

육각형 입력제약 공간을 이용한 무정전 전원장치의 모델예측제어

Model Predictive Control of Three-Phase Inverter for Uninterruptible Power Supply Applications under a Hexagonal Input Constraint Region

김 석 균, 김 정 수*, 이 영 일
(Seok-Kyoon Kim¹, Jung-Su Kim^{2,*}, and Young Il Lee²)

¹Research Institute of Electric and Information Technology, Seoul National University of Science & Technology

²Department of Electrical and Information Engineering, Seoul National University of Science & Technology

Abstract: Using the classical cascade voltage control strategy, this paper proposes an analytical solution to an MPC (Model Predictive Control) problem with a hexagonal input constraint set for the inner-loop to regulate the output voltage of the UPS (Uninterruptible Power Supply). Focus is placed on how to deal with the hexagonal input constraint set without any approximation. Following the conventional cascade voltage control strategy, the PI (Proportional-Integral) controller is used in the outer-loop in order to regulate the output voltage. The simulation results illustrate that the capacitor voltage rapidly goes to its reference in a satisfactory manner while keeping other state variables bounded under an unexpected load changes.

Keywords: UPS, three-phase inverter, hexagonal input constraints, MPC

I. 서론

3상 무정전 전원장치(UPS)는 입력 직류 전원을 원하는 교류 전원으로 변환하는 장치이다. 이 장치는 3상 인버터와 출력단의 LC 필터로 구성되어 있으며 부하 변동에 고려하여 이 무정전 전원 장치의 출력 교류 전압을 효과적으로 제어하는 것이 중요한 제어 문제이다. 무정전 전원 장치의 출력 전압을 제어하기 위해 내부 전류 제어와 외부 전압 제어로 구성된 이중 루프 제어 전략이 주로 사용되었으며 [1-10] 내부와 외부에 모두 비례적분(PI) 제어가 많이 사용되었다. 페루프 시스템의 제어 성능 향상을 위해 데드비트 제어(deadbeat control) [5-7], H_∞ 제어[8,10], 그리고 μ -설계 기법[9] 등을 사용한 내부 전류기가 제안되었다. 하지만, 이 기법들은 물리적인 입력제약을 고려하면 안정도가 보장되지 않거나 고려하더라도 국부 안정성만 보장한다.

최근에 물리적인 입력 제약을 고려하고 페루프 시스템의 최적 성능을 제공하기 위해 모델예측제어(MPC) 기법이 전력전자 응용분야에 많이 제안되었다[11-14]. 그러나 전통적인 MPC 기법은 최적 성능을 제공하기 위해 실시간으로 최적화 문제를 풀어야 하므로 동특성이 빠른 전력전자 분야에 사용하기에 어려움이 있다. [11-13]에서는 펄스폭변조방

식(PWM: Pulse Width Modulation)에 의존하지 않는 MPC 기법이 제안되었다. 따라서 실시간 최적화 과정을 거쳐야 하는 고전적인 MPC에 비해서 구현하기 쉬울 수 있으나 결과로 만들어지는 제어 법칙이 복잡할 수 있어 매 제어주기마다 최적화를 위해 단순 검색 소프트웨어를 사용해야 한다. [15]에서 제안한 MPC 기법은 비선형 시스템으로 주어지는 시스템을 구간 선형 모델(piecewise affine model)로 근사화한 후에 다중 변수 계획법(multi-parametric programming) [16,17]을 사용하여 MPC의 해석해(analytic solution)를 구해서 실시간에서 최적화 문제를 푸는 계산 부담을 상당히 줄였다. 하지만 앞서 언급한 바와 같은 제어 법칙의 복잡성 때문에 최근에는 제어 법칙을 단순화 하려는 연구가 진행되고 있다.

최근에는 이러한 문제를 해결한 MPC 기법이 소개되었다[20]. 이 MPC는 시스템의 비선형성을 그대로 고려하며 매 제어 주기마다 한 가지 비교문만을 수행해서 목적 함수를 최적화하고 오차 변수의 전역 수렴성도 보장한다. 하지만, 원래 육각형 입력 제약 공간을 원으로 근사화했기 때문에 사용할 수 없는 입력 영역이 존재한다.

이 논문에서는 고효율이 요구되는 응용 분야를 위해서 원래의 육각형 입력 공간을 그대로 이용하는 해석해 기반의 MPC를 제안한다. 그리고 모의실험을 통해서 제어 성능이 만족스러우며 육각형 입력 제약을 원으로 근사화하는 경우에는 사용할 수 없는 입력들이 사용됨을 보인다.

II. 3상 무정전 전원장치의 수학적 모델

이 논문에서는 그림 1에 보인 3상 인버터와 출력 LC 필터로 구성된 무정전 전원장치를 고려한다[10].

* Corresponding Author

Manuscript received November 19, 2013 / revised January 2, 2014 / accepted January 8, 2014

김석균: 서울과학기술대학교 전기정보기술연구소

(lotus45kr@gmail.com)

이영일, 김정수: 서울과학기술대학교 전기정보공학과

(jungsu@seoultech.ac.kr/yilee@seoultech.ac.kr)

* 이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었음.

