

초폭굉 모드 램가속기의 성능해석에 대한 이론적 연구

성근민* · 정인석**

Analytical Study on Performance Evaluation of Superdetonative Mode Ram Accelerator

Kunmin Sung and In-Seuck Jeung

ABSTRACT

An analytical study on performance evaluation of superdetonative mode ram accelerator was conducted for understanding the experimental result. The quasi-one dimensional continuum, momentum, energy equations were solved under the assumption of inviscid flow. It would be noticeable that experimental result could be analytically simulated with the assumptions of inlet shockwave, temperature dependent specific heat, and additional aluminum combustion due to ablation of aluminum projectile in superdetonative operation mode. The acceleration of ram accelerator was comparable to experimental result with the consideration of the additional aluminum combustion energy by ablation of projectile. As result, the experimental result with the aluminum projectile could be affected by heat of aluminum.

Key Words : Ram accelerator, Superdetonative mode, Aluminum combustion

기 호 설 명

u_0, u_f	: 탄체 초기속도, 최종속도	S	: 가속관의 길이
M_0	: 탄체 초기 마하수	m	: 탄체 질량
M_1, P_1, T_1	: 입구 마하수, 압력, 온도	α	: 탄체 가속도
M_2, P_2, T_2	: 연소 전 마하수, 압력, 온도	D	: C-J 폭굉파 속도
M_3, P_3, T_3	: 연소 후 마하수, 압력, 온도	h	: 절대 엔탈피
M_4, P_4, T_4	: 출구 마하수, 압력, 온도	R	: 특정기체상수
A_1	: 가속관 단면적	q	: 연소 발열량
A_2, A_3	: 연소실 단면적	C_p	: 정압비열
A_4	: 노즐 단면적	γ	: 비열비
A_p	: 탄체 단면적	y_k	: 화학종 k 의 연소 전의 질량분율
d_1, d_p	: 가속관 직경 및 탄체 직경	\hat{y}_k	: 화학종 k 의 연소 후의 질량분율

1. 서론

램 가속탄기(Ram Accelerator)는 질량사출장치의 한 종류로서 가연성 기체로 채워진 가속관 내부를 탄체가 비행하며 연소를 통해 가속력을 얻는 장치이다 [1]. 탄체를 고속으로 발사한다는 점에서 기존의 화포와 유사한 점이 있다. 하지만 화포는 포미(breech)에서 화약의 폭발력만으로 탄체를 가속하므로 포미

의 구조강도 한계에 의해 탄체속도가 제한된다. 이에 비해 램가속기는 탄체가 가속관 내부에서 연속적으로 가속하므로 화포에서 발생하는 구조적인 문제가 감소하며 가속관의 길이를 연장하여 탄체의 최종속도를 증가시킬 수 있다. 또한 탄체의 속도가 증가함에 따라 가속관 기체의 조성을 조절하여 탄체가 최적의 가속을 할 수 있도록 설정할 수 있다. 이런 장점을 활용해 탄체를 극고속으로 발사하는 것이 가능하며 저궤도위성의 발사나 우주 발사체의 1단계로 응용가능성이 높다[2]. 이러한 가능성에 따라 세계 각국

* 서울대학교 기계항공공학부 항공우주신기술연구소

† 연락저자, enjis@snu.ac.kr

에서는 램가속기에 관한 연구를 수행해 왔다.

램가속기의 작동방식은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 아폭굉 모드(sub-detonative mode)인데 탄체가 예혼합 기체의 폭굉파 속도보다 느리게 비행하는 모드로서 탄체 후방의 열적 질식에 의해서 충격파가 유지되며 탄체가 가속된다. 이 모드는 상당한 연구가 진행된 바 있으며 특히 미국의 워싱턴 대학에서 많은 실험적인 연구가 있었다. 두 번째는 초폭굉 모드(super-detonative mode)로서 탄체가 폭굉파의 속도보다 빠르게 비행하는 모드로서 램가속기에서 궁극의 속도를 얻기 위해서는 초폭굉 모드의 사용이 필수적이지만 아직 초기점화과정과 추진과정이 완전히 밝혀지지 않은 상황이다. French-German Research Institute of Saint-Louis(ISL)에서는 1988년부터 램가속기에 대한 연구를 진행했으며 1997년에는 RAMAC30 II을 통하여 초폭굉 모드 램 가속기의 실험을 수행하였다[3]. 본 연구에서는 ISL의 실험에 대하여 각 상황별 가정하에 초폭굉 모드 램가속기의 성능을 이론적으로 해석하였다. 그 결과를 통하여 실험결과의 의미를 이해하고 향후 수치해석의 기준으로 삼고자 한다.

램가속기의 내부유동은 축방향 속도의 성분이 대부분으로서 준1차원 유동으로 가정하여 흡입구, 연소실, 노즐의 유동해석을 하는 것이 가능하다. 그러므로 램가속기에 대하여 준1차원 유동해석을 적용하여 추력과 가속도, 최종속도를 구하여 그 성능을 예측하기로 한다. 램가속기 성능에 대한 연구로서, 이미 ISL에서는 비열, 비열비가 일정하고 알루미늄 탄체의 용융과 연소효과의 고려없이 램가속기의 성능을 해석하였다[3-5]. 그러나 이는 실제 연소과정과 상이할 가능성이 있으므로 본 연구에서는 엄밀한 준1차원 해석을 비롯하여 문제를 단순화한 해석을 수행하여 여러 이론 해석법의 차이를 살펴보기로 한다. 먼저 2장에서 ISL의 Shot225 발사실험의 개요를 살펴보고 3장에서 준1차원 유동의 이론적 해석방법을 설명한다. 이후 4장에서 흡입구, 연소실, 노즐의 각 부분의 해석방법에 대하여 설명하고 5장에서 각각의 가정에 해당하는 예제에 이론해석을 적용하여 6장에서 그 결과를 살펴보기로 한다.

2. ISL의 램가속기의 실험

2.1. RAMAC30 II 실험

Fig. 1은 RAMAC30 II의 개요도이다. 탄체는 화약에 의해 초음속으로 발사되어 가연성 예혼합 기체가 채워진 가속관 속으로 진입한다. 가속관에는 M4-M11까지의 측정점이 60 cm간격으로 설치되어 있으며 각 측정점의 압력센서는 가속관 표면압력을 측정하며, 전자코일은 탄체 내부 자석에 의한 전자기 유도를 감지하고 측정점 사이의 통과시간을 측정하여 탄체의 속도를 계산한다.

