

## 도형영역에서의 ‘변(邊)’의 의미 및 도입방법에 대한 고찰

김수미<sup>1)</sup>

이 연구에서는 초등학교 수학과 교육과정에서 도입되는 ‘변’의 의미가 명확하지 않다는 점에 착안하여 각종 사전 및 이전 교육과정의 수학교과서 고찰을 통해, 그 의미를 명확히 하고자 했다. 연구결과, 변의 두 가지 속성을 밝혀내었으며, 변을 구성요소로 하는 도형의 범위가 사건의 유형이나 교육과정의 시기, 국가에 따라 차이가 있음을 알게 되었다. 또한 교과서에서 변을 도입하는 방법이 외연적 방법에 치우쳐 있어 변의 속성을 이해하는 데 어려움이 예상되며, 수학용어라는 관점에서 변은 학생들에게 개념에 내재된 관념을 제공하지 못하는 현학적 용어임도 지적하였다. 이러한 여러 가지 논의를 바탕으로 문제점을 개선하기 위한 방안으로 다음 두 가지를 제안하였다. 첫째, 초등학교에서는 변을 다각형의 구성요소로만 제한하고 각의 구성요소로는 도입하지 않는다. 둘째, 변을 도입할 때 외연적 방법과 더불어 내포적 방법도 아울러 사용한다.

주제어: 변, 사각형의 변, 삼각형의 변, 각의 변

### I. 서 론

‘이등변삼각형’, ‘평행사변형’, ‘대응변’, ‘밑변’, ‘등변사다리꼴’ 등의 수학 용어에서 알 수 있듯이, 우리나라를 포함한 동양권에서는 ‘변’이 도형의 이름을 구성하는데 적지 않은 역할을 한다. 뿐만 아니라 도형학습에 있어서도 도형의 성질을 고찰하는 과정에서 변의 개수, 변의 길이, 변의 위치 관계 등을 따지는 활동이 많기 때문에, ‘변’은 학교 수학에서 특히 도형영역에서 상당한 위치를 차지한다. 그러나 우리나라 교과서를 보면, ‘변’은 ‘사각형의 변’, ‘삼각형의 변’, 혹은 ‘각의 변’으로 도입되어 왔지만, ‘변’ 자체가 독립적으로 도입된 적은 없다. 즉 ‘변’은 삼각형이나 사각형, 혹은 각을 도입하는 과정에서 그들의 구성 요소의 하나로 제시되는 것에 불과하다. 또한, 수학교과서에서 사용하는 용어의 제시 방법도 ‘변’의 경우 하나의 사례를 예로 드는 외연적 방법을 택하고 있어 성인들조차도 ‘변이란 무엇인가?’에 대한 본질적인 물음에 명쾌하게 답하기 어려울 것이다.

권유미, 안병곤(2005)의 연구결과는 초등학생들이 ‘변’이라는 용어에 대해 느끼는 어려움을 잘 드러내고 있다. 그들은 초등학교 3학년 학생 197명을 대상으로 도형 영역에서 추출한 29개의 수학용어에 대한 이해도를 조사하였는데, 선분(26.4%), 직선(17.3%), 사각형

1) 경인교육대학교 수학교육과

(16.2%), 삼각형(13.7%), 각(54.8%)<sup>2)</sup>에 관련된 문항의 오답률은 낮았지만, 사각형의 변(42.1%), 삼각형의 변(40.1%), 각의 변(68.0%) 등 ‘변’이 포함된 수학용어의 오답률은 그렇지 않은 용어에 비해 상대적으로 높게 나왔다. 연구자들은 이러한 결과를 교과서에서의 정의제시 방식과 관련하여 설명하고 있다. 학생들이 낮은 오답률을 보인 선분, 직선, 사각형, 삼각형 등은 교과서에서 내포적 방법으로 도입된 반면, 학생들이 높은 오답률을 보인 사각형의 변, 삼각형의 변, 각의 변은 교과서에서 외연적 방법으로 도입되는 것으로 볼 때, 교과서에서 사용한 정의방식이 학생들의 이해도에 결정적인 영향을 주었다는 것이다.

그러나 정의 방식만으로 설명되지 않는 수학용어가 ‘각’이다. 각은 수학교과서에서 전통적으로 내포적으로 정의되어 왔으나(〈표 2〉 참고) 권유미, 안병곤(2005)의 연구에서도 밝혀졌듯이 내포적으로 정의된 다른 수학용어에 비해 오답률이 높은 편이다. ‘각’은 필시 ‘각의 변’을 이해하기 위한 첫 번째 관문일 것이다. 그런데 학생들에게는 이 첫 번째 관문을 통과하기가 너무나 어렵다. 더욱이 학생들이 ‘각의 변’을 배울 때는 이전 학년에서 이미 ‘변’을 삼각형이나 사각형과 같은 다각형의 구성요소로 받아들인 상태이므로, 다각형과 외양이 다른 각의 구성요소로도 ‘변’을 받아들이기가 쉽지는 않을 것이다. 다각형은 선분으로 구성되어 있으며 닫혀있다. 반면 각은 직선(반직선)으로 구성되어 있으며 열려있다. 따라서 이 두 개의 이질적 요소를 ‘변’이라는 하나의 이름으로 명명하게 되면, 과연 변이란 무엇인가에 대한 의문이 제기될 수밖에 없다.

실제로 일부 연구에서는 변을 다각형의 구성요소로만 제한하여 다루고 있음을 알 수 있다. 남승인(2011)은 초등학교 5, 6학년 수학영재 80명을 대상으로 수학용어에 대한 오개념을 실시하였는데, ‘변’에 대한 올바른 진술의 사례로 ‘다각형을 형성하는 선분’ 또는 ‘다각형을 둘러싸고 있는 선분’을 꼽은 반면, ‘도형을 이루는 선분’은 부족한 진술 사례로 꼽음으로써, 변 개념을 각의 구성요소 측면을 제외한 다각형의 구성요소로만 제한하고 있음을 알 수 있다. 뿐만 아니라 우리나라 수학교육과정 가운데 제 3차와 4차 교육과정에서는 변을 삼각형과 사각형의 구성요소로만 도입하고, 각의 구성요소로는 도입하지 않았다. 이러한 점을 놓고 볼 때, 초등학교에서 ‘변’을 도입할 때, 다각형의 구성요소로서 뿐만 아니라 각의 구성요소로도 도입할 필요가 있는지를 재고해 볼 필요가 있다.

