

2-점 보간법 필터에서의 가중치 결정

하미령 · 유훈*

Determining of Weighting Factor for Two-Point Interpolation Filters

Mi-Ryeong Ha · Hoon Yoo*

Department of Media Software, Sangmyung University Hongji 7-Dong, Jongno-gu 110-743 Seoul, Korea

요 약

본 논문은 2-점 보간 필터에 대한 효과적인 가중치 설정에 대한 방법을 제안한다. 2-점 보간법은 선형 보간 필터에 변형 함수를 적용함으로써 구현된다. 여기서 변형 함수를 적용할 때 적절한 가중치를 설정해야 하는 문제가 발생한다. 기존 방법에서는 보간 커널 함수의 c1-연속성을 활용하여 설정하였다. 하지만 이러한 설정 방법은 변형 함수의 특성을 활용하지 못하는 부분이 존재한다. 논문에서는 변형 함수와 영상 신호에 대한 주파수 해석을 바탕으로 실험적으로 가중치 결정 기법을 제공한다. 이를 확인하기 위해서 다양한 실험을 진행한다. 실험 결과는 변형 함수에 따라서 서로 다른 최적의 가중치가 결정됨을 확인할 수 있고 이전 방법보다 더 우수한 성능을 보여주는 것을 확인해 준다.

ABSTRACT

This paper describes a determining method of weighting factors for two-point interpolation filters. The interpolation filters is implemented by applying modifying functions to the linear interpolation. Here, there is a problem of determining weights when modifying functions being engaged. The previous method determined the weights by imposing c1-continuity on the interpolation kernels. However, this approach is unable to use the property of individual modifying functions. In this paper, on the basis of spectral analyses of the modifying functions and image signals, we provide a determination method by experimental results. Thus, many experiments are carried out to do so. The results indicate that different weights are required for different modifying functions and also the proposed method outperforms than the previous method.

키워드 : 선형 보간법, 두 포인트 보간 필터, 낮은 복잡성, 가중치

Key word : Linear interpolation, two-point interpolation filter, low-complexity, weighting factor

접수일자 : 2013. 12. 26 심사완료일자 : 2014. 01. 20 게재확정일자 : 2014. 02. 05

* **Corresponding Author** Hoon Yoo (E-mail:hunie@smu.ac.kr, Tel:+822-2287-5494)

Department of Media Software, Sangmyung University Hongji 7-Dong, Jongno-gu 110-743 Seoul, Korea

Open Access <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2014.18.3.706>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서론

보간법은 많은 분야에서 기초 기술로서 중요한 역할을 수행한다[1]. 보간법은 리샘플링 또는 리사이징 기술을 요구하는 다양한 디지털 신호(비디오, 이미지, 오디오, 모뎀 신호)를 응용하는 분야에서 매우 활발한 연구가 진행되고 있다. 따라서 서로 다른 응용 분야마다 각기 다른 보간법이 필요하다.

영상 신호에 대한 보간법에서는 선형 보간 방법[2], 고차 보간법[3-4], 삼각함수를 이용한 보간법[5], 스플라인 보간법[6-8] 등등 많은 기술들이 제안되었다. 선형 보간 방법은 복잡도 대비 영상의 화질 개선효과가 뛰어나기 때문에 영상 보간법을 사용하는 분야에서 가장 많이 이용되고 있다. 또한, 고차식을 이용한 보간, 스플라인 보간 등 영상 보간법의 성능을 개선시키는 노력이 계속되고 있다. 그러나 이런 방법들은 복잡도가 높아 저비용 구현을 요구하는 응용 분야에서 사용하기 어려운 단점이 존재한다. 따라서 상대적으로 낮은 복잡도를 가지는 선형 보간법을 발전시키는 노력은 계속 되었다 [8-14]. 특히, 선형보간법을 개선한 연구 중에서 최근 변형 선형 보간법이 제안되었다. 이 연구에서는 선형 보간법에 변형 함수를 도입하여 선형보간법을 일반화하였다[2].

본 논문에서는 변형 선형 보간법에서 도입한 변형 함수와 그에 해당하는 가중치를 결정하는 방법을 제안한다. 기존 변형 선형 보간법의 가중치는 변형함수에 관계없이 고정된 값을 가졌으나 본 논문에서는 변형 함수별 최적 가중치 값이 다르다는 것을 제시한다. 6개의 실험 영상을 통해서 최적의 가중치 값을 구하였고 그 결과는 이전 연구인 변형 선형 보간법보다 더 우수한 결과를 보여줌을 확인할 수 있다.

