한국초등수학교육학회지 18(1) 63-81. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 18(1) 63-81.
2014. 04. 30 April 30. 2014.

수학의 가치 교육: 폴라니의 인식론을 중심으로[1]

남진영[2]

우리나라 학생들은 수학의 인지적 영역에서는 높은 성취를 보이지만 정의적 영역에서는 현저히 낮은 성취를 나타내고 있다. 본 논문에서는 수학의 정의적 영역 중 수학의 가치 교육 문제에 대하여 폴라니의 인식론을 바탕으로 논하였다. 폴라니의 인식론에서는 개인적 지식과 지식의 암묵적 차원을 강조한다. 그는 수학의 추상성, 일반성을 강조하였고, 수학의 발전은 공리적, 형식적 측면보다는 지적 아름다움과 열정에 의하여 안내된다고 하였다. 이러한 폴라니의 인식론의 관점에서 볼 때, 수학의 유용성, 실용성 등의 언어적 전달이나 표면적인 흥미 유발을 위한 활동은 본질적으로 가치 교육 및 수학 공부의 내재적 동기 부여에 한계가 있다. 수학 공부의 가치는 적절한 수학 문제에로의 몰입과 긴장, 그리고 문제가 해결되면서 따르는 기쁨, 환희를 맛보며 몸으로 체득하면서 배워야 하는 것이다.

주제어: 수학의 가치, 가치 교육, 정의적 영역, 폴라니, 수학 교육

Ⅰ. 서 론

우리나라의 교육과정에서는 초·중·고등학교 수학교육의 목표를 “수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰함으로써 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기르는 것(교육과학기술부, 2011)”이라고 규정한다. 즉, 우리나라 수학교육은 수학적 개념, 원리, 법칙의 이해, 수학적 사고력, 수학적 의사소통 능력 등의 인지적 특성과 함께 ‘수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도’와 같은 정의적 특성의 개발 및 신장을 목표로 한다. 정의적 특성과 관련되어 교육과정에서 제시하는 보다 구체적인 목표는 “수학에 대하여 관심과 흥미를 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기른다.” 이다. 그러나 이러한 목표에도 불구하고, 국제학업성취도 평가에서 나타나는 우리나라 학생들의 수학에 대한 흥미, 태도, 자신감, 가치 인식 등은 다른 나라에 비해 매우 낮다. 이와 같은 현상은 일정 기간 지속적으로 나타나고 있고, 수학교육의 문제로 대두되고 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 정부에서는 2009 개정 교육과정에 스토리텔링 교과서를 도입하고, 융합 교육을 지향하며, 선진형 수학 교실을 운영하는 등 다각도에서 노력하고 있다(교육과학기술부, 2012).

정의적 특성에 대한 정의와 분류는 학문과 학자에 따라 조금씩 다르다. 변창진(1993)은

---

1) 이 논문은 2011학년도 경인교육대학교 학술연구비에 의하여 연구된 것임.
2) 경인교육대학교 수학교육과

심리학의 관점에서 논의되는 정의적 특성을 흥미, 감상, 태도, 가치, 적응으로 나누어 다음과 같이 정의한다. 흥미는 ‘어떤 생각 또는 활동에 주의를 기울이려는 개인의 성향’이고, 감상은 ‘작품을 감식하여 그 성질, 효과, 가치를 깊이 맛보고 밝히며 가리는 능력과 태도’이며, 태도는 ‘대상에 대해 갖고 있는 선호적 또는 비선호적 감정의 방향이 기초가 되어 그 대상 또는 상황에 반응, 행동, 또는 적용되는 준비태세를 나타내는 개념’이고, 가치는 ‘바람직한 것 또는 하여야 할 것에 관한 일반적인 생각 또는 개념’이고, 적응은 ‘개체가 자연환경, 사회환경 또는 자신의 생리적 조건과 심리적 세계에 대해 적합한 행동을 수행하는 과정 및 상태를 의미하는 심리학적 개념’이다. 그러나 이 정의에서 볼 수 있듯이 이 다섯 개념은 서로 중첩되는 부분이 있어서 명확하게 구분할 수 없고, ‘감상’이나 ‘적응’은 수학교육에 적용하기 어렵다. 관련하여 변창진(1993)은 정의적 특성에 대한 Duckworth & Entworth의 검사지와 Soars & Soars의 검사지, Faster의 검사지를 근거로 하여 정의적 특성에 대한 평가는 흥미, 태도, 가치에 대한 평가로 충분하다고 하였다. 우리나라 학생들이 낮은 성취를 보이는 국제학업성취도 평가를 보면, 수학에 대한 정의적 특성으로 PISA에서는 학습동기, 자아신념, 수학 학습 전략을 다룬다. 학습동기에는 내적 동기인 흥미와 도구적 동기인 수학 학습 가치가, 자아신념에는 자아 효능감, 자아 개념, 수학 불안감, 수학 관련 활동 참여, 수학 학습 계획, 주관적 규범이, 수학 학습 전략에는 암기, 정교화, 통제 전략이 속한다(송미영, 임해미, 최혁준, 박해영, 손수경, 2013). TIMSS에서는 수학에 대한 자신감, 수학 학습에 대한 흥미, 수학에 대한 가치 인식, 수업 참여를 다룬다(김수진, 동효관, 박지현, 김지영, 진의남, 서지희 외, 2013). 본 논문에서는 이와 같은 수학에 대한 정의적 특성 중에서 수학의 가치 교육을 논하고자 한다.

수학에 대한 가치는 두 가지로 나누어 생각할 수 있다. 첫째는 인류 문화유산 및 과학, 공학, 경제학 등 여러 학문의 기초가 되는 학문으로서의 수학의 가치이다. 이것은 수학의 공적 가치라고 할 수 있다. 그러나 개인 차원에서 보면, 이러한 수학의 가치가 자신과 동떨어진 것일 수 있다. 학문으로서의 수학은 가치 있지만, 나와는 상관없는, 일부 뛰어난 사람들의 몫이라고 생각할 수 있기 때문이다. 김만희와 김범기(2003)는 인문학 지식과 마찬가지로 과학지식도 자기가 없는 과학, 자기를 떠난 과학, 인간을 문제로 삼지 않는 과학은 인간의 내면에 의미 있는 영향을 미치지 못한다고 하였다. 즉, 인류 문화유산으로서, 도구적 학문으로서의 수학의 공적 가치는 향후 수학을 연구하거나 수학 관련 분야에 종사할 생각이 없는 학생들에게 큰 의미를 주지 못하고, 수학을 공부하고자 하는 동기를 제공하지 못할 수 있다는 것이다. PISA에서 측정하는 수학의 가치는 “수학을 열심히 하는 것은 장래에 내가 하고 싶은 일에 도움이 되기 때문에 가치가 있다.”, “수학 공부는 나의 경력(전망, 기회)을 향상시키기 때문에 가치가 있다.”, “수학은 나중에 내가 공부하고 싶은 것을 하는 데 필요한 중요한 과목이라고 생각한다.”, “내가 직업을 얻는 데 도움이 되는 많은 것들을 수학에서 배울 수 있을 것이다.” 등의(송미영 외, 2013) 수학 공부가 개인에게 미치는 사적 가치를 묻고 있고, 이를 통한 수학 학습의 동기가 부여되는가를 측정하고 있다.

수학 학습의 사적 가치에는 사회 제도적 측면이 있다. 이를테면 수학을 잘 하면 원하는 대학에 갈 수 있고, 나아가 사회·경제적 지위 향상을 위한 유리한 위치를 선점할 수 있다는 생각이 이에 해당한다. 이러한 사회 제도적 측면은 수학 학습에 상당한 영향력을 행사할 수 있다. 그러나 반대로 수학 성적이 원하는 만큼 나오지 않을 경우 본인의 꿈을 이루는 데에 수학이 걸림돌이 된다고 생각하게 되어 수학에 대해 부정적인 태도를 형성할 위험이 있다. 그렇기 때문에 사회 제도적 측면은 수학 공부의 근본적이고 궁극적인 동기를

제공하여 수학에 대한 흥미와 긍정적 태도를 형성하도록 하는 데에는 한계가 있다.