이상에서 논의된 바와 같이, 도형영역에서의 ‘변’ 개념은 명확하지 않으며, 학생들의 이해도도 매우 낮다. 따라서 이 연구에서는 과연 ‘변’이란 무엇인지, 또한 초등학교들에게 어떻게 도입되는 것이 바람직한 것인지를 문헌연구를 통해 고찰해 보고자 한다.

## II. 변의 사전적 의미

중심에서 멀리 떨어진 지역 혹은 나라의 경계가 되는 변두리의 땅을 ‘변방’, 혹은 ‘변경’이라 하듯이, 한자어 ‘변(邊)’은 ‘가’ 즉 가장자리, 측면 등을 뜻한다. 국립국어원(2014)의 국어사전에는 ‘변’에 대해 다음과 같은 다섯 가지 의미가 제시되어 있는데, 수학적이든 비수학적이든 모두 중앙이 아닌 가장자리, 변두리 등의 의미를 지닌다.

- ① 물체나 장소 따위의 가장자리
- ② (수학) 다각형을 이루는 각 선분

2) ‘각’의 오답률은 54.8%로 낮은 편이 아니지만, ‘각의 변’의 오답률 68.0%에 비하면 상대적으로 낮다. ‘각’이 다른 기초 도형 개념에 비해 이해도가 낮은 이유는 3장과 5장에서 논의된다.

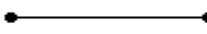
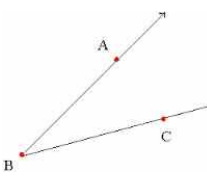
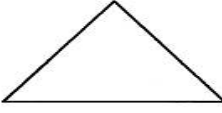
- ③ (수학) 등식이나 부등식에서 부호의 양편에 있는 식이나 수. 왼편의 것을 좌변, 오른편의 것을 우변이라고 한다.
- ④ 바둑판의 중앙과 네 귀를 빼놓고 남은 변두리 부분
- ⑤ <운동> 과녁의 복판이 아닌 부분

이 중 수학과 관련된 것만 살펴보면, 변의 의미는 크게 두 가지이다. 첫째는 다각형의 구성요소로서의 선분이다. 둘째는 등식이나 부등식에서 좌변 혹은 우변이라 부르는 것이다. 이 가운데 본 논문에서 논의하고자 하는 바는 첫째와 관련된다. 국어사전에는 각의 구성요소로서의 선분은 제시되어 있지 않으므로, ‘변’에 대한 일반적 통념은 각의 구성요소 보다는 다각형의 구성 요소에 더 가깝다고 할 수 있다. 한편 일부 수학사전(한국사전연구원, 1994)에서는 평면도형뿐만 아니라 공간도형까지 포함하여 변을 정의하고 있다. 즉 다각형의 구성요소로서의 선분뿐만 아니라 다면체의 모서리도 변으로 정의한다.

다각형을 형성하고 있는 선분, 모서리이다. 공간 도형 이틀테면 다면체에서는 그 두 개의 면이 만나는 선분을 말한다(260p.).

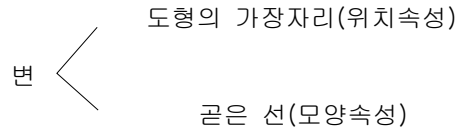
서양에서 변에 해당하는 용어는 ‘side’이다. 미국에서 출판된 『Math Dictionary(Monroe, 2006)』에 의하면, ‘side’는 두 가지 의미로 사용된다(162p). 첫째는 선분, 다각형, 각을 이루는 구성요소로서의 선분(line segment) 혹은 반직선(rays)을 의미한다. 따라서 변의 개수는 도형이 무엇인가에 따라 달라지는데, 선분은 그 자체로 변이 되므로 변이 하나이다. 각은 두 개의 반직선으로 구성되어 있으며, 각 반직선은 변이 되므로 변은 2개이다. 삼각형은 세 개의 선분으로 둘러싸여 있으므로 변은 3개이다. 이것을 정리하면 <표 1>과 같다. ‘변’에 대한 이 같은 관점은 우리나라 교과서에 실린 것과 매우 유사하지만, 다각형과 각에서 뿐만 아니라 선분에서도 변을 찾고, 변을 선분의 구성요소로 본다는 점이 새롭다.

<표 1> 도형에 따른 변의 개수

도형	변의 개수
선분 	1
각 	2
삼각형 	3

‘side’의 다른 의미는 등식에서 등호(=)를 기준으로 어느 쪽에 있는가를 나타내는 것으로 좌변 혹은 우변이라 한다. 이것은 전술한 바와 같이 우리 국어사전에서 ③의 항목에 제시되었던 것과 같은 의미이다. 그러나 이 의미는 본 논문에서 다루고자 하는 바가 아니므로 더 이상의 논의는 전개하지 않기로 한다.

지금까지 살펴본 국내외 수학전문, 비전문 사전에 실린 ‘변’의 의미를 종합해 보면, 변이 가지는 의미 혹은 속성은 다음 두 가지로 정리된다. 첫째, 변은 도형의 가장자리, 혹은 경계를 의미하며, 이는 위치적 속성에 해당한다. 이 때 도형은 주로 평면도형을 의미하며, 폐곡선과 폐곡선이 아닌 도형 모두에 적용된다. 다면체의 모서리도 변으로 보는 관점이 있기는 하지만 보편적이지는 않다. 둘째, 변은 곧은 선이어야 하며, 그것은 선분과 직선(반직선 포함)을 모두 포괄한다. 이는 모양 속성에 해당한다. 따라서 ‘변’은 모양 속성만 가지고 있고 위치 속성을 가지고 있지 않은 ‘선분’과 구분된다. 변의 의미와 속성을 정리하면 [그림 1]과 같다.

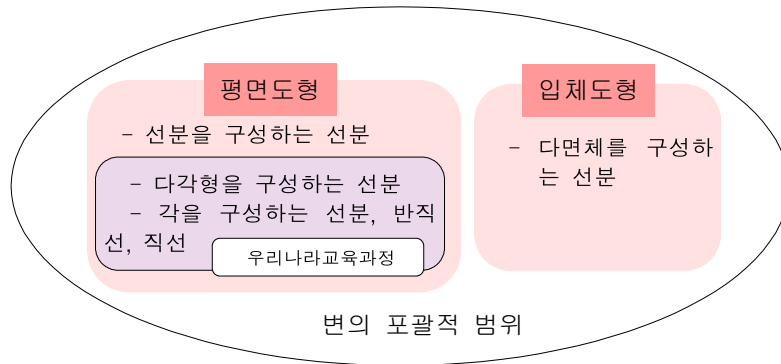


[그림 1] 변의 의미와 속성

### Ⅲ. 교육과정에서의 변의 의미와 도입 방법

#### 1. 우리나라 수학과 교육과정에서 변의 의미

[그림 2]는 각종 사전에서 제시된 변의 포괄적 범위 가운데, 우리나라 교육과정에서 다루어지는 범위를 표시한 것이다. 앞 장에서 전술된 바와 같이 변은 도형의 가장자리에 놓여있는 곧은 선을 뜻하는 것으로 평면도형으로는 선분, 다각형, 각 등의 가장자리에 있는 선분, 반직선, 직선을 뜻하며, 입체도형에서는 모서리를 변으로도 볼 수 있다. 그러나 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서는 주로 다각형과 각의 구성 선분으로 변을 제한하여 다루어 왔으며, 3차와 4차 교육과정에서는 다각형의 구성성분으로만 제한하여 다루기도 했다.

