한국초등수학교육학회지 *18*(1) 83-103.
2014. 04. 30
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea *18*(1) 83-103.
April 30. 2014.

Leikin의 수학적 창의성 측정 방법에 대한 고찰

하수현[1] · 이광호[2]

본 연구에서는 Leikin(2009)의 모델을 적용하여 수학적 창의성을 분석함으로써 Leikin의 모델이 갖는 한계점을 찾고 이를 통해 효과적인 수학적 창의성 측정 방법을 모색하고자 하였다. 이를 위하여 '과정 개방형 문제'와 '결과 개방형 문제'의 두 가지로 나누어 초등 수준에 적합한 개방형 문제를 마련한 후, 초등 5학년 영재 학생과의 면담을 통해 자료를 수집하고, 이를 분석하였다. 분석 결과, Leikin의 모델이 갖는 몇 가지 한계점을 찾을 수 있었다. 첫째, 한 학생의 동일한 풀이도 상이한 평가 순서에 따라 수학적 창의성 점수가 다르게 나올 가능성이 있었다. 둘째, 학생이 제시한 방법의 수가 많으면 많을수록 독창성이나 융통성보다 유창성이 전체 창의성 점수에 미치는 영향이 컸다. 셋째, Leikin의 모델을 통해서는 아이디어의 유용성과 정교성을 평가하기가 어려웠다. 넷째, Leikin의 모델은 과제 의존적이며 채점자마다 점수가 다르게 부여될 수 있다는 점에서 보편적으로 적용되기 위해서는 보완이 필요했다.

주제어: 수학적 창의성, 개방형 문제, 유창성, 융통성, 독창성

Ⅰ. 서 론

창의성은 미래 사회를 살아가는 데 필요한 핵심 역량으로, 학교 교육에서 매우 강조되고 있는 능력이다. 과거 일부 천재나 영재들만이 창의성을 지녔다고 보던 관점에서 벗어나, 최근에는 창의성을 모든 인간이 가지고 있는 잠재된 능력으로 간주하고 학교 교육을 통해 이러한 잠재력을 길러줄 수 있다는 관점에서 많은 논의가 진행되고 있다.

창의성은 특히 수학교육에서도 중요한 요소의 하나로, 2011 개정 수학과 교육과정에서는 개정의 기본 방침으로서 창의성 함양을 강조하고 있다(교육과학기술부, 2011). 이러한 흐름은, 수학의 본질은 단순히 정확한 답에 도달하는 것이 아니라 창의적으로 사고하는 데 있으며, 특히 수학적 창의성은 전체적인 수학적 성장을 보장하고 수학적 능력의 개발을 위해 필수적이라는 사실에 기인한다(Mann, 2006; Sriraman, 2004).

수학적 창의성은 인간의 잠재적인 능력을 설명하기 위한 개념으로서 눈에 보이는 실체가 있는 것이 아니므로 학생들의 언어 또는 행동을 보고 잘 측정해 내는 것이 무엇보다 중요하다. 학생들의 수학적 창의성을 타당하게 측정하기 위해서는 먼저 수학적 창의성을 측정하기에 적합한 문제가 마련되어야 하며, 이러한 문제를 해결하는 과정에서 나타나는

---

1) 한국교원대학교 대학원
2) [교신저자] 한국교원대학교

학생들의 수학적 창의성을 측정할 수 있는 타당하고 신뢰로운 도구가 개발되어야 한다.

수학적 창의성을 측정하기에 적합한 문제는 다양한 해결 방법이 있는 개방형 문제여야 한다(Ervynck, 1991; Krutetskii, 1976; Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2007; Polya, 1973; Silver, 1997). 수학적 창의성은 다양한 방식으로 문제를 해결하는 것과 밀접한 관련이 있으며, 다양한 해결 방법이 있는 문제는 학생들의 수학적 창의성을 관찰하는 데 매우 효과적인 도구가 된다(Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2007). 또한 다양한 해결 방법이 있는 개방형 문제는 학생들이 의미 있는 수학적 활동과 사고에 참여할 수 있게 하고, 각기 다른 수준의 수학적 능력을 가진 학생들이 자신의 능력에 따라 다양하게 반응할 수 있는 기회를 제공하며, 학생들의 새로운 추측 생성 및 정당화 능력을 평가할 수 있는 탐구 문제로서의 가치가 있다(도종훈, 2007).

한편, 수학적 창의성은 일반 창의성과 구분되어야 하는 영역특수적인 개념으로서, 발산적 사고의 측면인 '창의성'과 '수학' 교과의 본질적 특성이 동시에 강조되어야 하지만(성창근, 박성선, 2012), 수학적 창의성을 측정할 때 수학 교과의 본질적 특성을 고려하지 않은 채, 일반 창의성에서 강조되는 확산적 사고만을 측정하는 경우가 다수 있다. 실제로, 국·내외의 여러 연구들이 수학적 창의성을 측정하기 위해 도구 또는 모델을 개발하였으며(김부윤, 이지성, 2005; 이강섭, 2010; Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2007), 이들 연구 중 Leikin(2009)은 다양한 해결 방법이 있는 과제(MST)를 활용하여 수학적 창의성을 평가하는 체계적 모델을 고안하였는데, 이는 수학적 창의성 측정을 위한 초기 모델을 고안하고 실제로 적용해 본 후 모델을 수정, 보완하는 과정을 몇 차례 걸쳐 완성된 결과로, 모델을 고안하는 데 그친 것이 아니라 적용 가능성을 확인해 보고 결과를 보완하였다는 측면에서 타 연구의 모델보다 그 타당성이 높다고 판단된다. 단, Leikin 또한 독창성, 융통성, 유창성 등 전 교과에 적용가능한 발산적 사고 요소만을 기준으로 수학적 창의성을 측정함으로써 수학 교과에서의 창의성을 충분히 평가하기에 미흡한 점이 있다.

이에 본 연구는 초등 수준에 적합한 다양한 해결 방법이 있는 개방형 문제를 마련한 후, Leikin(2009)의 수학적 창의성 측정 방법에 따라 수학적 창의성을 분석해 보고, 그 결과를 바탕으로 Leikin의 측정 모델이 갖는 한계점을 제안함으로써, 수학적 창의성의 본질에 부합하는 더욱 발전적인 수학적 창의성 측정 방법을 모색하는 데 시사점을 제공하고자 하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 창의성

수학적 창의성에 대한 정의는 매우 다양하며 연구자의 관점에 따라 다르게 나타난다. 예로, 창의성의 일반적 정의 안에서 사용되는 소재를 수학과 관련된 내용에 국한하여 수학교육에서의 창의성으로 보는 관점이 있는가 하면(박만구, 2011), 수학에서 강조되는 문제해결의 과정을 수학적 창의성과 동일시하는 경우도 있다(김수경 외, 2012).

한편, 일반 창의성과 마찬가지로, 수학적 창의성에 대한 정의도 크게 두 가지로 구분될 수 있는데, 그 하나는 창의적인 사고의 질을 강조하면서 인지 과정 속에 포함된 사고의 특성에 초점을 맞추어 수학적 창의성을 설명하는 경우이며(Haylock, 1987; Krutetski, 1976), 다른 하나는 창의적인 사고의 결과로 나온 산출물에 초점을 두어 수학적 창의성을 정의하

는 경우이다(Jensen, 1973; Sriraman, 2004). 또 창의적인 사고 과정과 창의적 산출물 둘 다를 강조하여 수학적 창의성을 정의하기도 한다(김부윤, 이지성, 2005). 최종 산출물의 관점에서 창의성은 새롭고 독창적이며 유용한 산출물을 만들어내는 능력인 반면, 사고 과정의 관점에서 창의성은 유창성, 독창성, 융통성 등의 사고 능력을 포함한 수학적 인지 능력으로 설명될 수 있다.