개인이 수학을 공부하는 또 다른 사적 가치에는 수학적 사고력, 문제해결력, 의사소통 능력 신장을 통한 개인의 능력 계발이 있을 수 있다. 이것은 수학의 특성에 붙박혀 있는 것으로 수학을 공부하여야 경험할 수 있는 것이다. 말이나 글로 수학을 공부하는 것이 가치 있다는 것을 아무리 전달하려고 하여도 설득에 한계가 있는, 본인이 경험하지 않고는 알 수 없는 것들이다. Prosch(1979)가 가치를 명시적으로 정의할 수 없는 것이라고 한 것은 이러한 맥락에서 이해할 수 있다. 그 속성상 언어로 전달하기 어려운 수학의 가치, 본질적으로 수학을 공부해야만 경험할 수 있는 수학의 가치는 수학 공부의 암묵적 차원에 있다고 할 수 있다. 수학적 지식의 기초를 '언어적 지식과 관습'에 두려고 한 Ernest(1991:42)는 언어가 중요하긴 하지만 모든 수학적 지식을 언어로 표현할 수는 없고, 언어로 표현되지 않는 지식도 있다고 하였다(재인용, Frade & Falcão, 2008). 즉, 지식이 사회적으로 구성된다고 보기 때문에 필연적으로 언어를 핵심적 위치에 둘 수밖에 없는 (Ernest, 1991; 1998) 사회적 구성주의에서도 수학적 실행, 수학적 지식의 정당화와 평가에서 언어로 표현할 수 없는 암묵적인 부분을 인정하고 수학 교수-학습 과정에서도 암묵적 앎에 주의를 기울여야 한다고 하는 것이다. Ernest는 수학 지식을 '주로 명시적(mainly explicit)'인 것과 '주로 암묵적(mainly tacit)'인 것으로 구분하였다(재인용, Frade and Borges, 2006; Frade & Falcão, 2008). Ernest가 보는 '주로 명시적'인 수학적 지식은 공인된 명제와 진술(정의, 가설, 추측, 공리, 정리, 공인된 추론), 증명(모든 종류의 증명, 귀납적 추론과 유추적 추론, 분석과 계산을 포함한 문제 해결(예. 알고리즘과 규칙)), 수학자들이 해결한 것과 관련된 문제와 질문들(예. 힐베르트의 문제들, 페르마의 마지막 정리)이다. '주로 암묵적'인 수학적 지식은 수학자들이 지식을 사용하는 방식, 어떻게 그들이 수학적 경험, 가치, 신념을 수학 실행에 참여하면서 사용하는지와 관련된다. Ernest는 수학적 언어와 기호에 대한 지식의 사용, 메타-수학적 관점, 수학의 구조에 대한 관점, 과정, 방법, 기술, 전략적 지식의 사용, 그리고 수학에 관한 심미안과 가치가 '주로 암묵적'인 수학적 지식에 해당된다고 하였다.

이상의 논의에 의하면 수학의 가치는 지식의 암묵적 차원에서 논의해야 한다. 본 논문에서는 수학의 가치 교육을 지식의 암묵적 차원을 강조한 폴라니의 인식론을 바탕으로 하여 논하고자 한다. 폴라니의 인식론은 의학자, 물리화학자로서의 그의 경험에 근거한 것으로, 인간과 분리된 지식은 생각할 수 없다는 것과 모든 명시적 지식 이면에 암묵적 지식이 있다는 것으로 특징지을 수 있다. 그의 인식론에서는 지식과 앎에 대한 논의에서 주관과 객관의 분리를 지양하고 개인을 논의의 중심에 두되 '실재' 및 '전통'이라는 개념을 통하여 주관성과 객관성을 조화시킨다. 이하에서는 폴라니의 인식론 관점에서의 수학 및 수학의 가치에 대하여 논하고, 이를 바탕으로 수학의 가치 교육 방안을 제시한다.

Ⅱ. 폴라니의 인식론에서의 암묵적 앎과 수학

폴라니의 인식론을 특징짓는 두 개념은 '개인적 지식(personal knowledge)'과 '암묵적 지식(tacit knowledge)'이다(Polanyi, 1962; 1967). 폴라니가 볼 때, 지식이라는 것은 본질적으로 사람이 소유하여야 하는 것으로, 사람이 소유하지 않은 지식은 있을 수 없다. 그러나 지식을 탐구하는 것은 진리를 탐구하는 것, 실재를 추구하는 것이고, 탐구의 결과로

부터 얻게 되는 것은 실재와의 접촉이다. 사람은 누구나 진리를 탐구하며 실재를 추구하고자 하는 성향이 있다. 진리에 대한 판정은 일차적으로 발견한 사람 자신에 의하여 이루어지지만 그가 내리는 근거는 인류가 형성하여 온 전통에 기준을 두어야 한다. 또, 진리를 발견한 개인은 다른 사람에게 이를 설득함으로 보편적 타당성을 얻고자 한다. 이러한 점에서 그의 인식론은 객관과 주관을 통합하는 인식론이다.

폴라니의 인식론의 또 다른 특징은 암묵적 지식 및 암묵적 앎을 상정하는 것이다. 모든 지식, 기술, 예술에는 언제나 분명하지 않은, 경험 수준에서 언어로 설명 불가능한 부분이 있다. 이와 같은 암묵적 지식은 객관화된 지식, 언어로 표현된 지식의 타당성을 뒷받침하는 원천으로, 겉으로 드러난, 표현할 수 있는 명시적 지식보다 더 큰 부분을 차지한다. 이 암묵적 지식은 학자, 장인, 예술가들에게 직감을 주며 이해와 지식 획득의 기반이 된다. 폴라니는 암묵적 앎(tacit knowing)을 '초점식(focal awareness)'과 '보조식(subsidiary awareness)'의 관계, 근위항(proximal term)과 원위항(distal term)의 관계, 회득(comprehension), 내주(indwelling) 등의 용어를 사용하여 설명한다. 이하에서는 암묵적 앎에 대한 폴라니의 주장을 간략히 살펴보고, 그의 인식론적 관점에서 보는 수학에 대하여 논한다. 논의를 시작하기 전에 암묵적 지식은 본질적으로 언어로 표현되지 않는 영역, 또는 의식되지 않는 영역에 있기 때문에 설명과 분석에 한계가 있음을 전제하고자 한다.

1. 암묵적 앎

가. 초점식과 보조식

암묵적 앎의 중심에는 목표, 보조적인 세부 내용, 그리고 이 둘을 결합시키는 인식자가 있다. 인식자는 보조적인 세부 내용들을 단서 삼아 목표로 향하는데(Polanyi, 1969), 폴라니는 목표와 보조적인 세부 내용들을 각각 초점식과 보조식으로 설명한다. 인식자의 목표는 초점식으로, 인식자가 무엇인가에 주의를 기울이는 것, 목적적 행동이나 문제해결, 보조식의 특수한 세부항목들이 통합되어 의미화된 것이 초점식이다. 특수한 세목들이 통합된 전체는 그것을 가져오게 한 보조적인 것들을 초월하는, 그것들에 내재하지 않은 속성을 가진다. 보조식은 우리가 인식하지만 언어로 명시화하거나 상세화 하지 않는 것, 또는 명시화·상세화 할 수 없는 것들이다. 보조적인 단서들에는 해당 인식에서는 보조적인 역할을 하지만 언제든 필요한 경우 상세화할 수 있는 주변적인 것들과, 원칙상 상세화할 수 없는, 잠재적인 것이 있다. 그러나 보조식은 잠재의식(subconscious)이나 전의식(preconscious), 또는 주변식(the fringe of consciousness)과는 다르다(Polanyi, 1969). 초점식은 언제나 의식적이지만, 보조식은 잠재적인 의식 수준에서부터 드러나는 의식 수준 사이의 어느 범위에도 존재할 수 있다.

보조적인 단서들로부터의 통합은 그 과정을 세분해서 분석할 수 없는 '암묵적 추론(tacit inference)'에 의하여 이루어진다(Polanyi, 1969). 암묵적 추론은 전제로부터의 연역보다는 단서로부터의 통합이다. "우리가 의식적인 경험을 할 때에는 언제나 그들을 의미있게 통합하는 힘을 역시 갖게 된다.(Polanyi, 1969:162-163)" 폴라니는 이것을 얼굴 인식과 자전거를 타는 것으로 비유한다. 우리가 어떤 사람의 얼굴을 인식할 때 그 사람의 얼굴의 특징들을 인식하기는 하지만 이 인식은 보조적으로 작용하고, 얼굴 전체에 대한 인식은 보조적으로 인식한 것들을 통합하여 일어난다. 자전거를 탈 때에도 우리의 몸의 많은 움직임, 이를테면 다리 근육의 움직임, 균형을 잡기 위한 신경계의 움직임 등이 작용하기

는 하지만 이 움직임은 보조적으로 작용하고, 모든 보조적인 움직임들이 통합적으로 모여서 자전거 타기라는 성과를 이루어낸다. 보조적인 단서들은 비록 보조적으로 작용하지만, 이것이 없으면 통합적 인식이 불가능하다. 글을 읽을 때, 그 글을 이해하는 데에 필요한 보조식을 갖추지 못하면, 그 글이 가진 물리적인 특성은 눈으로 볼 수 있지만, 그 글이 가진 물리적인 단서를 통해서 전달하려는 의미는 파악할 수 없음은 이런 이유이다.

보조식과 초점식의 관계는 두 수준으로도 설명된다. 낮은 수준에서는 단서들, 부분들, 또는 보조적 요소들을 인식하고, 높은 수준에서는 이들 요소들이 가리키는 복합적 통일체(comprehensive entity)를 파악한다. 보조식이 통합되어 의미화된 것은 그 근거가 되는 세부항목들에 들어있지 않은 속성, 더 양질의, 더 높은 수준의 의미를 가지게 된다. 높은 수준이 출현하면 그 복합적 통일체를 특징짓는 높은 수준의 의미나 기능 또는 원리는 그것을 생성시킨 지금까지의 낮은 수준의 단계를 이루는 특정 내용들과 그것들을 지배하는 법칙으로 정의하거나 명세화하거나 설명하거나 환원시킬 수 없다.