본 연구에서는 ISL의 Shot225 발사실험을 기준으로 해석을 수행하였으며 그 실험설정이 Table 1에 정리되어 있다. 실험에 사용된 탄체는 알루미늄 탄체였으며 가속관에 충전된 가연성 예혼합 기체의 조성은 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 으로서 수소/산소 이론당량비 혼합기체를 $5CO_2$ 로 희석하여 음속과 폭굉파속도를 낮추었

Table 1. ISL의 Shot225 발사 실험설정

가연성 예혼합 기체 조성	$2H_2 + O_2 + 5CO_2$
압력(P)	40 bar
온도(T)	300 K
음속(a)	320.9 m/s
탄체 초기속도(u_0)	1800 m/s
탄체 초기마하수(M_0)	5.609
C-J 폭굉파 속도(D)	1316.8 m/s
Over-driven factor(u_0/D)	1.367
가속관 직경(d_1)	약 42 mm
탄체 직경(d_p)	30 mm
탄체 질량(m)	130 g
가속관 단면적($A_1 = \pi d_1^2/4$)	1381 mm ²
탄체 단면적($A_p = \pi d_p^2/4$)	706.858 mm ²
연소실 면적($A_2 = A_3 = A_1 - A_p$)	674.142 mm ²
흡입구 압축 면적비(A_2/A_1)	0.4881
노즐 팽창 면적비(A_4/A_3)	2.0364
가속관의 길이(S)	4.8 m

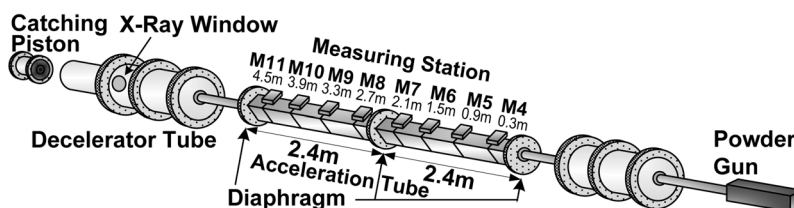


Fig. 1. ISL의 RAMAC30 II 모식도

다. 초기 발사속도 1800 m/s는 마하수 5.609에 해당하며 C-J 폭굉과 속도의 1.367배에 해당하고 발사와 동시에 초폭굉 모드의 조건을 만족하게 된다.

2.2. 탄체 재질에 따른 효과

ISL의 실험결과에서 주목할 점은 탄체 재질에 따른 차이인데 스틸 탄체를 사용한 실험에서는 가속이 관측되지 않고 알루미늄 탄체를 사용한 실험에서는 탄체가 성공적으로 가속하였다[3]. 가속관을 빠져나온 스틸 탄체는 그 형상이 보존되는 반면 알루미늄 탄체는 심하게 삭마가 일어난 상태였으며, 이러한 결과에서 고온 환경에 노출된 알루미늄 탄체가 용융되고 이 알루미늄이 연소과정에 영향을 주었음을 유추할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 가속관 충전기체인 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 뿐만 아니라 연소실에서 알루미늄이 추가되어 연소에 영향을 미치는 경우에 대해서도 해석을 수행하였다.

3. 이론해석 방법

3.1. 준1차원 유동 방정식의 해석

램가속기의 내부유동은 축방향 속도의 성분이 대부분으로서 반경방향의 속도는 훨씬 느리다. 따라서 축방향의 성분에 대하여 준1차원으로 가정하여도 무리가 없다. 초음속 영역을 비행하는 물체의 경우 대부분의 항력은 충격파에 의한 압력차에 의해 발생하며 점성항력은 이에 비해 상대적으로 미미하다. 더구나 램가속탄은 극초음속의 영역을 비행하고 통상의 대기압보다 훨씬 높은 압력환경을 비행하므로 점성에 의한 항력은 거의 무시가능한 수준이다. 또한 초폭굉 모드 램가속탄에 대한 수치해법[6]을 통하여 점성항력이 램가속탄의 항력/추력에 미치는 영향이 미미함이 밝혀진 바 있다. 본 연구는 램가속기의 성능에 초점을 맞춰 이론 해석을 수행하므로 비점성 준1차원 가정을 통해 램가속기의 성능을 구하기로 한다. 준1차원 유동의 상태를 결정하기 위해서는 압력(P), 밀도(ρ), 온도(T), 속도(u)가 필요한데 연속, 운동량, 에너지 방정식과 상태방정식을 연립하여 상태를 구할 수 있다. 어떤 변화과정의 전방과 후방 유동값을 하첨자 i 와 e 로 표시하고 절대엔탈피(h), 면적(A), 변화과정 사이에 작용하는 힘(F)에 대하여 각각의 방정식은 다음과 같다.

$$\text{연속방정식} : \rho_i u_i A_i = \rho_e u_e A_e \quad (1)$$

$$\text{운동량방정식} : (P_i + \rho_i u_i^2) A_i + F = (P_e + \rho_e u_e^2) A_e \quad (2)$$

$$\text{에너지방정식} : h_i + \frac{1}{2} u_i^2 = h_e + \frac{1}{2} u_e^2 \quad (3)$$

$$\text{이상기체 상태방정식} : P = \rho RT \quad (4)$$

여기서 R 은 특정기체상수이다. 이상기체의 엔탈피는 온도만의 함수이므로 입구조건을 아는 경우, 4개의 출구조건(P_e, ρ_e, T_e, u_e)에 대하여 4개의 방정식이 존재하므로 이들을 연립하여 해를 구할 수 있다. 이들 방정식에서 연속방정식과 상태방정식을 이용하여 밀도와 압력을 소거하여 해를 구하기로 한다. 본 연구에서는 초음속 탄체의 유동을 해석하므로 속도를 변수로 하는 것보다 마하수를 사용하는 것이 편리하다. 먼저, 속도(u)와 마하수(M)에 대하여 음속(a)의 정의를 적용하면 다음과 같다.

$$u = Ma = M\sqrt{\gamma RT} \quad (5)$$

연속방정식 (1)에 대하여 상태방정식 (4)를 적용하여 밀도 ρ 를 소거하면 $\frac{P_i}{R_i T_i} u_i A_i = \frac{P_e}{R_e T_e} u_e A_e$ 이 되고 $\frac{P_e A_e}{P_i A_i} = \frac{R_e T_e u_i}{R_i T_i u_e}$ 가 된다. 여기에 식 (5)를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{P_e A_e}{P_i A_i} = \frac{R_e T_e M_i \sqrt{\gamma_i R_i T_i}}{R_i T_i M_e \sqrt{\gamma_e R_e T_e}} = \frac{M_i \sqrt{\gamma_i R_e T_e}}{M_e \sqrt{\gamma_e R_i T_i}} \quad (6)$$