2. 수학적 창의성 측정을 위한 Leikin(2009)의 방법

Leikin(2009)은 학생들이 얻은 점수를 근거로 그들의 수학적 창의성에 대한 질적 분석을 가능하게 하는 점수 체계를 개발하기 위하여, <표 1>과 같은 수학적 창의성 측정 모델을 제안하였다. 이는 Leikin & Lev(2007)의 점수 체계를 적용한 결과 더욱 논의가 필요했던 몇 가지 문제(예, 학생이 얻은 최종 점수를 통해 창의성의 각 요소에 대한 자세한 정보를 얻을 수 없음; 융통성 평가를 위한 더욱 세밀한 정의가 필요함)를 보완한 것으로, 이 모델을 통해 학생 개인의 수학적 창의성을 평가할 수 있을 뿐만 아니라 창의성 평가에 활용된 다양한 해결 방법이 있는 문제들의 효과성을 검증할 수도 있다. 실제로 Leikin은 아래 모델이 수학적 창의성을 측정하기 위한 효과적 도구가 된다는 증거를 제시하였다.

<표 1> Leikin(2009)의 수학적 창의성 측정 방법

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="3">창의성</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>유창성</td><td>융통성</td><td>독창성</td></tr>
<tr><td>개인 또는 소그룹</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">$Flx_1 = 10$
첫 번째 해결
$Flx_i = 10$
다른 그룹에 속하는 전략으로부터 나온 해결
$Flx_i = 1$
유사한 전략이지만 다른 표상을 사용
$Flx_i = 0.1$
같은 전략과 같은 표상을 사용</td><td>$Or_i = 10$
통찰력 있고, 관습적이지 않은 해결
$Or_i = 1$
모델에 근거하며, 부분적으로 관습적이지 않은 해결
$Or_i = 0.1$
알고리듬에 근거하며, 관습적인 해결</td><td rowspan="2">$Flx_i \times Or_i$</td></tr>
<tr><td>대그룹
(10명 이상)</td><td>$Or_i = 10$ P<15%
$Or_i = 1$ 15%≤P<40%
$Or_i = 0.1$ P≥40%</td></tr>
<tr><td>총합</td><td>n</td><td>$Flx = \sum_{i=1}^{n} Flx_i$</td><td>$Or = \sum_{i=1}^{n} Or_i$</td><td>$\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i$</td></tr>
<tr><td>최종 창의성 점수</td><td colspan="4">$Cr = n(\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i)$</td></tr>
</table>

(n: 적절한 해결의 수)

위의 수학적 창의성 측정 모델은 Torrance(1974)가 제시한 창의성의 하위 요소 중 유창

성, 융통성, 독창성을 기준으로 한다. 유창성 점수는 주어진 시간 안에 얼마나 많은 정답을 제안하는가에 달려 있으며, 이는 해결의 속도와 정확성을 측정하기 위한 요소이다. 융통성은 각기 다른 범주의 해결 방법을 얼마나 많이 생산하는가와 관련된 요소로, 융통성 점수를 부여하기 위해서는 학생들이 제시한 해결 방법을 수학적으로 구분될 수 있는 몇 개의 그룹으로 나누어 볼 수 있어야 한다. 독창성은 제안된 방법이 수학적 통찰을 요구하는가 또는 관습적 해결인가를 측정하기 위한 요소로, 독창성을 판단하기 위한 점수 체계에는 Ervynck(1991)이 구분한 창의성의 세 가지 수준이 반영되어 있다. 곧, Ervynck은 수학적 창의성을 알고리듬적 방법으로 해결한 것, 상황을 모델링하여 해결한 것, 문제의 내적 구조를 이용하거나 문제에 포함된 가정을 이용하여 해결한 것의 3가지 수준으로 구분하였는데, Leikin(2009)은 이를 근거로 학생들이 제시한 해결 방법의 독창성 여부를 판단하고 있다. 한편, 개인 또는 소규모 그룹의 독창성과 대규모 그룹의 독창성 점수화 방법이 구분되어 있음을 <표 1>에서 확인할 수 있다.

구체적으로, 위의 3가지 요소에 대해 점수를 부여하는 방법은 다음과 같다. 주어진 문제에 대해 학생이 제안한 해결 방법 중 적절한 해결마다 유창성 점수 1점씩을 부여하며, 융통성, 독창성에 대해서는 각 요소의 수준에 따라 십진체계를 고려한 10점, 1점, 0.1점의 3단계 차등 점수가 부여된다. 융통성 점수는, 가장 첫 번째 제시된 해결 방법은 10점, 이후 제시된 방법이 이전 것과 다른 범주에 속한다면 10점, 같은 범주에 속하지만 다른 표상을 이용했다면 1점, 같은 범주에 속하면서 유사한 표상을 이용했다면 0.1점을 부여한다. 독창성 점수는, 각 해결마다 수학적 통찰이 요구되고 학습을 통해 알게 된 관습적인 해결이 아니라면 10점, 모델에 근거하고 부분적으로 관습적이지 않은 해결은 1점, 알고리듬을 따르며 관습적인 해결에 대해서는 0.1점을 부여하게 된다. 각 해결 방법마다 융통성과 독창성 점수를 곱한 값을 모두 더한 후, 적절한 해결 방법의 수(유창성 점수)를 곱하면 해당 문제에 대한 최종 수학적 창의성 점수가 얻어진다.

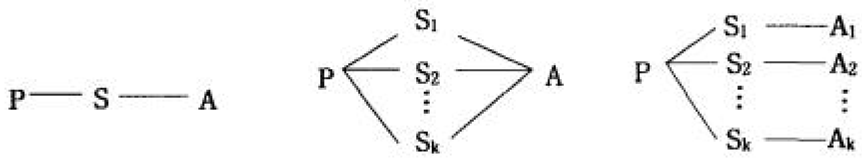
이러한 점수 체계는 최종 점수를 근거로 각 하위 요소에 대한 학생의 성취에 대해 자세한 정보를 얻을 수 있다는 장점을 갖는다. 예를 들어, 주어진 문제에 대한 학생 A의 ‘융통성×독창성’ 점수가 230점이라면, 이 점수를 통해 학생 A가 제안한 해결 방법에는 각기 다른 범주의 독창적인 해결 방법이 2가지, 다른 범주에 속하지만 부분적으로만 독창적인 해결 방법 또는 동일한 범주에 속하지만 독창적인 해결 방법이 3가지가 포함되어 있으며, 전체적으로 5가지의 적절한 해결 방법을 제시했음을 추측할 수 있다.

본 연구에서는, 이와 같이 이론적, 경험적 근거를 바탕으로 체계화된, Leikin(2009)의 수학적 창의성 측정 방법을 초등 수준에 적용한 결과를 분석하여 한계점 및 보완이 필요한 부분을 제안함으로써, 수학 교육에서 수학적 창의성을 효과적으로 측정하는 데 시사점을 얻고자 하였으며 이를 바탕으로 수학적 창의성 측정을 위한 더욱 발전적인 방향을 모색하고자 하였다.

