

유한광선추적을 이용한 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 해석

김봉식¹, 김건우¹, 최다신¹, 박우상^{1,a}

¹ 인하대학교 전자공학과

Optical Analysis for the Autostereoscopic Display with a Lenticular Array Using Finite Ray Tracing

Bong-Sik Kim¹, Keon-Woo Kim¹, Da-Shin Choi¹, and Woo-Sang Park^{1,a}

¹ School of Electronics Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

(Received February 5, 2014; Revised February 20, 2014; Accepted February 24, 2014)

Abstract: We propose an analysis method of an autostereoscopic display system with lenticular lens array using finite ray-tracing method that is verified by the geometrical optics. In the present work, we adopt the cylinder equation for the mathematical expression of the lenticular lens. For the calculation of the direction cosine of the transmitted ray, we first calculate the refracting point at bottom of the lens and the direction cosine of the incident ray that propagating through the lens by the Snell's law, and then apply to finite ray-tracing method. Finally, we obtain the simulation results for the intensity distribution of the ray at optimal viewing distance. From these results, we confirm the realization of 3D image that exists separately according to the viewing position at an optimal viewing distance.

Keywords: Autostereoscopic display, Lenticular lens, Finite ray-tracing

1. 서론

최근 연구, 개발이 진행되고 있는 무안경식 3차원 기술 중 렌티큘러 렌즈 (lenticular lens) 방식은 좌, 우 영상의 분리가 렌즈를 통하여 이루어지기 때문에 영상의 밝기 저하가 없으며, 스위칭 셀 (switching cell)을 이용하여 2차원, 3차원 영상 모두 시청이 가능하다는 장점이 존재한다 [1]. 이를 바탕으로 다양한 해석 방법들이 소개되고, 검증이 이루어지고 있는 상황이다 [2-4].

본 연구에서는 기하 광학적으로 정확한 광선 추적이 가능한 유한광선추적 이론을 적용하여 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 해석 방법을 제안하고, 그 결과의 타당성에 대해 검토하였다. 렌즈의 바닥에 입사하는 빛에 대하여 스넬의 법칙을 적용하고, 렌즈 내부를 진행하여 경계면으로 투과하는 빛에 대하여 유한광선추적 이론을 적용하여 계산하였다. 단일 렌즈에 대하여 광선추적 시뮬레이션을 수행한 후 패널의 수평면에 대하여 확장하였으며, 최적 시청거리에서의 조도 분포를 확인하였다. 시뮬레이션 결과를 통하여 렌티큘러 렌즈 설계 시 계산되었던 특성값과 동일하게 좌, 우 영상이 최적 시청거리에서 눈 간 거리만큼 분리되고 있음을 확인하였고, 3차원 영상이 제대로 구현되고 있음을 나타내었다.

a. Corresponding author; wspark@inha.ac.kr

2. 실험 방법

2.1 시뮬레이션

렌티큘러 렌즈의 해석을 위한 패널과 렌즈의 특성을 표 1에 나타내었다. 렌티큘러 렌즈의 특성 값들은 패널을 결정한 뒤, 패널의 변수들을 이용하여 기하광학 방법으로 계산된 값들이다. 4.5" HD RGB stripe wide 패널에 적용된 렌티큘러 렌즈의 피치는 154.02 μm , 초점 거리는 337.21 μm , 눈간 거리는 65 mm, 시뮬레이션에는 -15° 부터 15° 까지의 각도를 입사각으로 사용하였다 [5].

그림 1은 본 연구의 해석 방법을 적용하기 위해 사용된 렌티큘러 렌즈의 좌표와 입사광에 대한 모식도를 나타낸다. 패널 상의 점 P_i 에서 출발한 광선은 렌즈 바닥의 점 P_{-1} 에 도달하고, 렌즈 내부를 진행하여 렌즈의 경계면 상의 점 P_r 에 도달한다. 이때, 렌즈의 경계면에서 굴절이 일어나게 되며 렌즈를 통과한 굴절광은 공기 중으로 진행하게 된다.