폴라니는 이와 같이 특수한 것들을 근거로 하되, 그것들을 개별이 아닌 전체적으로 이해하는 앎을 ‘회득(comprehension)’이라고 표현하였다. 회득은 인식의 통합적 활동에 의하여 어떤 것을 파악하고, 알아보고, 이해하고 그것을 통해 인식자가 단서와 전체 사이에 관계를 구축하는 것이다. 이러한 활동이 능숙하게 되면 실제적이든 이론적이든, 상세한 것들을 단서 또는 도구 삼아 정교한 성취를 이루어낸다(Polanyi, 1962). 이러한 회득은 자연적으로 일어나는 데에 한계가 있는, 기술이 필요한 활동이다(Polanyi, 1969).

나. 신체의 작용

폴라니의 이론에서 또 하나의 특징적인 것은 암묵적 앎에서 신체의 작용을 중요하게 생각하는 것이다. “모든 사고는 구체화된 것이다: 그것은 신체와 사회와 더불어 생존한다. … 포괄적 전체의 특수한 것들(상세한 것들)에 대한 보조식은 그 전체를 아는 데 있어서 우리의 육체적 존재성과 문화적 존재성의 보조식에 녹아있는 것이다.(Polanyi, 1969:134)” 인식은 사회적 맥락에서 일어날 뿐 아니라 우리의 신체 내에서 일어나는 것이므로 신체의 작용에 의존한다. 우리가 의식하기도 하고 의식하지 못하기도 하는, 신체의 여러 부분의 통합적인 작용에 의해 인식이 일어나는 것이다. 폴라니는 인식은 우리의 신체 밖에 있는 어떤 의미를 신체 내부에 있는 단서를 통하여 파악하는 과정을 통해 우리 내부의 것으로 동화시키는 것이라고 하였고, 이를 ‘체득(interiorizing)’이라는 용어를 사용하여 표현하였다(Polanyi, 1969).

보조식과 초점식의 관계는 신체를 기점으로 거리 개념을 사용하여 ‘근위항’과 ‘원위항’으로 설명된다. 보조식은 내면화된, 또는 우리가 가지고 있는 특수한 것, 상세한 것들이므로 우리에게 가까이 있다. 이것은 초점식에 해당하는, 원거리에 있는 통합된 전체를 파악하도록 우리를 안내하는 역할을 한다. 따라서 보조식은 신체와 더 가깝다는 의미에서 근위항, 초점식은 다소 멀리 떨어져서 본다는 의미에서 원위항이 된다. 우리의 인식은 근위항에서 출발하여 원위항으로 나아가고, 원위항이었던 초점식은 새로운 통합적인 발견을 이루어 다시 근위항인 보조식이 된다. 체득은 원위항이 근위항에 근거하여 통합을 이루어 다시 근위항처럼 기능하게 하는 것이다. 근위항에서 출발하여 원위항으로 나아가는 것, 원위항이 다시 근위항처럼 기능하는 것 모두 우리 신체 내에서, 우리가 의식하지 못하는 어떤 복합적인 작용에 의해 일어난다. 그렇기 때문에 배움과 앎은 마음뿐 아니라 몸에게도 기억되는 것이다.

배움에 신체가 사용되기 때문에 폴라니는 배움의 방법으로 ‘내주(indwelling)’를 말한다. 폴라니는 높은 수준의 원리는 그 원리가 작동하는 낮은 수준의 원리의 경계조건에 내주하는 것에 의해서만 이해될 수 있다고 하였다. 우리는 다른 사람들의 생각을 그 사람이 언어로 표현하는 것과 표정이나 목소리 톤, 행동 등 맥락이 포함된 언어적 표현에 근거하여 알게 되지만, 막상 그 생각을 하게 되었을 때, 또 말할 때, 그 사람의 신체 속에서 어떤 일이 일어나는지는 다 알 수 없다. 즉 언어적 표현만으로는 다른 사람을 이해하는 데에는 근본적으로 한계가 있다. 그 이해는 그러한 생각이 일어나게 되는 것에 직접 참여하는 내주에 의하여 가능하게 된다.

다. 암묵적 앎의 네 측면

암묵적 앎에는 기능적 측면, 의미적 측면, 현상적 측면, 존재적 측면이 있다(Polanyi, 1967; 1969). 암묵적 앎의 기능적(functional) 측면(또는 기능적 구조)은 보조식을 정합적인 통합으로 이끄는 기능이다(Polanyi & Prosch, 1975). 초점식은 보조식에 근거하여 인식되고 의미를 가지며, 보조식은 우리가 주의를 기울이는 초점식의 배경 또는 바탕이 되는 무엇인가를 제공한다. 이때 암묵적 앎이 기능하는 것이다. 우리가 보조식에 초점적으로 주의를 기울이면 보조식의 이 기능적 측면은 사라지게 된다.

암묵적 앎의 의미적(semantic) 측면은 보조적인 특수한 사항들이 통합되어 하나의 정합적인 전체의 의미(joint meaning)를 얻는다는 것이다. 서로 분리되어 있던 무의미한 것들이 하나의 맥락 속에서 주목의 대상이 되면서 새로운 의미를 만들어낸다.

이와 같이 보조식이 초점식의 바탕이 되면서 초점식과 결합하여 새롭고 차원 높은 어떤 의미를 산출하고 암묵적 앎의 현상적(phenomenal) 측면이 나타난다. 통합된 전체는 기반이 된 보조적인 것들을 통제하던 원리보다 더 높은 수준에서 전체로서 통제되고, 부분들의 모임과 다르게 보이게 된다. 이 높은 원리는 그것에 안정성과 힘을 부여하며 종종 부가적인 새로운 특성을 산출한다. 이것이 암묵적 앎의 현상적 측면이다.

존재론적(ontological) 측면은 위 세 가지 측면으로부터 연역된다. 암묵적 앎의 근위항은 원위항의 출현을 통하여 인식되고, 암묵적 앎은 원위항과 근위항 사이의 의미 있는 관계를 구축하기 때문에 그것은 두 항이 함께 구성되는 복합적 실체의 이해로 규정된다. 근위항과 원위항이 통합적 실체를 형성하며, 이것이 암묵적 앎의 존재론적 측면이다.[3)]

라. 암묵적 앎과 정의적 특성

폴라니의 관점에서 지식의 탐구, 앎은 실재에 접촉하는 것인데, 이러한 탐구, 앎의 추구, 즉 실재의 추구는 인간이 본능적으로 하는 것이다. 지식은 본질적으로 사람이 소유한 것이고, 사람이 소유하지 않은 지식은 없다. 그렇기 때문에 앎에는 인지적 측면뿐 아니라 정의적 측면도 작용하게 된다. 이러한 점에서 폴라니의 ‘personal knowledge’는 ‘인격적 지식’으로 번역되기도 한다(장상호, 1994). 개인이 지식을 탐구할 때, 앎을 추구할 때에는 개인의 신념, 책임, 헌신, 열정 등이 포함된다. 인식 주체는 자신의 신념에 따라 책임을 지고 지식 탐구에 헌신해야 하는 것이다. 지식과 그것을 소유한 사람은 분리 불가능한 것이

3) 폴라니가 말년에 쓴 「Meaning」에서는 암묵적 지식의 세 가지 측면인 기능적 측면, 현상적 측면, 의미적 측면만 말하였다(Polanyi & Prosch, 1975). 여기에서는 현상적 측면과 존재적 측면이 통합되어 서술되었다고 볼 수 있다.

기 때문에, 자신의 지식을 불신한다는 것은 자신에 대해서 불성실하게 되는 것이다(장상호, 1994). 개인은 자신의 신념에 대한 책임을 지고, 그 믿음을 기초로 판단을 내려야 하는 것이다.