3. 수학적 창의성 평가를 위한 개방형 문제

수학 문제를 분류하는 방법은 여러 가지가 있지만, 문제 해결 과정과 결과가 열려있는가 또는 닫혀있는가에 따라 [그림 1]과 같이 3가지 유형으로 구분할 수 있다(남승인, 2007). 본 연구에서는 수학적 창의성 평가를 위한 문제는 해결 과정이 열려있어야 한다는 것을 전제로 하므로, 해결 과정이 유일한 첫째 유형은 고려하지 않았으며, 해결 과정이 열려 있는 문제라 하더라도 문제 해결 결과가 열려있는가, 즉 정답이 존재하는가의 여부에

따라 2가지로 구분하여 [그림 1]의 둘째와 셋째 유형의 문제를 활용하여 수학적 창의성을 측정하였다. 이에, 답은 유일하지만 문제해결 전략에 따라 문제를 해결하는 방법이 다양한 둘째 유형의 문제를 '과정 개방형 문제'로, 한 문제에 여러 개의 해답이 존재할 수 있으며 그 답을 얻기 위한 방법 또한 다양한, 셋째 유형의 문제를 '결과 개방형 문제'로 부르기로 한다.



P(문제), S(해결 과정), A(해답)

[그림 1] 개방형 문제의 유형(남승인, 2007)

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

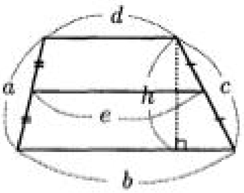
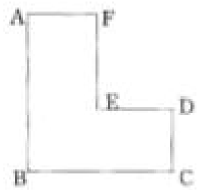
본 연구에서는 B 광역시 초등영재교육원에 재학 중이며, 담임교사로부터 수학적 능력이 탁월하게 높다고 인정받는 5학년 학생 1명을 대상으로 하였다. 본 연구는 수학적 창의성을 측정하는 데 적합한 문제를 마련하고 기존에 타당성을 인정받은 방법을 적용하여 그 결과로부터 수학적 창의성 측정과 관련하여 얻을 수 있는 시사점을 찾고자 하므로, 다수의 학생을 대상으로 하거나 다양한 수준의 학생을 고려하지는 않았다. 연구 대상 학생의 경우, 수학 교과의 문제 해결에 대한 흥미 및 몰입도가 다른 학생에 비해 매우 높고, 주어진 문제를 다양한 각도로 생각해 보고 다양한 해결 방법을 생각해 내는 데 익숙하며, 자신의 해결 과정을 다른 사람에게 논리적으로 설명하는 능력이 높아 수학적 창의성을 분석하려는 본 연구의 대상으로 적합하다고 판단하였다.

2. 연구 방법 및 검사 도구

본 연구에서는 수학적 창의성 측정을 위해 과정 개방형 문제와 결과 개방형 문제의 2가지 유형으로 나누어 개방형 문제를 마련하였으며, 이들 문제를 활용한 면담을 통해 자료를 수집하였다. 학생과의 면담은 2013년 10월 23일~12월 4일까지 학교 일정상 시간을 할애하기 힘든 경우를 제외하고 매주 수요일 방과 후에 60분간 이루어졌다. 실제 면담에서는 <표 2>의 문제를 제외하고도 칠교판으로 다양한 도형을 만드는 문제, 1부터 99까지의 합을 구하는 문제, 규칙적으로 나열된 바둑돌의 개수를 다양한 방법으로 구하는 문제가 포함되어 있었는데, 칠교판으로 도형을 만드는 문제는 학생이 조작활동으로 제시한 답안을 활동지로 기록해 두지 못하여 분석 자료로 제시하는데 어려움이 있어 분석의 대상에서 제외하였고, 문제들 간 내용 영역의 통일을 위하여 99까지의 합을 구하는 문제와 바둑돌의 개수를 구하는 문제를 제외한 후 <표 2>와 같이 나머지 4개 문제에 대해서만 학생의 해결 결과를 분석하였다. 즉, 본 연구에서는 수학의 다양한 영역 중 도형 영역과 관련된

문제만을 분석하였는데, 이는 도형 영역의 문제를 활용하여 수학적 창의성 측정을 시도한 연구들이 다수 있어, 이로 부터 본 연구에서 활용한 문제의 타당성을 확보할 수 있었으며, 또한 문항별, 문제 유형별 수학적 창의성이 수학 영역 간 차이로 인해 다르게 나타날 수 있는 가능성을 배제하기 위함이었다.

<표 2> 수학적 창의성 측정 문제

유형	면담 일자	문 제	관련 문헌
과정 개방형 문제	10.23	[사다리꼴의 넓이 구하기 문제] 오른쪽 그림과 같이 6개의 선분의 길이 (a, b, c, d, e, h)가 주어진 사다리꼴의 넓이(S)를 구하는 다양한 방법을 제시하시오. 	도종훈 (2007)
	10.30	[수학사의 한 넓이 구하기 문제] 오른쪽 도형에서 변 AF와 변 CD는 각각 4㎝, 점 A에서 점 B를 지나 점 C까지는 22㎝, 점 F에서 점 E를 지나 점 D까지는 14㎝입니다. 주어진 도형의 넓이를 구하시오. 	장혜원 (2008)
결과 개방형 문제	11.20	[빨대로 도형 만들기 문제] 길이가 다른 두 종류의 빨대가 2개씩 있습니다. 두 종류의 빨대 중 하나는 다른 하나보다 길이가 짧습니다. 이 빨대로 만들 수 있는 다양한 도형을 제시하시오.	Small (2009)
	12.04	[조건에 맞는 모양 만들기 문제] 6개의 변과 2개의 직각을 갖는 도형이 있습니다. 어떤 모양일지 다양하게 제시하시오.	Small (2009)

본 연구에서는 위의 4가지 문제를 활용하여 <표 1>에서 제시하였던 Leikin(2009)의 수학적 창의성 측정 모델에 따라 대상 학생의 수학적 창의성을 분석하였다.

3. 자료 수집 및 분석

본 연구에서는 개방형 문제 상황에서 나타나는 대상 학생의 수학적 창의성을 분석하기 위하여 활동지 및 면담을 통해 자료를 수집하였다. 학생의 사고에 대해 깊이 있는 통찰을 얻기 위한 자료 수집 방법으로 면담을, 학생의 다양한 해결을 시각적으로 확인하기 위한 방법으로 활동지 자료를 활용하였다. 면담은 사전 활동(문제 제시, 문제에 대한 재정의, 유사한 문제 해결 경험 공유, 문제 해결을 위해 직관적으로 떠오르는 방법 공유), 문제 해결 활동, 사후 활동(해결 방법들 간 관계 찾기, 해결 방법의 유용성 판단하기)의 순서로 60분간 이루어졌으며, 면담의 구체적인 내용은 <표 3>과 같다. 또한 면담 문제 준비 과정, 학생들과 면담을 진행하는 과정, 면담 직후 연구자가 연구와 관련하여 생각한 점을 사실에

근거하여 작성한 현장일지를 분석의 보조 자료로 활용하였다.

<표 3> 면담 활동 순서

활 동		구체화
사전 활동	문제 제시	(학습지를 제시한 후 문제를 읽어보도록 한다.)
	문제 재정의	문제가 무엇을, 어떻게 하라고 요구하는지 본인이 이해한대로 설명해 보시오.
	유사한 문제 해결 경험	주어진 문제가 기존에 해결했던 문제랑 어떤 점에서 같고, 또 다른지 설명하시오.
	직관적으로 떠오르는 방법	문제를 이해하자마자 ‘아! 이렇게 풀어야지’라는 생각이 드는 방법을 설명하시오.
문제 해결 활동		가능한 한 다양한 방법으로 문제를 해결하시오.
사후 활동	해결 방법들 간 관계 찾기	지금까지 제시한 방법들 중 서로 같은 방법이 있는가? 왜 같은 방법이라고 생각하는지 설명하시오.
	해결 방법의 유용성 판단하기	지금까지 제시한 방법들 중 수학적으로 유용한 방법은 무엇이고, 유용하지 않은 방법은 무엇인가? 왜 그렇게 생각하는지 설명하시오.