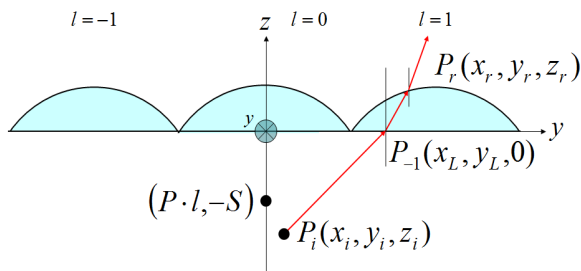


Fig. 1. Schematic illustration of the ray-tracing for 2D lenticular lens. The ray incident from the bottom of the lens is propagated through the plane of refraction.

패널에 적용된 렌티큘러 렌즈를 표현하기 위하여 원기둥 방정식을 이용하였다.

$$(y - P \cdot l)^2 + (z + S)^2 = R^2. \quad (1)$$

P 는 렌즈의 피치, S 는 렌즈의 바닥에서부터 곡률 중심까지의 거리, R 은 렌즈의 곡률반경, l 은 단일 렌즈의 번호를 의미한다. 렌티큘러 렌즈에 유한광선추적 방법을 적용하기 위하여 출발점의 좌표, 렌즈 내부를 진행하는 광선의 방향 코사인이 우선적으로 계산되어야 한다 [6]. 따라서 패널에서의 점 P_i 로부터

Table 1. Specification of the display panel and design parameters of the lenticular lens array.

Parameter	Value
Panel Size	4.5"
Resolution	HD(1,280×720)
Pixel Structure	RGB stripe
Pixel Pitch	77.1 μm
Optimum Viewing Distance	30 cm
Number of view	2
Focal Length	118.57 μm
Eye Distance	65 mm
Lens Pitch	51.38 μm
Incident Angle	-15° to 15°

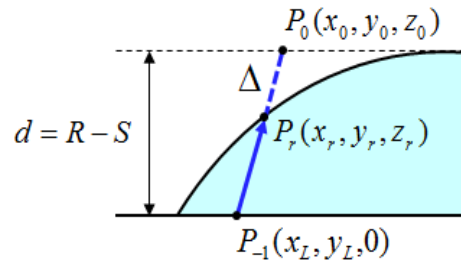


Fig. 2. Schematic illustration of the finite ray-tracing for a single lenticular lens.

출발한 광선이 렌즈 바닥의 점 P_{-1} 로 입사할 때 입사각을 이용하여 점 P_{-1} 의 좌표를 계산하고, 스넬의 법칙을 적용하여 렌즈 내부를 진행하는 광선의 방향코사인을 계산하였다. 이를 이용하여 점 P_{-1} 에서 점 P_r 로 광선이 진행할 때, 유한광선추적 방법을 적용하여 렌즈의 경계면상의 점 P_r 에서 굴절되는 광선의 방향 코사인을 계산하였다.

그림 2는 유한광선추적 방법을 적용하기 위한 단일 렌즈의 모델링을 나타내며, 점 P_0 와 점 P_r 은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_0 &= x_L + \frac{L_L}{N_L} d, \\ y_0 &= y_L + \frac{M_L}{N_L} d, \\ z_0 &= d. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_r &= x_0 + L_L \Delta, \\ y_r &= y_0 + M_L \Delta, \\ z_r &= d + N_L \Delta. \end{aligned} \quad (3)$$

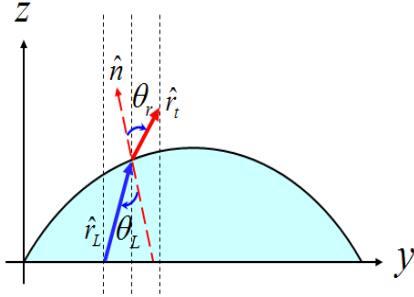


Fig. 3. Schematic drawing for calculating the direction cosine of a refracting ray at lens boundary.