II. 일반 선형 보간법

이산 샘플 집단 $f(x_k)$ 에 대하여, 보간 과정에서 생성되는 연속 신호 함수 $f(x)$ 는 식(1)로 정의된다.

$$f(x) = \sum_k f(x_k)\beta(x - x_k) \quad (1)$$

여기서, $\beta(x)$ 는 보간 커널이다. 계산 비용을 줄이기 위해 커널의 길이를 2로 설정하고 이는 식(2)로 나타낼 수 있다.

$$\beta(x) = \begin{cases} \beta_R(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \beta_L(x), & -1 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

커널의 조건을 만족시키는 $\beta_R(x)$ 는 $\beta_R(x)=1-x$ 으로 간단히 정의할 수 있고 이는 선형보간법이 된다. 선형 보간법 커널에 변형 함수를 도입하면 커널 $\beta_R(x)$ 은 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\beta_R(x) = 1 - x + wM(x) \quad (3)$$

여기서, $M(x)$ 는 변형 함수(modifying function)이고, w 는 가중치(weighting factor)이다. 그림1은 변형함수를 Sin 함수로 두고 일반화된 선형 보간법의 커널의 예를 보여준다.

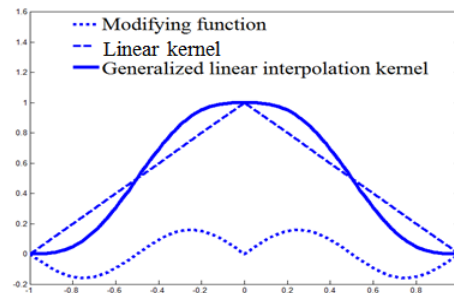


그림 1. 선형 보간 커널과 변형 함수를 적용한 일반 선형 보간 커널

Fig. 1 Generalized linear interpolation kernel using the linear kernel and a modifying function

변형 함수 $M(x)$ 는 보간 커널이 가지는 특징을 유지하기 위해서 다양한 조건이 필요하다. 즉, $M(x)$ 는 세 점 $(0,0)$, $(1/2,0)$, $(1,0)$ 을 지나야 한다. 또한 $M(x)$ 는 y 축에 대해 대칭이고, $0 < x < 1$ 에서는 $(1/2,0)$ 에서 접대칭을 이룬다. 이러한 성질들에 기반 하여 네 개의 변형 함수 $\sin(2\pi x)/2\pi$, $x-0.5(1-\cos(\pi x))$, $x(1-2x)(1-x)$, x 범위가 $[0,1/2]$ 일 때 $\text{quad}(x)=x(1-2x)$, x 범위가 $[1/2,1]$ 일 때 $\text{quad}(x)=(1-2x)(1-x)$ 가 도입되었다.

식(3)에 기반 한 커널을 이용하여 2점 보간법 식을 식(4)와 같이 정의 할 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)\beta_R(x-x_k) + f(x_{k+1})\beta_L(x-x_{k+1}), \quad (4)$$

for $x_k \leq x \leq x_{k+1}$

여기서 $f(x_k)$ 의 샘플간격이 균일하다고 가정하고 보편성을 위해 x_{k+1} 과 x_k 사이의 길이를 1로 설정한다. 또한 여기서 길이 변수 $s=x-x_k$ 를 식(4)에 적용하면 식(5)을 얻을 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)\beta_R(s) + f(x_{k+1})\beta_L(s-1), \quad (5)$$

for $0 \leq s \leq 1$

식(3)-(5)를 정리하면 식(6)을 도출할 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)(1-s+wM(s)) + f(x_{k+1})(s+wM(1-s)) \quad (6)$$

이 때, 함수 $M(s)$ 는 점 (1/2,0)에서 점대칭이므로 $M(1-s)+M(s)=0$ 를 만족한다. 이를 참고해 식(6)을 변형하면 식(7)이 만들어진다.

$$f(x) = f(x_k)(1-s_M) + f(x_{k+1})(s_M) \quad (7)$$

여기서, $s_M=s-wM(s)$ 이다. 식(7)이 의미하는 바는 선형보간법에서 거리 변수 s 를 변형함으로써 일반 선형 보간법 또는 변형 선형 보간법이 유도되는 것을 알 수 있다. 다른 의미로는 기존에 있는 선형 보간법을 간단히 변형하여 성능 개선을 할 수 있음을 보여준다.