위의 순서로 진행된 면담의 전 과정은 녹화되었으며, 각각의 면담이 끝난 후 학생의 활동지 자료와 함께 녹화 자료를 1차 분석하였다. 1차 분석 시, 학생의 해결 과정 중 명료하지 않은 부분을 기록하였고, 이는 후속 면담에 반영되었다. 2차 분석을 위하여 녹화 자료를 전사하였으며, 수학적 창의성을 측정하기 위한 하위 요소를 범주로 하여 각 범주의 요소가 구체적으로 드러나는 부분을 더욱 상세히 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 과정 개방형 문제에서 나타난 수학적 창의성

가. 사다리꼴의 넓이 구하기 문제에서 나타난 수학적 창의성

사다리꼴의 넓이 구하기 문제에 대해 연구 대상 학생이 생각해 낸 해결 방법은 총 14가지였으며, 이 중 셋째 방법과 다섯째 방법, 여섯째 방법과 일곱째 방법은 거의 동일한 방법이었다. 학생이 생각해 낸 14가지 방법은 수식으로 표현하는 과정에서 오류가 드러나거나(1, 3, 14번 해결), 문제에서 주어지지 않은 문자를 학생 임의로 만들어 사용하는 등의 특징을 드러내기는 했지만, 문제를 해결하는 아이디어의 창의성 측면에서 모든 방법이 적절하다고 판단하여 각 해결마다 유용성 점수 1점씩을 부여하였다.

Leikin(2009)의 융통성 점수 체계에 따르기 위해서는 학생의 해결 방법을 몇 가지 범주로 나눌 수 있어야 하는데, 이를 위하여 도종훈(2007)이 본 문제에 대한 학생들의 반응을 분류할 때 제안하였던 범주 4가지(분해, 분해-평행이동, 분해-회전이동, 보조도형)를 참고로 하였다. 단, 주어진 도형에 보조도형을 만들어 문제를 해결하는 4번째 범주에서 곱셈적

아이디어가 반영되느냐, 덧셈적 아이디어가 반영되느냐에 따라 2가지로 자세히 나누어 보았으며, 따라서 총 5가지의 범주를 바탕으로 융통성 점수를 부여하였다. 융통성 점수 부여를 위한 구체적 기준은 <표 4>와 같다.

<표 4> 융통성 점수 부여의 기준(사다리꼴의 넓이 구하기 문제)

범 주	구체화
A. 분해	분해의 아이디어만 있는 경우
B. 분해-평행이동	분해와 평행이동에 의한 결합의 아이디어가 있는 경우
C. 분해-회전이동	분해와 회전이동에 의한 결합의 아이디어가 있는 경우
D. 보조도형_곱셈	주어진 그림을 포함하는 보조도형을 이용하였으며, 문제 해결을 위해 곱셈적 아이디어가 포함된 경우
E. 보조도형_덧셈	주어진 그림을 포함하는 보조도형을 이용하였으며, 문제 해결을 위해 덧셈적 아이디어가 포함된 경우

위와 같은 기준에 의거하여, 학생이 낸 첫째 해결에 융통성 점수 10점을 부여한 후, 둘째 해결이 첫째와 동일한 범주에 속하지만 다른 아이디어를 사용했다면 1점을, 동일한 범주에 속하고 동일한 아이디어를 사용했다면 0.1점을 부여하였다.

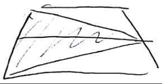
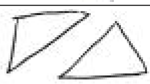
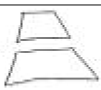
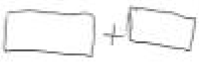
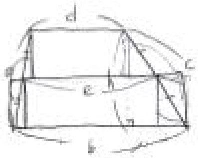
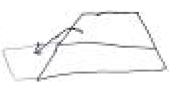
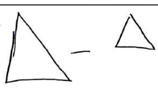
독창성 점수 부여를 위한 기준은 <표 5>와 같다. 이 기준에 따른 점수 부여를 위하여 5학년 1학기 사다리꼴의 넓이 구하는 방법을 학습할 때 수학 교과서에서 제시하고 있는 방법을 찾아본 결과, 학생의 해결 중 3(5)번, 6(7)번, 12번 방법은 교과서에서 이미 학습한 방법이었다. 교과서에서 다룬 이 3가지 방법은 알고리듬을 따르기보다 모델에 근거한 방법이므로 각 해결에 대해 독창성 점수 1점을 부여하였다. 한편, 사다리꼴의 넓이를 구해야 하는 문제에서 이미 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 활용하여 답에 이른 8번과 9번 해결에 대해서는 가장 낮은 독창성 점수 0.1점을 부여하였다.

<표 5> 독창성 점수 부여의 기준(사다리꼴의 넓이 구하기 문제)

점 수	기 준
10점	학습된 적이 없는(관습적이지 않은) 학생 개인이 생각해 낸 방법들 중 수학적 통찰이 포함됨
1점	교과서나 교사에 의해 이미 학습된 방법들 중 모델에 근거함
0.1점	교과서나 교사에 의해 이미 학습된 방법들 중 알고리듬에 근거함(공식)

이러한 기준을 바탕으로 사다리꼴의 넓이 구하기 문제에 대한 연구 대상 학생이 받은 수학적 창의성 점수는 <표 6>과 같이 정리될 수 있다.

<표 6> 사다리꼴의 넓이 구하기 문제에 대한 학생의 수학적 창의성 점수

학생의 해결 방법		융통성		독창성	융통성×독창성
		점수	범주		
1	$\boxed{b\times\frac{h}{2}}+e\times\frac{h}{2}+\boxed{d\times\frac{h}{2}}$ 	10	A	10	100
2	$\frac{b}{2}\times h+d\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	A	10	10
3	$\boxed{(d+b-g)}\times h+g\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	A	1	1
4	$(b-f-i+d)\times h+i\times h\times\frac{1}{2}+f\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	A	1	1
5	$(b-j)\times h+j\times h\times\frac{1}{2}$ 	0.1	A	1	0.1
6	$b\times h\times\frac{1}{2}+d\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	A	1	1
7	$d\times h\times\frac{1}{2}+b\times h\times\frac{1}{2}$ 	0.1	A	1	0.1
8	$(d+e)\times\frac{h}{2}\times\frac{1}{2}+(e+b)\times\frac{h}{2}\times\frac{1}{2}$ 	1	A	0.1	0.1
9	$(d+b-f)\times h\times\frac{1}{2}+f\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	A	0.1	0.1
10	$b\times\frac{h}{2}+d\times\frac{h}{2}$  	10	C	10	100
11	$(b+d)\times\frac{h}{2}$ 	1	C	1	1
12	$(d+b)\times h\times\frac{1}{2}$ 	10	D	1	10
13	$b\times h-i\times h\times\frac{1}{2}-f\times h\times\frac{1}{2}$ 	10	E	1	10
14	$\boxed{b\times(k+h)}-d\times h\times\frac{1}{2}$ 	1	E	10	10
유창성 점수		14			
융통성 × 독창성 점수의 합		244.4			
본 문제에 대한 전체 창의성 점수		14×244.4 = 3421.6			

* : 수식에서 오류가 나타난 부분

나. 수학사의 한 넓이 구하기 문제에서 나타난 수학적 창의성

수학사의 한 넓이 구하기 문제에 대해 학생이 생각해 낸 해결 방법은 총 7가지였으며, 이 중 넷째 방법과 다섯째 방법은 거의 동일한 방법이었다. 7가지 방법 중 첫째 방법은 주어진 도형의 넓이를 정확한 수치로 구해 낼 수 있다는 데 학생의 생각이 미치지 못한 해결 방법으로 문제를 해결한 결과로서 적합하지 않다고 판단되었다. 따라서 1번 해결을 제외한 나머지 6가지 해결에 대해서만 유창성 점수 1점을 각각 부여하였다.