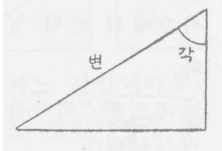
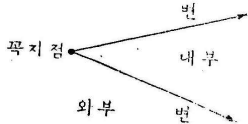


[그림 2] 변의 포괄적 범위와 우리나라 교육과정에서의 변의 범위

가장 최근의 교육과정인 2009 개정 수학과 교육과정을 예로 들자면, 변은 다각형과 각의 구성요소로 도입되는데, 이 두 가지가 한 번에 제시되는 것이 아니라 학년을 달리하여 순차적으로 제시된다. 즉 다각형의 구성요소로서의 변은 2학년에서 도입되며, 각의 구성요소로서의 변은 3학년에서 도입된다. 그러나 이 두 가지가 통합되어 ‘변’이 무엇인지에 대해서는 다루어지지 않고 있다.

한편 이전 수학과 교육과정을 살펴보면, 각의 구성요소로서의 변이 늘 도입되었던 것은 아니다. <표 2>에서 알 수 있듯이, 제 2차 교육과정에서는 각을 ‘1 점을 한쪽 끝점으로 가지는 두 선이 이루는 모양’으로 정의하면서, 예시를 제시하고 있는데 예시 그림에는 ‘변’이 표시되어 있지만, ‘각’과 달리 ‘변’은 문어적으로 정의되지 않고 있다. 제 3차와 제 4차 교육과정에서는 각을 도입하는 과정에서 ‘각의 꼭짓점’을 도입하지만, ‘각의 변’은 도입하지 않는다. 따라서 이 시기에는 변을 다각형의 구성요소로만 제한하여 도입하였음을 알 수 있다.

<표 2> 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서 ‘각의 변’ 도입 실태

교육과정	학년	쪽	각에서의 변 도입	변도입 여부	변의 위상
1차	4-1	20-21	삼각형을 그려봅시다. 모를 “각” 이라고 합니다. 그림의 가장자리의 끝은 글을 “변” 이라고 합니다. 	○	끝은 금
2차	3-2	51	각은 1 점을 한쪽 끝점으로 가지는 두 선이 이루는 모양입니다. 이와 같은 선을 각각 “사선” 이라고 합니다. 	△	사선

3차	3-1	50	<p>(1) 다음 각의 그림에서 두 사선과 각의 꼭지점을 말하십시오.</p>	×	사선
4차	3-1	100	<p>다음 각에서 두 반직선과 각의 꼭지점을 말해 보시오.</p>	×	반직선
5차	3-1	83	<p>각을 이루고 있는 두 선분 <math>\angle</math>나, <math>\angle</math>다을 각의 변이라 하며, 중략</p>	○	선분
6차	3-1	49	<p>왼쪽 그림과 같이 점 <math>\angle</math>을 각의 꼭지점이라 하고, 두 직선 <math>\angle</math>가, <math>\angle</math>다을 각의 변이라고 합니다. 이 때, 각을 각 <math>\angle</math>나<math>\angle</math>다 또는 각 <math>\angle</math>다<math>\angle</math>가이라고 읽습니다.</p>	○	직선
7차	3-가	37	6차와 유사	○	직선
2007 개정	3-1	35	6차와 유사	○	직선
2009 개정	3-1	61	<p>한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형을 <b>각</b>이라고 합니다. 오른쪽 각에서 점 <math>\angle</math>을 <b>꼭지점</b>이라 하고, 반직선 <math>\angle</math>가과 반직선 <math>\angle</math>다을 <b>변</b>이라고 합니다. 이 각을 <b>각 <math>\angle</math>나<math>\angle</math>다</b> 또는 <b>각 <math>\angle</math>다<math>\angle</math>가</b>이라고 합니다.</p>	○	반직선

정리하면, 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서 변은 다각형 및 각의 구성요소, 즉 다각형과 각을 이루는 선분 또는 직선(반직선)으로 정의되어 왔으며, 때로는 다각형의 구성요소에 한정하여 다각형을 이루는 선분으로 정의되기도 하였다.

2. 우리나라 수학과 교육과정에서 변의 도입 방법

수학 개념을 정의하는 방법에는 내포적 방법, 외연적 방법, 동의적 방법, 발생적 방법, 귀납적 방법 등 다양한 방법이 있다(조영미, 2001; 강문봉 외, 2014). 내포적 정의는 개념을 생각하는 사람의 의도에 따라 그 개념의 속성으로 정의하는 방법이고, 외연적 정의는 그 개념에 속하는 대상 전체로 정의하는 방법이다. 외연적 방법은 주어진 개념을 완전히 규정하고 있지 않다는 점에서 논리적으로 불완전하다고 볼 수 있으나 심리적인 적합성을 줄일 수 있기 때문에 학생들의 이해를 목적으로 하는 학교 수학에서 적극적으로 사용된다. 동의적 방법은 피정의항과 유사한 의미를 지닌 용어를 사용하여 정의하는 방법이다. 예를 들어, ‘원’을 ‘둥그라미 모양’으로, ‘정의’를 ‘약속(약속하기)’으로, ‘ $2+3=5$ ’를 ‘2 더하기 3은 5와 같다. 라고 읽는다.’라고 정의하는 경우가 이에 속한다(권유미, 안병곤, 2005, p.138~9). 발생적 방법은 특징적인 정의 대신에 정의될 대상의 형성 과정을 나타낸다. 예를 들면, ‘원뿔은 직각삼각형의 직각을 낀 한 변을 축으로 1회전했을 때 생기는 입체도형이다.’와 같이 정의할 수 있다. 귀납적 방법은 최초의 원소와 그 다음 원소를 정하는 규칙을 제공하는 방법으로, 그 예로는 수열의 점화식 등을 들 수 있다(강문봉 외, 2014, p.88).

