

가스터빈엔진 디스크의 도브테일 형상 최적화와 신뢰도 해석

허재성*

* 한국항공우주연구원 항공엔진실

Shape Optimization and Reliability Analysis of the Dovetail of the Disk of a Gas Turbine Engine

Jae-Sung Huh*

* Aero-propulsion Division, Korea Aerospace Research Institute

(Received November 7, 2013 ; Revised January 29, 2014 ; Accepted February 2, 2014)

Key Words: Shape Optimization(형상최적화), Reliability Analysis(신뢰도 해석), Low Cycle Fatigue(저주기 피로), Gas Turbine engine(가스터빈엔진), Turbine Disk(터빈 디스크), Dovetail(도브테일)

초록: 가스터빈엔진의 가장 핵심 부품인 디스크와 블레이드는 고온, 고압축비, 고속 회전이라는 가혹한 환경에서 지속적으로 운용된다. 이러한 가혹한 환경과 디스크와 블레이드가 가지는 큰 회전 에너지로 인해 디스크 및 블레이드에 의해 유발되는 파손은 항공기 손상 혹은 탑승자의 피해로 이어지는 재해적 고장 혹은 한계 고장으로 이어진다. 그러므로 디스크와 블레이드의 구조적 건전성의 마진을 충분히 확보하기 위해서 본 연구에서는 디스크의 취약 부위인 도브테일의 형상을 최적화하고, 그 해의 강건성을 확인하기 위해 치수 공차와 피로 수명의 산포와 같은 불확실성에 대하여 신뢰도 해석을 수행하고자 한다. 이 결과를 통해 결정론적 방법인 최적설계의 필요성과 함께 한계를 확인하고, 향후 신뢰도 기반 최적설계의 필요성을 인지하고자 한다. 이를 위해 비선형 열-구조 연성해석과 접촉 해석을 포함한 유한요소해석을 수행하였다.

Abstract: The most critical rotating parts of a gas turbine engine are turbine blades and disc, given that they must operate under severe conditions such as high turbine inlet temperature, high speeds, and high compression ratios. Owing to these operating conditions and high rotational speed energy, some failures caused by turbine disks and blades are categorized into catastrophic and critical, respectively. To maximize the margin of structural integrity, we aim to optimize the vulnerable area of disc-blade interface region. Then, to check the robustness of the obtained optimized solution, we evaluated structural reliability under uncertainties such as dimensional tolerance and fatigue life variant. The results highlighted the necessity for and limitations of optimization which is one of deterministic methods, and pointed out the requirement for introducing reliability-based design optimization which is one of stochastic methods. Thermal-structural coupled-field analysis and contact analysis are performed for them

1. 서론

현재 항공 산업에서 친환경이 시장의 경쟁력을 좌우하는 중요한 요소가 되고 있으며, 친환경 항공기를 위해서는 항공기 자체뿐만 아니라 항공기의 주 동력원인 가스터빈엔진의 친환경도 중요한 인자이다. 친환경 가스터빈엔진은 배기가스 최소

화와 고효율 등이 요구되고 있고, 이를 위해서는 고압축비, 고속 회전, 고압터빈 입구의 고온 조건이 요구되고 있으나, 이러한 가혹한 요구조건들은 엔진의 디스크와 고압 터빈의 노즐 및 블레이드의 구조적 건전성 약화와 운용 수명을 단축시키는 요인들이다. 그러므로 설계 단계에서 이를 정교하게 해석하고 최적화 및 신뢰도 분석 등을 수행하여 다양한 관점에서 구조적 건전성을 평가하고 확보하여야 한다. 이는 터빈 디스크, 노즐 및 블레이드 등의 재료 모델링, 유한요소해석 기술, 통계적

† Corresponding Author, jshuh@kari.re.kr

해석 기법과 최적화 기술 등을 필요로 한다.