운동량 방정식 (2)에 대해서 식 (5)를 적용하면 $(P_i + \rho_i M_i^2 \gamma_i R_i T_i) A_i + F = (P_e + \rho_e M_e^2 \gamma_e R_e T_e) A_e$ 이 되고 상태방정식 (4)를 이용해서 밀도를 소거하고 정리를 계속하면 다음과 같다.

$$(1 + \gamma_i M_i^2) P_i A_i + F = (1 + \gamma_e M_e^2) P_e A_e \quad (7)$$

식 (7)은 두 지점의 마하수와 압력을 아는 경우에 체적에 작용하는 힘(F : 추력)을 구하는데 이용될 수 있다.

$$F = (1 + \gamma_e M_e^2) P_e A_e - (1 + \gamma_i M_i^2) P_i A_i \quad (8)$$

식 (7)에서 양변을 $P_i A_i$ 으로 나누어 정리하면

$$(1 + \gamma_i M_i^2) + \bar{F} = (1 + \gamma_e M_e^2) \frac{P_e A_e}{P_i A_i} \quad (9)$$

여기서 $\bar{F} = F/(P_i A_i)$ 는 두 지점 사이의 체적에 작용하는 무차원화된 힘이다. 이 식은 두 지점의 마하수와 \bar{F} 를 아는 경우 압력비를 구하는데 유용하다.

$$\frac{P_e}{P_i} = \frac{A_i (1 + \gamma_i M_i^2) + \bar{F}}{A_e (1 + \gamma_e M_e^2)} \quad (10)$$

한편 식 (7)에 식 (6)을 적용하면 P 와 A 가 소거되어 다음과 같다.

$$(1 + \gamma_i M_i^2) + \bar{F} = (1 + \gamma_e M_e^2) \frac{M_i \sqrt{\gamma_i R_i T_e}}{M_e \sqrt{\gamma_e R_e T_i}} \quad (11)$$

가 되어 온도와 마하수의 함수가 된다. 면적의 변화가 없고 마찰이 없는 경우 \bar{F} 는 소거되지만 그렇지 않은 경우는 변화과정에 대하여 값을 별도로 구해야 한다. 한편 에너지 방정식 (3)에 식 (5)를 적용하면

$$h_i + \frac{1}{2} \gamma_i R_i T_i M_i^2 = h_e + \frac{1}{2} \gamma_e R_e T_e M_e^2 \quad (12)$$

가 되는데 h_i 와 h_e 는 각각 단위질량당 절대엔탈피로서 여러 화학종의 혼합물인 경우는 각 화학종의 절대엔탈피에 질량분율을 가중하여 합산해야 한다.

$$h_i = \sum_{k=1}^{N_s} y_k h_k(T_i), \quad h_e = \sum_{k=1}^{\hat{N}_s} \hat{y}_k h_k(T_e)$$

여기서 N_s , \hat{N}_s 는 화학반응 전, 후의 화학종의 개수이며 $h_k(T)$ 는 k 번째 화학종의 온도 T 에서의 단위질량당 절대엔탈피이며 y_k , \hat{y}_k 는 전후 상태의 각 화학종의 질량분율이다. 각 화학종의 절대엔탈피는 다음과 같이 주어진다.

$$h_k(T) = \int_{T_0}^T C_{pk}(T) dT + h_k(T_0)$$

$C_{pk}(T)$ 는 각 화학종의 정압비열이며 $h_k(T_0)$ 는 기준 온도 T_0 에서의 절대엔탈피이다. 절대엔탈피는 생성 에너지를 비롯한 용융과 기화열을 반영하므로 식 (12)는 화학반응으로 인한 물질의 변화나 용해 및 기화로 인한 상(phase)변화에 따른 에너지 보존을 모두 만족하게 된다. 이상기체의 경우 절대엔탈피는 온도만의 함수이므로 식 (12)는 마하수와 온도만의 함수이다. 어떤 두 지점에 대하여 준1차원 유동을 해석하기 위해서는 식 (11)과 식 (12)를 연립하여 해를 구하면 된다. 엔탈피가 온도의 비선형 함수이므로 일반적인 경우 식 (12)는 비선형방정식이 되고 수치해법으로 해를 구해야 한다.

3.2. 등엔트로피 과정의 해석

엔탈피 h 는 이상기체의 경우 온도만의 함수로 주

어지고 비열(C_p) 또한 온도의 함수이다. 유동에서 온도변화가 작은 경우나 두 과정 사이의 평균비열을 적용하는 경우에 비열이 일정하다고 가정할 수 있다. 이 경우 열량적 완전기체(calorically perfect gas)가정에 해당하며 기준온도 T_0 에 대하여 엔탈피 h 는

$$h = C_p(T - T_0) + h^0(T_0)$$

가 된다. 여기서 $h^0(T_0)$ 는 온도 T_0 에서의 생성 엔탈피(Enthalpy of Formation)이다. 이것을 식 (12)의 양변에 대입하여 정리하면

$$C_p T_i + \frac{1}{2} \gamma_i R_i T_i M_i^2 + q = C_p T_e + \frac{1}{2} \gamma_e R_e T_e M_e^2 \quad (13)$$

이 되는데 여기서 $q = h_i^0(T_0) - h_e^0(T_0)$ 이며 변화과정 전후의 생성엔탈피 차이로서 연소과정의 경우는 발열량에 해당한다. 식 (13)의 양변을 $C_p T_i$ 으로 나누고 정리하면

$$1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_i R_i}{C_p} M_i^2 + \frac{q}{C_p T_i} = \frac{T_e}{T_i} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_e R_e}{C_p} M_e^2 \right)$$

이다. 만약 변화 과정 전후의 분자량이 같다고 가정하면 $R_i = R_e = R$ 이 되고 비열비 γ 의 정의에서 $C_p/C_v = \gamma$ 이고 이상기체에 대하여 $C_p - C_v = R$ 이므로 $C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$ 이 된다. 이것을 대입하여 정리하면

$$\frac{T_e}{T_i} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2 + \bar{q}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \quad (14)$$

이 된다. 여기서 $\bar{q} = q/(C_p T_i)$ 은 무차원화된 열량이고 식 (14)는 비열과 비열비가 일정할 때의 에너지 방정식이다. 만약 두 과정사이의 화학변화가 없고 열전달이 없는 단열과정의 경우는 $q=0$ 이므로 다음과 같이 더 간단한 형태가 된다.