폴라니는 지식의 탐구와 앎을 실재에 대한 ‘발견’이라고 표현하기도 한다. 우리가 무엇을 발견할 때에는 어떤 암묵적 예지(foreknowledge)를 가지게 된다. 무엇인가 알 것 같다는 희미한 느낌을 가지는 것이다. 이것은 신념으로 이어지고 뒤에 숨겨져 있는 무엇인가에 대한 확신을 느끼면서 우리는 그것에 헌신하게 된다(Polanyi, 1967). 발견은 쉽게 얻어지는 것이 아니라 예지와 신념이 지지하는 헌신을 통하여 이루어지는 것이다. 또한, 이때 열정이 일어나게 된다. 폴라니는 ‘발견적 열정(heuristic passion)’과 ‘설득적 열정(persuasive passion)’을 말한다. 발견적 열정은 지식의 낮은 수준과 높은 수준 간에 존재하는 논리적 간극을 메우고 뛰어넘으려는 개인의 순수한 인간적인 감정이며 발견을 추구하는 에너지이다(Polanyi, 1967). 이를 기반으로 우리는 더 높은 지식체계를 추구할 수 있다. 발견이 이루어지면 우리는 발견한 것의 보편타당성을 입증하고자 타인을 설득하여 인정받으려 한다. 이것은 수준이 다른 개인간에 존재하는 에너지이다. 서로 다른 수준의 존재를 회득한 개인들이 서로를 열정적으로 설득하여 자신의 발견한 것의 보편적 타당성을 입증함으로 그들 사이의 논리적 간극을 줄이려 하는 것이다. 발견의 열정과 설득의 열정은 서로 상승 작용을 하여 선진은 더 높은 수준의 표준을 습득하도록 돕고, 후진은 그것을 습득하려고 노력하게 된다(장상호, 1994). 이와 같이 인식이 일어나는 것, 배움이 일어나는 것, 앎이 일어나는 것은 인지적인 측면뿐 아니라 신념, 헌신, 책임, 열정 등이 포함되는 정의적인 측면이 작용하는 인간 마음의 총체적인 활동이다.

마. 암묵적 앎과 직관

폴라니는 부정확한 것을 중요하게 생각하였다. 우리가 정확한 자연의 법칙이라고 생각하는 것도 그 안에는 불확정 요소들이 있고, 이들이 함께 조화를 이룰 때에 가치가 있다. 모든 모호한 방법을 없애고 정확한 법칙에 제한한다면 학문은 발전을 멈추고 가장 가치있는 부분이 사라지게 된다(Polanyi, 1936). 과학적 발견은 아직 알려지지 않은 것들, 상상하기도 어려운 것들에 대한 예지에서 출발한다. 수학의 문제 해결도 마찬가지이다. 주어진 자료들을 다른 방식으로 변형하는 기술이 중요하지만, 성공적인 문제 해결은 문제의 조건들과 알고 있는 정리들, 그리고 찾고자 하는 알려지지 않은 해들 사이의 논리적 관계의 존재를 감지하는 것에 의존한다. 우리는 수학 문제를 해결하는 동안 각 단계를 거치면서 해에 접근한다는 감각을 느끼고, 이것은 해에 가까워지면서 점점 커진다. 폴라니는 이 직관적 감각을 중요하게 생각하였다.

그렇다고 수학의 계산과 식의 조작을 소홀히 한 것은 아니다. 형식적인 조작은 문제 해결의 처음 단계와 해를 검증하는 마지막 단계에서 의존해야 한다. 그러나 이 두 단계 사이에 논리적 간격을 뛰어 넘는 비형식적인 행동이 존재하고, 이때 지배적이고 결정적인 것이 암묵적 앎인 탐구자의 직관이다. 그는 수학자들이 직관에서 계산으로 이동하고, 다시 계산에서 직관으로 돌아온다고 하였다. 연쇄적으로 이루어지는 형식적 추론의 각 사슬의 처음과 끝 모두에서 우리는 직관과 형식 사이를 오가게 된다.

2. 수학

폴라니는 수학에 대하여 말하면서 인간의 지적 활동을 강조하였다. 과학이나 공학은 관찰이나 실험에 의존하는 학문이지만 수학은 사람의 해석과 이해를 필요로 하는 학문이다. 특히 순수 수학은 외부의 대상이 아닌 사람이 만든 대상들에 관심을 두는 학문이다. 식이나 증명과 같은 수학의 대상은 경험적인 특수한 의미를 갖지 않을 수 있기 때문에 수학의 대상은 사람이 창조하는 것이다(Polanyi, 1962). 이에 따라 수학의 개념들은 경험을 참고하지 않고도 새로운 문제를 인지하고, 확장해 나아갈 수 있다. 폴라니가 강조하는 이러한 수학의 특성은 추상성과 일반성이다. 그는 초등 수학에서조차 개념과 조작이 상당한 추상성과 일반성을 가진다고 하였다.

경험에 의지하지 않는 수학의 이러한 일반성과 추상성은 오히려 경험 세계에 수학이 광범위하게 적용되는 것을 가능하게 하는데, 폴라니는 이것을 일방적 적용이나 응용이 아닌 '협력'이라고 표현하였다. 그것은 곧 수학과 다른 학문의 교류가 서로의 발전에 이바지할 수 있다는 의미이다. 예를 들어, 물리학의 역학과 수학의 비 유클리드 기하학이 서로 협력될 수 있고, 두 물체의 거리 관계와 수학의 3차원 기하학이 협력된다. 물리학의 이산적 대상의 조작과 수학의 정수론이 협력되고, 자동 공학 과정은 수학적 조작으로 표현될 수 있으며 엄밀하게 형식화된 공학은 수학의 일부로 간주될 수 있다. 이와 같이 수학적 기호 및 이들의 조작은 그것들이 지칭하는 특수한 것이 제거되면서 적용되는 분야가 더 다양해지고, 이것은 적용되는 분야와 수학 모두에게 유익하다. 폴라니는 모든 수학적 정리는 현재 이용되지 않더라도 언젠가 경험 세계에 적용될 가능성이 있다고 하면서 외부의 대상에 적용되는 수학 이론과 수학 내에서만 흥미로운 수학적 발명물이 예리하게 구분되어서는 안 된다고 하였다(Polanyi, 1962). "수학적 개념은 종종 그것들의 깊은 중요성을 생각하지 못한 함의를 드러내거나 놀라운 일반화를 진행하면서 나중 세대에서야 드러내는 것을 안다. 더욱이 수학적 형식주의는 훨씬 새로운, 약속되지 않은 방식으로 조작될 수 있고, 우리의 주저하는 마음을 새로운 개념의 표현으로 강제할 수 있다.(Polanyi, 1962:104)"

수학의 발전에는 추상성, 일반성과 함께 엄밀성에 대한 갈망이 근간이 된다. 수학 개념이 처음에 경험에 바탕을 두고 발명 또는 개발된다고 하여도 더 일반적이고 더 엄밀한 개념을 향해 가면서 시발점인 경험을 벗어나게 되고 보다 더 추상성을 띠게 된다. 진리와 미에 대한 추구, 흥미 역시 수학의 발전의 원동력이 된다. 폴라니는 수월성에 대한 표준을 만족시키는 것, 수학의 지적 아름다움, 그리고 수학자들의 열정적 감정이 수학을 발전시킨다고 하였다.

수학의 공리적 측면은 엄밀하게 형식화된 공리와 기호적 조작 체계로 향하는 이상이라고 하면서 이것은 수학의 추구에 본질적으로 내재되어 있는 일반성과 엄밀성을 향한 노력에 포함되지만, 수학을 '상호 일관되는 어떤 공리들의 집합으로부터 그것들의 자기-일관성을 보증하는 어떤 조작을 따라 파생되는 정리'로 정의하는 것은 비적절하다고 하였다(Polanyi, 1962). 이 정의는 공리들의 취사선택에 대하여 설명하지 않고, 모든 수학이 다 잘 정립되어 있는 것은 아니며, 언제나 완전하게 형식화되는 것은 아니기 때문이다. 수학에서 중요한 진보는 종종 그 본질상 엄밀하게 맞는다고 증명될 수 없는 개념적 결정을 포함하게 마련이다. 공리화는 보다 큰 일반성과 엄밀성을 추구하는 데에 힘을 발휘할 수 있지만, 발견 과정의 형식화된 사고의 수단을 공급하지 않고, 수학에서 논쟁의 여지가 있는 이슈들을 결정하는 데 있어서 조정자 역할도 잘 하지 못한다. 또한, 받아들여진 공리들의 집합으로부터 유도되는 명제들 가운데에도, 중요한 수학적 정리들을 나타내는 것들 하나하나

에는, 아직 자명한 무한히 많은 수의 것들이 있게 마련이다. 어떤 증명의 수용은 그 증명이 유도되는 어떤 전제들의 증명 없는 수용을 필요로 하므로 수학에서 증명되지 않은 진술을 거부하는 것은 모든 증명된 진술, 따라서 모든 수학을 거부하는 것을 함의한다. 수학의 모든 증명과 정리들은 직관적 예감에 의해 발견되었고, 그러한 발견의 결과들은 직관적으로 파악되는 형식으로 가르쳐지고, 이해되고, 기억되고, 적용되고, 직관에 의존하여 더 발전되고, 우리의 직관적 인정에 의해서 합법적 동의를 얻는다. 즉, 모든 의미 전달은 암묵적 요소에 의존한다. 또한, 그렇기 때문에 폴라니는 수학을 공리 체계에 근거하여 정립된 학문으로 보는 것은 마치 경기장의 중앙에 있는 광대가 그 앞에 놓인 두 개의 문기둥, 그리고 그 사이에는 튼튼하게 잠겨 있는 그 앞에 한 다발의 열쇠 묶음을 들고 서서, 공을 들여 열쇠를 하나 찾아 자물쇠를 열고, 그 문을 통과하여 그것을 다시 잠그는 행위와 같다고 하였다. 완전하게 공리화된 연역적 체계는 무한히 비어 있는 경기장의 중앙에 광대가 주의를 기울여 잠근 문과 같지만 경기장 전체는 문기둥 양 편 모두 열려 있어서 아무 방해도 받지 않고 그 주위를 돌아갈 수 있다(Polanyi, 1962:192-193).

