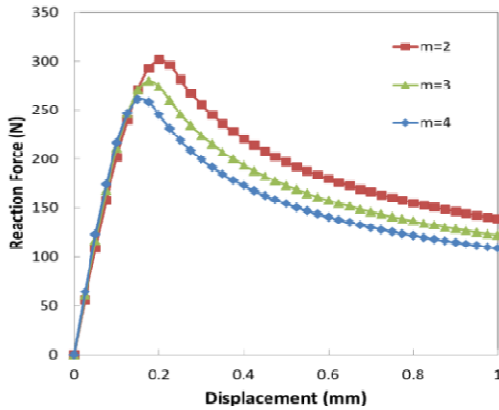


Fig. 12 Reaction forces and displacements at the left ends of double cantilever beam model using cohesive laws with varying  $m$  for constants  $\sigma_m = 72.88 \text{ N/mm}^2$  and  $\delta_c = 0.2 \text{ mm}$

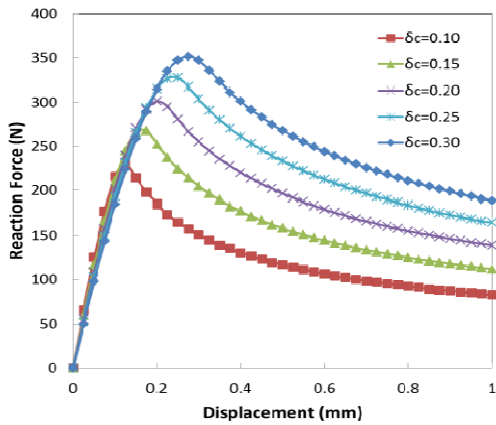


Fig. 13 Reaction forces and displacements at the left ends of double cantilever beam model using cohesive laws with varying  $\delta_c$  for constants  $\sigma_m = 72.88 \text{ N/mm}^2$  and  $m = 2$

응집 법칙의 형상은 균열 진전 거동에 중요한 역할을 한다는 것을 알 수 있다. 즉, 파손 에너지와 응집 강도와 더불어 응집 법칙의 형상도 재료 거동 특성에 따라 다르게 설정이 되어야 균열 진전의 정확한 해석이 된다는 것을 알 수 있다.

4.3 요소 크기에 따른 균열 진전 해석 결과

다음으로 요소 크기가 균열 진전 해석에 주는 영향을 알아 보기 위해 파손 에너지, 응집 강도 그리고 응집 법칙의 형상을 고정했을 때 3 점 굽힘 모델과 이중 외팔보의 균열 진전 해석을 수행하였다. 3 점 굽힘 모델의 경우 요소 크기를 15.0 mm, 3.33 mm, 1.5 mm 로 하였고 이중 외팔보의 경우 5.0 mm, 2.0 mm, 1.0 mm 로 하였다. Fig. 14 와 Fig. 15 에서 보여주는 바와 같이 3 점 굽힘 모델에서는 요소 크기의 영향이 무시 할 수 있을 정도였지만

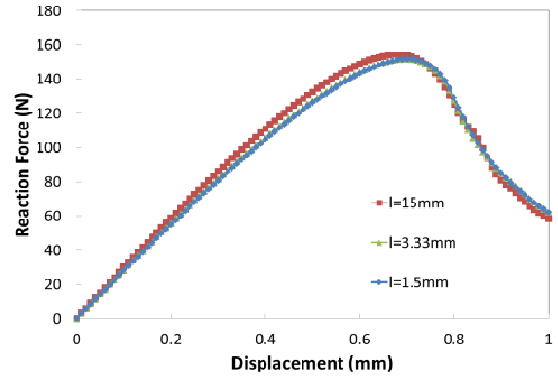


Fig. 14 Reaction forces and displacements at the top of 3-point bending model with varying element size

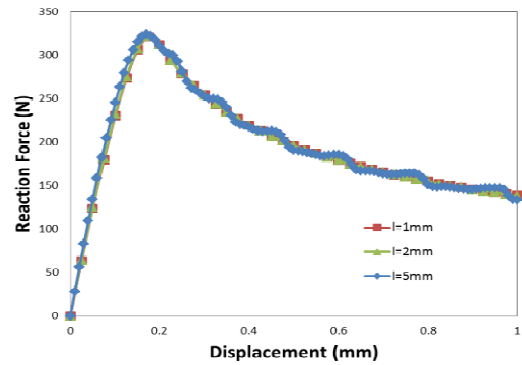


Fig. 15 Reaction forces and displacements at the left ends of double cantilever beam model with varying element size

이중 외팔보에서는 요소의 크기가 너무 커지면 오차가 있는 반력-변위 곡선의 결과를 보여주었다. 응집 법칙을 실험적으로 측정된 변위를 사용하여 역문제 해석으로 구한 연구<sup>(8)</sup>에서 응집 법칙의 형상이 요소 크기에 의존하여 설정될 수 있다고 하였고 충분히 세분화된 요소를 사용해야 한다고 하였다. 본 연구에서도 응집 요소를 사용한 균열 진전 해석에서 요소 크기가 충분히 작게 되면 요소 크기에 상관없는 균열 진전 해석을 수행할 수 있지만 너무 커지게 되면 원하지 않는 균열 진전 거동을 보였다.