여기서 d 는 렌즈의 두께를 나타내며, (L_L, M_L, N_L) 은 렌즈 내부를 진행하는 광선의 방향코사인을 의미한다. 점 P_0 에서 점 P_r 까지 거리 Δ 는 식 (3)을 식 (1)에 대입하여 얻은 다음의 식 (4)를 이용하여 계산할 수 있다.

$$(L^2 + N^2)\Delta^2 + 2(LF + NG)\Delta + (F^2 + G^2 - R^2) = 0. \quad (4)$$

$$F = x_0 - P \cdot l,$$

$$G = d + S. \quad (5)$$

위 식 (3)과 (4)를 이용하여 렌즈의 경계면 상의 점 P_r 을 계산할 수 있다.

그림 3은 경계면의 점 P_r 에서의 법선벡터 \hat{n} 과 렌즈 내부 진행광의 방향벡터 \hat{r}_L , 굴절광의 방향벡터 \hat{r}_r , 각각의 방향벡터가 법선벡터로부터 기울어진 각도 θ_L, θ_r 을 표현한 모식도를 나타낸다. 굴절된 광선의 방향코사인을 계산하기 위하여 \hat{r}_L 과 \hat{r}_r 을 이용하여 스넬의 법칙을 적용한다.

$$n_{lens}(\hat{r}_L \times \hat{n}) = n_{air}(\hat{r}_r \times \hat{n}). \quad (6)$$

식 (6)의 n_{lens} 는 렌즈의 굴절률, n_{air} 는 공기의 굴절률을 의미하며, $\hat{r}_L, \hat{r}_r, \hat{n}$ 은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{r}_L &= L_L \hat{i} + M_L \hat{j} + N_L \hat{k}, \\ \hat{r}_r &= L_r \hat{i} + M_r \hat{j} + N_r \hat{k}, \\ \hat{n} &= \alpha \hat{i} + \beta \hat{j} + \gamma \hat{k}. \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)의 (α, β, γ) 는 식 (1)의 렌즈 함수에 그래디언트를 취하여 얻은 렌즈 경계면 법선벡터의 각 성분을 의미하며, (L_r, M_r, N_r) 은 렌즈 경계면에서 굴절된 광선의 방향코사인을 의미한다.

식 (6)과 (7)을 이용하여 렌티큘러 렌즈 경계면 상의 점 P_r 에서 굴절된 광선의 방향코사인을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} n_{air}L_r &= n_{lens}L_L + \alpha(n_{air}\cos\theta_r - n_{lens}\cos\theta_L), \\ n_{air}M_r &= n_{lens}M_L + \beta(n_{air}\cos\theta_r - n_{lens}\cos\theta_L), \\ n_{air}N_r &= n_{lens}N_L + \gamma(n_{air}\cos\theta_r - n_{lens}\cos\theta_L). \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)의 결과를 이용하여 기하광학적으로 검증된 유한광선추적 방법이 적용된 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 광학적 해석이 가능하다.

마지막으로, 굴절광의 방향코사인 (L_r, M_r, N_r) 을 이용하여 렌즈를 통과한 광선의 추적 시, 패널 상의 출발점 P_i 에 대응되는 픽셀의 좌, 우 영상을 판별하기 위하여 다음의 식을 이용한다.

$$P_n(y) = \frac{y_i}{P_p}. \quad (9)$$

$$view(y) = \text{remainder of } \left(\frac{P_n(y)}{N_{view}} \right). \quad (10)$$

식 (9)에 픽셀 피치 P_p 를 대입하여 점 P_i 에 대응되는 픽셀이 패널 중앙의 픽셀로부터 몇 번째 픽셀인지를 의미하는 $P_n(y)$ 을 계산할 수 있다. 식 (10)은 패널 상의 좌표에 해당하는 영상의 종류를 판별하는 식을 의미한다. 식 (9)를 (10)에 대입하고 영상의 개수 N_{view} 를 결정하면, $P_n(y)/N_{view}$ 의 나머지 값으로 패널 상의 좌표에 해당하는 영상의 종류 $view(y)$ 를 판별할 수 있다. 픽셀의 모양, 배열의 형태에 대한 정보를 반영하여 식 (9)와 식 (10)을 적용할 경우, 패널의 종류에 무관하게 해석이 가능하다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 기하 광학적으로 정확한 광선 추적이 가능한 유한광선추적 방법을 적용하여 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 해석 방법을 제