$$\frac{T_e}{T_i} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \quad (15)$$

만약 유동이 마찰 또는 열전달등이 없는 가역과정을 통해 변화한다면 등엔트로피 과정을 적용할 수 있으며 다음의 등엔트로피 관계식을 만족한다.

$$\left(\frac{P_e}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_e}{\rho_i}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_e}{T_i}$$

식 (15)에 등엔트로피 관계식을 결합하면

$$\frac{P_e}{P_i} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (16)$$

$$\frac{\rho_e}{\rho_i} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (17)$$

가 성립한다. 연속방정식 (1)을 만족하므로

$$\frac{A_e}{A_i} = \frac{\rho_i u_i}{\rho_e u_e} = \frac{\rho_i M_i \sqrt{\gamma R T_i}}{\rho_e M_e \sqrt{\gamma R T_e}} = \frac{\rho_i M_i}{\rho_e M_e} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}}$$

이며 이것에 식 (15)와 식 (17)을 대입하면

$$\frac{A_e}{A_i} = \frac{M_i}{M_e} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (18)$$

이 유도된다. 만약 열량적 완전기체이고 등엔트로피 과정에 대하여 두 지점의 면적비를 아는 경우 식 (18)을 이용하여 마하수를 구하고 식 (15)~(17)를 이용하여 온도, 압력 밀도를 구할 수 있다. 등엔트로피 과정의 경우, 유동값이 마하수만의 함수로 주어지게 되어 해석이 매우 간단해 진다는 장점이 있다.

3.3. 램가속기의 가속성능 해석

램가속기는 가속관 내부에서 탄체의 속도를 증가

시키는 것을 목표로 하므로, 성능지표는 탄체의 추력, 탄체 가속도, 최종속도로 정할 수 있다. 추력을 구하기 위해서는 먼저 준1차원 유동해석을 통해 흡입구 후방, 연소실 후방, 노즐 출구의 유동조건을 구한다. 이후 식 (8)을 이용하여 각 부위에서의 추력 또는 항력을 구하여 합산하여 전체추력을 구하고 전체추력을 탄체질량(m)으로 나누어 가속도(α)를 구할 수 있다. 만약 탄체가 가속도 α 로 가속관 길이(S)만큼 등가속도 운동을 한다고 가정하는 경우에는 초기속도(u_0), 최종속도(u_f)에 대하여 등가속도 운동식 $2\alpha S = u_f^2 - u_0^2$ 을 이용하여 최종속도를 얻을 수 있다. 하지만 이 가속도는 초기 발사의 입구유동 속도에 대하여 구한 결과이므로 탄체가 가속하여 마하수가 증가하면 항력이 증가하고 가속도가 감소하게 된다. 탄체의 가속 효과를 고려하는 경우는, 탄체의 마하수 5.609를 시작으로 하여 마하수 5.7부터 6.8까지 마하수 0.1간격으로 가속도를 구하고 각 마하수의 구간에서 산술평균 가속도를 이용하여 최종 속도(u_f)를 구하였다. 이러한 방법을 사용하는 경우는 가속도가 각 마하수마다 다르므로 $2\alpha_{avg} S = u_f^2 - u_0^2$ 를 이용하여 평균가속도(α_{avg})를 구하였다.

4. 각 부분의 이론해석

Fig. 2는 이론계산의 모식도를 나타내고 있다. 램가속탄 입구유동부터 노즐 출구까지의 유동값을 하첨자 1~4를 적용하여 표시하고 흡입구 압축과정(①~②), 연소실 연소과정(②~③), 노즐 팽창과정(③~④)으로 나누어 이론해석을 구간별로 적용한다.

4.1. 흡입구 압축과정의 해석

램가속탄의 흡입구는 유동을 압축하여 연소실로 공급하는데, 압축에 필요한 힘은 항력으로 작용하게 된다. 따라서 입구유동 조건 M_1, P_1, T_1 으로부터 탄체 선두부 원추에 작용하는 항력(F)을 예측하고 연소실의 해석을 위해 흡입구의 출구조건 M_2, P_2, T_2

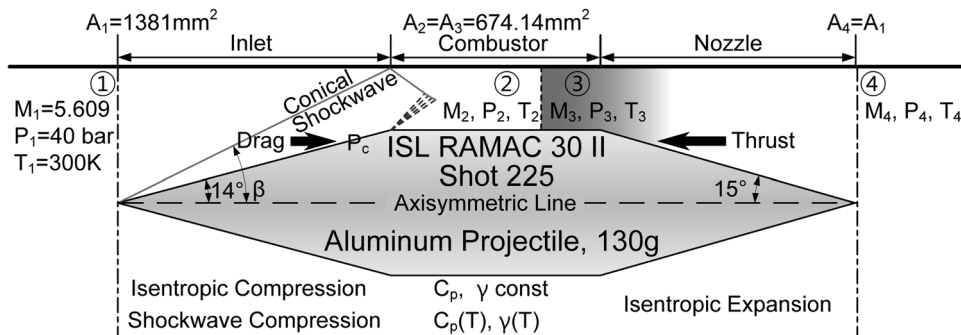


Fig. 2. 이론계산의 모식도.

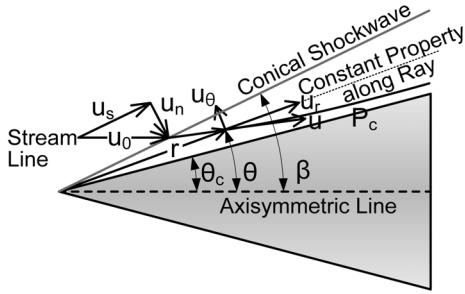


Fig. 3. 원추형 충격파 모식도.

를 구할 필요가 있다.