수학에서 논리적 논증 과정은 암묵적·직관적인 전제에서 출발하여 통합 과정, 문제풀이 과정들의 여러 가지 인식적 틀 안에서 가능하고 의미를 가진다. 그렇기 때문에 폴라니는 문제 해결을 강조한다. 수학 문제 해결에 관한 그의 생각은 오랜 친구였던 폴리아의 영향을 상당히 받은 것이다. 그러나 “폴라니의 발견술 철학은 폴리아에 의해 정립된 수학적 문제 해결 이상이다. 그것은 학생들이 수학 문제를 어떻게 푸는지 배우는 것을 도와주겠다는 폴리아의 교육적 의미와 관련되어 있다. 그러나 그것 훨씬 이상이다. 폴리아와 비교하여 보았을 때, 폴라니는 왜 우리의 앎이 발견 과정인지 그 이유를 발견해내었다. (Gelwick, 2005).”

폴라니는 문제 해결은 우리에게 주어지는 혼동을 없애는 것으로, 참된 문제는 우리를 혼란스럽게 하고 걱정시키는 것이다. 이를테면 체스 문제는 침팬지나 정신박약아를 혼란스럽게 하지 않기 때문에 그들에게는 아무런 의미가 없다. 능력 있는 체스 선수에게 하급 수준의 문제 역시 의미 없다. 그의 능력이 문제와 거의 동등해서 그 문제에 대한 긴장된 몰두를 하는 자에게만 문제일 수 있다. 따라서 문제 해결은 비가역적이다. 문제를 해결함으로 우리는 새로운 지적 힘을 얻고, 그 문제에 대해서는 다시는 혼동을 겪지 않게 된다. 어떤 문제의 어떤 해도 그것이 정해진 규칙을 따라서 어떤 절차에 의해 성취되었다면 발견으로 간주될 수 없다. 그러한 절차는 산술 계산에서처럼 처음으로 단계단계 되밟아가며 갈 수 있으며 몇 번이든 마음대로 반복할 수 있다는 의미에서 가역적이다. 따라서 발견을 얻는 수단이 될 수 없다(Polanyi, 1962).

폴라니가 볼 때 수학 문제는 주어진 데이터를 가지고 찾아야 하는 크로스워드 퍼즐과 같은 것이다(Polanyi, 1962:126). 체계적인 방법, 이를테면 아파트에서 만년필 찾듯이 하나하나 가능한 방법들을 모두 적용해보면서 문제를 푸는 것은, 많은 수학 문제에 적용될 수 있긴 하지만, 노력을 너무 요해서 실제 수행하기 어려울 경우도 있고, 그보다 더 중요한 것은 모든 그러한 체계적 조작이 논리적 간격을 뛰어넘는 일 없이, 발견술 행위 없이 해에 도달하게 하기 때문에 올바른 문제 해결이 아니다(Polanyi, 1962). 체계적 접근과 발견술 접근은 두 종류의 문제 해결 방법이긴 하지만, 체계적 조작은 전반적으로 의도적인, 의식적인 행위인 반면 발견술 가정은 능동적 단계와 수동적 단계의 조합이라는 점에서 차이가 있다. 또한, 해결할 수 있는 문제, 해결할 가치가 있는 문제를 인식하는 것 자체도 하나의 발견이다.

폴라니는 문제 해결에 있어서 푸앵카레(Poincaré H.)가 제시한 네 단계(준비, 부화, 계시,

입증)를 받아들인다. 의도적인 발견술 행위는 준비 단계에서 수행되고, 부화기에는 의식 수준에서 아무 것도 행해지지 않고 아무 일도 일어나지 않는다. 발견의 결정적 행위는 계시의 순간에 발생한다. 이 계시는 준비기 또는 부화기의 노력의 결실이지만, 이 노력이 계시를 보장하는 것은 아니다. 발견의 산물을 검증하는 것은 탐구자의 또 다른 의식적 행동이다.

폴리아는 문제 해결에서 추론을 중시하였고, 문제 해결의 과정과 발견술을 가능한 한 명시적으로 제시하려고 하였지만, 이것이 폴라니의 철학과 모순되는 것은 아니다. Gelwick(2005)은 다음 다섯 가지 측면에서 폴라니와 폴리아의 이론이 연결된다고 하였다. 첫째는 논리적 간격을 넘기 위한 비법의 일종인 발견술은 본질적으로 모호하기 때문에 적용되는 실제에서 배워야 한다. 둘째는 종종 문제의 해는 열심히 찾은 후의 휴식 때 떠오른다. 이것은 폴라니가 말한 발견의 암묵적 요소를 뒷받침한다. 셋째는 폴리아의 충고인 "알려지지 않은 것을 보아라."로, 이것은 알려진 데이터를 보되 그것 자체가 아니라 예견하는 해의 단서로, 그것을 가리키는 것으로, 또는 일부로 보라는 의미로 해석할 수 있다. 넷째는 문제를 푸는 것은 돌 하나하나 놓아 아치를 만드는 것이지만[4] 전체 프로젝트는 종국의 결과를 예견하며 함께 이루어지는 것이라는 비유이다. 폴라니는 여기에 동의하며 귀납적 단계들 자체보다는 목표를 보는 것을 훨씬 중요하게 보았다. 마지막으로 폴라니가 주목한 것은 전체를 파악하는 것, 답에 대한 실마리를 얻는 것, 증명을 하는 것, 그리고 어떻게 그곳에 도달하였는지의 관계이다.

Ⅲ. 수학의 가치 교육 방안

폴라니에게 교육은 사회적 지식의 전달과 인간의 인간에 의한 자기 수정의 과정이다(장상호, 1994). 지식은 객관적으로 주어지거나 외부의 권위에 의해서 주입되는 것이 아니라 교육의 과정을 통해서 스스로 확인하고 정당화하여야 하는 것이다. 따라서 교육의 과정에서는 객관적인 지식이나 명시적인 지식을 언어적으로 전달하는 것보다 지식의 결과에 도달하는 과정이 중요하며, 그 과정을 암묵적으로 이해하고 즐기는 것, 그럼으로 상상력 넘치는 통찰을 재생시켜 그 발견적인 흥분을 공유하는 것이 교육의 조건이다(장상호, 1994). 이와 같은 암묵적 앎은 마음의 근본적인 힘으로, 명시적 지식을 창출하고, 의미를 부여하며, 그것의 사용을 통제하기 때문에 설명, 발견, 학습과 의미는 분리하지 말아야 한다(Polanyi, 1969). 따라서 수학의 가치 교육은 이러한 앎의 암묵적 요소에 근거하여야 한다.

1. 수학의 가치

폴라니는 수학의 가치를 다음 세 가지에서 찾았다.

첫째는 수학의 추상성이다. 자연 과학에서는 사실과 관련된 것, 과학의 체계와 관련된 것, 그리고 내재적 흥미를 돋우는 주제를 함의하고 있는 것이 가치 있고, 공학에서는 효율적이고 독창적인 조작 원리를 드러내고 있는 것, 주어진 환경에서 상당한 물질적 이익을 가져다주는 원리들이 가치 있다. 이에 비해 수학은 경험에서 제안된 최초 개념과 조작들

4) 폴리아는 수학적 발견을 아치를 이루는, 모든 돌이 다른 것들의 존재에 그것의 안정성을 의존하는 계속적인 단계의 전체 사슬로 이루어진 것으로 비교하였다. 그리고 그는 그 돌들은 사실상 매번 하나씩 놓인다는 패러독스를 지적하였다(재인용, Gelwick, 2005).

이 점점 추상화되면서 경험적 요소나 실제적 부분은 사라지고 인간의 지력에 의해 자유롭게 전개되고 창조되며, 그 결과 도출된 산물이 다시 경험 세계에 적용될 수 있다. 이와 같이 인간 지력에 의해 전개되고 창조되는 것, 이것이 다시 경험 세계에 적용되는 것이 수학의 가치이다.

둘째는 지적 아름다움이다. 폴라니는 어느 학문에서도 수학처럼 지적 아름다움이 깊이 있게, 다양한 정도와 특색을 가지고 꼼꼼하게 음미되는 곳이 없다고 하였다(Polanyi, 1962). 수학에서 근본적인 발전은, 개념적 개혁을 포함하여, 아름다움에 대한 추구에 의해 안내된다. 수학의 핵심은 논리적 규칙이나 절차, 증명이 아닌, 우리가 수학에 거하는 것, 수학의 진술들이 수학적 개념의 실재들과 주장들이 참임을 나타내는 지적 아름다움으로, 이 아름다움 때문에 수학자들은 수학을 진리인 것으로 받아들이지 않을 수 없게 된다.