이와 같이 다양한 개념정의 방법 가운데, 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서 ‘변’의 정의는 전통적으로 외연적 방법을 택해왔다. 2007 개정 수학과 교육과정을 보면, 2학년 1학기에 선분, 사각형, 삼각형이 차례로 도입되는데, 선분, 사각형, 삼각형은 내포적 방법으로 개념이 정의되는 반면, 사각형의 변, 삼각형의 변은 모두 외연적 방법으로 개념이 정의되고 있다. 사각형은 ‘네 개의 선분으로 둘러싸인 도형’으로 개념의 속성이 기술되는 반면, 사각형의 변은 제시된 사각형의 그림에서 ‘선분  $ㄱㄴ$ ,  $ㄴㄷ$ ,  $ㄷㄹ$ ,  $ㄹㄱ$ 을 사각형의 변이라고 합니다.’와 같이 하나의 사례를 제시하는 방식이다([그림 3], [그림 4]). 이와 같은 방식은 삼각형의 변에서도 그대로 적용된다([그림 5], [그림 6]).

4 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 **사각형**이라고 합니다.

[그림 3] 사각형(내포적 정의), 수학 2-1(교육과학기술부, 2010a, 34쪽)

점  $ㄱ$ ,  $ㄴ$ ,  $ㄷ$ ,  $ㄹ$ 을 사각형의 **꼭짓점**이라고 합니다.  
 선분  $ㄱㄴ$ ,  $ㄴㄷ$ ,  $ㄷㄹ$ ,  $ㄹㄱ$ 을 사각형의 **변**이라고 합니다.  
 그림과 같이 사각형에는 변과 꼭짓점이 있습니다.

[그림 4] 사각형의 변(외연적 정의), 수학 2-1(교육과학기술부, 2010a, 35쪽.)

3개의 선분으로 둘러싸인 도형을 **삼각형**이라고 합니다.

[그림 5] 삼각형(내포적 정의), 수학  
2-1(교육과학기술부, 2010a, 36쪽)

점  $ㄱ$ ,  $ㄴ$ ,  $ㄷ$ 을 삼각형의 **꼭짓점**이라고 합니다.  
선분  $ㄱㄴ$ ,  $ㄴㄷ$ ,  $ㄷㄱ$ 을 삼각형의 **변**이라고 합니다.  
그림과 같이 삼각형에는 변과 꼭짓점이 있습니다.



[그림 6] 삼각형의 변(외연적 정의),  
수학2-1(교육과학기술부, 2010a, 37쪽)

수학에서 개념을 정의하는 방법은 학생들의 이해에 결정적 역할을 한다. 특히 초등학생들에게 새로운 개념을 도입할 때, 그것이 어떤 방법으로 정의되는가는 민감한 문제일 것이다. Skemp(1989)는 새로운 개념이 도입될 때, 그것이 학습자가 가진 스키마 보다 상위의 수준이면 예와 반례를 통해 제시하고, 그것이 학습자가 가진 스키마와 같거나 하위의 수준이면 정의를 통해서 제시하는 것이 효과적이라고 주장하였다. 예를 들어 선분, 삼각형, 사각형, 평행과 수직 등 기본 개념이 있는 고학년 학생들에게 평행사변형을 제시할 때는 ‘두 쌍의 대변이 평행인 사각형’과 같은 언어적 제시만으로도 충분하지만, 기본 개념이 아직 충분히 자리 잡히지 않은 학생들에게는 평행사변형에 해당하는 다양한 사례를 구체적으로 보여주며 개념을 도입하는 것이 효과적이라는 것이다. 이와 같은 주장을 그대로 받아들인다면, 초등학생들에게 수학개념을 도입할 때 외연적 방법으로 출발하는 것은 나쁘지 않다. 왜냐하면 Skemp가 지적했듯이, 수학과 교육과정에서 제시되는 대부분의 개념은 학생들의 스키마 보다 낮지 않기 때문이다(김관수, 박성택역, 1996. p.68-73).

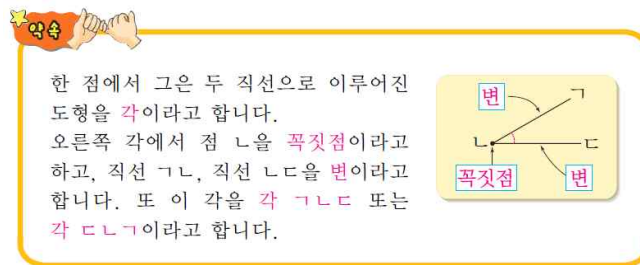
그러나 외연적 방법은 개념에 속한 모든 사례를 다 보여주지 못하기 때문에, 학생들의 추측이 끼어들 여지가 있다. 즉 학생들에게 충분한 사례를 제공하지 못하면, 제시된 사례 이외의 것을 만났을 때 그것이 개념에 속하는지 아닌지를 판단하기가 어려울 수 있다. 또한 예와 반례를 통한 개념 도입 방법은 제시된 사례의 공통성을 스스로 추상하여 개념의 속성을 파악해야 하는 어려움이 따른다. 따라서 예와 반례를 통해 개념을 도입한다 해도, 어린 학생들의 이해를 돕기 위해서는 개념속성을 활용한 명확한 개념정의가 뒤따르는 것이 좋다. 실제로 학교수학에서는 수학교육 현대화 운동 이래 외연적 정의 방법이 도입되었으나 오늘날에는 다시 내포적 정의가 강조되는 상황이다(강문봉 외, 2014, p.88).

우리나라 교육과정에서 변은 사각형과 삼각형의 구성요소로 도입되며, 이 때 하나의 사례를 통한 외연적 방법이 사용된다. 그러나 그 이후 내포적 방법이 제시되지 않기 때문에, 사각형과 삼각형에서 변을 학습한 보통의 학습자라면 두 상황에서의 공통성을 스스로 추상하여 변을 다각형을 이루는 구성요소로 일반화하여 받아들일 가능성이 높다. 2007 개정 교육과정의 예를 들자면, 2학년 1학기에 선분이 처음으로 도입되지만, 선분에서 변 개념이 논의되지는 않는다. 그러나 동일단원 후속 차시에서 사각형을 다루면서, 사각형의 구성요



소로서 꼭짓점과 변을 도입하고 있다([그림 4]). 이 때 변은 사각형을 이루는 네 개의 선분에 한정된다. 그러나 후속 차시에서 삼각형을 다루면서, 사각형에서 변을 도입했던 것과 동일한 방법으로 변 개념을 도입함으로써([그림 6]), 변이 비단 사각형의 구성요소에 한정된 것이 아니라, 일반적인 다각형의 구성요소일 수 있음을 암묵적으로 제안하고 있다. 따라서 일반화의 사고가 가능한 학생이라면 변이 삼각형, 그리고 사각형에만 국한된 것이 아니라 오각형이나 육각형 등에도 확장될 수 있는 개념임을 추측할 수 있다. 이것은 교육과정 입안자들이 원하는 바이기도 할 것이다.