탄체의 선두부는 원추형이며 초음속 유동에서 원추형 충격파를 생성한다. Fig. 3은 원추형 충격파의 모식도인데 충격파 후면은 수많은 원추형 층에 의해 연속적으로 유동이 압축되며 하나의 층에 대하여 성질이 일정하다. 원추형 충격파는 Taylor와 Maccoll[7]에 의하여 상미분 방정식으로 표현되었으며 이 방정식을 Taylor-Maccoll 방정식이라 한다. Fig. 3에서 u 는 속도, u_r 은 층방향 속도, u_θ 는 반경방향 속도이며 $u_\theta = \frac{du_r}{d\theta}$ 로 계산된다. 엔탈피 h 대해서 $\frac{u_{\max}^2}{2} = h + \frac{u^2}{2}$ 로 정의하면, $\tilde{u}_r = u_r/u_{\max}$ 로 무차원화 할 수 있다. 이상을 이용하여 Taylor-Maccoll 방정식을 표현하면 다음과 같다[8].

$$\frac{\gamma-1}{2} \left[1 - \tilde{u}_r^2 - \left(\frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} \right)^2 \right] \left[2\tilde{u}_r + \frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} \cot\theta + \frac{d^2\tilde{u}_r}{d\theta^2} \right] - \frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} \left[\tilde{u}_r \frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} + \frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} \frac{d^2\tilde{u}_r}{d\theta^2} \right] = 0$$

원추형 충격파를 해석하기 위해서는, 먼저 충격파 각도 β 를 가정하고 속도 u_0 에서 충격파면에 수직한 속도(u_n)와 마하수(M_{n1})를 구한다. 충격파 후면의 수직방향 마하수(M_{n2})는 다음의 수직 충격파 관계식을 이용하여 구한다.

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_{n1}^2 - 1}$$

충격파 후면의 꺾임각과 후면의 마하수(M_s) 역시 M_{n1} 을 이용하여 수직충격파의 해법으로부터 구할 수 있으며 충격파 후면의 압력(P_s)은 다음의 식으로 얻는다.

$$\frac{P_s}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_{n1}^2 - 1)$$

충격파 후면의 속도를 초기값으로 하여 Taylor-Maccoll 방정식을 Runge-Kutta같은 상미분 방정식의 해법을 이용하여 해석하면 $\tilde{u}_\theta = 0$ 이 되는 θ 가 β 에 대한 원추각 θ_c 이다. 원하는 $\theta_c = 14^\circ$ 를 얻도록 반복적으로 계산을 수행하여 원추 표면의 속도와 마하수(M_c)를 얻고 충격파 후방 이후는 등엔트로피 과정을 따르므로 식 (16)을 이용하여 M_s, M_c, P_s 로부터 표면 압력 P_c 를 얻는다.

준1차원 유동의 해석을 위해 흡입구 출구유동조건을 결정하여야 하는데 원추형 충격파 후방의 유동은 반경방향으로 값이 변화하므로 다음과 같이 준1차원 출구유동의 평균치를 결정한다. 먼저 입구유동 조건 $M_1, P_1, T_1, \gamma = 1.4$ 에 대하여 Taylor-Maccoll 방정식을 해석하여 선두부 원추 표면의 압력(P_c)을 구하면 157.75 bar이며 이 압력에 탄체의 단면적을 곱하면 $F = -11150.5$ N을 구할 수 있다. 운동량 방정식 (11)에 대하여 흡입구 항력 $\bar{F} = F/(P_1 A_1)$ 을 대입하면

$$(1 + \gamma_1 M_1^2) + \bar{F} = (1 + \gamma_2 M_2^2) \frac{M_1 \sqrt{\gamma_1 R_2 T_2}}{M_2 \sqrt{\gamma_2 R_1 T_1}}$$

이며 여기에 에너지 방정식을 연립하여 M_2 와 T_2 을 얻을 수 있다. 비열과 비열비가 온도의 함수인 경우는 에너지 방정식인 (12)를 적용하고 평균비열비를 사용하는 경우는 더 단순화된 에너지 방정식 (15)를 적용한다. 구해진 M_2 를 식 (10)에 대입하면 압력 P_2 를 구할 수 있다. 여기서 구해진 유동값을 이후 연소 과정의 해석에 적용하면 된다.

흡입구 유동을 등엔트로피 압축으로 가정하여 해석을 시도할 수도 있다. 하지만 등엔트로피 압축은 충격파 압축의 손실을 무시하므로 등엔트로피 압축으로 해석하는 경우는 추력이 과대평가 된다. ISL의 해석[4]에서는 이러한 단점을 보완하기 위해서 등엔트로피 압축의 유동값을 사용하되 탄체 선두부의 항력은 충격파의 항력으로 대체하는 방법을 이용하였다. 하지만 이 방법 역시 충격파 후면의 유동값을 고려하지 않는다.

흡입구의 압축과정을 단순하게 등엔트로피 과정으로 가정하면 면적비에 따라 마하수가 결정되고 유동의 값이 마하수의 함수로 표현된다. 흡입구와 연소실의 면적비 A_2/A_1 를 알고 있으므로 식 (18)에서

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

M_2 를 구하고 이를 이용하여 식 (16)을 이용하여 P_2 를

구한다.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

이어서 식 (15)를 이용하여 T_2 를 구한다. 유동값을 구하였으므로 항력을 구할 차례이다. 식 (8)에 M_1 , M_2 와 P_1 , P_2 를 대입하여 흡입구 항력을 구할 수 있다.

$$F = (1 + \gamma M_2^2) P_2 A_2 - (1 + \gamma M_1^2) P_1 A_1$$

동일한 입구유동 조건 M_1 , P_1 , T_1 , $\gamma=1.4$ 과 흡입구 면적비 $A_2/A_1=0.4881$ 에 대하여 해석을 수행하면 $F=-4679.16$ N을 얻게 된다. 등엔트로피 압축의 경우, 원추형 충격파 압축보다 흡입구의 항력이 42%에 불과하며, 등엔트로피 가정을 통하여 흡입구를 해석하는 경우는 항력을 과소평가하므로 추력 및 가속도를 과대평가한다.

4.2. 연소실의 연소과정 해석

4.2.1. 연소화학 반응

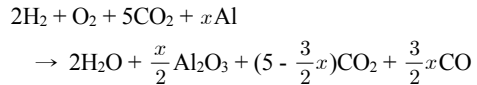
본 연구의 가연성 예혼합 기체 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 에서 CO_2 가 반응에 참여하지 않는다고 가정하면, H_2/O_2 의 화학반응만을 고려하면 되고 최종생성물은 $2H_2O + 5CO_2$ 이다. 이 경우 반응대상인 화학종이 완전히 연소생성물로 변화하므로 완전연소라고 하며, 에너지 방정식 (12)의 좌변의 화학조성은 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 이고 우변의 화학조성은 $2H_2O + 5CO_2$ 이다. 완전연소의 경우 온도나 압력에 상관없이 화학조성이 결정되지만 고온에서 연소생성물은 해리반응을 일으키고 온도와 압력에 따라 화학종의 조성이 달라진다. 화학반응 생성물의 Gibbs 에너지가 최소화될 때 화학반응은 평형을 이루며 이 경우 화학평형상태라고 한다. 화학평형상태를 고려하여 연소과정을 해석하는 NASA의 CEA2 코드[9]를 사용하여 초기온도 300 K, 40 bar에 대하여 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 의 정압 연소화학반응을 계산한 결과, 화학반응 결과물의 대부분은 H_2O 와 CO_2 였으며 그 외의 분자는 극소량이었으므로 연소결과가 완전연소라고 가정해도 거의 오차가 없다.