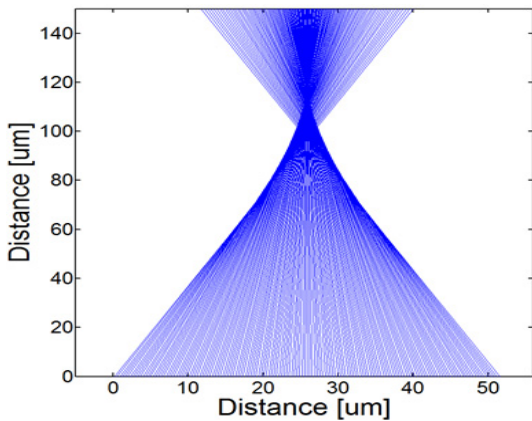


Fig. 4. Results of the ray-tracing for the single lens. The focal length is well coincided with that obtained using the geometrical optics.

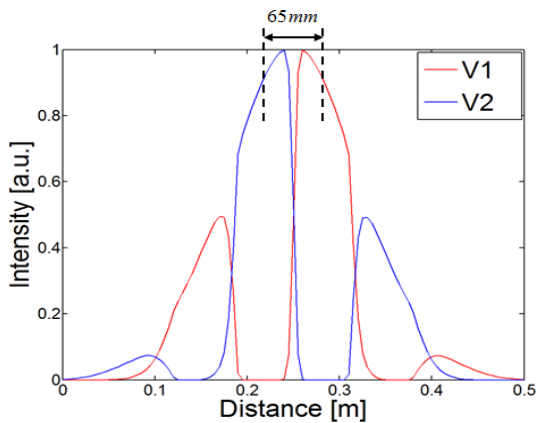


Fig. 5. Light intensity at an optimum viewing distance by expanding the results of the single lens to the horizontal plane of the display panel.

안하였다. 시뮬레이션에는 렌티큘러 렌즈 기반 4.5" HD RGB stripe 2-view wide 패널을 이용하였으며, 좌, 우 영상이 최적 시정거리에서 눈간 거리만큼 떨어져 분포하도록 패널의 변수들을 고려하여 렌티큘러 렌즈의 특성 값을 계산하였다.

그림 4는 단일 렌즈의 광추적 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 가로축은 렌즈의 피치 51.38 μm 를 의미하며, 세로축은 빛의 진행 거리를 나타낸다. 유한광선추적 방법은 기하 광학적으로 정확한 광추적 결과를 제공하기 때문에 시뮬레이션 결과와 표 1에 나타난 이론상의 초점 거리가 동일하게 118.57 μm 임을 확인할 수 있으며, 이 결과는 본 연구의 시뮬레이션 결과에

대한 추가적인 검증이 필요 없음을 나타낸다.

그림 5는 그림 4에 나타난, 본 연구의 해석 방법을 이용하여 계산된 단일 렌즈의 광추적 결과를 패널의 수평 방향으로 확장시켜 최적 시정거리에서의 조도 분포를 계산한 결과를 나타낸다. 그림에 나타내었듯이 좌, 우 영상에 해당하는 V1과 V2가 눈간 거리 65 mm만큼 떨어져 위치함을 확인할 수 있으며, 패널의 중앙을 기준으로 각 영상이 교차되는 형태로 나타났다. 본 연구에서는 렌즈 설계 시 존재할 수 있는 오차에 대한 부분을 고려하지 않았으므로, 영상간의 혼선에 해당하는 부분은 존재하지 않는 결과가 나타났음을 확인할 수 있다.