터빈 디스크의 최적설계 분야에서 T. C. Cheu⁽¹⁾는 디스크의 웹(Web)에 대하여 등가 응력(von Mises stress) 제한조건하에서 질량 최소화 설계를 수행하였으며, 이때 활용한 방법은 민감도 기반 최적설계였다. J. S. Liu⁽²⁾은 Metamorphic 개발 방법을 터빈 디스크에 적용하여 디스크의 허브(Hub), 웹(Web), 림(Rim)의 두께에 대하여 디스크의 형상을 최적화하였다. 특이한 점은 디스크에 작용하는 4 개의 하중 각각에 대하여 최적 형상을 탐색한 것이다. A. R. Rao⁽³⁾은 응력 및 수명 제한조건하에 가격과 중량에 대한 다목적 최적화를 수행하였으며, 설계 변수는 앞의 두 연구와 동일하게 도브테일(Dovetail)을 제외한 디스크의 형상 파라미터로 하였다. 이를 위해 디스크에 603°C의 균일한 온도 분포를 가정하여 구조 해석을 수행하였다. A. R. Rao⁽⁴⁾은 탄성 해석을 통하여 계산한 등가 응력을 목적함수로 하여 디스크와 터빈 블레이드의 연결부위인 도브테일에 대하여 반응 표면법(Response surface method)를 활용하여 최적화를 수행하였다. D. Brujic⁽⁵⁾는 CAD 모델을 기반으로 터빈 디스크와 블레이드의 도브테일에 대하여 주요 지점에서의 파열(rupture) 응력, 접촉 압력과 주 응력을 성능함수로 하여 최적설계를 수행하였다. 그리고, 500 개의 샘플을 가진 몬테카를로 시뮬레이션 방법(Monte Carlo Simulation)을 이용하여 치수의 산포에 대한 주요 취약지점에서 등가 응력의 평균 및 분산을 계산하여 불확실성에 대한 최적해의 민감성을 확인하고, 이를 개선하기 위한 강건 최적설계를 추가로 수행하였다.

최적설계와 별도로 R. G. Tryon^(6,7)는 1 단 고압터빈 디스크의 림 부위에 대하여 균열 성장 수명에 대하여 1 차 신뢰도 기법을 적용하여 수명을 예측하였다. 확률 변수로는 엔진의 운용 변수, 초기 균열 크기와 균열 성장 모델의 하나인 Paris Law의 파라미터로 하였다. C. L. Liu^(8,9)은 디스크의 온도, 속도, 밀도, Coffin-Manson의 재료 데이터 상수, 하중 사이클을 확률 변수로 하여 1 차 신뢰도 방법 중 하나인 AFOSM을 활용하여 목표 수명에 대한 손상 확률을 추정하였다. 특이한 점은 디스크의 가장 취약한 부위 2 곳에 대하여 등가 응력 및 변형률에 대하여 샘플링을 통하여 확률밀도함수를 추정하고 이를 신뢰도 해석에 활용하였다는 것이다. 이와 별개로 2000 년도 후반에 중국에서 터빈 디스크의 저주기 피로 수명에 대하여 근사함수와 Monte Carlo Simulation(MCS) 방법을 접목하여

신뢰도 해석을 수행한 사례⁽¹⁰⁻¹³⁾가 다수 있다.

다양한 파손 메커니즘(Failure mechanisms) 중에서 터빈 디스크는 저주기 피로가 가장 중대한 요인이므로, 본 연구에서는 기존 연구에서 적용한 등가 응력이 아닌 저주기 피로 수명을 정의하는 총 변형률(Total strain)을 성능함수로 하여 터빈 디스크와 블레이드의 연결 부위인 도브테일에 대한 형상 최적설계를 하고자 한다. 그리고 형상 파라미터 및 ϵ -N 선도의 불확실성에 대하여 모멘트 방법을 이용하여 신뢰도 해석을 수행하고, 추정된 손상확률을 기초로 최적설계의 한계와 강건설계 혹은 신뢰도 기반 최적설계의 필요성을 확인하고자 한다. 이를 위해 도브테일에서 예상되는 탄성, 소성, 열 변형을 모두 포함한 현실적인 유한요소 해석을 위하여 Huh⁽¹⁴⁾가 제시한 탄소성 가공 경화 거동, 기하학적 비선형, 열-구조 연성해석 및 접촉 해석을 반영하며, 그 해석 결과로 도브테일에서의 최대 총 변형률을 계산하여 이를 성능함수로 활용하고자 한다. 최적설계는 민감도 해석을 기초로 하는 순차 이차 계획법(Sequential Quadratic Programming)을 적용하며, 신뢰도 해석은 기존 연구가 근사함수를 기초한 MCS 방법 혹은 AFOSM과 같은 1 차 신뢰도 방법을 적용하여 손상 확률을 계산한 반면에 본 연구에서는 레벨 3 방법인 모멘트 방법을 통해 총 변형률로 표현되는 한계 상태식의 손상확률과 함께 확률밀도함수를 모두 추정하고자 한다.