5. 결론

본 연구를 통해서 응집 영역의 응집 법칙에 대한 파손 에너지, 응집 강도, 임계 열림 변위 그리고 형상 계수인  $m$  값에 다르게 하여 응집 법칙을 변화시키며 균열 진전 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 동일한 파손 에너지의 응집 법칙을 사용해도 응집 강도와 임계 열림 변위가 다르게 되면 균열 진전 거동이 다르게 됨을 명확히 보여주었다.

또한 동일한 응집 강도에 대하여 파손 에너지가 다르게 되면 균열 진전 거동도 다르게 된다는 것을 3 점 굽힘 모델과 이중 외팔보 모델을 사용하여 보여주었다. 이것을 통하여 응집 요소를 사용한 균열 진전 해석에서 파손 에너지 외에 응집 법칙 형상을 반드시 고려해야 한다는 것을 알 수 있다. 그러므로 응집 법칙의 형상을 구하기 위한 실험과 이론적인 방법의 연구가 필요하며 재료 파손 거동을 정확히 반영할 수 있는 응집 법칙을 설정하는 것이 균열 진전 해석에서 상당히 중요하다는 것을 알 수 있다. 또한 요소의 크기가 균열 진전 해석에 주는 영향을 변위-하중 그래프를 통해 알아보고 너무 큰 응집 요소를 사용하면 원하지 않는 균열 진전 거동을 얻을 수 있다는 것을 보여주었다.

## 후 기

본 연구는 서울과학기술대학교 교내학술연구 지원비로 수행되었습니다.

## 참고문헌 (References)

- (1) Alfano, G. and Crisfield, M. A., 2001, "Finite Element Interface Models for the Delamination Analysis of Laminated Composites: Mechanical and Computational Issues," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 77, No. 2, pp. 111~170.
- (2) Valoroso, N. and Champaney, L., 2006, "A Damage-Mechanics-Based Approach for Modeling Decohesion in Adhesively Bonded Assemblies," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 73, No. 18, pp. 2774~2801.
- (3) Tvergaard, V. and Hutchinson, J. W., 1992, "The Relation Between Crack Growth Resistance and Fracture Process Parameters in Elastic-Plastic Solids," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40, No. 6, pp. 1377~1397.
- (4) Scheider, I. and Brocks, W., 2003, "The Effect of Traction Separation Law on the Result of Cohesive Zone Crack Propagation Analyses," *Key Eng. Mater.*, Vols. 251-252, pp. 313~318.
- (5) Shet, C. and Chandra, N., 2004, "Effect of the Shape of T- $\delta$  Cohesive Zone Curves on the Fracture Response," *Mech. Adv. Mater. Struct.*, Vol. 11, No. 3, pp. 267~274.
- (6) Hong, S. and Kim, K.-S., 2003, "Extraction of Cohesive-Zone Laws from Elastic Far-Fields of a Cohesive Crack Tip: a Field Projection Method," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 51, No. 7, pp. 1267~1286.
- (7) Kim, H.-G., Chew, H. B. and Kim, K.-S., 2012, "Inverse Extraction of Cohesive Zone Laws by Field Projection Method Using Numerical Auxiliary Fields," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 91, No. 5, pp. 524~528.
- (8) Oh, J.-C. and Kim, H.-G., 2013, "Inverse Estimation of Cohesive Zone Laws from Experimentally Measured Displacements for the Quasi-Static Mode I Fracture of PMMA," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 99, No. 1, pp. 120~121.
- (9) Turon, A., Davila, C. G., Camanho, P. P. and Costa, J., 2007, "An Engineering Solution for Mesh Size Effects in the Simulation of Delamination using Cohesive Zone Model," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 74, No. 10, pp. 1674~1676.
- (10) Zhou, F. and Molinari, J. F., 2004, "Dynamic Crack Propagation with Cohesive Element: a Methodology to Address Mesh Dependency," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 59, No. 1, pp. 7~12.