탄체의 용융에 의해 알루미늄이 연소실에 추가되어 반응하는 경우는 알루미늄의 산화에 추가적인 산소가 필요하다. 이 경우를 CEA2로 계산한 결과, 화학반응후의 분자는 대부분이 H_2O , Al_2O_3 , CO , CO_2 였으며 그 외의 분자는 극미량이었다. 이로부터 알루미늄의 산화에 필요한 산소원자의 부족분만큼 CO_2 가 CO 와 O 로 해리되어 공급되는 것을 알 수 있

Table 2. 각 화학반응의 발열량(q) [J/mol]

화학조성	발열량 [J/mol]	증가비
$2H_2 + O_2 + 5CO_2$	60456	-
$2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.15Al$	66952	10.7%
$2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.3Al$	73213	21.1%

었다. 이상에서 본 연구의 화학반응은 다음의 화학식으로 일반화 할 수 있었다.



알루미늄 연소가 없는 경우 $x=0$ 이며 이상의 화학반응에 대한 발열량(q)을 Table 2에 정리하였다.

4.2.2. 온도에 따른 비열, 비열비

비열은 온도가 높아질수록 그 값이 크게 증가하며 연소과정처럼 온도의 변화가 큰 경우는 비열을 온도의 함수로 취급하는 것이 더 정확한 결과를 얻을 수 있다. 비열이 온도의 함수이므로 비열비 역시 온도의 함수로 주어진다.

비열을 온도의 함수로 표현하는 경우는 정압비열을 온도의 다항식 형태로 보간된 데이터[10]를 사용하였다. 이 경우, 에너지 방정식 (12)와 운동량 방정식 (11)을 연립하여 연소후의 유동값을 구할 수 있다. 이 때 연소실은 단면적이 일정하므로 추력이나 항력이 없어 $\bar{F}=0$ 이다.

비열을 더욱 단순하게 모델링하는 방법은 연소 전후 온도에 해당하는 비열의 평균비열을 이용하는 것이다. 하지만 연소 후의 온도를 정확히 알고 있어야 정확한 평균비열을 얻을 수 있다. 본 연구에서 연소후의 화학종인 $2H_2O + 5CO_2$ 에 대하여 연소 전의 온도 300 K과 연소 후 온도 추정치 2500 K에 대하여 비열을 산술평균하여 적용하였으며 Table 3에 비열을 정리하였다. 평균비열을 사용하는 경우는 운동량 방정식 (11)에서 $\bar{F}=0$ 으로 두고 에너지 방정식 (14)를 연립하여 연소후의 유동값을 구할 수 있다.

4.3. 노즐의 팽창과정 해석

노즐에서는 기연기체가 팽창을 거쳐 추력이 발생

Table 3. 각 온도에서의 비열과 평균비열 [J/mol·K]

화학종	비열(300 K)	비열(2500 K)	평균비열
H_2O	33.596	54.777	44.187
CO_2	37.220	61.443	49.332
$2H_2O + 5CO_2$	36.185	59.538	47.862

한다. 노즐의 입구로부터 노즐 출구까지의 과정은 초음속 팽창과정이며, 등엔트로피 팽창으로 가정할 수 있다. 계산과정은 흡입구의 등엔트로피 압축과정과 동일한 방법을 따른다. 노즐의 입구와 출구 면적 비로부터 식 (16), (18)을 이용하여 출구 마하수, 압력을 계산하고 식 (8)을 이용하여 추력을 구한다.

5. 이론해석의 예제

5.1. 등엔트로피 압축

램가속탄의 전체 해석과정에 대하여 비열은 평균 비열을 적용하고 비열비는 1.4를 적용하였으며 흡입구에 등엔트로피 압축, 노즐에 등엔트로피 팽창을 적용하였다. 연소과정은 운동량 방정식 (11)과 에너지 방정식 (14)를 적용하여 연소 후 유동값을 구하였다. 노즐 추력과 흡입구 항력의 차이로부터 추력과 가속도를 구하고 등가속도 운동을 가정하여 최종속도를 구하였다. 이 경우는 가장 간략화된 이론해석 방법으로서 해석의 정확도는 낮지만 해석이 간편하고 각종 손실을 무시하므로 이론해석의 최대치를 알 수 있는 특징이 있다.

5.2. 충격파의 항력만 고려

5.1절의 해석에서 흡입구의 항력을 원추형 충격파 후면의 항력으로 대체한 경우이다. ISL의 램가속탄 이론해석[4]에서 이 방법이 이용되었다. 충격파의 항력을 고려하되 유동의 값을 등엔트로피 과정의 그것을 이용하여 계산과정이 간단한 반면 충격파 후면 유동값의 평균을 고려하지 않는다. 이전 절과 동일하게 비열은 평균비열, 비열비는 1.4를 사용하였다.

5.3. 충격파 후방 유동평균 고려

5.2절의 방법이 충격파의 항력만을 고려한데 비해 충격파 항력으로부터 원추형 충격파의 후면 유동의 평균값을 구하여 연소실 입구유동에 적용한 경우이다. 평균비열을 사용하며, 비열비는 1.4를 적용하였다.

5.4. 비열과 비열비를 온도의 함수로 고려

5.3절의 과정에 대하여 비열과 비열비를 각각의 화학종에 대하여 온도의 함수로 고려하였다. 비열이 온도의 함수로 주어지면 에너지 방정식은 (12)를 사용해야 하며 운동량 방정식은 (11)로서 동일하다.

5.5. 알루미늄 열량효과를 고려(0.3Al)

5.4절까지의 해석은 알루미늄 탄체의 용융에 따른 알루미늄 연소효과를 고려하지 않았다. 만약 이 효과를 고려하면 알루미늄의 발열량이 추가되어 더 높은 추력이 발생할 것으로 기대할 수 있다. 이전절의 계산과정을 그대로 이용하되 흡입구까지는 $2H_2 + O_2 + 5CO_2$ 에 대하여 계산을 수행하고 연소실에서 알루미늄이 추가되어 $2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.3Al$ 이 된다고 가정하여 연소후의 유동값을 구하고 노즐 출구까지 계산을 수행하였다.