2. 해석 모델

2.1 재료 모델링

INCO 718에 대한 재료 모델링은 Huh⁽¹⁴⁾ 논문에서 제시된 탄소성 가공 경화 모델과 열 전달 관련 재료 상수를 활용하였으며, 이는 아래 2 개의 표와 같다.

Table 1 Parameters for bilinear kinematic hardening⁽¹⁴⁾

Modulus of Elasticity (GPa)	25°C	199.9
	650°C	160.65
0.2 % Yield Strength (MPa)	25°C	1034
	650°C	862
Tangent Modulus (GPa)	25°C	1.75
	650°C	1.41
Poisson's Ratio	25°C	0.294
	650°C	0.283

Table 2 Thermal properties of INCO 718⁽¹⁴⁾

Thermal conductivity (W/m·°C)	25°C	13.33
	650°C	21.20
Mean Linear Expansion (m/m/°C)	25°C	-
	650°C	15.1×10^{-6}

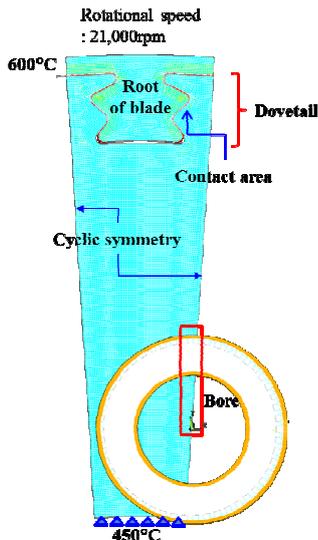


Fig. 1 Initial design and boundary conditions⁽¹⁴⁾

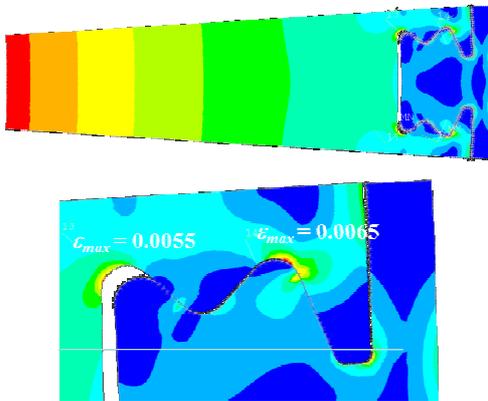


Fig. 2 Results of equivalent total strain distribution

2.2 유한요소모델 및 초기 해석

최적 설계 및 신뢰도 해석을 위한 유한요소모델은 Huh⁽¹⁴⁾에서 적용한 것과 동일하게 2 차원 1/50 섹터 모델과 node-to-surface 접촉으로 작성하였다. 또한, Fig. 1 과 같이 디스크의 온도 조건과 하중 및 변위 조건을 각각 정의하였다.

이러한 유한요소모델을 기초로 초기 해석을 수행하면 탄성, 소성, 열 변형을 모두 포함하는 등가 총 변형률(Equivalent Total strain) 분포는 Fig. 2 와

Table 3 Design variables

Design variable	Lower bound	Initial value	Upper bound
R ₁ (mm)	0.5	0.8	1.0
R ₂ (mm)	0.5	0.8	1.0
R ₃ (mm)	0.5	0.8	1.0
θ ₁ (°)	2.25	2.925	3.375
θ ₂ (°)	1.125	1.8	2.925
θ ₃ (°)	2.25	3.15	3.6

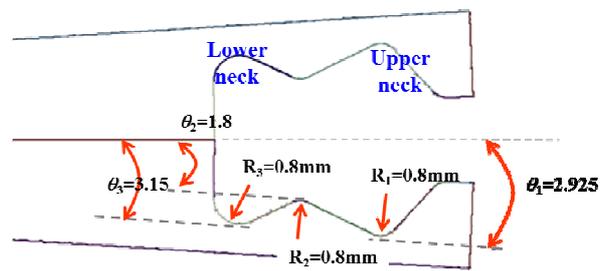


Fig. 3 Definition of design variables

같이 얻어진다. 즉, 최대 변형률은 디스크의 보어(bore)와 디스크와 블레이드가 접촉하는 영역인 도브테일에서 예측된다. 도브테일 영역에서도 하부 목(Lower neck)보다는 상부 목(Upper neck)에서 0.0065m/m 로 더 큰 변형률이 얻어지므로 상부 목이 더 취약한 부분임을 확인할 수 있다.