셋째는 지적 열정이다. 수학이 수학자들을 사로잡고 그들로 하여금 사고 속에서 그것을 추구하도록 강제하며 인정하도록 하는 것은 지적 열정이 만족되기 때문이다. 우리가 수학을 이해하고 인정하는 것도 지적 아름다움에 대한 열정 때문이다. 이러한 지적 열정은 수학의 주장에 본질적이다.

이와 같이 폴라니는 수학이라는 학문 자체에 들어 있는 고유한 특성과 그것을 추구하는 인간의 내부에 본능적으로 들어 있는 미의 추구와 열정에서 수학의 가치를 찾았다. 이에 비해 수학의 사회 제도적 가치는 근거가 빈약한, 깨지기 쉬운 것으로 보았다. 수학자들에 의해 공유된 가치, 대학, 학술저널, 학회, 위원회들의 만들고 공유하는 가치는 공격받기 쉬우며, 일단 깨지면 회복이 불가능할 뿐 아니라 황폐한 것이다(Polanyi, 1962). 사회적 지위와 경제적 이익을 얻는 수단으로 수학을 보는 것 역시 높은 수준의 수학을 낮은 수준으로 격하시키는 것이다(장상호, 1994).

2. 수학의 가치 교육

폴라니의 인식론의 관점에서 수학의 가치 교육은 지식과 앎의 암묵적 차원과 함께 수학이라는 학문이 가지는 특성과 인간이 본성적으로 가지고 있는 지적 아름다움의 추구, 지적 열정이 결부되는 수학의 가치를 고려하여 이루어져야 한다.

가. 수학의 특성을 바탕으로 하는 가치 교육

폴라니가 말하는 수학의 특성은 경험을 초월하여 인간의 지력으로 전개되는 추상성과 이로 인해 상상하지 못했던 곳에 적용될 수 있는 수학의 일반성이다. 수학은 사람의 해석과 이해를 필요로 하는 학문이며, 외부 대상이 아닌 사람의 지력에 의하여 만든 것이 관심의 대상이 된다. 이러한 수학의 추상성은 인간의 지력에 의해 전개되고 발전되는 것이긴 하지만, 역으로 인간의 지력을 개발하고 발전시키는 역할을 한다. 폴라니가 볼 때 학문 자체가 어떤 가치로도 환원될 수 없으며, 인간으로서 의무적으로 해야 하는 고급 활동이고, 인간은 인식활동 자체에 흥미와 가치를 느낄 수 있다. 그렇기 때문에 이러한 지력 발전의 가치를 배우는 것은 가능성 여부를 떠난 본질적인 것이다. “인간은 낮은 수준의 존재양상에서 가능했던 것 이상의 더욱 더 풍부한 존재양상을 그 내부의 가능성으로 갖추고 있으며, 그러한 가능성을 실현시키는 것이 인간된 자로서의 의무에 속하는 것이다(장상호, 1994:47).” 폴라니는 정치적 권력, 경제적 이익, 사회적 지위와 재정적 안정, 기타 무의식적 욕구를 하급 수준으로, 학문을 상급 수준으로 구분하며 하급 수준의 영역에 기초하여

상급 수준의 영역을 평가하게 되면, 결국 후자는 전자의 것으로 타락하게 된다고 보았다. 즉, 수학을 공부하는 가치는 사회 제도 속에서 개인이 원하는 것을 이루기 위한 발판이 아닌, 수학 그 자체와 인간으로서의 개념적 조건에 있는 것이다. “우리가 교육 받았음의 의식은 우리의 개념적 힘에 있다. … 우리의 개념의 힘은 우리가 알고 있는 어떤 것에 대한 새로운 시각을 규정한다는 데에 있다. … 새로운 경험을 동화함으로 우리의 개념적 틀을 계속적으로 풍부하게 하고 활기 있게 하는 능력은 지성인의 표시이다(Polanyi, 1962:103).”

수학의 추상성과 일반성이 수반하는 수학의 중요한 특성에는 실용성과 유용성이 있다. 수학자들은 수학 내적 일관성에 의하여 수학을 연구하고 발전시키지만 이것이 상상도 못했던 곳에 적용되며 놀라운 유용성을 나타내기도 한다. 이러한 유용성의 체험은 수학자들에게는 가능하지만, 학생들에게는 언어적 요소를 사용하여 전달할 수밖에 없는 것이다. 즉, 학생이 체험할 수 없는, 충분히 음미하기 어려운 것들이다. 따라서 이것은 학생 개인이 수학 공부의 가치를 느끼도록 하며 내적 동기를 부여하는 데에는 한계가 있다고 할 수 있다.

나. 지적 아름다움과 열정 측면에서의 가치 교육

폴라니는 수학의 추상성, 일반성 이외에 수학의 지적 아름다움, 그리고 수학을 공부하는 데에 필요하고, 수학 공부를 하면서 얻게 되는 지적 열정을 말하였다. 학문의 본질은 지식에 대한 사랑에 있기 때문에 수학을 공부하는 가치, 수학 공부의 동기 역시 진리 탐구에 대한 열정과 아름다움에 두어야 한다는 것으로 지력의 발달과 함께 정서 함양을 말하는 것이다.

> 한 편에 있는 진부한 연습문제들의 훈련과 다른 한 편에 있는 외로운 발견가의 발견술 비전 사이에서 수학자들이 그것의 위대함에 빠지면서 자신을 잃어버리고 의식적으로 거하게 되는, 수학이 정립되는 거대한 영역이 놓여 있다. 과학과 수학의 참된 이해는 그것들에 빠지는 경험의 능력을 포함하며 이러한 과학을 가르치는 것은 학생들에게 이 능력을 부여하기를 목표하여야 할 것이다. 이것은 관찰도 아니고 그것들을 다루는 것도 아니며 그것들과 함께 사는 것이다. 이에 따라 외부 세계를 지적으로 통제하는 만족은 우리 자신에 대한 통제를 얻는 만족과 연결된다.(Polanyi, 1962:195-196)”

정서 함양은 쉽게 얻어지는 것이 아니다. 위 글에서 볼 수 있듯이 자신을 잃어버릴 정도로 수학 공부에 몰입하고, 문제에 사로잡혀야 한다. 폴라니는 모든 발명적 힘의 주된 원천은 문제에 사로잡히는 것, 발명자들의 헌신이라고 하였다(Polanyi, 1962). 이 몰두, 헌신이 끊임없이, 해를 찾는 시간이나 나중에나, 또는 쉬는 동안에나 우리의 사고를 성공적으로 재조직하는 능력을 생성한다. 그것들과 함께 산다는 표현이 어울리도록 문제에 몰두하고 열정적으로 매달리게 되면 그 끝에는 만족과 성취의 기쁨이 있게 된다. 이 만족과 기쁨은 몰입과 열정이 없이는 얻어질 수 없는 것이다. 또, 수학을 공부하면서 혼란을 얻기도 하지만 이해를 통하여 혼란이 사라지면 안정하게 되고, 그러한 지적인 성공을 통하여 우리의 존재를 강화하는 완숙감이 들고, 회득의 느낌은 더 깊어지게 된다(Polanyi, 1969).

이러한 혼란과 갈등, 그리고 이 끝에 있는 희열과 열정을 느끼게 해주기 위해서는 적절한 문제를 제공해야 한다. “(수학)은 그것들에 있는 구체적 문제를 풀지 않고는 절대 마