융통성 점수 부여의 기준은 사다리꼴 넓이 구하기 문제에서 사용된 것을 토대로, 기하학적 변형이 아닌 임의로 수치를 부여한 해결을 포함할 수 있는 범주(F. 수치적 접근)를 추가하여 활용하였다.

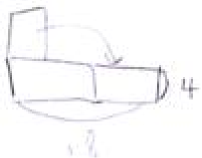
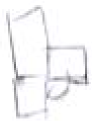
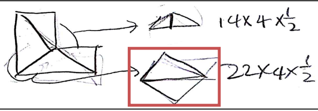
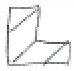
수학사의 한 넓이 구하기 문제는 학생이 수학 수업 시간이나 교과서를 통해 접해보지 못했기 때문에, 학생이 학습을 통해 관습적으로 알고 있는 해결 방법인지 아닌지의 여부로 독창성 점수를 부여할 수 없었다. 한편, 장혜원(2008)은 본 문제에 대한 학생들의 반응을 재구성 접근과 수치적 접근으로 나누어 보았다. 수치적 접근은 문제에 주어진 데이터에 의존하여 그림으로부터 혹은 임의로 가정한 특별한 경우에 국한시켜 문제를 해결한 경우를 의미하며, 재구성 접근은 주어진 도형을 자르고 다시 이어 붙이는 활동을 통해 측도를 아는 다른 도형으로 변형시키는 방법을 말한다(장혜원, 2008). 본 연구에서는 제안된 해결 방법이 수치적 접근을 따르는가, 재구성 접근을 따르는가를 독창성 점수 부여의 한 기준으로 활용하였는데, 이는 수치적 접근은 누구나 쉽게 생각해 낼 수 있는, 독창성이 다소 떨어지는 접근법인데 반해, 재구성 접근은 도형의 변형을 통해 얼마든지 다양하게 독창적인 해결 방법을 만들어 낼 가능성이 있다고 판단했기 때문이다. 이러한 판단을 토대로, <표 7>과 같은 기준을 마련하고, 학생이 제안한 해결 중 특별한 경우의 수치에 의존하며 일반성이 결여된 수치적 접근 방법(2번째 해결)에 대해 가장 낮은 독창성 점수 0.1점을 부여하였으며, 기하학적 변형을 활용한 재구성 접근 중 수학적 통찰이 포함된 경우는 10점을, 그렇지 않은 경우는 1점을 부여하였다.

<표 7> 독창성 점수 부여의 기준(수학사의 한 넓이 구하기 문제)

점 수	기 준
10점	(재구성 접근 중) 수학적 통찰이 포함됨
1점	(재구성 접근 중) 모델에 근거함
0.1점	수치적 접근

이를 바탕으로 분석한 수학사의 한 넓이 구하기 문제에 대한 대상 학생의 수학적 창의성 점수는 <표 8>과 같다.

<표 8> 수학사의 한 넓이 구하기 문제에 대한 학생의 수학적 창의성 점수

학생의 해결 방법		융통성		독창성	융통성×독창성
		점수	범주		
1	$4\times(19-ED)+4\times(22-\overline{AB})$	-	-	-	-
2	$4\times7+4\times7+4\times4$ 임의의 수치를 대입해 보고 결과가 같음을 보임	10	F1	0.1	1
3		10	C1	10	100
4		1	C2	1	1
5		0.1	C3	1	0.1
6		1	C4	10	10
7		10	A1	10	100
유창성 점수		6			
융통성 × 독창성 점수의 합		212.1			
본 문제에 대한 전체 창의성 점수		6×212.1 = 1272.6			

* : 오류가 나타난 부분

2. 결과 개방형 문제에서 나타난 수학적 창의성

가. 빨대로 도형 만들기 문제에서 나타난 수학적 창의성

빨대로 도형 만들기 문제에 대해 연구 대상 학생이 생각해 낸 해결 방법은 모두 22가지였으며, 이들은 모두 주어진 빨대로 만들 수 있는 도형이라는 문제의 조건에 부합하므로 각 해결에 모두 유창성 점수 1점씩을 부여하였다. 대상 학생은 면담 과정 중 도형의 정확한 개념이 무엇인지, 또 도형이 되려면 닫혀있어야 하는지 등의 물음을 스스로에게 끊임없이 제기하고 이에 명확한 답을 내기 어려워했지만, 8, 9번과 같은 모양도 도형이 될 것이라고 최종 답안으로 제시하였으므로 정답에 포함시켜 분석하였다. 8, 9번의 경우, 서로

만나는 두 직선이 있을 때 평면이 하나로 결정된다는 평면의 결정 조건을 따르면 평면도형의 한 예로 볼 수 있다.

빨대로 도형 만들기 문제에서 활용한 융통성 점수 부여의 기준은 <표 9>와 같다. 곧, 학생이 제안한 해결은 크게 평면도형(A)과 입체도형(B)으로 나눌 수 있었으며, 각각은 다시 빨대를 구부리는 아이디어가 반영된 경우(b)와 그렇지 않은 경우(a)의 2가지로 구분되었다. 대상 학생은 주어진 문제를 보자마자 ‘빨대를 구부려도 돼요?’, ‘빨대를 잘라도 돼요?’와 같은 질문을 했으며, 학생과 논의 끝에, 자르는 조작은 자른 후에도 동일한 모양을 낳는 데 반해 구부리는 조작은 다른 모양을 만들어 줄 수 있으므로 구부리는 아이디어만 수용하되, 동일한 아이디어의 지나친 반복을 피하기 위하여 구부리는 조작을 1회로 제한하기로 하였다. 빨대를 구부려서 모양을 만들 수도 있다는 아이디어는 주어진 문제를 새롭게 본다는 측면에서 학생의 창의성이 발현된 하나의 예로 볼 수 있으므로, 이를 본 문제에서 융통성 범주를 나누기 위한 하나의 기준으로 활용하였다.

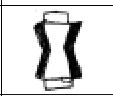
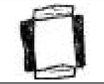
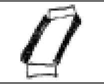
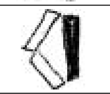
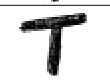
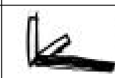
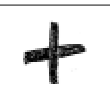
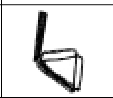
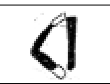
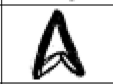
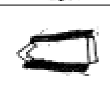
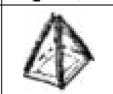
<표 9> 융통성 점수 부여의 기준(빨대로 도형 만들기 문제)

범 주	구체화
Aa	평면도형이며, 빨대를 구부리는 아이디어가 없는 경우
Ab	평면도형이며, 빨대를 구부리는 아이디어가 있는 경우
Ba	입체도형이며, 빨대를 구부리는 아이디어가 없는 경우
Bb	입체도형이며, 빨대를 구부리는 아이디어가 있는 경우

한편, 본 문제에서는 주어진 빨대 4개를 각각 하나의 선분으로 생각하여 도형을 만든 경우(예, 2~5번)를 관습적인 해결이라 보고 독창성 점수 0.1점을 부여하였다. 이 외에 2개의 빨대를 연결하여 하나의 직선을 만든다(예, 1번), 주어진 빨대를 모두 사용하지 않아도 된다(예, 6~9번), 빨대를 구부릴 수 있다(예, 12~17번), 평면이 아닌 입체도형을 만들 수 있다(예, 18~21번)는 아이디어가 반영된 경우 부분적으로 관습적이지 않은 해결이라 판단하고 각 1점씩을 부여하였다. 빨대를 구부리는 조작과 입체가 가능하다는 2가지 아이디어가 결합되어 나온 22번 해결에 10점을 부여하였다. 또한 면담 중 학생은 10번 도형을 제안하면서 빨대를 구부리는 정도와 주어진 빨대의 길이에 따라 삼각형, 사각형, 오각형을 다양하게 만들 수 있다는 반응을 보였는데, 이는 수학적 통찰이 드러난 부분이라고 판단하여 독창성 점수 10점을 부여하였다.