3. 최적설계

3.1 최적설계 수식화

디스크와 블레이드의 결합 부위인 도브테일(Dovetail)에 대한 구조 안전성을 증대시키기 위해 아래와 같이 최적설계 수식화를 하였다. 주어진 초기 질량의 범위에서 도브테일 영역에서의 등가 변형률을 최소화하여 구조적 강도의 마진 및 저주기 피로 수명(Low cycle fatigue) 향상을 추진하고자 하며, 상부 목과 하부 목의 형상을 유지하기 위하여 기하학적 제한 조건을 추가 하였다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } f = \varepsilon_{\text{von}} \\
 & \text{subject to } g_1 = m - m_i \leq 0 \\
 & \quad g_2 = \theta_2 - \theta_1 \leq 0 \\
 & \quad g_3 = \theta_2 - \theta_3 \leq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 ε_{von} 은 최대 등가 총 변형률, m_i 는 초기 질량을 의미한다.

설계 변수로는 Huh⁽¹⁴⁾에서 수행한 형상 변수 고찰을 기초로 Fig. 3 과 같이 상부 및 하부 목을 정의하는 6 개의 치수로 결정하였으며, 설계 영역 및 초기 설계는 Table 3 과 같이 정의하였다.

3.2 최적설계 결과

최적설계는 민감도 기반 방법인 순차적 이차 프로그래밍을 이용하였으며, 민감도는 유한 차분법인 전방 차분법(Forward difference method)를 적용하였다. Fig. 4 의 최적화 이력처럼 총 5 번의 축차와 43 번의 유한요소해석을 통해 최적화가 수행되었으며, 목적 함수인 등가 총 변형률은 상부 목에서 0.0065m/m 에서 0.0054m/m 으로 하부 목은 0.0055m/m 에서 0.0050m/m 로 각각 감소하였으며, 전체적으로 0.0065m/m 에서 0.0050m/m 로 30% 목적 함수가 감소하였다. 설계 변수는 상/하부 목 모따기(fillet)의 반경인 R₁ 과 R₃ 는 각각 17% 정도 치수가 커졌으며, 상/하부 목 크기를 지정하는 각도는 모두 감소하여 디스크의 질량이 재분배되었음을 알 수 있다. 이러한 등가 변형률의 감소는 터빈 디스크의 가장 중요한 파손 메커니즘(Failure mechanism)인 저주기 피로 수명을 대략 60,000 회에서 400,000 회로 7 배정도 증가시켰음을 Fig. 5(R=0)를 통해 대략 추정할 수 있다.

Table 4 Results of optimization

Design variable	Initial value	Optimal value
R ₁ (mm)	0.8	0.962
R ₂ (mm)	0.8	0.735
R ₃ (mm)	0.8	0.962
θ ₁ (°)	2.925	2.586
θ ₂ (°)	1.8	1.495
θ ₃ (°)	3.15	2.773