5.6. 알루미늄 열량효과를 고려(0.15Al)

5.5절의 해석은 실험결과와 최대가속도와 유사할 정도로 알루미늄이 추가된 경우이며 실험의 최종 속도를 훨씬 상회하는 가속도 값을 갖는다. 이 예제는 실험의 초기 가속도와 유사하도록 $2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.15Al$ 로 알루미늄 연소효과를 제한한 경우이다.

5.7. 탄체의 점진적인 가속 고려

앞선 해석들은 탄체 가속에 따른 입구유동속도 증가를 고려하지 않은 해석이었다. 이번 절에서는 이전 절의 해석 절차를 적용하되 마하수 5.609를 시작하여 마하수 5.7로부터 6.8까지 0.1을 간격으로 각각의 마하수에 대하여 가속도를 계산하였다. 초기 마하수로부터 더 높은 마하수까지의 계산에 산술평균 가속도를 적용하여 탄체의 가속효과를 고려하였다.

6. 이론해석결과 토론

이론해석 예제에 대하여 각 조건과 그에 따른 성

Table 4. 이론해석의 예제 및 성능

예제번호	비열(C_p), 비열비(γ)	흡입구	연소과정	노즐	가속도	최종속도
1	평균비열, $\gamma = 1.4$	등엔트로피 압축	$2H_2 + O_2 + 5CO_2$	등엔트로피 팽창	21203.6 G	2288 m/s
2		등엔트로피 압축 충격파 항력			16125.9 G	2181 m/s
3		충격파 압축			18916.8 G	2240 m/s
4	온도의 함수 $C_p(T), \gamma(T)$	충격파 압축	$2H_2 + O_2 + 5CO_2$		11625.3 G	2082 m/s
5			$2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.3Al$		16078.4 G	2180 m/s
6			$2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.15Al$		13811.4 G	2131 m/s
7			$2H_2 + O_2 + 5CO_2 + 0.15Al$		12413.8 G	2099 m/s

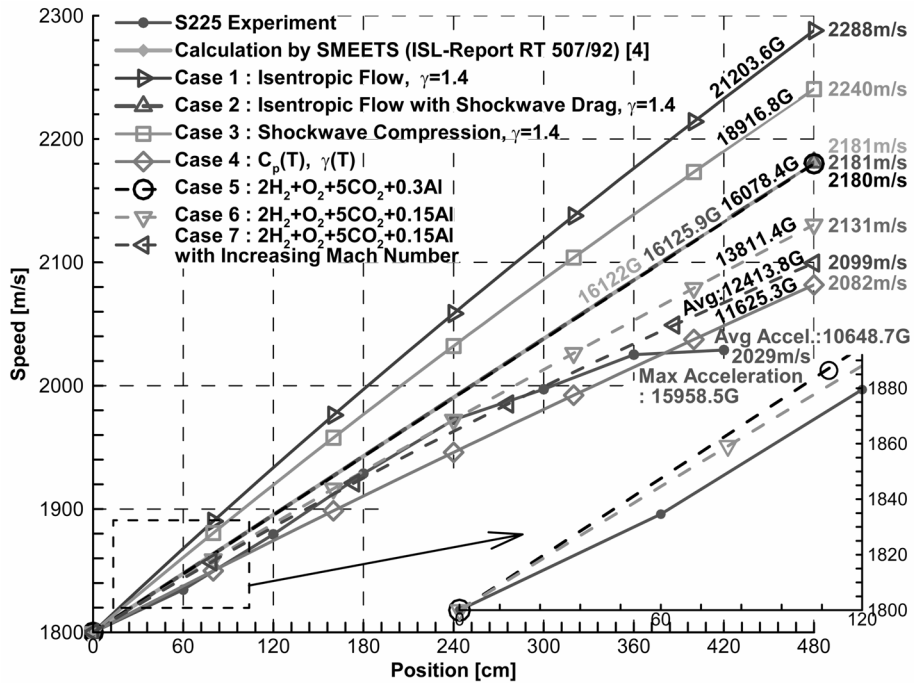


Fig. 4. 이론해석 및 실험의 속도 결과.

능을 Table 4에 정리하고 최종속도를 ISL의 실험결과 및 계산결과[3~5]와 비교하여 Fig. 4에 도시하였다. Table 4에서 탄체의 마하수가 증가하며 가속도가 감소하는 예제 7의 경우는 평균가속도를 사용하였다. Fig. 4에서 가장 높은 기울기(가속도)를 가진 것은 예제 1이며 충격파 유동의 항력을 고려한 예제 2는 실험결과와 상당히 가까운 값이 된다. 예제 2의 결과는 ISL의 이론해석결과[4]와 일치한다. 충격파 후방 유동의 평균값을 사용한 예제 3은 그 성능이 예제 2에 비해 더 높다. 같은 면적비에서, 충격파의 경우가 등엔트로피 과정에 비해서 더 높은 압축률을 보인다. 압축률이 높으면 더 많은 추력을 얻을 수 있지만 충격파의 손실이 압축률 상승으로 인한 추력 증가를 상회하므로 순 추력이 증가하지 않는다. 그러므로 예제 1은 예제 3보다 더 높은 추력을 갖는다. 예제 2는 충격파와 동일한 항력을 가지지만 등엔트로피 압축의 유동값을 사용하므로 충격파의 높은 압축률이 반영되지 않아 노즐에서의 추력은 예제 3보다 작다. 그런데 선두부 항력은 예제 3의 값을 사용하므로 예제 2의 가속도는 예제 3보다 더 낮다.

충격파 후면의 평균값을 고려한 예제 3이 ISL의 해석[4]에 비해 더 높은 값을 보이는 반면 온도에 따른 비열과 비열비를 고려한 예제 4는 훨씬 낮은 성능을 보인다. 예제 1~3의 해석에서 사용한 평균비열은 $47.862 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ 인데, 예제 4의 결과에서 연소후의 온도는 약 2000 K 였으며 엔탈피를 기준으로 한 평균비

열은 약 $50 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ 였다. 비열을 과소평가하는 경우 동일한 열량에 대하여 더 높은 온도상승을 예측하고, 연소실 압력 역시 높게 예측하므로 추력이 과대평가 되는 결과를 가져온다. 또한 예제 1~3에서는 공기의 비열비 1.4를 이용하는데 비해서 예제 4에서 입구유동의 비열비는 약 1.32이며 연소후의 비열비는 약 1.27까지 하락한다. 비열비가 높은 경우 같은 면적비에서도 더 높은 압축률을 가지며 연소실에 공급되는 기체의 압력 역시 더 높아 추력이 증가하는 특성을 보이는데 작은 비열비의 변화에도 압축률은 매우 민감하게 변한다. 이상에서 보듯 ISL의 해석[4]은 예제 4에 비해서 더 낮은 비열을 사용하여 온도상승을 과대평가하고 더 높은 비열비를 사용하여 흡입구의 압축을 과대평가하여 결과적으로 추력을 과대평가 하였다.