가중치 w 는 변형함수의 영향력을 조절하는 변수이다. 가중치 w 를 결정하기 위해 기존의 연구에서는 커널에 C^1 -연속성(1차 도함수가 연속인 함수)을 적용하여 결정하였다. 즉, 커널 $\beta(x)$ 의 $x=0$ 에서 C^1 -연속성을 적용하면 식(8)과 같이 가중치 w 를 결정 할 수 있다.

$$w = \frac{1}{M'(0)} \quad (8)$$

네 개의 변형 함수와 그에 따른 가중치 w 를 식(8)에 따라 계산한 것은 표1과 같다.

표 1. 변형함수와 그에 따른 가중치
Table. 1 Modifying functions and weighting factors

	M(x)	w
Linear	0	0
Cosine	$x-0.5(1-\cos(\pi x))$	1
Quad	$quad(x)=x(1-2x), 0 < x < 1/2$ $quad(x)=(1-2x)(1-x), 1/2 < x < 1$	1
Cubic	$x(1-2x)(1-x)$	1
Sin	$\sin(2\pi x)/2\pi$	1

III. 제안하는 방법

본 논문에서는 일반 선형 보간 필터에 가중치 w 값이 영상의 신호에 따라서 최적의 가중치 값을 보일 수 있음을 제안한다. 이는 보간 커널의 스펙트럼과 영상의 스펙트럼이 상호 연동됨을 고려하면 가중치 값이 영상 별로 다양하게 정의할 수 있고 또한, 변형함수별 가중치 값도 다양하게 정의 될 수 있음을 유추할 수 있다. 이를 위해서 본 논문에서는 이론적인 해석을 위해서 커널 별 스펙트럼을 분석한다.

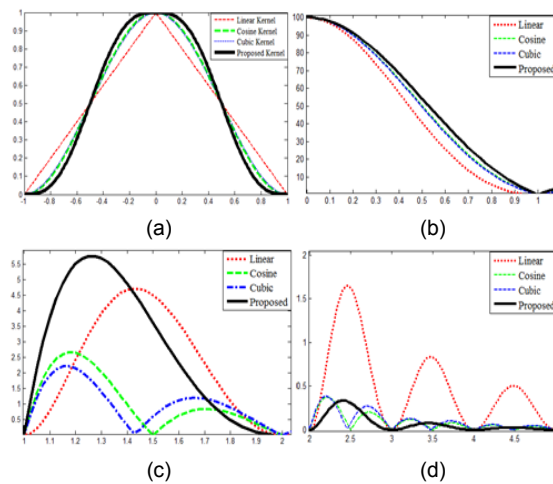


그림 2. 일반 선형 보간 커널(a) 그에 따른 파워 스펙트럼(확대 (b),(c),(d))
Fig. 2 generalized linear interpolation kernels (a) and their spectrums (zoom in) (b),(c),(d)

영상의 파워 스펙트럼은 영상 데이터를 가로와 세로

각각에 대해 한 줄씩 제공하여 평균을 낸 데이터로 수학적 정의는 식(9)과 같다.

$$S_f(w) = E[|F(w)|^2] \quad (9)$$

여기서 $F(w)$ 는 대상 신호 $f(t)$ 의 푸리에 변환이고 $E[\cdot]$ 는 평균 연산자이다.

그림 2는 선형 보간 커널과 일반 선형 보간 커널을 그래프로 나타내고 일반 선형 보간 커널의 스펙트럼을 일정 부분 확대한 것이다.

그림 2(a)는 네 가지의 변형된 선형 보간법의 커널을 보여준다. 그림 2(b)는 네 커널에 대한 정규화 된 주파수 0부터 1까지의 스펙트럼을 보여준다. 그림 2(c)는 1부터 2까지의 스펙트럼을 보여준다. 이 범위의 주파수에서는 Cubic과 Cosine 으로 변형된 커널들에 비하여 선형 커널과 Sin으로 변형된 커널에 스펙트럼이 강하다. 이 부분의 입력영상의 스펙트럼이 강하면 aliasing 되어 보간 성능이 떨어진다. 그림 2(d)는 정규화 된 주파수 범위 2부터 5까지의 스펙트럼을 보여준다. 이 범위에서는 선형 커널이 다른 변형된 커널에 비하여 스펙트럼이 상당히 강하는 것을 알 수 있다. 이는 영상에 고주파 성분이 들어왔을 경우 aliasing이 되어 보간 성능을 상당히 떨어뜨린다.