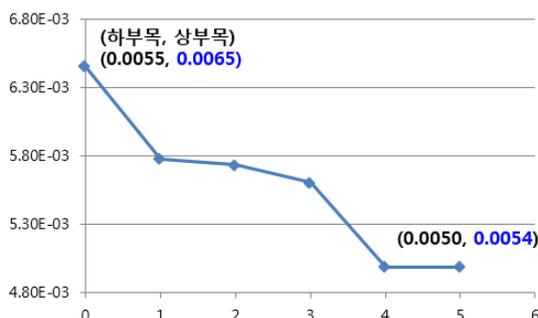


Fig. 4 History of objective function

4. 신뢰도 해석

위와 같은 최적설계를 통해 도브테일의 등가 변형률이 초기설계에 비해 더 균일하게 분포되고 또한 최대값이 상당히 감소되었다. 그러나 이러한 최적설계는 결정론적 방법으로 일반적으로 실제 운용 중에서 발생할 수 있는 하중과 환경의 불확실성뿐만 아니라 제작 공차에 의한 형상의 산포와 재료 물성치의 불확실성에 성능함수가 민감하게 변화하는 한계가 있다. 본 절에서는 최적설계 결과에 대해 신뢰도 해석을 수행하여 위에서 언급한 불확실성이 터빈 디스크의 구조 건전성에 미치는 영향과 최적설계 이외의 추가적인 개선이 더 필요함을 확인하고자 한다. 이를 위해 최적설계에서의 목적함수이자 저주기 피로 수명을 추정하는 파라미터인 등가 총 변형률이 공차에 의한 형상의 산포에 어떠한 영향을 받는지 확인하고자 한다. 그러므로, 아래와 같이 한계 상태방식(Limit state function)을 정의하고, 이에 대하여 모멘트 방법을 적용하여 신뢰도 해석을 하여 식 (3)과 같은 손상 확률을 최종 추정하고자 한다.

$$f_1 = \epsilon_{cr} - \epsilon_{von} \geq 0 \text{ at upper neck}$$

$$f_2 = \epsilon_{cr} - \epsilon_{von} \geq 0 \text{ at lower neck} \quad (2)$$

여기서, 기준치인 ϵ_{cr} 는 0.0058m/m 로 하였으며, 이는 6,000 사이클이라는 가상의 목표 저주기 피로 수명을 기초로 산정하였다.

MIL-HDBK-5J⁽¹⁶⁾에 의하면 INCO 718 의 ϵ -N 선도 (538°C 기준)에서 수명의 표준 편차는 Log (Life) \approx 0.78 이므로 수명의 3 σ 는 대략 18.1 배가 된다. 그러므로 설계 목표 수명을 6,000 사이클로 가정한다면, ENSIP⁽¹⁷⁾의 가이드에 따라 2 배의 수명 마진과 ϵ -N 선도에서의 3 σ 를 고려하면 Fig. 5 의 ϵ -N 선도

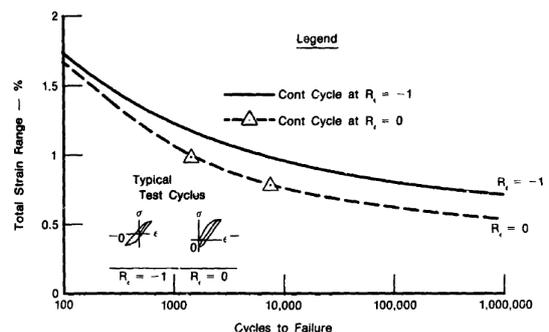


Fig. 5 ε-N curve for INCO 718 at 649°C⁽¹⁵⁾

Table 5 Parameters for normal distributions

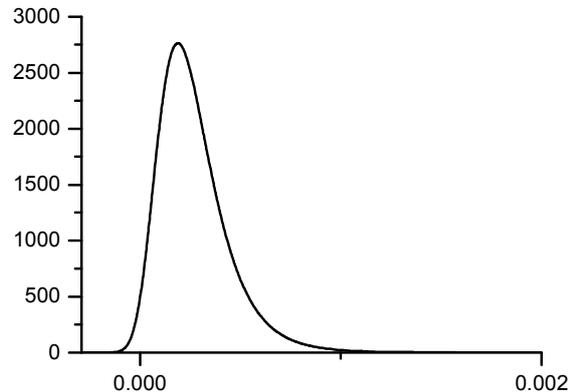
Component	$\phi(\cdot)$	Mean	S.D.
$R_1(mm)$	Normal	0.96	0.1/3
$R_2(mm)$	Normal	0.74	0.1/3
$R_3(mm)$	Normal	0.96	0.1/3
$\theta_1(^{\circ})$	Normal	2.59	0.01/3
$\theta_2(^{\circ})$	Normal	1.50	0.01/3
$\theta_3(^{\circ})$	Normal	2.77	0.01/3