스터할 수 없다. 이 모든 분야에서 당신이 알려고 노력하는 기술은 당신이 지금까지는 수용적으로 동화하였던 언어를 변환하여 새로운 주제(수학에서는 특히 문제 해결)를 다루는 데 있어서 효과적인 도구로 만드는 것이다. 수학 문제 해결은 논리적 간격을 뛰어 넘는 발견술 행동이기 때문에 그것을 안내하는 데 놓일 수 있는 어떤 규칙들도 모호한 비법들일 수 있다. 그것의 해석은 그것들이 적용되는 바로 그 예술에 의존해야 한다(Polanyi, 1962:125).” 수학 문제는 본질적으로 감정적 긴장과 혼란, 좌절을 주는 것이다. 이러한 것이 없으면 문제가 아니다. 긴장과 혼란 속에서 해결의 실마리를 파악하고, 그 실마리를 따라 문제를 해결하면서 긴장에서 해방되고, 큰 기쁨을 얻게 되는 것이다. 학생들은 이 긴장, 좌절, 희열을 느껴야 하고, 그럼으로 이른바 수학을 공부하는 맛을 체험해야 한다. 갈등과 혼란, 긴장, 좌절이 없이는 수학을 하는 기쁨과 만족도 누릴 수 없다. 학문에 대한 열정은 부산물이 아니라 필수적인 요소이다. 교과서에 있는 과학 지식들은 수 세대 내려오는 정립된 지식의 일부분으로서 학생들은 그것을 수용하여야 하지만, 발견의 순간 발견자가 처음에 느꼈던 그러한 흥분의 희미한 반향이나마 느끼게 하여야 한다. 폴라니는 어떤 이론의 아름다움은 그 이론을 이해하는 새로운 사람들에게 매번 재발견 되는 것이라고 보았다. 상대성 이론에 학생들이나 사람들이 관심을 갖게 되는 것은 이러한 지적 아름다움 때문이지 그것이 유용한 식이라서가 아니다. 이 식은 일 분도 안 되어 외워지는 간단한 것에 불과하다. 폴라니는 과학에 대한 모든 참된 이해는, 비록 간접적으로 느끼기는 하지만, 그러한 아름다움을 음미하는 데 의존하고, 발견자를 추진하도록 하였던 지적 열정은 과학의 공통된 가치에서 아직도 박동치고 있다고 생각하였다. 학생들로 하여금 수리물리학의 어려움들을 극복하도록 하는 지적 열정은 그가 마침내 그것을 이해할 때 만족된다. 그러나 그에게 영속적인 지적 만족을 주는 것은 숙달의 결과적 감각이다. 객관적 형식적 절차만으로 교과를 설명하려고 하면 필연적으로 실패하게 되어 있다. 교과는 지적 열정에 의해 안내되어야 한다. 수학을 공부하는 가치는 수학적 아름다움을 느끼는 것이고, 이것은 실재에 대한 비전에 근거한 관심과 실현 가능성의 느낌, 그것으로 인한 탐구 욕망이다(Polanyi, 1962). 수학적 가치의 음미는 마치 예술가의 감각이 그의 창조적 능력과 연합되는 것처럼 그것을 발견하는 능력과 연합되어야 한다.

폴라니는 우리 모두가 수학을 하는 능력을 천성으로 갖추고 있다고 보았다. 그러나 이 능력은 어쩌다가 우연히 도박사의 행운처럼 나타나는 것이 아니라 훈련에 의해 길러지고, 지적 노력에 의해 나타난다(Polanyi, 1969). 이것은 절차 규칙으로 목록화하거나 상세화 할 수 없는, 일종의 예술적 실행과 성취에 가까운 것이다(Polanyi, 1962). 학생들이 수학을 공부하는 가치를 배우려면, 긴장과 갈등, 좌절을 감내하여야 하고, 지속적인 훈련과 노력을 해야 한다. 그 이후에야 기쁨과 만족, 성취 등을 이룰 수 있다. 이 가치는 언어적으로 전달할 수 있는 것이 아닌, 수학을 진정으로 공부하지 않으면 모르는 것이다.

다. 보조식의 확충과 체득의 의미에서의 가치 교육

지속적인 훈련과 노력은 곧 보조식의 확충을 의미하는 것이다. 교육 활동에서는 필연적으로 언어 등으로 표현되는 명시적 지식, 초점식에 중점을 두게 되지만 초점식만으로는 개념적 변화나 사고의 함양을 할 수 없다. 명세화할 수 없는 부분에 보조식이 있고, 학습은 보조식에 근거하여 초점식을 통합하고 이를 다시 보조식으로 환원하는 것이다. 객관적인 사실이나 단서 혹은 지식의 외관적인 결과물에 접하는 것만으로는 보조식이 확장되지는 않는다. 이 점에서 폴라니는 관찰과 독서의 한계를 지적한다. 관찰과 독서가 학습에 중

요한 기능을 하지만, 그렇게 얻은 단서나 활동들은 보조식의 형성에 크게 기여하지 못하고, 보조식을 강화시키기보다는 보조식을 전제로 해석되어야 하는 것들이다. 암묵적 앎은 관찰이나 독서보다는 직접 관련된 세계에 뛰어들어 오랜 기간에 걸쳐 활동하고 실습하는 과정에서 성숙한다. 즉, 교사의 설명, 다른 사람이 문제 푸는 것을 보는 것, 문제 풀이를 읽는 것으로는 수학을 제대로 배울 수 없고 수학 공부의 가치를 느낄 수 없다.

> 어느 누구도 그가 이해하지 못하는 증명에 의해 확신을 가질 수 없으며 우리를 확신시키지 않는 수학적 증명을 배우는 것은 우리의 수학 지식에 아무 것도 더해주지 않는다. 어떤 교사도 수학적 증명을 구성하는 형식적 조작에 의해 연결된 연쇄적인 식들을 가르치는 데 만족하지 않을 것이며, 어떤 수학을 배우는 학생들도 그러한 열을 외우는 데 만족하지 않을 것이다. 수학적 증명에서 각 단계를 입증하는 것을 보는 것은 푸앵카레에 의하면 각 단계가 체스 규칙을 따르는 것 이외에 아무 것도 아닌 그런 체스 게임을 보는 것과 같다. 최소한 필요한 것은 목적을 가진 절차로서 논리적 열을 파악하는 것이다. 푸앵카레가 '증명의 전체를 구성하는 무엇'으로 묘사한 것이 그것이다. 이 '무엇'(아마도 증명에서 주된 단계들을 구체화하는 대략의 윤곽 형식)이 학생들이 더듬어서 배워야 하는 것이다. … 수학적 증명의 일반적 원칙 또는 일반적 구조를 구체화하면서 증명의 상세한 것들을 잊었을 때에도 기억할 수 있는 것은 이 윤곽일 것이다. (Polanyi, 1962:118-119)

직접 활동하고 실습하는 것은 몸으로 체득하는 것을 의미하기도 한다. 우리의 신체는 모든 이론적·실제적 지식의 궁극적인 도구이다. 폴라니는 모든 지각 행위에 몸이 개입되고, 인간의 가장 고차원적인 창조적 힘을 포함한 모든 사고는 신체에 근거를 둔다고 하였다. 우리가 인식을 하는 동안 우리의 몸의 작용은 암묵적으로 항상 수반된다. 이때 이루어지는 근육의 움직임이나 화학적 신경학적 작용을 의식할 수는 없지만, 이러한 몸의 작용은 보조식으로 초점식을 뒷받침한다(Polanyi, 1964). 체득과 내주는 이런 의미에서 이해해야 하는 것이다. 인식에서도 몸이 직접 도구로 사용되고, 그 움직임을 모두 다 의식할 수 없기 때문에 지적 활동에 우리가 참여함으로, 내주함으로 앎이 신체의 작용에 통합되고, 그것을 몸이 기억할 수 있는 것이다.

학생들에게 수학적 개념, 원리, 법칙을 가르치기 위해 암묵적이었던 조작적 원리를 가능한 한 명시화 하여 의사소통이 가능하도록 노력하는 것은 중요하고, 어떤 문제 유형에 대한 해결 방법을 전달하는 것은 필요하다. 또 학생들은 그러한 원리와 해결 방법을 배워야 한다. 그러나 아무리 체계화, 명시화 하여도 이렇게 전달하고 이해할 수 있는 것은 일부일 뿐 원천적인 학습 방법은 될 수 없다. 직접 학문에 참여하면서 말로 나타낼 수 없는 것들을 실감하고, 몸으로 익혀야 한다. 정은실(1997)은 이것을 '수학의 실천적 성격'이라고 하면서 이것은 수학교육의 내용과 방법 모두에서 구현되어야 한다고 하였다.

라. 교사의 역할

교사는 주로 언어를 사용하여 가르친다. 이것은 교육 방법의 기초이다 그러나 동시에 한계이기도 하다. 언어로 전달할 수 있는 것은 일부이기 때문이다. 오히려 교육 방법의 핵심은 언어를 통해 전달되는 교사의 지적 힘과 열정이다. 이 에너지가 학생들로 하여금 교

사를 신뢰하게 하고, 학습의 열정으로 가게 한다. 교사는 교육 내용의 구현체이며, 학습 과정을 살아 있는 지식으로 다시 살아나게 하는 사람이고, 학생들의 마음과 관점을 변화시키려 하는 예술가이다. 수용이라는 것, 학생이 교사에게 설득 당한다는 것은 발견의 과정이자 신념의 변화를 수반하는 자기-수정 행위이다. 폴라니는 이것을 ‘개종’이라고까지 표현하였다(Polanyi, 1961).

학생들이 교사의 수업에서 배우는 것은 언어적으로 전달되는 수학의 내용뿐 아니라 암묵적으로 전달되는 교사의 태도와 열정이다. “수학은 가치 있는 교과이다.”, “수학을 열심히 공부하면 장차 하고자 하는 일을 하는 데에 도움이 된다.”는 등의 말이 아닌, 교사 자체가 수학이라는 교과의 특성과 가치를 나타내고 전달하는 구현체인 것이다. 교사의 수학에 대한 신념과 태도는 실제 수업에 반영되며(안금조, 이경화, 2001; 김은형, 백석윤, 2008; 조우기, 오영열, 2010), 암묵적으로 전달된다. 학생들은 교과서나 교사의 말보다 교사 그 자체로부터 수학을 보인다. 따라서 수학을 하는 본을 보여야 하는 교사의 역할은 수학의 가치 교육에 어느 무엇보다 중요하다고 할 수 있다.