그림 2에서 보여주는 보간 커널 스펙트럼은 표1에 의한 가중치를 적용하였을 때 얻어지는 결과이다. 따라서 가중치가 달라지면 그 결과도 달라질 수 있다. 다시 말하면, 입력영상의 스펙트럼의 분포와 변형 커널의 스펙트럼에 따라서 가중치는 다르게 적용해야 함을 알 수 있다.

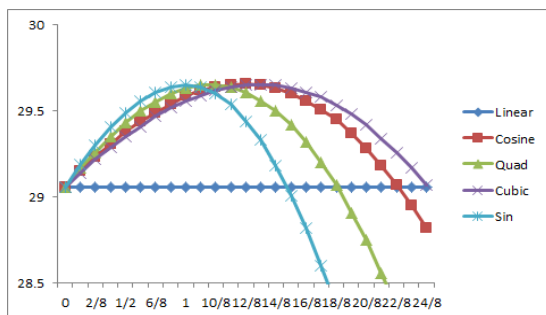


그림 3. 기존방법과 제안된 방법의 비교 PSNR(dB)
Fig. 3 PSNR results of proposed methods and previous methods

네 개의 변형 함수에 대한 가중치를 결정하기 위한 실험으로써 6장의 실험 영상으로부터 실험적으로 측정하였다. 가중치를 추정하기 위한 실험으로 영상을 축소 후 확대 하는 방법과 확대 후 축소하는 방법을 도입하였고 가중치의 적용 범위는 0부터 10/8까지 1/8 간격으로 두어 적용하였다.

그림 3은 Stained glass 영상을 0.707 비율로 축소한 후 제안한 방법대로 가중치 w 를 다양하게 적용하여 원본크기로 보간 한 결과 영상과 원본 영상을 비교한 PSNR 결과를 정리한 것이다. Quad함수에서는 가중치가 10/8일 때 가장 좋은 화질을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또한 Sin 함수에서는 가중치가 1일 때 가장 좋은 화질을 얻을 수 있음을 보여준다. 이 후의 가중치 값에서는 PSNR값이 감소하는 것을 보여준다.

IV. 실험 결과

제안된 보간법의 성능을 측정하기 위하여 그림 4와 같은 6개의 영상을 사용하였다. 실험방법으로는 영상 스케일링 실험을 하였다. 영상 스케일링 실험은 테스트 영상을 0.707 비율로 축소한 후 이를 원본 크기로 보간하는 실험이다. 표2는 영상 스케일링 실험을 한 영상에 일반 선형 보간 공식을 적용한 결과 영상과 원본 영상을 비교한 PSNR 결과를 정리한 것이다.



그림 4. 실험 영상
Fig. 4 Test images

표 2에서 PSNR 값이 대체로 Sin 과 Quad 함수에서 높은 것을 알 수 있다. 또한 선형 보간 공식을 적용한 Linear 함수에서 PSNR 값이 제일 낮기 때문에 제안하는 변형함수가 2점 보간법에 효과적이라는 것을 알 수 있다. 표 3,4는 Stained glass 영상과 Cabin 영상에 다양

한 가중치 값을 적용하여 원본 영상과 비교한 PSNR 값을 나타낸 것이다.

표 2. 선형보간법과 일반 선형보간법에 대한 PSNR(dB) 결과
Table. 2 PSNR results of the linear interpolation and generalized linear interpolation

Img	Linear	Cosine	Quad	Cubic	Sin
Stained glass	29.06	29.59	29.63	29.56	29.65
Flowers	28.24	28.79	28.83	28.76	28.86
T-shirt	33.98	34.50	34.54	34.48	34.56
Fruit	38.61	39.18	39.20	39.15	39.21
Picture	39.16	39.69	39.71	39.66	39.70
Cabin	30.77	31.24	31.26	31.22	31.24