이와 같은 기준에 의해 분석한 결과, 빨대로 도형 만들기 문제에 대한 수학적 창의성 점수는 <표 10>과 같았다.

<표 10> 빨대로 도형 만들기 문제에 대한 학생의 수학적 창의성 점수

학생의 해결 방법		융통성 점수	융통성 범주	독창성	융통성 × 독창성	학생의 해결 방법		융통성 점수	융통성 범주	독창성	융통성 × 독창성
1		10	Aa	1	10	12		1	Ab	1	1
2		1	Aa	0.1	0.1	13		0.1	Ab	1	0.1
3		0.1	Aa	0.1	0.01	14		1	Ab	1	1
4		0.1	Aa	0.1	0.01	15		0.1	Ab	1	0.1
5		0.1	Aa	0.1	0.01	16		1	Ab	1	1
6		1	Aa	1	1	17		0.1	Ab	1	0.1
7		0.1	Aa	1	0.1	18		10	Ba	1	10
8		0.1	Aa	1	0.1	19		1	Ba	1	1
9		0.1	Aa	1	0.1	20		1	Ba	1	1
10		10	Ab	10	100	21		1	Ba	1	1
11		0.1	Ab	1	0.1	22		10	Bb	10	100
유창성 점수						22					
융통성 × 독창성 점수의 합						227.83					
본 문제에 대한 전체 창의성 점수						22×227.83 = 5012.26					

* 색칠된 것-긴 빨대, 색칠되지 않은 것-짧은 빨대

나. 조건에 맞는 모양 만들기 문제에서 나타난 수학적 창의성

조건에 맞는 모양 만들기 문제에서 제시된 해결 방법은 모두 19가지로, 이 중에는 거의 동일한 모양이라고 생각되는 경우도 있지만(예, 3번과 4번), 자세히 살펴보면 다른 점을 찾을 수 있으므로(예, 3번 도형은 세 쌍의 변이 평행하지만 4번 도형은 두 쌍의 변만 평행함) 19개 응답 모두에 각각 유용성 점수 1점씩을 부여하였다. 단, 어느 정도 유사한 아이디어를 바탕으로 만들어진 모양인가는 융통성 점수를 차등 부여하는 하나의 준거가 되었

다.

본 문제에서 활용된 융통성 점수 부여의 기준은 두 개의 직각이 선분 또는 점을 공유하고 있는가의 여부에 따라 <표 11>과 같이 정리될 수 있다. 대상 학생은 두 개의 직각을 어디에 둘 수 있는가를 기준으로 문제를 해결해 나갔으며, 그 결과 학생의 응답은 두 개의 직각이 하나의 선분을 공유하는 경우(A)와, 하나의 점을 공유하는 경우(B), 선분 또는 점을 공유하지 않는 경우(C)의 3가지로 범주화될 수 있었다. 한편, 각각의 범주 내에서도 직각이 놓인 위치, 직각을 이루는 변을 제외한 나머지 변의 모양 등을 고려하여 몇 가지 범주로 다시 나눌 수 있었는데 이를 기준으로 융통성 점수를 차등 부여하였다.

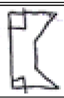
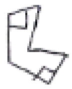
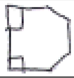
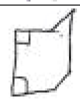
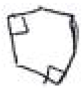
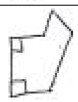
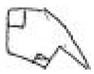
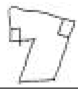
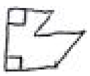
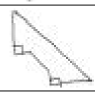
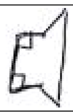
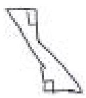
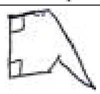
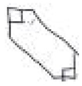
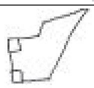
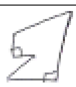
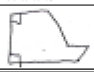
<표 11> 융통성 점수 부여의 기준(조건에 맞는 모양 만들기 문제)

<table>
<tr><th>범주</th><th>구체화</th><th colspan="3">하위 범주 및 예</th><th>점수 부여 방법</th></tr>
<tr><td rowspan="4">A</td><td rowspan="4">두 개의 직각이 한 선분을 공유하는 경우</td><td rowspan="4">직각을 이루는 변을 제외한 나머지 변의 모양에 따라</td><td>[</td><td>1</td><td rowspan="11">-10점: A, B, C 각 범주의 가장 첫째 해결 (1, 11, 16번)
-1점: 하위 범주의 첫째 해결 (2, 5, 6, 12, 13, 17, 18, 19번)
-0.1점: 나머지 해결</td></tr>
<tr><td>]</td><td>2, 3, 4, 7, 9</td></tr>
<tr><td>Z</td><td>5, 8</td></tr>
<tr><td>Σ</td><td>6, 10</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td rowspan="3">두 개의 직각이 선분을 공유하지 않고 한 점에 맞닿아 있는 경우</td><td colspan="2">직각을 마주보게 두고 나머지 두 변을 오목하게 배치</td><td>11</td></tr>
<tr><td colspan="2">직각을 마주보게 두고 나머지 두 변을 볼록하게 배치</td><td>13, 14, 15</td></tr>
<tr><td colspan="2">직각을 마주보게 두지 않음</td><td>12</td></tr>
<tr><td rowspan="4">C</td><td rowspan="4">두 개의 직각이 선분이나 점을 공유하지 않는 경우</td><td colspan="2">두 직각의 모양이 ㄴㄴ</td><td>16</td></tr>
<tr><td colspan="2">두 직각의 모양이 」「</td><td>17</td></tr>
<tr><td colspan="2">두 직각의 모양이 「」</td><td>18</td></tr>
<tr><td colspan="2">두 직각의 모양이 ㄴ ┘</td><td>19</td></tr>
</table>

본 문제에서 나온 19가지 해결에 대해 독창성 점수를 부여한 기준 또한 제안된 도형이 관습적으로 나타날 수 있는 해결인가, 그리고 수학적 통찰이 드러나는가 여부이다. 16번과 17번 해결의 경우, 두 개의 직각을 나란히 놓거나 두 직각을 서로 비켜놓는 아이디어가 관습적이지 않다는 측면에서 독창성 점수 10점을 부여하였다. 또, 7번 및 18번 도형에서와 같은 대칭을 생각해 내기 쉽지 않다는 점에서, 두 개의 직각을 배치한 후 남은 변을 1번과 11번과 같이 오목하게 배치하는 것 역시 흔하지 않은 아이디어이므로, 두 직각을 한 점이 맞닿게 배치하는 B 범주 중에서도 12번과 같이 직각을 위치시키는 아이디어가 독특하다는 측면에서 각각 독창성 점수 1점을 부여하였고, 나머지 해결에 대해서는 독창성 점수 0.1점을 부여하였다.

이와 같은 기준에 의해 분석한 결과, 조건에 맞는 모양 만들기 문제에 대한 수학적 창의성 점수는 <표 12>와 같았다.