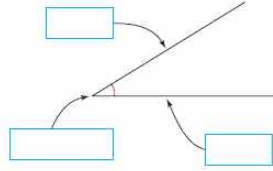
그러나 변의 도입과 관련하여 보다 심각한 문제는 다각형과 외형이 다른 각에서도 그 구성요소로서 변이 도입된다는 사실이다. 3학년 1학기가 되면, 변은 비단 다각형의 선분에만 한정된 개념이 아님을 알려 준다. 2007 개정에서는 반직선을 사용하지 않고 직선을 사용해서 각을 도입하는데, 이 때 각을 이루는 두 개의 직선 역시 변으로 도입된다([그림 7]). 각의 변은 다각형의 변과 매우 유사한 방법으로 전개된다. 각은 ‘한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형’으로 속성이 기술된 내포적 방법을 택한 반면, 각의 변은 ‘직선  $ㄱㄴ$ , 직선  $ㄴㄷ$ 을 변이라고 합니다.’와 같은 식으로 그림의 한 사례를 제시하는 외연적 방법을 택하고 있다.



[그림 7] 각(내포적 정의)과 각의 변(외연적 정의) 수학 3-1(교육과학기술부, 2010b, 35쪽)

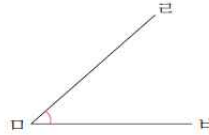
그리고 각의 지도에서 각의 변을 찾는 활동은 해당차시에는 없고, 단원의 마지막 부분인 단원평가(‘문제를 풀어보시오.’ 44~5쪽)에서 6문항 중 2문항 정도의 비중으로 구성되어 있다([그림 8], [그림 9]). 따라서 여기까지 제대로 학습한 학생이라면 변은 다각형을 둘러싼 선분이 될 수도 있고, 각을 이루는 직선이 될 수도 있음을 알 수 있을 것이다. 그러나 다각형을 이루는 선분과 각을 이루는 직선이라는 얼핏 보기에 공통점을 찾기 어려운 상황에서 동일한 용어 ‘변’을 사용한다는 것은 명백히 학생들을 혼란스럽게 만들 수 있다. 더욱이 2학년에서 사각형과 삼각형을 통해 변을 정의할 때와 3학년에서 각을 통해 변을 정의할 때 똑같이 외연적 정의방식을 사용하고 있다. 즉 변의 속성을 기술하지 않고, 보기를 통해 변을 제시하기 때문에 성인이라 해도 변의 속성을 파악하기가 쉽지 않을 것이다.

1 그림을 보고 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.



[그림 8] 각의 변 관련 평가문항 1, 수학  
3-1(교육과학기술부, 2010b, 44쪽)

3 그림을 보고 물음에 답하시오.



- (1) 각을 읽어 보시오.
- (2) 꼭짓점을 말하시오.
- (3) 두 변을 말하시오.

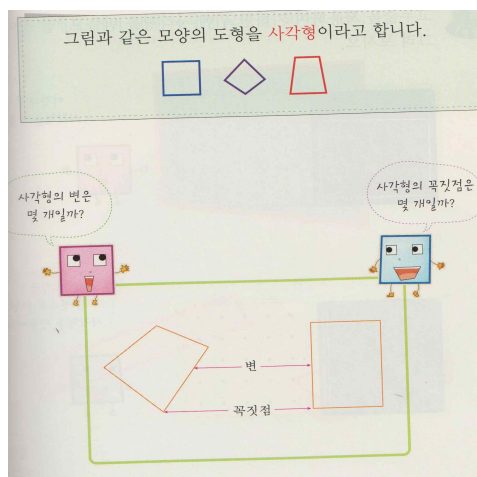
[그림 9] 각의 변 관련 평가문항 2, 수학  
3-1(교육과학기술부, 2010b, 44쪽)

그러나 각의 구성요소로서의 변 개념을 잘 모르고 넘어간다 해도, 후속학습에 큰 지장을 주지는 않는다. 실제로는 전혀 지장을 주지 않는다는 표현이 더 적절할지 모르겠다. 보통 3, 4학년에서 학습하게 되는 여러 가지 도형들은 다각형의 구성요소로서의 변 개념만 잘 알고 있으면 무리 없이 소화할 수 있다. 예를 들면 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 이등변삼각형, 정삼각형, 오각형 등이 정의될 때 모두 ‘변’이 활용되며, 이 때 ‘변’은 다각형의 구성요소로서의 변이다(〈표 3〉). 따라서 3학년에서 각의 구성요소로서의 변 개념을 배운다 해도 차시 분량이 극히 적을 뿐만 아니라, 3, 4학년에서 등장하는 변 개념 대부분이 다각형의 구성요소로서의 의미를 지니기 때문에, 각의 구성요소로서의 변 개념은 잊혀 지기 쉬우며, 설령 잊혀 진다 해도 큰 문제가 되지는 않는다. 왜냐하면 각의 구성요소로서의 변은 이후 초등학교 및 중등교육과정에서 거의 다루어 지지 않기 때문이다.

<표 3> 2007 개정 교과서의 선분과 변을 이용한 용어 정의

선분을 이용한 정의	변을 이용한 정의
사각형 : 네 개의 선분으로 둘러싸인 도형 (2-1)	정사각형 : 네 각이 모두 직각이고, 네 변의 길이가 모두 같은 사각형(3-1)
	사다리꼴 : 마주 보는 한 쌍의 변이 평행한 사각형(4-2)
	평행사변형 : 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형
삼각형 : 세 개의 선분으로 둘러싸인 도형 (2-1)	마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
	이등변삼각형 : 두 변의 길이가 같은 삼각형(4-1)
다각형 : 선분으로만 둘러싸인 도형(4-2)	정삼각형 : 세 변의 길이가 같은 삼각형(4-1)
	오각형 : 변이 5개인 도형(4-2)