표 3. Stained glass 영상에 대한 다양한 가중치 값을 적용한 PSNR(dB) 결과

Table. 3 PSNR results for Stained glass image by applying various weighting factors

w	Linear	Cosine	Quad	Cubic	Sin
1	29.06	29.59	29.63	29.56	29.65
9/8	29.06	29.62	29.65	29.59	29.64
10/8	29.06	29.64	29.65	29.62	29.60
11/8	29.06	29.65	29.64	29.64	29.54
12/8	29.06	29.66	29.61	29.65	29.44

표 4. Cabin 영상에 대한 다양한 가중치 값을 적용한 PSNR(dB) 결과

Table. 4 PSNR results for Cabin image by applying various weighting factors

w	Linear	Cosine	Quad	Cubic	Sin
1	30.77	31.21	31.25	31.19	31.26
9/8	30.77	31.24	31.26	31.22	31.24
10/8	30.77	31.26	31.25	31.24	31.20
11/8	30.77	31.27	31.24	31.26	31.23
12/8	30.77	31.27	31.20	31.27	31.03

표 3과 표 4를 통해서 영상의 최적 변형 함수도 구할 수 있고 각각의 변형 함수 마다 최적의 가중치를 알 수 있다. 주관적 화질을 비교하기 위해서 표2에서 실험한 영상들 중 Stained glass, Cabin 영상을 가지고 영상 스케일링 실험을 5번 실행하여 각각의 함수에 알맞은 가중치를 적용하여 화질을 비교하는 방법에 대해 실험하였다. 그림 5,6은 원본 영상과 Linear 함수, 그리고 알맞은 가중치를 적용한 네 가지의 변형 함수를 적용한 보간 영상을 동일한 위치에서 확대시킨 그림이다.

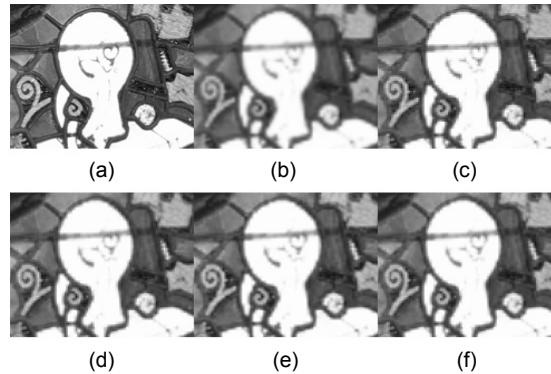


그림 5. Stained glass 원본 영상(a)과 해당 보간법에 의한 영상들(선형 보간 함수(b), Cosine 함수(c), Quad 함수(d), Cubic 함수(e) Sin 함수(f)를 적용한 영상 결과)

Fig. 5 Original image Stained glass(a) and interpolated images by Linear(b) Cosine(c) Quad(d) Cubic(e) Sin(f) functions

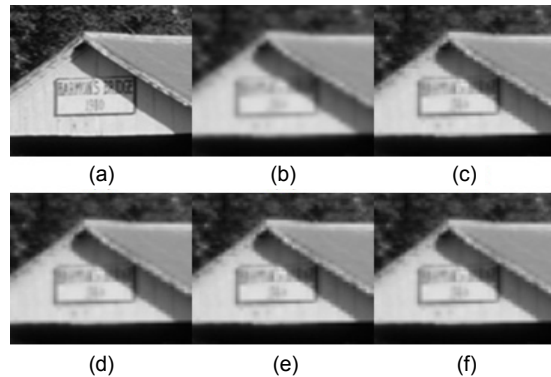


그림 6. Cabin 원본 영상(a)과 해당 보간법에 의한 영상들(선형 보간 함수(b), Cosine 함수(c), Quad 함수(d), Cubic 함수(e) Sin 함수(f)를 적용한 영상 결과)

Fig. 6 Original image Cabin(a) and interpolated images by Linear(b) Cosine(c) Quad(d) Cubic(e) Sin(f) functions