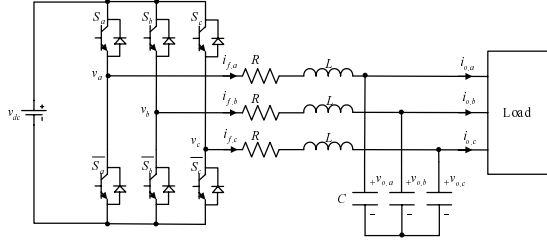


그림 1. UPS 시스템의 구성.

Fig. 1. An UPS system description.

이 장치는 제어 입력이 입력 전압 v_a, v_b, v_c 이고 출력이 $v_{o,a}, v_{o,b}, v_{o,c}$ 인 제어 시스템이다. 그림 1의 회로에 키르히호프의 전압 법칙을 적용하고 d - q 변환을 하면 다음 상태 방정식을 얻는다.

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_c \bar{x}(t) + B_c u(t) \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} i_f(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \quad i_f(t) = \begin{bmatrix} i_{fd}(t) \\ i_{fq}(t) \end{bmatrix}, \quad v_c(t) = \begin{bmatrix} v_{cd}(t) \\ v_{cq}(t) \end{bmatrix}, \\ u(t) &= \begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_q(t) \end{bmatrix}, \quad A_c = \begin{bmatrix} A_{c,11} & A_{c,12} \\ A_{c,21} & A_{c,22} \end{bmatrix}, \quad A_{c,11} = \begin{bmatrix} -\alpha & \omega \\ -\omega & \alpha \end{bmatrix}, \\ A_{c,12} &= -\frac{1}{L} I_{2 \times 2}, \quad A_{c,21} = \frac{1}{C} I_{2 \times 2}, \quad A_{c,22} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}, \\ B_c &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad B_{dc} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$\alpha := \frac{R}{L}$, 그리고 ω 는 출력 교류 전압의 주파수를 의미한다. 이 장치에서 스위치 $S_x, x=a,b,c$, 를 이상적이라 가정하면 고주파 펄스폭 변조(PWM)에 의해 제어되므로 입력 $u(t)$ 는 연속 신호로 가정할 수 있다[13]. 즉, $u(t) \in R^2, \forall t$. 그리고 $v_d(t)$ 와 $v_q(t)$ 는 인버터를 통해 시스템에 인가되는 전압이므로 제어 입력 $u(t)$ 는 그림 2에서 보이는 다음과 같이 정의되는 육각형 집합 U_{hex} 에 속해야 한다.

$$U_{hex} := \left\{ u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \in R^2 \mid \left| \frac{3}{2}u_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}u_2 \right| \leq V_{dc}, \right. \\ \left. \sqrt{3}|u_2| \leq V_{dc}, \left| -\frac{3}{2}u_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}u_2 \right| \leq V_{dc} \right\},$$

상태 방정식 (1)을 이용하면 인덕터 전류 i_f 는 다음 동특성을 만족함을 알 수 있다.

$$\dot{i}_f(t) = A_{c,11} i_f(t) + A_{c,12} v_c(t) + B_{c,1} u(t). \quad (2)$$

출력 전압 $v_c(t)$ 는 인덕터 전류 $i_f(t)$ 에 비해서 상당히 느리므로[18,19] 상태 방정식 (2)에서 상수로 가정한다. 즉,

$$v_c(t) \approx v_c, \quad \forall t.$$

그러면 위 가정과 주어진 샘플링 주기 $h > 0$ 을 이용해서 상태 방정식 (2)를 다음과 같이 이산화할 수 있다.

$$x(k+1) = A_{11}x(k) + A_{12}v_c + B_1u(k), \quad (3)$$

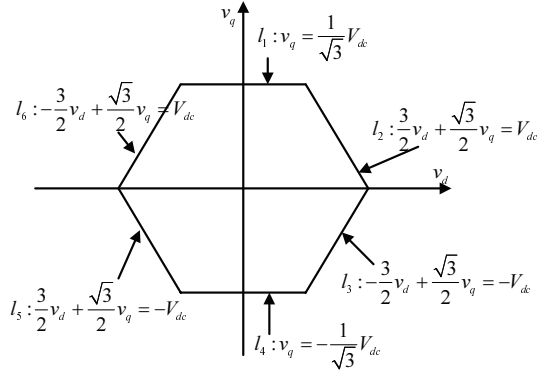


그림 2. 입력 제약 공간.

Fig. 2. Input constraint region.

여기서 $x(k) := i_f(k)$,

$$\begin{aligned} A_{11} &= e^{A_{c,11}h} = e^{-\alpha h} \begin{bmatrix} \cos(\omega h) & \sin(\omega h) \\ -\sin(\omega h) & \cos(\omega h) \end{bmatrix}, \\ A_{12} &= \int_0^h e^{A_{c,11}\tau} d\tau A_{c,12} = -\frac{1}{L} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ -b_{12} & b_{11} \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \int_0^h e^{A_{c,11}\tau} d\tau B_{c,1} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ -b_{12} & b_{11} \end{bmatrix}, \\ b_{11} &= \frac{-\alpha - e^{-\alpha h}(\alpha \cos(\omega h) - \omega \sin(\omega h))}{\alpha^2 + \omega^2}, \\ b_{12} &= \frac{\omega - e^{-\alpha h}(\omega \cos(\omega h) + \alpha \sin(\omega h))}{\alpha^2 + \omega^2}, \end{aligned}$$

이다. 모델 (3)과 입력 제약 U_{hex} 를 고려하여 다음 절에서 모델예측제어기를 설계한다.