최근 개편된 2009 개정 수학과 교과서에서도 전술된 문제가 여전하다. 2009 개정 수학과 교육과정의 도형영역은 이전 교육과정과 다소 큰 변화가 있다. 그것은 선분의 도입을 2학년에서 3학년으로 미루었다는 점이다. 이에 따라 2학년에서 사각형과 삼각형 개념을 선분이란 용어를 사용하지 않고 그림 보기만 제시하는 방식으로 외연적으로 도입하도록 했다([그림 10]). 그러나 아이러니하게도 사각형과 삼각형의 구성요소로서 꼭짓점과 더불어 변도 도입하고 있다. 전장에서 기술된 바와 같이 ‘변’은 도형의 둘레라는 위치적 속성과 끝은 선이라는 모양 속성을 모두 지니고 있다. 그러나 2009 개정 교과서에 제시된 방식은 이 두 가지 속성을 모두 암시할 뿐 명시적으로 진술하지 않고 있어, 어린 학생들이 개념에 부합하는 올바른 관념을 가질 수 있을 지 의문이다. 또한 2007개정 교육과정에서 4학년 2학기에 제시하던 오각형과 육각형 개념을 ‘변’의 개수를 이용해서 2학년에서 도입하고 있다. 즉 ‘변이 5개이면 오각형, 6개이면 육각형이다.’와 같은 식이다([그림 11]). 따라서 어느 때 보다는 ‘변’ 개념이 자주 사용되고 있지만, 그 실체를 명확히 모르는 채 직관에 의존해서만 받아들여야 하므로, 그에 따르는 혼란은 쉽게 예상할 수 있다.



[그림 10] 사각형과 사각형의 변 정의, 수학3(2-1)(교육부, 2014, 59쪽)

- 변이 5개인 도형을 오각형이라고 합니다.
- 변이 6개인 도형을 육각형이라고 합니다.

[그림 11] 오각형과 육각형 정의,  
수학3(2-1)(교육부, 2014, 63쪽)

한편 2009 개정 교육과정에서도 변은 각의 구성요소로서도 도입된다. 3학년에서 선분, 직선, 반직선이 도입된 후, 각이 도입되고, 그에 따라 각의 구성요소로서 변이 도입된다. 2007개정 교육과정에서는 각이 직선을 통해 도입되지만, 2009 개정 교육과정에서는 각이 반직선을 통해 도입된다. 그러나 직선이 반직선으로 대체되었을 뿐, 각과 각의 변을 제시하는 방식에는 큰 변화가 없다.

#### IV. 수학용어로서의 ‘변’의 위상

수학용어에 대한 오래된 연구 중의 하나인 김연식, 박교식(1994)의 연구에서는 학생들이 수학을 어렵고 혐오스럽게 느끼도록 만드는 원인 중의 하나가 ‘현학적인’ 수학용어의 범람이라 하였다. 학교수학 용어는 학생용이므로 학생들에게 어떤 의미에서 적합한 용어 이어야 한다. 그러나 한글세대인 학생들의 입장에서 한자만 단지 한글로 바꾸어 그대로 사용하는 수학용어는 학생들에게 그 어떤 의미도 전달하지 못하는데, 김연식, 박교식(1994)의 연구에서는 이를 두고 ‘현학적’이라 지칭하였다. 즉 현학적 용어가 ‘힘이 있는’ 용어와 근본적으로 다른 점은 용어 자체가 관념을 가지고 있지 않거나 또는 잘못된 관념을 가지고 있는 것이다.

‘힘이 있는’ 용어에 대한 아이디어는 Polya(1957)에서 비롯되었다. 그는 용어가 나타내고자 하는 개념과 감각적으로 연결되는 그 무엇을 관념이라 지칭하고 있다. 그리고 어떤 용어가 그 안에 내재하고 있는 관념을 상기시켜 줄 때, 그 용어는 힘이 있다고 말하고 있다. 힘이 있는 용어의 사용은 학생들이 수학 그 자체에 보다 쉽게 접근할 수 있도록 해 준다는 점에서, 수학교육의 현실을 개선하는 데 크게 도움이 될 수 있다. 이러한 관점에서 보면 ‘0°보다 크고 90°보다 작은 각’에 ‘acute angle(미국)’, ‘銳角(중국)’, ‘뽕족각(북한)’이라는 이름을 준 것은 힘이 있는 용어를 만들기 위한 노력의 일환이지만, 銳角을 단지 소리 나는 대로 ‘예각’이라 이름 지은 것은 현학적 용어의 대표적인 사례라 하겠다(김연식, 박교식, 1994, p.3).

그렇다면 ‘변’은 수학용어로서는 어떤가? 변은 서양에서 사용하는 ‘side’를 번안한 것으로 중국에서는 边, 일본에서는 辺으로 사용되고, 우리나라에서는 한자어를 소리 나는 대로 한글로 사용하고 있다. ‘side’는 생활용어로 ‘어느 한 쪽’, ‘옆(면)’, ‘가장자리’ 등의 의미를 지니므로, ‘힘이 있는’ 용어라고 할 수 있다. 마찬가지로 중국의 边, 일본의 辺 모두 표의문자로 그 자체로 side와 유사한 뜻을 지니 있다. 그러나 한글 ‘변’은 학생들에게 어떠한 관념도 제공하지 못하므로, 예각과 유사한 이유로 ‘현학적’ 용어에 해당한다.

용어의 현학성을 탈피하고 용어에 그 어떤 힘을 부여하기 위해서는 학생들에게 의미를

제공할 수 있는 새로운 이름이 필요하다. 힘이 있는 용어와 관련해서 수학용어의 한글화 작업을 선두적으로 수행해 온 북한의 연구 작업을 참고할 필요가 있다. 이미 전술했듯이 북한은 예각을 ‘뽀죽각’, 둔각을 ‘무딘각’과 같이 학생들에게 용어를 통해 그 어떤 관념을 제공해 주려는 노력을 기울여 왔다. 그러나 아쉽게도 ‘변’은 우리와 마찬가지로 ‘변’으로 그대로 사용하고 있다. 박교식(2005)의 연구에 의하면, 북한에서도 한자 용어를 상당히 많이 사용한다. 이 중에는 완전히 같은 것도 많은데, ‘각’, ‘면’, ‘변’, ‘선’, ‘수’, ‘식’, ‘점’, ‘체’, ‘표’, ‘형’ 등이 한자어 ‘角’, ‘面’, ‘邊’, ‘線’, ‘數’, ‘式’, ‘點’, ‘體’, ‘表’, ‘形’ 등을 그대로 소리 나는 대로 한글로 옮긴 것이다(p.8). 이들이 다른 한글로 대체되지 않은 것은 북한의 상당한 연구 노력에도 불구하고 그 어떤 의미를 제공해 줄만한 새로운 이름을 찾지 못했기 때문일 것이다. 따라서 이 연구의 주제인 ‘변’에 대해 새로운 이름을 짓는 일이 결코 쉽지 않음을 알 수 있다.