Linear 함수를 적용하여 5번 보간 한 영상은 다른 영상에 비해 제일 화질이 좋지 않음을 알 수 있다. 그림 5에서는 Cosine 함수에 최적인 가중치 값 12/8을 적용하였고 Quad 함수에는 10/8, Cubic 함수에는 12/8, Sin 함수에는 1을 적용하였다. 그림 6에서는 Cosine 함수에 12/8, Quad 함수에는 9/8, Cubic 함수에는 12/8, Sin 함수에 1을 적용하였다. 이를 통해 각 변형함수 마다 최적의 가중치는 비슷하다는 것을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 투 포인트 보간 필터에 다양한 가중치 w 와 네 개의 변형 함수를 적용하여 보간 필터를 설계하였다. 선형 보간 공식을 적용한 영상과 변형 함수와 가중치를 적절히 활용하여 적용한 영상을 비교하였을 때, 후자의 경우가 더 좋은 화질의 영상을 얻을 수 있다는 것을 실험 결과로 확인하였다. 이를 이용해 각각의 응용 프로그램에 알맞은 변형 함수와 가중치 w 를 적용하면 더 좋은 화질의 보간 영상을 얻을 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 2013년도 상명대학교 교내연구비 지원받아 수행하였음.

REFERENCES

- [1] I. N. Bankman, Handbook of medical imaging, processing and analysis, academic new york, pp. 393-420, 2000.
- [2] H. Yoo, S. P. Lee and B. C. Jang, "Design of two-point interpolation filters by modifying linear interpolation kernel," *Far East Journal of Electronics and Communications*, vol. 10, no.2, pp. 131 - 139, 2013.
- [3] R. G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 29, pp. 1153-1160, Dec. 1981.
- [4] T. M. Lehmann, C. Gönner, and K. Spitzer, "Survey: interpolation methods in medical image processing," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 18, pp. 1049-1075, Nov. 1999.
- [5] D. Fu and A. N. Wilson Jr., "Trigonometric polynomial interpolation for timing recovery," *IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 52, pp. 338-349, Feb. 2005.
- [6] M. Unser, "Splines: A perfect fit for signal and image processing," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 16, pp. 22-38, Nov. 1999.
- [7] T. Blu, P. Thevenaz, and M. Unser, "Linear interpolation revitalized," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 13, no. 5, pp. 710-719, May 2004.
- [8] D. Y. Park and H. Yoo, "Shifted linear interpolation with an image-dependent parameter," *J. Korea Inst. Inf. Commun. Eng.*, vol. 17, pp. 399-406, Oct. 2013.
- [9] X. Li and M. Orchard, "New edge-directed interpolation," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 10, no. 10, pp. 1521-1527, Oct. 2001.
- [10] J. K. Han and S. U. Baek, "Parametric cubic convolution scaler for enlargement and reduction of image," *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 46, no. 2, pp. 247-256, May. 2000.
- [11] H. Yoo, "Closed-form least-squares technique for adaptive linear image interpolation," *IET Electron. Lett.*, vol. 43, pp. 210-212, Feb. 2007.
- [12] B. D. Choi and H. Yoo, "Design of Piecewise Weighted Linear Interpolation Based on Even-Odd Decomposition and Its Application to Image Resizing," *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 55, no. 4, pp. 2280-2286, Nov. 2009.
- [13] C. Hughes, P. Denny, M. Glavin, and E. Jones, "Equidistant Fish-Eye Calibration and Rectification by Vanishing Point Extraction," *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intel.*, vol. 32, no.12, pp. 2289 - 2296, Dec. 2010.
- [14] M. Tomasi, M. Vanegas, F. Barranco, J. Diaz, and E. Ros, "Real-Time Architecture for a Robust Multi-Scale Stereo Engine on fpga," *IEEE Trans. VLSI Syst.*, vol. 20, no.12, pp. 2208 - 2219, Dec. 2012.



하미령(Mi-Ryeong Ha)

2012년~현재: 상명대학교 미디어소프트웨어학과 학석사연계과정 재학
 ※관심분야 : 영상처리, 보간법



유 훈(Hoon Yoo)

1990~1997 : 한양대학교 전자통신 공학과 공학사
1997~1999 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 공학석사
1999~2003 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 공학박사
2003~2005 : 삼성전자 무선사업부 책임연구원
2005~2008 : 동서대학교 컴퓨터정보공학부 조교수
2008. 09~ : 상명대학교 디지털미디어학부 조교수
1997. 2. 26 : 제3회 삼성전자 휴먼테크 논문상 대회 입상
2003~2005 : 삼성전자 위성 DMB 폰과 지상파 DMB 폰 개발 및 양산
※관심분야 : 영상처리, 3차원 집적 영상 처리