Ⅳ. 요약 및 결론

이상에서 폴라니의 인식론을 바탕으로 수학의 가치 교육에 대하여 논하였다. 폴라니의 철학은 사람과 지식은 분리할 수 없다는 것과 명시적 지식의 이면에는 암묵적 지식이 있다는 것을 특징으로 한다. 그는 수학의 가치를 수학의 추상성과 일반성, 지적 아름다움, 지적 열정에서 찾았다. 이러한 그의 철학을 기반으로 하여 도출할 수 있는 수학 가치 교육 방안은 다름 아니라 수학에 직접 참여하는 것. 갈등과 긴장, 혼란이 있는 수학 문제를 몰입하여 풀고, 문제 해결 방안을 얻으며 기쁨과 환희를 느끼는 것이다. 또한, 교과의 구현체로서 교사가 제 역할을 다하는 것이다. 우리는 수학 공부의 내적 동기를 부여하기 위하여 스토리텔링, 교구 사용 등의 학생들의 흥미를 돋울 수 있는 여러 방안들을 찾고 있다. 그러나 그 모든 것은 부차적인 것일 뿐, 수학을 수학의 특성을 제대로 살려서 감정적인 갈등과 긴장, 혼란, 때로는 좌절을 겪으며 수학을 공부하여야 그 이면에 붙박혀 있는 수학의 가치를 학습할 수 있다는 것은 실로 아이러니가 아닐 수 없다. 박정애(2008)는 가치 교육은 상심을 유발하는 간접전달을 통하여 이루어진다고 하였다. 가치 교육은 본질적으로 직접 전달을 통해서는 이루어질 수 없다는 것이다.

교육의 기본 목표는 눈이 밝아지면서 해석적 틀이 바뀌는 것, 의미의 변화, 개념의 변화, 나아가 우리의 실존적 존재양식이 변하는 것이다(장상호, 1994). 즉 다르게 보고 생각하는 사람이 되는 것이 교육의 목적이자 결과이어야 한다. Jacobs(2000)는 과학을 ‘내용이 있는 예술’이라고 하였다. 과학적 훈련은 그것의 개념을 적용하는 예술을 길러주고, 과학의 해석적 틀에 대한 지식을 심어주는 것이다. 수학도 마찬가지이다. 수학의 개념을 적용하는 예술과 수학적 해석의 틀을 알려주어야 한다. 이때 규칙이 제공할 수 있는 도움은 예술 작품에서 그러하듯이 제한적이다. 규칙들 사이에 존재하는 논리적 갭은 바로 그 예술에 의존하여 뛰어 넘어야 한다. 이러한 예술을 하면서 학생들이 수학 공부의 가치를 못 느낀다면 연쇄적인 기호의 조작, 식의 조작만을 따라가며 학습함에 의해서가 아닌지, 선진들의 언어적 전달에만 의존하는 것이 아닌지, 긴장과 갈등 없이 문제를 해결할 수 있는 어떤 비법들을 추구하며 규칙에만 의존하는 것이 아닌지, 수학 공부를 권력이나 지위, 경제적

이익을 얻기 위한 발판으로 생각하고 있는 것은 아닌지 돌아보아야 한다. 그런 식으로는 수학의 가치를 배울 수 없다고 하는 것이 폴라니의 인식론이 말하는 수학의 가치 교육이다. 교사 역시 수학의 가치에 대한 자신의 신념과 수학을 대하는 자신의 태도를 점검해보아야 할 것이다.

끝으로, “수학을 열심히 하는 것은 장래에 내가 하고 싶은 일에 도움이 되기 때문에 가치가 있다.”, “수학 공부는 나의 경력(전망, 기회)을 향상시키기 때문에 가치가 있다.”, “수학은 나중에 내가 공부하고 싶은 것을 하는 데 필요한 중요한 과목이라고 생각한다.”, “내가 직업을 얻는 데 도움이 되는 많은 것들을 수학에서 배울 수 있을 것이다.” 등의 수학의 도구적 가치를 측정하는 PISA 문항에서 우리나라 학생들이 낮은 성취를 보이는 것이 과연 문제인지 재고할 필요가 있다. 이러한 가치는 폴라니가 말하는 하급 수준의 영역에 속하는 것이기 때문이다. 우리 교육에서 추구하는 수학의 가치는 분명 이 이상일 것이다.

참 고 문 헌

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정, 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]**. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부(2012). ‘생각하는 힘을 키우는 수학’, ‘쉽게 이해하고 재미있게 배우는 수학’, ‘더불어 함께하는 수학’의 구현을 위한「수학교육 선진화 방안」발표. **교육과학기술부 보도자료. 2012.1.10.**

김만희, 김범기 (2003). 과학지식의 객관성에 관한 고찰: 마이클 폴라니의 인식론을 중심으로. **한국과학교육학회지, 23**(1), 100-116.

김수진, 동효관, 박지현, 김지영, 진의남, 서지희, 김민정 (2013). **TIMSS 2011 결과에 따른 수학·과학 교육 현황 국제비교**. 한국교육과정평가원 연구보고서 RRE 2013-7-2.

김은형, 백석윤 (2008). 초등학생의 수학 학습태도를 형성하는 요인에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지, 12**(2), 125-148.

박정애 (2008). 가치교육 방법으로서의 간접전달. **윤리철학교육 10**(1), 77-95.

변창진 (1993). 교과교육에서의 정의적 특성의 사정. **교육이론과 실천, 3**(1), 35-57.

송미영, 임해미, 최혁준, 박해영, 손수경 (2013). **OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2012 결과보고서**. 한국교육과정평가원 연구보고서, RRE-2013-6-1.

안금조, 이경화 (2001). 초등 교사의 수학에 대한 신념과 수학수업의 관계. **한국초등수학교육학회지, 5**(1), 121-142.

장상호 (1994). **(Polanyi) 인격적 지식의 확장.** 서울: 교육과학사.

정은실 (1997). 실천으로서의 수학에 대한 소고. **한국초등수학교육학회지, 1**(1), 87-98.

조우기, 오영열 (2010). 수학교실에서 교사의 역할에 따른 상호작용 패턴 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(1), 1-22.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Washington D.C.: The Falmer Press.

Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics.* New York: State University of New York Press.

Frade, C., & Borges. O. (2006). The tacit-explicit dimension of the learning of mathematics: An investigation report. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4*(2), 293-317.

Frade. C., & Falcão. J. (2008). Exploring connections between tacit knowing and situated learning perspectives in the context of mathematics education. In A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New directions for situated cognition in mathematics education* (pp. 205-231). New York: Springer.

Gelwick. R. (2005). Notes toward understanding the Hungarian roots of Polanyi’s heuristic philosophy of religion. *Tradition & Discovery: The Polanyi Society Periodical, 32*(3), 24-34.

Jacobs. S. (2000). Michael Polanyi on the education and knowledge of scientists. *Science and Education, 9*(3), 309-320.

Polanyi. M. (1936). The Value of the inexact. *Philosophy of Science, 3*(2), 233-234.

Polanyi. M (1961). Faith and reason. *The Journal of Religion, 41*(4), 237-247.

Polanyi. M (1962). *Personal knowledge: Towards a post-critical philosophy*. Chicago: The university of Chicago press.

Polanyi. M (1964). Man's home in the universe. *Bulletin of the American Academy of Arts and Science, 17*(8), 3-6.

Polanyi. M (1967). *The tacit dimension*. New York: Anchor Books.

Polanyi. M (1969). *Knowing and being: Essays by Michael Polanyi*. London: Routledge & Kegan Paul.

Polanyi. M. & Prosch H. (1975). Meaning. 김하자, 정승교 역 (1992). **지적 자유와 의미**. 서울: (주)범양사 출판부.

Prosch. H. (1979) Review of 'The way of discovery: An introduction to the thought of Michael Polanyi' by Richard Gelwick. *Ethics, 89*(2), 211-216.

<Abstract>

Teaching of the value of mathematics: in the perspective of Michael Polanyi's philosophy

JinYoung Nam[5)]

Korean students have shown high achievements on the cognitive domain of mathematics in a range of international assessment tests. On the affective domain, however, significantly low achievements have been reported. Among the factors in the affective domain, this article discusses on the value of mathematics in the perspective of Michael Polanyi's philosophy, which centers personal knowledge and tacit knowing. Polanyi emphasizes abstractness and generalization in mathematics accompanied by intellectual beauty and passion. In his perspective, therefore, utilitarian aspects and usefulness of mathematics imparted through linguistic representations have limits in motivating students to learn mathematics. Students must be motivated from recognition of the value of mathematics formed through participating authentic mathematical problem solving activity with immersion, tension, confusion, passion, joy and the like.

Key words: value of mathematics, value education, affective domain, Polanyi, mathematics education

논문접수: 2014. 02. 20
논문심사: 2014. 04. 07
게재확정: 2014. 04. 28

5) jynam@ginue.ac.kr