III. 내부 전류 제어를 위한 MPC 설계

그림 3은 전통적인 이중 루프 제어구조를 나타내고 있다. 인덕터 전류 $i_f(k)$ 를 주어진 기준치 $r = [r_d \ r_q]^T$ 로 수렴하게 하는 것이 내부 전류제어기 설계 목표이므로 다음 성질이 보장되도록 MPC를 설계한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} i_f(k) = r. \quad (4)$$

III-1절에서는 원하는 정상상태 조건을 유도한다. 이를 이용해서 III-2절에서 주어진 비용함수를 최소화하는 MPC를 해석적인 형태 계산하는 방법을 제시한다. 그리고 입력제어에도 불구하고 페루프 시스템이 안정함을 증명한다.

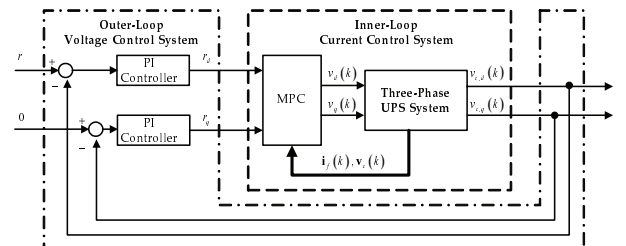


그림 3. 이중 루프 제어 시스템 구조.

Fig. 3. The cascade control system structure.

1. 정상상태 조건

다음과 같은 상태 방정식 (3)의 정상상태를 고려하자.

$$x^0 = A_{11}x^0 + A_{12}v_c + B_1u^0, \quad (5)$$

여기서 x^0 와 u^0 은 각각 상태 변수 $x(k)$ 와 제어 입력 $u(k)$ 의 정상상태를 나타낸다. 제어 목적 (4)를 이루기 위해 $x^0 = r$ 이 되어야 하므로 식 (5)를 이용하면 원하는 정상상태는 다음과 같다.

$$r = A_{11}r + A_{12}v_c + B_1u^0 \quad (6)$$

또한, 정상상태 입력 u^0 는 다음을 만족해야 한다.

$$u^0 \in U_{hex} \quad (7)$$

식 (6)을 u^0 에 대해서 풀면 다음과 같다.

$$u^0(r) = B_1^{-1}((I - A_{11})r - A_{12}v_c). \quad (8)$$

따라서 이 논문에서는 $u^0(r) \in U_{hex}$ 를 만족하는 기준치 r 만을 고려한다.

2. 전류 제어를 위한 MPC 설계

앞 절에서 유도한 정상상태 조건을 이용해서 이 절에서는 전류제어를 위한 MPC를 제안한다. 이를 위해 다음과 같은 비용함수를 정의하자.

$$J(x(k), u(k)) := \|x(k+1|k) - r\|^2 + r_u \|B_1(u(k) - u^0(r))\|^2 \quad (9)$$

여기서 $x(k+1|k)$ 는 현재 시간 k 에서 예측한 $k+1$ 의 상태 예측값을 나타내며 다음과 같이 주어진다.

$$x(k+1|k) = A_{11}x(k) + A_{12}v_c + B_1u(k).$$

그리고 입력 비중치 $r_u > 0$ 은 설계 파라미터다. 비용함수 (9)를 이용해서 다음과 같은 최적화 문제를 고려하자.

$$\min_{u(k) \in U_{hex}} J(x(k), u(k)) \quad (10)$$

즉, 최적화 문제 (10)은 정상상태 입력 $u^0(r)$ 와 차이가 작 으면서 다음 시간 $k+1$ 에서의 오차 $x(k|k+1) - r$ 를 최소화하는 현재 시간 k 에서 제어 입력의 비용을 의미한다. 예측 제어 법칙에 따르면 제어 입력을 구하기 위하여 비용 함수를 매 샘플링 시간마다 최소화해야 한다. 그러나 이는 고속의 실시간 연산이 요구되는 무정전 전원 장치 같은 응용 분야에서는 쉽지 않다. 따라서 이후에는 실시간 최적화 과정 없이 비용 함수 (9)를 최적해를 온라인 최적화 과정 없이 미리 계산할 수 있는 방법을 제시한다. 이러한 접근법은 예측 제어를 무정전 전원 장치와 같은 고속 계산이 필요한 시스템에 적용 가능하도록 한다. 특별히 이 논문에서는 실시간 연산 없이 위의 비용 함수를 최소화하는 예측 제어 입력값을 구하기 위해 예측 구간(prediction horizon)이 1인 비용 함수를 고려한다.