<표 12> 조건에 맞는 모양 만들기 문제에 대한 학생의 수학적 창의성 점수

학생의 해결 방법		융통성		독창성	융통성 × 독창성	학생의 해결 방법		융통성		독창성	융통성 × 독창성
		점수	범주					점수	범주		
1		10	A	1	10	11		10	B	1	10
2		1	A	0.1	0.1	12		1	B	1	1
3		0.1	A	0.1	0.01	13		1	B	0.1	0.1
4		0.1	A	0.1	0.01	14		0.1	B	0.1	0.01
5		1	A	0.1	0.1	15		0.1	B	0.1	0.01
6		1	A	0.1	0.1	16		10	C	10	100
7		0.1	A	1	0.1	17		1	C	10	10
8		0.1	A	0.1	0.01	18		1	C	1	1
9		0.1	A	0.1	0.01	19		1	C	1	1
10		0.1	A	0.1	0.01						
유창성 점수						19					
융통성 × 독창성 점수의 합						142.57					
본 문제에 대한 전체 창의성 점수						19×142.57 = 2708.83					

Ⅴ. 논 의

본 논문에서는 다양한 해결 방법이 있는 개방형 문제에 대한 한 초등 수학 영재 학생의 수학적 창의성을 Leikin(2009)이 제안한 점수 체계에 따라 분석해 보았으며, 이를 바탕으로 수학적 창의성 교육 연구와 관련하여 논의해 볼 문제는 다음과 같다.

첫째, 주어진 문제에 대해 한 학생의 동일한 풀이는 채점자의 평가 순서와 관계없이 동일한 창의성 점수를 받아야 한다. 그러나 Leikin(2009)의 융통성 점수 부여 체계를 따르면,

한 학생의 동일한 풀이도 상이한 평가 순서에 따라 다른 점수를 받을 수 있는 문제가 있었다. Leikin은 융통성 점수에 대해, 첫째 해결 전략은 10점, 이와 같은 범주에 속하지만 다른 아이디어로부터 나온 해결은 1점, 같은 범주에 속하고 거의 동일한 표상을 사용한 전략은 0.1점을 부여할 것을 제안하였다. 예를 들어, 학생 A가 〈표 8〉과 동일한 해결 방법이지만, 3번과 4번의 해결 순서만 바꾸어 자신의 해결 전략을 제시했다고 하자. 이 때, 학생 A의 융통성×독창성 점수의 합은 〈표 13〉과 같이 131.1점으로, 〈표 8〉의 학생이 받은 212.1점과 분명 차이가 있다.

<표 13> 학생A의 수학적 창의성 점수(Ⅰ)

해결 방법	융통성		독창성	융통성 × 독창성
	점수	범주		
1	-	-	-	-
2	10	F	0.1	1
4	10	C	1	10
3	1	C	10	10
5	0.1	C	1	0.1
6	1	C	10	10
7	10	A	10	100
융통성×독창성 점수의 합				131.1

<표 14> 학생A의 수학적 창의성 점수(Ⅱ)

해결 방법	융통성		독창성	융통성 × 독창성
	점수	범주		
1	-	-	-	-
2	10	F	0.1	1
3	10	C	10	100
6	1	C	10	10
4	1	C	1	1
5	0.1	C	1	0.1
7	10	A	10	100
융통성×독창성 점수의 합				212.1

한 학생의 동일한 풀이가 상이한 평가 순서에 따라 창의성 점수를 다르게 받는다면, 이는 심각한 문제가 아닐 수 없으며, 반드시 해결되어야 할 부분이다. 이 문제를 해결하기 위한 한 가지 방법은, 각 요소별 점수를 부여하기 전 학생이 제시한 해결 방법의 순서를 재배열하는 것이다. 구체적으로, 융통성을 기준으로 동일한 범주에 속하는 해결들을 각각의 독창성 점수의 순서대로 배열한 후 점수를 구한다면 문제는 해결될 수 있다. 예를 들어, 〈표 14〉와 같이 〈표 13〉에서 범주 C에 해당하는 4개의 해결 방법을 독창성 점수의 순서대로 배열한 후 융통성×독창성 점수의 합을 구하면 212.1점으로 〈표 8〉의 학생과 동일한 점수를 얻게 된다. 따라서 Leikin(2009)의 수학적 창의성 점수 체계가 더욱 타당성을 얻기 위해서는 학생이 제시한 해결 순서를 그대로 따를 것이 아니라 각 범주별 독창성 점수의 순서대로 재배열해야 함을 명시해야 할 것이다.

둘째, Leikin(2009)의 모델은 수학적 창의성의 하위 요소를 유창성, 융통성, 독창성의 3가지로 구분하고, 유창성은 옳은 해결 당 1점을, 융통성과 독창성은 각각 수준에 따라 10점, 1점, 0.1점으로 점수를 차등 부여하고 있다. 앞서 언급한 바와 같이 융통성과 독창성에 대해 십진 자릿수를 달리하여 점수를 주는 체계는 학생이 제안한 해결의 수준 차를 잘 반영할 수 있을 뿐만 아니라 총점만으로도 해당 학생이 어떤 해결을 냈는지 한 눈에 파악할 수 있다는 점에서 효과적인 방법이 된다. 하지만, 유창성 점수를 옳은 해결 당 모두 1점씩 부여하는 방법이 타당한가는 생각해 볼 문제이다. Leikin은 주어진 문제에 대한 수학적 창의성 점수를 구하기 위해 융통성 점수와 독창성 점수의 곱을 모두 합한 값에 유창성 점수(옳은 해결의 수)를 곱하였다[$Cr = n(\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i)$]. 최종 점수($Cr$)에 유창성 점수($n$)가

미치는 영향이 얼마나 클 지 위 식을 통해서도 곧바로 확인 가능하며, 본 연구에서도 4개 문제의 수학적 창의성 점수의 순서는 학생이 옳은 해결을 많이 낸 문제의 순서, 즉 유창성 점수가 높은 순서와 동일했다. 또한 연구 결과, 두 가지 문제 유형 중 '결과 개방형 문제'가 '과정 개방형 문제'에 비해 높은 점수를 얻었는데, 이는 답이 열려 있는 '결과 개방형 문제'에서 더 많은 해결을 생각해 내기가 쉬우므로 유창성 점수의 차이가 만들어 낸 결과라 할 수 있다. 하지만, 가장 높은 10점의 독창성 점수를 받은 해결의 수가 '수학사의 한 넓이 구하기(Cr=1272.6)' 문제에서는 6개 중에 3개, '빨대로 도형 만들기 문제(Cr=5012.26)'에서는 22개 중에 2개로, 문제마다 독창적인 해결이 나타난 비율에는 큰 차이가 있었지만 이는 전체 창의성 점수에 크게 반영되지 못했다. 즉 Leikin의 방법을 따르면, 학생이 제시한 해결 방법들이 얼마나 융통성 있고 독창적인가보다 얼마나 많은 해결 방법을 냈는가가 중요하게 된다. 제시된 아이디어가 통찰력 있고 독창적인가는 수학적 창의성을 설명하는 데 있어 빼 놓을 수 없는 매우 중요한 요소이며, Leikin 역시 독창성이 중요하다고 판단하여 단 하나의 해결을 내더라도 그것이 독창적인 해결이라면 이에 높은 점수(100점=유창성1×융통성10×독창성10)를 주기 위해 자신의 점수 체계를 개선했다고 설명하지만, 이는 제시된 해결의 수가 많으면 많을수록 큰 의미를 갖지 못한다. 따라서 유창성을 어떻게 점수화할 것이며, 전체 점수를 얻는데 유창성 점수를 어떻게 반영하는 것이 타당할 것인가에 대한 후속 논의가 필요하다.