에서 등가 변형률은 대략 0.58%가 되어야 한다. 그리고, 확률 변수는 최적설계의 설계 변수로 가정하고 이들은 아래와 같은 정규 분포를 따른다고 가정하였다. $R_1 \sim R_3$ 는 절삭가공의 정밀급 공차(KS B 0412)를 기준으로 0.10mm로 가정하였다. 디스크 반경 0.13m와 길이 공차 0.10mm에 대응되는 각은 0.04°이나, 디스크와 다르게 블레이드가 일반적으로 주조 공정을 통해 제작되므로 이에 대한 공차가 절삭 가공에 비해 상대적으로 커서 이를 상쇄할 목적으로 엄격한 값인 0.01°를 가정하였다. 실제 공차는 제작 공정, 제작 단가와 손상 확률에 직접적인 영향을 주고 받으므로 이를 분석하여 최적의 공차를 할당하는 절차가 별도로 있어야 하나 이는 본 연구의 범위를 벗어나므로 Table 5와 같이 단순히 가정하였다. 최적설계 형상을 평균으로 가정하고, 공차가 3σ라고 가정하여 각 치수의 표준편차를 계산하였다.

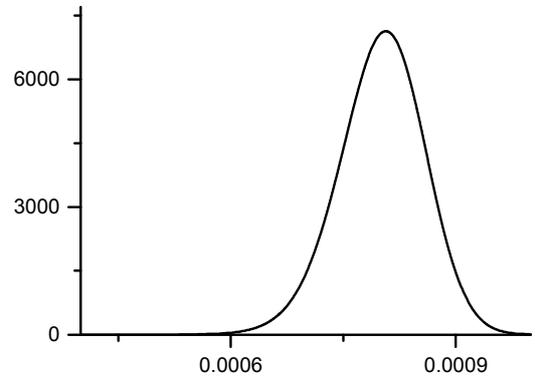
$$\Pr[f(\mathbf{x}) \leq 0] = \int_{f(\mathbf{x}) \leq 0} \phi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3)$$

여기서 \mathbf{x} 는 확률 변수이며, $\phi(\cdot)$ 는 확률변수 x_i 의 확률밀도함수(Probability density function)이다.

신뢰도 해석은 성능 함수의 4차 모멘트⁽¹⁸⁾와 피어슨 시스템⁽¹⁹⁾을 이용하는 모멘트 방법을 적용하였으며, 상부 및 하부 목에서의 최대 등가 총 변형률에 대한 확률밀도함수는 Fig. 6과 같이 추정된다. 상부 목의 경우 식 (2)의 성능함수 평균은 0.000268m/m로, 표준편차는 0.000177m/m으로 추정하였으며, 최종적으로 손상확률(probability of failure)은 1.64%로 예측하였다. 하부 목은 평균과 표준편차가 각각 0.00080m/m와 0.000057m/m이고 손상 확률을 0.0%로 추정하였다. 그러므로, 디스크 도브테일 전체의 손상확률은 1.64%이며, 이는



(a) Upper neck



(b) Lower neck

Fig. 6 Probability density function of limit state functions

일반적인 설계 기준인 -3σ인 0.13%의 10 배이상의 큰 손상확률이므로 향후 손상확률이 최소화되게 하기 위하여 신뢰도 기반 최적설계 혹은 강건 최적설계와 같은 방법론을 통해 추가적인 형상 변경 혹은 공차의 축소가 필요함을 확인하였다. 추가로, Table 5의 각도에 대한 공차를 상당히 엄격히 적용한 것을 고려한다면 실제 더 큰 손상확률을 예상하는 것이 타당하다.

5. 결론

본 연구에서 가스터빈엔진 터빈 디스크의 가장 중대한 파손메커니즘인 저주기 피로 수명을 정의하는 파라미터인 총 변형률을 계산하기 위하여 2차원 1/50 섹터 모델, 탄소성 가공 경화 거동, 기하학적 비선형, 열-구조 연성해석 및 접촉 해석을 적용하였다. 그리고, 최대 등가 변형률을 성능함수로 하여 터빈 디스크 및 블레이드 결합 부위에 대하여 구조 건전성을 향상시키기 위한 형상 최적설계를 수행하여 대략 30%의 개선된 형상을 제시하였다. 또한, 최적설계 결과에 대해 치수의 공차에

의한 산포 및 ϵ -N 선도의 피로 수명 산포를 고려한 신뢰도 해석을 모멘트 방법을 이용하여 수행하고 그 결과로부터 최적설계와 별도로 상부 목의 형상 개선이 더 필요함을 확인하였다. 이는 신뢰도 기반 최적설계 혹은 강건 최적설계 방법론을 도입하여 해결이 가능하고, 최종적으로 3 차원 모델을 통한 해석 및 설계 검증이 필요하게 된다.