최적화 문제 (10)의 해를 찾기 위해 $x(k+1|k)$ 의 정의를 이용해 비용함수 $J(x(k), u(k))$ 를 다음과 같이 다시 쓴다.

$$J(x(k), u(k)) = \|B_1u(k)\|^2 + 2u^T(k)B_1^T w(k) + \|w(k)\|^2 + r_u \|B_1(u(k) - u^0(r))\|^2 \quad (11)$$

여기서 $w(k) := A_{11}x(k) + A_{12}v_c - r$ 이다. 그러면 방정식 $\frac{\partial J(x(k), u(k))}{\partial u(k)} = 0$ 을 풀어서 입력 제약이 없는 경우 전역 최적해를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u_{uc}^*(k) = -\frac{1}{1+r_u} B_1^{-1}(w(k) - r_u B_1 u^0(r)).$$

(비용함수 $J(\cdot)$ 가 연속변수 $u(k) \in R^2$ 에 대한 2차 다항 식이므로 연산 $\frac{\partial J(x(k), u(k))}{\partial u(k)}$ 이 가능하다.) 따라서 $u_{uc}^*(k) \in U_{hex}$ 이면 $u_{uc}^*(k)$ 는 최적화 문제 (10)의 해다. $u_{uc}^*(k) \notin U_{hex}$ 인 경우를 고려하기 위해 우선 비용 함수의 레벨 집합이 시스템 파라미터의 구조로 인해 원(circle)이 될 을 설명한다. 이를 위해 식 (11)을 다음과 같이 다시 쓴다.

$$J(x(k), u(k)) = (1+r_u) \|B_1u(k)\|^2 + 2u^T(k)B_1^T(w(k) - r_u B_1 u^0(r)) + \|w(k)\|^2 + r_u \|u^0(r)\|_{B_1^T B_1}^2 \quad (12)$$

여기서 $\|(\cdot)\|_T^2$ 는 주어진 행렬 T 에 대한 연산 $\|(\cdot)\|_T^2 := (\cdot)^T T (\cdot)$ 을 나타낸다. 행렬 B_1 이 다음과 같은 관계를 만족함을 주목하자.

$$B_1^T B_1 = \begin{bmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ b_{12} & b_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ -b_{12} & b_{11} \end{bmatrix} = \beta I, \quad (13)$$

여기서 $\beta := b_{11}^2 + b_{12}^2$ 이다. 성질 (13)을 이용하면 식 (12)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J(x(k), u(k)) = (1+r_u)\beta \|u(k)\|^2 + 2(1+r_u)u^T(k)\bar{w}(k) + (1+r_u) \|\bar{w}(k)\|^2 + \delta(k) = (1+r_u) \|u(k) + \bar{w}(k)\|^2 + \delta(k), \quad (14)$$

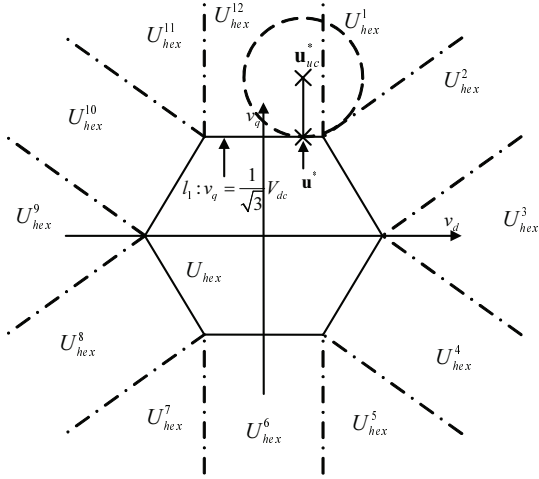
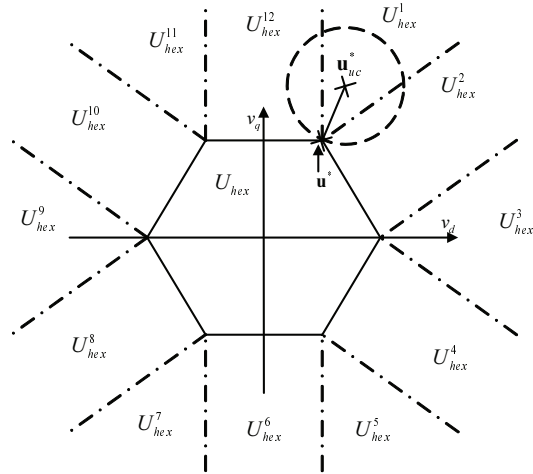
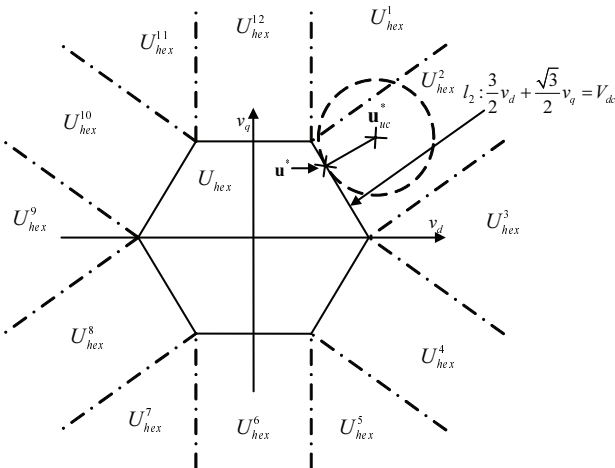
여기서

$$\bar{w}(k) := \frac{1}{1+r_u} (B_1^T(w(k) - r_u B_1 u^0(r))),$$

$$\delta(k) := \|w(k)\|^2 + r_u \|u^0(r)\|_{B_1^T B_1}^2 - (1+r_u) \|\bar{w}(k)\|^2$$

이다. $\delta(k)$ 는 입력 $u(k)$ 에 무관한 항이므로 $J(x(k), u(k))$ 에 포함된 $(1+r_u) \|u(k) + \bar{w}(k)\|^2$ 항만이 최적해를 결정한다. 따라서 비용함수 $J(x(k), u(k))$ 의 레벨 집합은 원이다.