셋째, Leikin(2009)은 수학적 창의성 점수를 부여할 때 Torrance(1974)가 제안한 창의성의 4가지 하위 요소 중 유창성, 융통성, 독창성만을 기준으로 하고 있다. 정교성은 거친 아이디어를 보다 세련되게 다듬어 세밀하게 구체화해 가는 속성으로(McCain & Callahan, 1977), 본 연구의 대상 학생은 자신의 아이디어를 잘 다듬어 하나의 수식으로 표현하거나, 그림으로 표현하는 데 사소한 오류를 자주 보였는데, 이는 정교성이 다소 결여된 부분으로 해석할 수 있지만, Leikin의 점수 체계에는 이러한 부분이 고려되지 않는다. 특히 수학 문제 해결 과정에서 엄밀성과 정확성은 강조되어야 할 요소로(김부윤, 이지성, 2005), 학생의 수학적 창의성을 보고자 할 때 측정되어야 할 하나의 기준으로 정교성을 고려할 필요가 있으며, 정교성을 어떻게 점수화할 수 있을 것인가는 논의가 더 필요한 부분이다.

넷째, 독창성과 유용성이 창의성을 설명하는 두 가지 핵심 요소가 될 수 있다는 것에 많은 학자들은 동의한다. 이는 수학 교육 분야에서도 마찬가지다. 예로, 수학적 창의성을 새롭고 유용한 방법으로 문제를 해결하는 것(이대현, 2012), 일상적인 관습에서 벗어나 유용한 아이디어를 생산해 내는 능력(이강섭, 2010)으로 보는 관점이 이에 해당한다. 본 연구의 면담 과정에서 연구 대상 학생도 다양한 방법을 많이 내는 것만이 중요하지 않으며 수학적으로 의미 있고 유용한 방법을 많이 생산해 내는 것이 더 중요함을 언급하기도 했다. 그러나 Leikin(2009)의 점수 체계에 수학적으로 의미 있고 유용한 방법에 대한 가치가 반영되어 있는가는 고민해 볼 문제이다. 유창성은 문제 해결 속도, 융통성은 다양한 문제해결 범주와 관련된 기준으로 유용성과는 거리가 멀어 보이며, 독창적인 해결이 과연 유용한 해결인가를 생각해 본다면, 뭔가 아쉬운 부분이 없지 않은 것이 사실이다. 유용하다는 말은, '간결하고 편리하다', '본 아이디어가 다른 영역으로 확장 가능하다' 등 다양한 해석이 가능하므로, 수학적으로 유용하다는 것을 무엇으로 볼 것인지, 또 이를 점수화한다면 어떤 방법이 좋을지에 대한 논의가 필요하다.

다섯째, Leikin(2009)의 점수 체계는 주어진 문제가 무엇이냐에 따라 다르게 적용되는 등 과제의존적인 측면이 있다. 특히, 융통성 점수를 부여할 때 학생의 해결 전략을 몇 가지 범주로 구분하게 되는데, 과제마다 범주를 나누는 방법이 상이하며, 같은 과제라 하더라도

범주를 구성하는 방법이 채점자마다 다를 수 있다. 또한 어떤 해결이 독창적인가를 구분하는 것 역시 채점자마다 기준이 다를 수밖에 없으며, 이와 같은 과제의존성과 채점의 주관성은 Leikin의 수학적 창의성 점수 부여 방법이 보편적으로 적용될 수 있는 타당성을 확보하는 데 걸림돌로 작용할 수 있다. 한편, 융통성 점수 부여 방법에 채점자 간 차이가 있는지, Leikin의 방법에 따라 학생들의 수학적 창의성 점수를 부여한다고 했을 때, 과제별로 부여받은 점수에 차이가 있는지에 대한 양적 연구가 체계적으로 이루어질 필요가 있으며, 이는 Leikin의 모델을 더욱 정교화하는 데 도움을 줄 수 있으리라 생각된다.

참 고 문 헌

교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정-교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]**. 교육과학기술부.

김부윤, 이지성 (2005). 수학적 창의성의 평가방안에 대한 모색. **한국학교수학회논문집, 8**(3), 327-341.

____________ (2009). 수학적 창의성 과제에 대한 고찰. **수학교육, 48**(4), 443-454.

김수경, 김은진, 권혁진, 한혜숙 (2012). 수학 영재의 창의적 문제해결 모델(MG-CPS)을 일반학생의 수학 학습에 적용한 사례연구. **수학교육, 51**(4), 351-375.

남승인 (2007). 수학 창의성 신장을 위한 평가 문항 개발 방안. **수학교육논문집, 21**(2), 271-282.

도종훈 (2007). 개방형 문제를 어떻게 만들 것인가?: 두 개의 개방형 문제 제작 사례를 중심으로. **한국학교수학회논문집, 10**(2), 221-235.

박만구 (2011). 창의성 신장을 위한 초등수학 과제의 유형. **초등수학교육, 14**(2), 117-134.

성창근, 박성선 (2012). 수학적 창의성 계발을 위한 과제와 수업 방향 탐색. **한국초등수학교육학회지, 16**(2), 253-267.

이강섭 (2010). 수학 창의성 평가에서 독창성의 점수화 방법. **수학교육, 49**(1), 111-118.

이대현 (2012). 수학적 창의성의 요소와 창의성 개발을 위한 수업 모델 탐색. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 39-61.

장혜원 (2008). 수학사의 한 넓이 문제에 대한 초등 수학 우수아의 풀이 다양성 탐색. **한국수학사학회지, 21**(4), 153-168.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp 42-53). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics, 18*, 59-74.

Jensen, L. R. (1973). *The relationships among mathematical creativity, numerical aptitude and mathematical achievement.* Unpublished doctoral dissertation, University of Texas at Austin. (ERIC Document Reproduction Service No. ED086530).

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago: The University of Chicago Press.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 161-168). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds), *Proceedings of the 31st International Conference for the Psychology of*

Mathematics Education (Vol. 3, pp. 161-168). Seoul: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.

Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30*(2), 236-260.

McCain, T. C., & Callahan, J. F. (1977). Creativity and the elementary school teacher. In J. F. Callahan & L. H. Clark (Eds.), *Teaching in the elementary school* (pp. 283-304). New York: Macmillan Publishing Co. Inc.

Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 3*, 75-80.

Small, M. (2009). *Good questions: Great ways to differentiate mathematics instruction*. NY: Teachers College Press.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator, 14*(1), 19-34.

Torrance, E. P. (1974). *Torrance tests of creative thinking*. Bensenville. IL: Scholastic Testing Service.

<Abstract>

A study about the Leikin's method of measuring mathematical creativity

Ha, Su Hyun[3]; & Lee, Kwangho[4]

The purpose of this paper is to find a method of measuring mathematical creativity reasonably. In the pursuit of this purpose, we designed four multiple solution tasks that consist of two kinds of open tasks; 'tasks with open solutions' and 'tasks with open answers'. We collected data by conducting an interview with a gifted fifth grade student using the four multiple solution tasks we designed and analyzed mathematical creativity of the student using Leikin's model(2009). Research results show that the mathematical creativity scores of two students who suggest the same solutions in a different order may vary. The more solutions a student suggests, the better score he/she gets. And fluency has a stronger influence on mathematical creativity than flexibility or originality of an idea. Leikin's model does not consider the usefulness nor the elaboration of an idea. Leikin's model is very dependent on the tasks and the mathematical creativity score also varies with each marker.

Key words: mathematical creativity, multiple solution tasks, fluency, flexibility, originality

논문접수: 2014. 03. 21
논문심사: 2014. 04. 09
게재확정: 2014. 04. 29

3) gktngus@lycos.co.kr
4) paransol@knue.ac.kr