그런데 문제는 ‘변’이 다른 도형의 이름을 짓는데 상당히 큰 역할을 한다는 것이다. 사실 ‘변’은 서양의 ‘side’에서 비롯된 것이지만, 서양에서는 도형의 이름에 ‘side’가 직접 이용되지 않지만, 동양에서는 ‘변’이 상당히 큰 역할을 한다. 한국, 중국, 일본의 도형 용어를 보면, ‘이등변삼각형’, ‘평행사변형’, ‘등변사다리꼴’과 같이 ‘변’이 도형의 이름을 짓는데 큰 역할을 하지만, 서양에서는 ‘isosceles triangle’, ‘parallelogram’, ‘isosceles trapezoid’와 같이 도형의 이름을 짓는데 ‘side’는 그 자체로는 어떤 역할도 하지 않음을 알 수 있다(<표 5>). 수학용어가 우리나라에 들어온 경로를 살펴보면 대체로 ‘서양→중국 또는 일본→한국’과 같은데, 서양에서는 도형의 이름에 ‘side’가 포함되지 않는 반면, 동양에서는 도형의 이름에 ‘변’이 포함되는 경우가 많다는 것은 특이한 점이다.

<표 4> 한국, 중국, 일본, 북한, 미국의 도형 용어 비교

한국	중국	일본	북한	미국
변	边	辺	변	side
이등변삼각형	等腰3角形	二等辺三角形	2등변3각형	isosceles triangle
평행사변형	平行四边형	平行四边형	평행4변형	parallelogram
등변사다리꼴	等腰梯形, 等边梯形	等边台形	등변제형	isosceles trapezoid

‘side’는 학생들에게 그 어떤 의미를 제공한다는 점에서 ‘힘이 있는’ 용어라 할 수 있지만, 다른 도형의 이름을 짓는데 사용되지 않는다는 점이다. 반면 ‘변’은 학생들에게 그 어떤 의미를 제공하지 못하는 ‘현학적’ 용어이지만 다른 도형의 이름을 짓는데 사용된다. 이것은 매우 아이러니하며, 바로 이러한 점이 우리나라 학생들에게 수학학습의 어려움을 가중시키는 요인이 될 수 있다. 더구나 ‘변’이 들어간 대부분의 도형 용어가 다각형이므로, 학생들로 하여금 변을 다각형의 구성요소로 고착시키도록 함으로써, 변을 각의 구성요소로서 받아들이는 것을 더욱 어렵게 만들 수 있다.

## V. 결론 및 논의

이 연구에서는 초등학교 수학과 교육과정에서 도입되는 ‘변’의 의미가 명확하지 않다는 점에 착안하여 각종 사전 및 이전 교육과정의 수학교과서 고찰을 통해, 그 의미를 명확히 하고자 했다. 변의 사전적 의미를 조사한 결과, 변은 위치와 모양이라는 두 가지 속성을 모두 가진 도형임을 알 수 있었다. 즉 변은 도형의 가장자리 혹은 둘레라는 위치 속성과 곧은 선이라는 모양 속성을 가지고 있다. 따라서 모양 속성만 가진 선분과는 구분된다. 그런데 이 때 도형의 범위가 문제가 된다. 가장 광의적 해석은 선분, 다각형, 각과 같은 평면도형 및 다면체인 입체도형까지 아우르는 넓은 범위의 도형을 일컫는다. 예컨대 선분 그 자체도 그 선분의 변이다. 또한 다각형과 각의 둘레, 다면체의 모서리도 모두 변으로 볼 수 있다. 이 중 우리나라 교육과정에서 채택해온 변의 범위는 ‘다각형과 각의 구성요소’이며, 때에 따라 ‘다각형의 구성요소’로 제한하여 지도해왔다.

그런데 문제는 수학교과서에서 제시된 다각형과 각의 구성요소로서 변을 도입하는 방법이 어린 학생들이 변 개념을 명확하게 이해하기에는 다소 불충분하다는 점이다. 2007 개정 수학과 교육과정을 예로 들자면, 변은 2학년과 3학년에서 두 번 도입되는데, 2학년에서는 다각형의 구성요소로, 3학년에서는 각의 구성요소로 각각 도입된다. 그런데 이 두 번 모두 변의 내포적 속성을 명확하게 밝히지 않은 채, 교과서에 제시된 특정 보기에서 ‘이 부분을 변이라 한다.’는 식으로 외연적으로 정의하는 것에 그치고 있다. 더구나 이와 같은 불명확한 개념이 다각형과 각이라는 외형적으로 공통점을 찾기 힘든 두 도형에 대해 같은 식으로 나오기 때문에 학생들 입장에서는 ‘ 과연 변이란 무엇인가?’ 하는 의문이 제기될 수 있다.

‘변’은 수학용어라는 관점에서든 문제가 있는 것으로 드러났다. 수학용어는 학생의 이해 수준과 언어능력에 맞도록 적절하게 제시될 필요가 있다(백대현, 2010). 뿐만 아니라 개념에 내재된 관념을 상기시키는 힘을 가지고 있어야 한다(Polya, 1957). 그러나 ‘변’은 그 자체로 초등학교생들에게 그 어떤 의미를 제공하지 못하기 때문에, 김연식, 박교식(1994)이 이름 붙였듯이 ‘현학적’ 용어 범주에 해당된다. 변은 서양의 ‘side’에서 유래된 것으로, 중국에서는 边, 일본에서는 辺, 한국에서는 邊으로 사용되지만, 우리나라 초등 및 중등학교 수학교과서에서는 그것을 소리 나는 대로 ‘변’이라 부르고 있으며, 수학용어의 한글화 작업에 열성적인 북한에서도 사정은 크게 다르지 않다. 따라서 한글 ‘변’이 학생들에게 변의 속성과 관련된 어떤 관념을 제공해 줄 것을 기대하는 것은 어렵겠다.

변에 대해 학생들이 느끼는 어려움은 서론에서 이미 언급한 바 있는 권유미, 안병곤(2005)의 연구에서 잘 나타나며, 5, 6학년 수학영제를 대상으로 한 남승인(2011)의 연구에서도 알 수 있다. 따라서 어떤 방식으로든 학생들의 이해를 돕고 혼란을 줄일 수 있는 방안이 강구되어야 한다. 이에 따라 이 연구에서는 다음 몇 가지 방안을 제안하고자 하며, 차후 이에 대한 추가적 논의가 뒤따라길 희망하는 바이다.