이제 $u_{uc}^*(k) \notin U_{hex}$ 인 경우를 고려하자. 이때는 그림 4-6에 나타난 것과 같이 $u_{uc}^*(k)$ 가 중심인 비용함수 $J(x(k), u(k))$ 의 레벨 집합이 입력 제약 집합과 처음 만나

그림 4. $u^*_{uc}(k) \in U^{12}_{hex}$ 인 경우 최적화 과정.Fig. 4. The optimization procedure when $u^*_{uc}(k) \in U^{12}_{hex}$.그림 5. $u^*_{uc}(k) \in U^1_{hex}$ 인 경우 최적화 과정.Fig. 5. The optimization procedure when $u^*_{uc}(k) \in U^1_{hex}$.그림 6. $u^*_{uc}(k) \in U^2_{hex}$ 인 경우 최적화 과정.Fig. 6. The optimization procedure when $u^*_{uc}(k) \in U^2_{hex}$.

는 교점이 최적화 문제 (10)의 최적해다. 따라서 이 교점을 $u^*_{uc}(k)$ 의 위치에 따라 미리 계산할 수 있어서 실시간 최적화 과정 없이 예측제어 값을 계산할 수 있다. 그림 4-6에 보인 바와 같이 $u^*_{uc}(k) \notin U_{hex}$ 인 경우는 $u^*_{uc}(k)$ 가 놓일 수 있는 12가지 영역이 있고 이들은 다시 크게 세 가지 경우로 분류될 수 있다. 첫 번째로, 그림 4와 같이 $u^*_{uc}(k) = \begin{bmatrix} u^*_{d,uc}(k) \\ u^*_{q,uc}(k) \end{bmatrix} \in U^{12}_{hex}$ 인 경우를 고려하자. 이 경우 $J(x(k), u(k))$ 의 레벨 집합과 육각형 제약 공간의 접점 즉 최적해 $u^*(k)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$u^*(k) = [u^*_{d,uc}(k) \quad \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}]^T.$$

$u^*_{uc}(k) \in U^6_{hex}$ 인 경우도 이와 같은 방법을 이용해서 최적해를 구할 수 있다.

두 번째로, $u^*_{uc}(k) \in U^1_{hex}$ (그림 5)이면 입력 제약 공간 U_{hex} 의 정의를 이용해서 최적해 $u^*(k)$ 는 U_{hex} 의 꼭지점에 해당하며 U_{hex} 의 정의로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u^*(k) = \begin{bmatrix} \frac{V_{dc}}{3} & \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T.$$

따라서 $u^*_{uc}(k) \in U^3_{hex} \cup U^5_{hex} \cup U^7_{hex} \cup U^9_{hex} \cup U^{11}_{hex}$ 인 경우도 이와 같이 최적해를 찾을 수 있다. 세 번째로, 그림 6과 같이 $u^*_{uc}(k) \in U^2_{hex}$ 인 경우를 고려하자. 이 경우는 $u^*_{uc}(k)$ 를 지나면서 입력 제약 공간의 직선 l_2 와 직교하는 직선의 교점이 최적해다. l_2 와 직교하면서 $u^*_{uc}(k)$ 를 지나는 직선은 다음과 같이 유일하게 찾을 수 있다.

$$-\frac{3}{2}v_d + \frac{\sqrt{3}}{2}v_q = c_2^*, \quad (15)$$

여기서 $c_2^* := -\frac{3}{2}u^*_{d,uc}(k) + \frac{\sqrt{3}}{2}u^*_{q,uc}(k)$. 그러면 직선 l_2 의 방정식과 식 (15)로 구성된 다음 선형 방정식의 해가 최적해 $u^*(k)$ 임을 알 수 있다.

$$A_{u,2}u^*(k) = b_{u,2}, \quad (16)$$

여기서

$$A_{u,2} := \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad b_{u,2} := \begin{bmatrix} V_{dc} \\ c_2^* \end{bmatrix}.$$

이다. $u^*_{uc}(k) \in U^4_{hex} \cup U^8_{hex} \cup U^{10}_{hex}$ 인 경우에도 이와 같은 방식으로 최적해를 구할 수 있다. 따라서, 모든 경우를 정리하면 비용함수 (9)를 최소화하는 MPC는 다음과 같이 주어진다.

다음 표에서 $A_{u,2}$ 과 $b_{u,2}$ 는 식 (16)에 정의되어 있고,

표 1. 제안하는 MPC.

Table 1. The proposed MPC.

조건	제어입력
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^1$	$u^*(k) = u_{uc}^*(k)$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^2$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} \frac{V_{dc}}{3} & \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^3$	$u^*(k) = A_{u,2}^{-1} b_{u,2}$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^4$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} V_{dc} & 0 \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^5$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} \frac{V_{dc}}{3} & -\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^6$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} u_{d,uc}^*(k) & -\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^7$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{3} & -\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^8$	$u^*(k) = A_{u,8}^{-1} b_{u,8}$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^9$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} V_{dc} & 0 \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^{10}$	$u^*(k) = A_{u,10}^{-1} b_{u,10}$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^{11}$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{3} & \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$
$u_{uc}^*(k) \in U_{hex}^{12}$	$u^*(k) = \begin{bmatrix} u_{d,uc}^*(k) & \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}^T$

$$A_{u,4} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad b_{u,4} = \begin{bmatrix} -V_{dc} \\ c_4^* \end{bmatrix},$$

$$c_4^* := \frac{3}{2} u_{d,uc}^*(k) + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{q,uc}^*(k),$$

$$A_{u,8} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad b_{u,8} = \begin{bmatrix} -V_{dc} \\ c_8^* \end{bmatrix},$$

$$c_8^* := -\frac{3}{2} u_{d,uc}^*(k) + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{q,uc}^*(k),$$

$$A_{u,10} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad b_{u,10} = \begin{bmatrix} V_{dc} \\ c_{10}^* \end{bmatrix},$$

$$c_{10}^* := \frac{3}{2} u_{d,uc}^*(k) + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{q,uc}^*(k),$$