후 기

본 연구는 항공우주부품기술개발사업인 “중소형 항공기용 터보팬 엔진의 고압터빈 냉각 설계기술 개발 및 시험평가 기술 구축”의 과제 지원으로 수행되었음을 밝힌다.

참고문헌 (References)

- (1) Cheu, T. C., 1990, “Procedures for Shape Optimization of Gas Turbine Disks,” *Computers & Structures*, Vol. 34, No. 1, pp.1~4.
- (2) Liu, J. S., Parks, G. T. and Clarkson, P. J., 2002, “Optimization of Turbine Disk Profiles by Metamorphic Development,” *Transactions of the ASME*, Vol. 124, pp.192~200.
- (3) Rao, A. R., Scanlan, J. P. and Keane, A. J., 2007, “Applying Multiobjective Cost and Weight Optimization to the Initial Design of Turbine Disks” *Journal of Mechanical Design*, Vol.129, pp.1303~1310.
- (4) Rao, J. S., Kishore, C. B. and Mahadevappa, V., 2008, “Weight Optimization of Turbine Blades,” *12th Intl. Symp. on Transport Phenomena and dynamics of Rotating*
- (5) Brujic, D., Ristic, M., Mattone, M., Maggiore, P. and De Poli, G. P., 2010, “CAD Based Shape Optimization for Gas Turbine Component Design,” *Structural Multidisciplinary optimization*, Vol. 41, pp.647~659.
- (6) Tryon, R. G., Cruse, T. A. and Mahadevan, S., 1996, “Development of a Reliability-Based Fatigue Life Model for Gas Turbine Engine Structures,” *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.53, No. 5, pp.807~828.
- (7) Cruse, T. A., Mahadevan, S. and Tryon, R. G., 1997, *Fatigue Reliability of Gas Turbine Engine Structures*, NASA CR-97-206215.
- (8) Liu, C. L., Lu, Z. Z. and Xu, Y. L., 2004, “Reliability Analysis for an Aero Engine Turbine Disk Under Low Cycle Fatigue Condition” *ACTA Metallurgica Sinica*, Vol. 17, No. 4, pp.514~520.
- (9) Liu, C. L., Lu, Z. Z., Xu Y. L. and Yue, Z. F., 2005 “Reliability Analysis for Low Cycle Fatigue Life of the Aeronautical Engine Turbine Disc Structure Under Random Environment” *Materials Science and Engineering A*, Vol. 395, pp.218~225.
- (10) Tang, J. X. and Lu, S., 2005, “Reliability Analysis Method for the Strain Fatigue Life of a Disk,” *Journal of Propulsion Technology*, Vol. 26, No. 4, pp.344~347.
- (11) Tang, J. X. and Lu, S., 2006, “Numerical Simulation of LCF Probability Life of a Turbine Disk,” *Journal of Aerospace Power*, Vol. 21, No. 4, pp.706~710.
- (12) Hu, D. Y., Pei, Y., Wang, R. Q. and Li, Q. H., 2008, “Probabilistic Design of Low Cycle Fatigue for Turbine Disk,” *Journal of propulsion technology*, Vol. 29, No. 4, pp.481~487.
- (13) Gao, Y., Bai, G. and Zhang, Y., 2009, “Reliability Analysis of Multiaxial Low Cycle Fatigue Life for Turbine Disk,” *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, Vol. 30, No. 9, pp.1678~1682.
- (14) Huh, J. S., 2013, “A Parametric Study on Gas Turbine Engine Disc by Utilizing Axisymmetry and Sector Analysis Model,” *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 37, No. 6, pp.769~774.
- (15) Cullen, T. M. and Freeman, J. W., 1965, *The Mechanical Properties of Inconel 718 Sheet Alloy at 800°, 1000°, and 1200°F*, NASA CR-268.
- (16) Military Standard, 2003, “Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structure,” MIL-HDBK-5J (USAF).
- (17) Military Standard, 2002, “Engine Structural Integrity Program (ENSIP),” MIL-HDBK-1783B.
- (18) Huh, J. S. and Kwak, B. M., 2007, “Numerical Verification of the First Four Statistical Moments Estimated by a Function Approximation Moment Method,” *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 31, No. 4, pp.490~495.
- (19) Melchers, R. E., 1999, *Structural Reliability Analysis and Prediction*, John Wiley & Sons.