첫째, 초등학교에서 도입되는 변 개념을 다각형의 구성요소로 제한하는 방안이다. 즉 각을 도입할 때는 변을 언급하지 않는 것이다. 이것은 제 3차와 4차 교육과정에서 이미 사용했던 방법이다. 사실 각과 다각형은 외형적으로 공통요소를 찾기 어려울 뿐만 아니라 각 개념 자체도 명확하지 않다. <표 2>에서 알 수 있듯이, 우리나라는 교육과정이 바뀔 때마다 각의 정의도 바뀌었으며, 그 구성요소에 대해 선분, 직선, 반직선 사이에서 혼란을

겪고 있다(백대현, 2010). 뿐만 아니라 각을 도형 보다는 측도의 관점에서 보는 교과서나 학생들도 적지 않다. 미국 교과서 Everyday Mathematics(UCSMP, 1998a, 1998b)를 예로 들자면, 1학년에서 다각형을 도입할 때 각을 ‘두 변으로 이루어진 도형’으로 정의하지만, 3학년에서 각을 독립차시로 다룰 때는 도형 보다는 측도의 관점에서 다루고 있으며, 각의 구성요소로 꼭짓점이나 변을 다루지 않고 있다. 또한 5, 6학년 수학영재 80명을 대상으로 수학용어에 대한 오개념을 실시한 남승인(2011)의 연구에서도 약 25%의 영재 학생들이 각을 ‘두 선분 사이의 크기’, ‘두 선분의 기울기’ 등과 같이 측도의 관점으로 각을 설명하였다. 이처럼 각 개념은 교과서나 학생 입장에서 모두 명확하지 않은 혼란스러운 개념임에 틀림없다. 따라서 이와 같이 혼란스러운 개념인 각을 도입함에 있어 또 다른 혼란스러운 개념인 변을 도입한다면, 수학학습의 어려움은 몇 배로 가중될 것이다. 게다가 각의 구성요소로서의 변 개념은 이후 교육과정에서 거의 다루어지지 않기 때문에 설령 그것을 모른다 해도 학생들의 후속학습에 별다른 지장을 주지 않을 것이다.

둘째, 변을 도입할 때, 지금과 같이 그림 보기를 제시하는 외연적 방법과 함께 개념의 속성을 명시적으로 제공하는 내포적 방법을 병행하는 방안이다. 외연적 방법은 초보 학습자들에게 개념을 처음 소개하기에는 적절하지만, 그 이후 학습자들이 개념의 속성을 스스로 추상하지 못한다면 잘못된 추측이나 오개념을 가지기 쉽다. 2007 개정이나 2009 개정 교과서에서는 사각형과 삼각형을 도입할 때, 도형의 그림 예시를 제시하고, 해당 부분에 화살표를 하여 변을 나타내고 있다. 그러나 도형의 가장자리라는 위치속성과 곧은 선이라는 모양속성은 명시적으로 기술하지 않음으로써, 학습자에게 이 두 속성을 스스로 추상하도록 요구하고 있다. 물론 2009 개정 교육과정에서는 선분이 사각형이나 삼각형 이후에 도입되므로, 변의 속성을 기술할 때 선분이라는 용어는 사용할 수 없지만 곧은 선과 같은 비형식적 용어는 사용해도 무방하지 않을까 생각된다. 더욱이 교육과정에서 요구하는 궁극적 목표는 변이 다각형의 구성요소임을 아는 것이므로, 사각형과 삼각형에 이어 다각형을 조금 일찍 도입하여 다각형에서 변 개념을 내포적으로 다시 한 번 도입하는 방안도 고려해 볼만하다.

## 참 고 문 헌

- 강문봉 외 (2014). **초등수학교육의 이해**.(3판). 서울: 경문사.
- 교육과학기술부 (2010a). **수학 2-1**. (주)두산동아
- 교육과학기술부 (2010b). **수학 3-1**. (주)두산동아
- 교육부 (1996). **수학 3-1**. 국정교과서 주식회사.
- 교육부 (2001). **수학 3-가**. 대한 교과서 주식회사.
- 교육부 (2014). **수학 3-1**. (주)천재교육.
- 국립국어원 (2014). **네이버 국어사전**. (<http://krdic.naver.com/detail.nhn?docid=16683500>)
- 권유미, 안병곤 (2005). 초등 수학교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석-도형 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 9(2), 137-159.
- 김연식, 박교식 (1994). 우리나라의 학교수학 용어의 재검토. **대한수학교육학회 논문집**, 4(2), 1-10.
- 남승인 (2011). 수학영재교육 대상자의 수학용어에 대한 오개념 실태 조사. **한국초등수학교육학회지**, 15(1), 179-198.
- 문교부 (1962). **산수 4-1**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1965). **산수 3-2**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1987). **산수 3-1**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1991). **산수 3-1**. 국정교과서 주식회사.
- 박교식 (2005). 북한의 학교수학 용어의 현상적 특징에 관한 연구. **학교수학**, 7(1), 1-15.
- 백대현 (2010). 초등학교 수학교과서에 제시된 용어 사용과 표현의 적절성 고찰. **학교수학**, 12(1), 61-77.
- 조영미 (2001). **학교수학에 제시된 정의에 관한 연구**. 서울대 대학원 박사학위논문.
- 한국사전연구원 (1994). **최신 수학사전**. 서울: 교육문화원.
- Monroe, E. E. (2006). *Math Dictionary*. Boyds Mills Press.
- Polya, G. (1957). *How to solve it : A new aspect of mathematical method* (2nd ed.)  
우정호(역) (1991). **어떻게 문제를 풀 것인가**. 서울: 천재교육.
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge. 김판수,  
박성택(역) (1996). **초등수학교육**. 서울: 교우사.
- UCSMP (1998a). *Everyday mathematics first grade teacher's manual & lesson guide*.  
Everyday Learning Corporation.
- UCSMP (1998b). *Everyday mathematics third grade teacher's manual & lesson guide*.  
Everyday Learning Corporation.



---

<Abstract>

Study on the Meaning of ‘Side’ in Geometry and Methods of its Introduction  
in Mathematics Textbook

Kim, Soomi<sup>3)</sup>

This study starts with the idea that Korean mathematical word ‘byon’ which means ‘side’ of polygons or angles is very ambiguous. The purpose of this study is to make the concept and range of ‘byon’ clear and to suggest the ideas which can help children understand the concept of ‘byon’. For this, various dictionary and the past Korean mathematics curriculums are reviewed. As a result, two attributes ‘byon’ has are identified and some reasons which block children from understanding ‘byon’ are detected in its introduction method of mathematics text books and inkhorn of the mathematical term. Finally, two different ideas for helping children understand the concept ‘byon’ are suggested based on the conclusion of this research.

Key words: side, side of quadrilateral, side of triangle, side of angle

논문접수: 2014. 10. 31

논문심사: 2014. 12. 09

게재확정: 2014. 12. 19

---

3) smkim@ginue.ac.kr