이다. 요약하면, 제안하는 MPC는 매 샘플링 시간에 상태 변수 $x(k)$ 를 측정후에 $u_{uc}^*(k)$ 를 계산하여 $u_{uc}^*(k) \in U_{hex}$ 이면 $u(k) = u_{uc}^*(k)$ 이고 $u_{uc}^*(k) \notin U_{hex}$ 인 경우에 $u(k) = u^*(k)$ 이며 $u^*(k)$ 는 표 1에 주어졌다.

이제 제안한 MPC를 포함한 폐루프 시스템의 안정도를 논한다.

정리 1: 무정전 전원 장치 모델 (1)에 대해서 제어 입력이 제안하는 MPC에 의해서 정해졌다고 가정하자. 그러면

입력 가중치 $r_u > 0$ 에 대해서 입력 제약은 항상 만족되며 폐루프 시스템은 전역 점근 안정하다.

증명: 표 1에 정리된 MPC를 구하는 과정의 특성으로 인해서 입력 제약은 항상 만족된다. 추종 오차 $e(k) := x(k) - r$ 를 정의하고 다음과 같은 양정치 함수를 고려하자.

$$V(e(k)) := \|e(k)\|^2, \quad \forall k \geq 0.$$

이 함수의 차분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta V(e(k)) &:= V(e(k+1)) - V(e(k)) \\ &= \|e(k+1)\|^2 - \|e(k)\|^2 \\ &\leq \|x(k+1) - r\|^2 + \|B_1(u^*(k) - u^0(r))\|^2 - \|e(k)\|^2 \\ &\leq J(x(k), u^*(k)) - \|e(k)\|^2. \end{aligned}$$

그리고 다음과 같이 표현되는 MPC $u^*(k)$ 의 최적성과

$$J(x(k), u^*(k)) \leq J(x(k), u(k)), \quad \forall u(k) \in U_{hex},$$

$J(x(k), u^0(r)) = e^T(k) A_{11}^T A_{11} e(k)$ 를 사용하면 다음 부등식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Delta V(e(k)) &\leq J(x(k), u^0(r)) - \|e(k)\|^2 \\ &= e^T(k) (A_{11}^T A_{11} - I) e(k). \end{aligned}$$

또한, 식 (3)에 있는 행렬 A_{11} 의 정의에 의해

$$\begin{aligned} A_{11}^T A_{11} &= e^{-\alpha h} \begin{bmatrix} \cos(\omega h) & -\sin(\omega h) \\ \sin(\omega h) & \cos(\omega h) \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot e^{-\alpha h} \begin{bmatrix} \cos(\omega h) & \sin(\omega h) \\ -\sin(\omega h) & \cos(\omega h) \end{bmatrix} \\ &= e^{-2\alpha h} I \end{aligned}$$

이 성립하므로 $A_{11}^T A_{11} - I = -(1 - e^{-2\alpha h})I$ 이다. 게다가 $\alpha h = \frac{L}{R}h > 0$ 이므로 $e^{-2\alpha h} \in (0, 1)$ 임은 자명하다. 따라서 다음 부등식을 얻는다.

$$\Delta V(e(k)) \leq -(1 - e^{-2\alpha h})\|e(k)\|^2 < 0, \quad \forall k \geq 0.$$

따라서 폐루프 시스템은 전역 점근 안정하다. \square

IV. 모의실험

모의실험에 사용한 무정전 전원 장치의 파라미터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R &= 0.1\Omega, \quad L = 1.3mH, \quad C = 30\mu F, \\ \omega &= 120\pi, \quad V_{dc} = 450V. \end{aligned}$$

PWM 변조를 위해 스위칭 주파수는 $10kHz$ 로 정했으며 제안한 MPC의 구현을 위해 샘플링 주기 h 는 $0.1ms$ 로 선택했고 제어 시스템은 PSIM 소프트웨어를 사용해서 구현했다. 그리고 입력 비중 r_u 는 0.01 로 정했으며 외부 전압 제어 PI 제어기의 이득을 $k_p^d = 0.1$, $k_i^d = 0.1$, $k_I^d = 150$, $k_I^q = 150$ 로 결정했다. 또한 전압의 기준치는 출력 교류 전압 $260V$ 로 선택했다. 모의실험 시나리오는 다음과 같다.

- 1) 0.05초까지 무정전 전원장치는 무부하 상태로 운전된다.
- 2) 0.05초에 저항 부하가 연결되어 무정전 전원장치가 운전된다.