알루미늄의 열량효과를 추가한 예제 5, 6의 경우 예제 4에 비하여 성능이 증가하는 것을 보이는데, 이것은 알루미늄의 연소에 의해 발열량이 증가하고 연소 후 온도와 압력이 상승하여 노즐의 추력이 증가되기 때문이다. 알루미늄이 첨가된 연소반응을 가정하였을 때 Shot225실험과 비견될만한 가속도를 얻는 사실로부터 가속관 기체의 발열량에 더하여 알루미늄 반응 열량이 작용하였을 유추할 수 있다. 예제 5의 가속도는 실험에서의 가장 높은 가속도와 유사한 것으로 보아 알루미늄의 최대 기여도는 약 0.3Al 정도인 것으로 추정할 수 있다. 또한 예제 6은 실험 초기의 속도분포와 유사한 속도를 보이는데 실험 초

기의 평균적인 알루미늄의 기여도가 약 0.15Al 정도임을 추정할 수 있다. 과거 ISL의 해석[4]에서는 흡입구 등엔트로피 압축, 평균비열, $\gamma = 1.4$ 의 가정하에 가속관 예혼합 기체($2H_2 + O_2 + 5CO_2$)의 열량만으로 실험과 거의 동일한 이론 가속도를 얻었으므로 알루미늄의 열량적인 기여효과가 거의 없는 것으로 결론지었다. 하지만 알루미늄이 첨가되지 않은 경우의 엄밀한 해석인 예제 4에서 보듯 그 성능이 실험에 훨씬 못 미치는 것을 확인할 수 있다. 반면 0.15Al 추가를 고려한 예제 5와 6이 각각 실험의 평균적인 성능 추세와 실험의 최대 가속도를 따라간다. Table 2의 발열량을 참고하면 0.15Al과 0.3Al에 의한 발열량 증가가 약 11%와 21%이므로 실제 실험에서는 평균적으로 약 11%의 열량증가가 있었으며 순간적으로 최대 약 21%의 열량기여가 있었음을 추정할 수 있다. 이로부터 ISL의 해석결과[4]와 달리 Shot225 실험에서 알루미늄의 열량 기여가 상당함을 알 수 있었다.

마하수 증가에 따른 가속도의 변화를 살펴본 예제 7의 경우는 마하수가 증가할수록 가속도가 감소하는 결과를 보였다. 이는 마하수가 높을수록 탄체 선두부의 항력이 증가하고 충격파가 강해져 손실이 증가하기 때문이며, 평균가속도는 예제 6에 비하여 약 10%의 감소했다.

7. 결론

단순한 모델링을 배제한 엄밀한 준1차원 해석법을 이용하여 초폭굉 모드 램가속기의 성능해석결과를 ISL의 실험결과와 비교한 결과, 예혼합 기체의 반응열량에 비하여 알루미늄 연소에 의한 열량 증가가 평균적으로 11% 정도이며 순간적으로는 21% 정도에 이르는 것으로 보인다. 본 연구의 결과가 점성이나 기타 손실을 무시한 결과임을 감안하면 그 이상의 알루미늄 열량 기여가 있을 수 있었다고 사료된다.

상당수의 이론계산들에서 비열비가 일정한 열량적 완전기체에 대하여 등엔트로피 가정을 통하여 해석을 수행하는 경우가 많은데, 이것은 이러한 가정하에서 유동값이 마하수만의 함수로 표현되어 해석이 매우 간단해지기 때문이다. 본 연구에서는 준1차원 해석에 근거한 충격파 유동과 온도에 따른 비열, 비열비를 고려하는 엄밀한 이론해석법을 제시하였다. 이에 더하여 알루미늄 연소반응의 효과를 추가하여 실험결과와 매우 유사한 결과를 얻었으며 이로부터 실험결과의 정확한 분석이 가능하였다.

후 기

본 연구는 미래창조과학부의 재원으로 시행하는 한국연구재단 국제협력사업(2012K1A3A7A03049614)의 지원으로 수행된 연구결과이며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] A. Hertzberg, A. P. Bruckner, and D. W. Bogdanoff, "Ram Accelerator: A New Chemical Method for Accelerating Projectiles to Ultrahigh Velocities", *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 2, Feb 1988, pp.195-203.
- [2] D. W. Bogdanoff, "Ram Accelerator Direct Space Launch System : New Concepts", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 8, No. 2, March-April 1992, pp. 481-490.
- [3] F. Seiler, G. Patz, G. Smeets, J. Srulijes, "Influence of Projectile Material and Gas Composition on Superdetonative Combustion in ISL's RAMAC 30", *AIAA paper 98-3445*, 1998.
- [4] G. Smeets, F. Gatau, J. Srulijes, "Rechenprogramm für Abschätzungen zur Ram-Rohrbeschleunigung", *ISL-Report RT 507/92*, 1992.
- [5] F. Seiler, G. Patz, G. Smeets and J. Srulijes, "Progress of Ram Acceleration with ISL's RAMAC30", *Journal de Physique IV*, Vol 10, PR11-2000, Nov 2000, pp. 31-40.
- [6] J.-Y. Choi, I.-S. Jeung and Y. Yoon, "Numerical Study of Scram Accelerator Starting Characteristics", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 6, June 1998, pp.1029-1038.
- [7] G. I. Taylor, J. W. Maccoll, "The Air Pressure on a Cone Moving at High Speeds", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, Vol 139, Feb 1933, Issue 838, pp. 278.
- [8] J. D. Anderson, "Modern Compressible Flow: With Historical Perspective", McGraw-Hill, 1990.
- [9] B. J. McBride, M. J. Zehe, and S. Gordon, "NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species", *NASA/TP-2002-211556*, 2002.
- [10] B. J. McBride and S. Gordon, *NASA-GLENN Chemical Equilibrium Program CEA2*, <http://www.grc.nasa.gov/www/CEAWeb>.