본 연구의 해석 방법은 기하 광학적으로 검증된 유한광선추적 방법을 적용하여 정확한 시뮬레이션 결과를 제공할 수 있다. 또한, 렌즈 설계 시 발생할 수 있는 오차들을 고려할 경우, 실제적인 시뮬레이션 결과를 바탕으로 3차원 영상의 구현 여부, 구현된 영상의 품질을 판단할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 기하 광학적으로 정확한 광추적 결과를 제공하는 유한광선추적 방법과 스넬의 법칙, 수학적 기법들을 적용하여 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 광학적 해석 방법을 제시하였다. 시뮬레이션에는 4.5" HD RGB stripe 2-view wide 패널을 이용하였으며, 패널의 변수들을 이용하여 렌티큘러 렌즈의 특성값을 계산하였다.

렌티큘러 렌즈를 수식화하기 위하여 원기둥 방정식을 이용하였으며, 기하광학적인 방법을 이용하여 렌즈의 곡률 반경, 초점 거리, 렌즈 피치를 계산하였다. 스넬의 법칙으로 패널에서 출발한 광선이 렌즈의 바닥에서 렌즈 내부로 굴절되어 진행할 때의 방향코사인을 계산하고, 렌즈 함수에 그래디언트를 취하여 얻은 법선벡터와 광선의 방향벡터들을 스넬의 법칙, 유한광선추적 방법에 적용하여 렌즈 경계면에서 굴절되는 광선의 방향코사인을 얻었다. 렌즈를 통과한 투과광의 방향코사인으로 광추적 시뮬레이션을 수행하기 위하여, 패널 상의 좌표와 대응되는 픽셀을 찾았으며, 이를 바탕으로 각 픽셀에 해당되는 좌, 우 영상을 판별하여 최적 시정거리에서의 조도 분포를 확인하였다.

효과적인 시뮬레이션을 위하여, 단일 렌즈의 광추

적 결과와 설계 시 렌즈의 특성값을 비교하여 시뮬레이션의 타당성을 확인하였으며, 단일 렌즈의 광추적 결과를 패널의 수평면으로 확장하여 최적 시청거리에서의 조도 분포를 계산하였다. 본 연구에서 수행한 시뮬레이션에는 렌즈 설계 시 발생할 수 있는 오차에 대하여 고려하지 않았기 때문에 좌, 우 영상간의 혼선이 존재하지 않는 형태의 결과를 확인할 수 있었으며, 렌즈 설계 시의 특성값과 동일하게 각 영상은 눈간 거리 65 mm만큼 벌어져서 교대로 분포함을 확인하였다.

본 연구에서 제시한 렌티큘러 렌즈 기반 3차원 디스플레이 장치의 해석 방법을 이용하면, 픽셀의 배치, 모양에 대한 추가적인 고려를 통하여 패널의 종류에 무관하게 시뮬레이션이 가능하며 렌티큘러 렌즈 자체의 해석뿐만 아니라 3차원 영상의 구현 여부, 품질까지 판단할 수 있다. 더 나아가 시뮬레이션 결과를 바탕으로 패널에 적용될 렌티큘러 렌즈의 최적 설계가 가능할 것이라 기대된다.

감사의 글

이 논문은 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었습니다.

REFERENCES

- [1] G. J. Woodgate, J. Harrold, *SID Digest*, **34**, 1, 394 (2003).
- [2] P. D. Lin and C. Y. Tsai, *J. Opt. Soc. Am.*, 174 (2012).
- [3] A. Mijs and P. Novak, *J. Opt. Soc. Am.*, **29**, 1356 (2012).
- [4] P. D. Lin and C. Y. Tsai, *J. Opt. Soc. Am.*, **29**, 1358 (2012).
- [5] C. V. Berkel, A. R. Franklin, and J. R. Mansell, *Proc. SID Euro. Display*, **96**, 109 (1996).
- [6] W. T. Welford, *CRC Pr I Llc* (1986).