그림 7은 출력 전압이 갑작스러운 부하 변동에도 불구하고 기준치를 잘 추종함을 알 수 있다. 여기서 윗선은 d 축 전압을 나타내고 아랫선은 q 축 전압을 나타낸다.

그림 8과 그림 9는 이에 대응하는 $a-b-c$ 축 인덕터 전류와 출력 전압 응답을 나타낸다.

그림 10은 사용된 MPC 입력을 나타낸다. 그림 10에서 보듯이 제안하는 MPC를 사용하는 경우 다음과 같이 입력 제약 공간을 원(U_c)으로

$$U_c = \left\{ u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \in R^2 \mid \|u\| \leq \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \right\}$$

근사화한 경우에는 사용되지 않는 영역이 사용되고 있음에 주의한다. 응용 분야에 따라서 이러한 영역을 사용함으로써 효율성을 높일 수 있다.

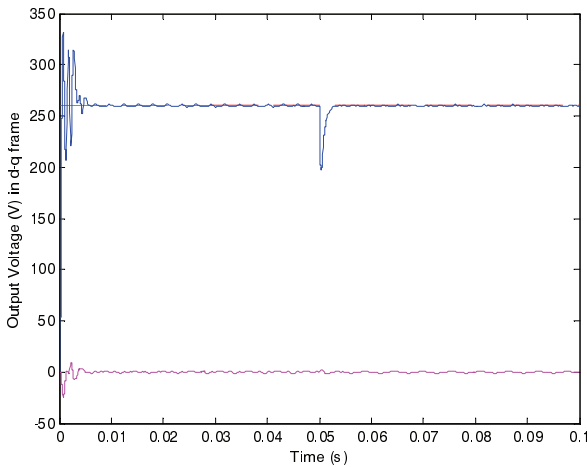


그림 7. $d-q$ 축 출력 전압 응답.
Fig. 7. The output voltage responses in $d-q$ frame.

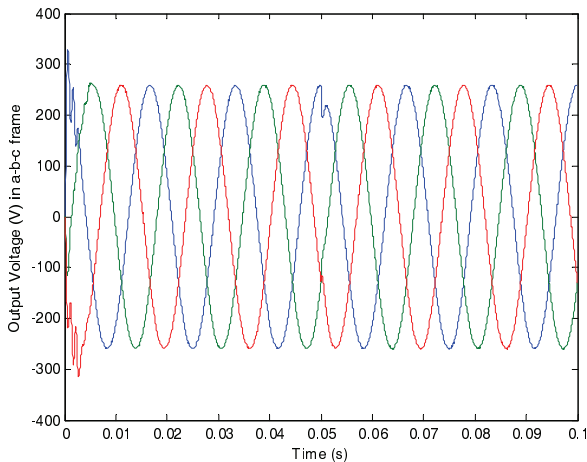


그림 8. $a-b-c$ 축 출력 전압 응답.
Fig. 8. The output voltage responses in $a-b-c$ frame.

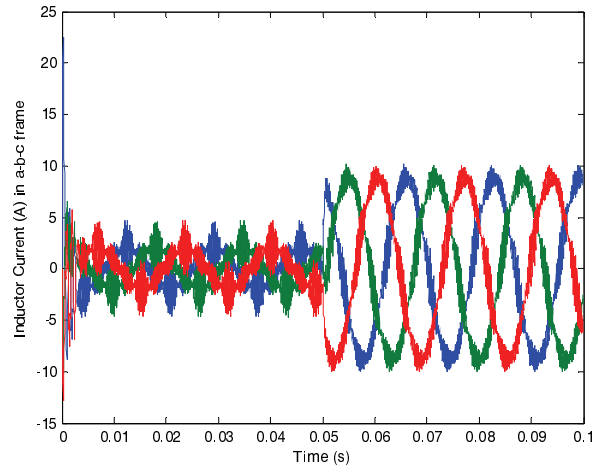


그림 9. $a-b-c$ 축 인덕터 전류 응답.
Fig. 9. The inductor current responses in $a-b-c$ frame.

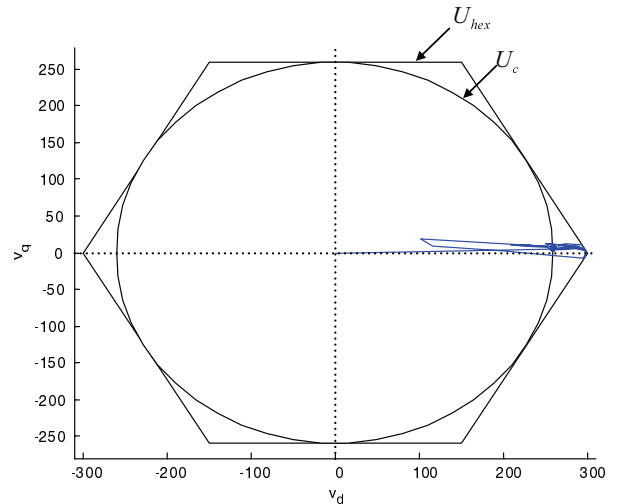


그림 10. 입력 제약 공간과 제어 입력의 거동.
Fig. 10. The control input behavior with the input constraint region.

V. 결론

이 논문은 무정전 전원 장치의 입력 제약 공간을 근사화하지 않으면서 실시간 최적화 소프트웨어가 필요 없는 모델예측제어기법을 제안했다. 그리고 입력 제약에도 불구하고 폐루프 시스템이 전역적 점근 안정함을 보였다. 또한 모의 실험을 통해서 갑작스러운 부하 변동에도 제어 시스템의 성능이 만족스러움을 확인했다. 그리고 이 논문에서 제안한 제어 기법은 3상 인버터로 구동되는 영구자석전동기 그리고 유도전동기에도 사용될 수 있다.

REFERENCES

[1] P. C. Loh, M. J. Newman, D. N. Zmood, and D. G. Holmes, "A comparative analysis of multiloop voltage regulation strategies for single and three-phase UPS systems," *IEEE Transactions Power Electronics*, vol. 18, pp. 1176-1185, 2003.

[2] J. C. Kassakian, M. Schlecht, and G. C. Verghese, *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley, 1991.

[3] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, Wiley, 1995.

[4] N. M. Abdel-Rahim and J. E. Quaicoe, "Analysis and design of a multiple feedback loop control strategy for single-phase voltage-source UPS inverters," *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 11, pp. 532-541, 1996.

[5] T. Kawabata, T. Miyashita, and Y. Yamamoto, "Deadbeat control of three phase PWM inverter," *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 5, pp. 21-28, 1990.

[6] Y. Ito and S. Kawauchi, "Microprocessor-based robust digital control for UPS with three-phase PWM inverter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, pp. 196-204, 1995.

[7] J.-S. Cho, S.-Y. Lee, H.-S. Mok, and G.-H. Choe, "Modified deadbeat digital controller for UPS with 3-phase PWM inverter," *In Industry Applications Conference, Thirty-Fourth IAS Annual Meeting*, 2012.

[8] T.S. Lee, S.-J. Chiang, and J.-M. Chang, " H_∞ loop-shaping controller designs for the single-phase UPS inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 16, pp. 473-481, 2001.

[9] T. S. Lee, K. S. Tzeng, and M. S. Chong, "Robust controller design for a single-phase UPS inverter using μ -synthesis," *In 2004 IEE Proceedings on Electric Power Applications*, 2004.

[10] G. Willmann, D. F. Coutinho, L. F. A. Pereira, and F. B. Libano, "Multiple-loop H_∞ control design for uninterruptible power supplies," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, pp. 1591-1602, 2007.

[11] R. Vargas, P. Cortes, U. Ammann, J. Rodriguez, and J. Pontt, "Predictive control of a three-phase neutral-point-clamped inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, pp. 2697-2705, 2007.

[12] P. Cortes, J. Rodriguez, S. Vazquez, and L. G. Franquelo, "Predictive control of a three-phase UPS inverter using two steps prediction horizon," *In 2010 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, 2010.

[13] P. Cortes, G. Ortiz, J. I. Yuz, J. Rodriguez, S. Vazquez, and L. G. Franquelo, "Model predictive control of an inverter with output LC filter for UPS applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 1875-1883, 2009.

[14] J. S. Lim, H. S. Park, and Y. I. Lee, "Invariant set based model predictive control of a three-phase inverter system," *Journal of Institute of Control, Robotics, and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 2, pp. 149-155, 2012.

[15] S. Mariethoz and M. Morari, "Explicit model-predictive control of a PWM inverter with an LCL filter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 389-399, 2009.

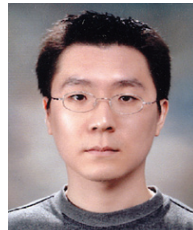
[16] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari, "Model predictive control based on linear programming: the explicit solution," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, pp. 1974-1985, 2002.

[17] F. Borrelli, *Constrained Optimal Control of Linear and Hybrid Systems*, Springer-Verlag, 2003.

[18] T.-S. Lee, "Input-output linearization and zero-dynamics control of three-phase AC/DC voltage-source converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, pp. 11-22, 2003.

[19] T.-S. Lee, "Lagrangian modeling and passivity-based control of three-phase AC/DC voltage-source converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, pp. 892-902, 2004.

[20] S.-K. Kim, C. R. Park, and Y. I. Lee, "One-step ahead model predictive controller of three-phase inverter for uninterruptible power supply applications," *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2014.



김석균

2004년 서울과학기술대학교 매체공학과 학사. 2014년 고려대학교 전기공학과 박사. 2014년~현재 서울과학기술대학교 전기정보기술연구소 보조 연구원. 관심 연구 분야는 비선형 제어, 적응 제어, 모델예측제어, 전력 계통 안정화, 파라미터 추정, 전력 변환기 추종 제어.



김정수

1998년, 2005년 고려대 전기공학과 학사와 박사 학위. 2005년 서울대 박사 후 연구원. 2006년~2007년 독일 Stuttgart 대학 박사 후 연구원. 2008년 영국 Leicester 대학 박사 후 연구원. 2009년~현재 서울과학기술대학교 전기정보시스템공학과 조교수. 관심분야는 다 개체 제어, 예측 제어.



이영일

1986년, 1988년, 1993년 서울대학교 제어계측공학과 학사, 석사, 박사. 1994년~2001년 7월 경상대학교 부교수. 2001년 8월~현재 서울과학기술대학교 제어계측공학과 교수. 1998년 2월~1999년 7월 Dept. of Engineering science, Oxford University, Visiting research fellow. 2007년 9월~2011년 12월 Editor of the International Journal of Control, Automatic, and system (IJCAS).