

TSK 퍼지 시스템을 이용한 퍼지 PID 제어기 설계

Design of Fuzzy PID Controllers using TSK Fuzzy Systems

강근택* · 오갑석**
Geuntaek Kang, and Kabsuk Oh†

*부경대학교 전자공학과, **동명대학교 자동차공학과

Department of Electronics Engineering, Pukyong National University

† Department of Automobile, TongMyong University

요 약

TSK 퍼지 시스템의 뛰어난 성능을 일반 산업 현장에서 가장 많이 사용되고 있는 PID 제어기에 접목시켜, 비선형 시스템의 제어가 가능하고 강인성이 뛰어난 퍼지 PID 제어기의 설계를 제안한다. TSK 퍼지 제어기는 TSK 퍼지 모델로부터 극 배치법을 이용하여 설계되며, 비선형 시스템의 제어에서 시스템의 응답이 원하는 응답과 같아지도록 하는 뛰어난 능력이 있으나 구조가 복잡하여 산업 현장에서 사용되기에는 어려움이 있다. 본 연구에서는 구현하기 간편한 PID 제어기의 형태를 하면서, TSK 퍼지 제어기의 도움을 받아 설계되는 퍼지 PID 제어기를 제안한다. 즉, 먼저 비선형 시스템의 TSK 퍼지 제어기를 설계하고 그 TSK 퍼지 제어기의 제어 시뮬레이션으로부터 얻은 데이터를 이용하여 제안하는 퍼지 PID 제어기를 설계한다. 제안하는 제어기를 연속시간 비선형 시스템과 이산시간 비선형 시스템의 예제에 적용시켜 제어 시뮬레이션을 하였다. 그 결과 기존의 선형 PID 제어기로는 제어가 원만하지 않았으나 제안하는 제어기로는 원하는 응답 형태와 거의 같은 응답을 보이는 제어가 가능함을 알 수 있었다.

키워드 : 퍼지 PID 제어, TSK 퍼지 모델, TSK 퍼지 제어기, 비선형 시스템, 극 배치

Abstract

In this paper, an algorithm to design fuzzy PID controllers is proposed. The proposed controllers are composed of fuzzy rules of which consequences are linear PID controllers and are designed with help of TSK fuzzy controllers. TSK fuzzy controllers are designed from TSK fuzzy model using pole assignment and have outstanding ability making the output response of nonlinear systems similar to the desired one. However, because of its structure complexity the TSK fuzzy controller is difficult to be used in industry. The proposed controllers have PID controller structure which can be easily realized, and are designed by using the data obtained from control simulations with TSK fuzzy controllers. To verify the proposed algorithm, two example simulations are performed.

Key Words : Fuzzy PID Control, TSK Fuzzy Model, TSK Fuzzy Control, Nonlinear Systems, Pole Assignment

1. 서 론

산업현장에서 실제 사용되는 제어방식에서 90% 이상이 PID 제어기이다. PID 제어기는 선형성이 강한 시스템의 경우, 정확한 모델 없이 파라미터를 구하는 여러

알고리즘이 나와 있어 쉽게 설계 가능한 장점이 있다. 그러나 시스템들은 그 규모가 점점 커지고 복잡해짐에 따라 비선형성이 강해지며 이러한 시스템에서는 고정된 이득을 갖는 일반적인 선형 제어기를 사용해서는 만족할 만한 좋은 결과를 얻기 어렵다. 본 연구에서는 비선형 시스템의 제어를 위하여 제어 시스템의 극 배치가 가능한 퍼지 PID 제어기의 설계를 제안한다.

퍼지 제어 연구 초기에는 Mamdani 퍼지 모델 형태의 연구가 많았다[1]. 그 후 결론부가 선형 시스템인 TSK 퍼지 모델의 연구도 나왔다[2]. 퍼지 PID 제어기에 대한 주요 연구로, Li는 통상 PID 제어기에서 비례항에 퍼지 로직 제어기를 사용하는 퍼지PID 제어기를 제안하였다[3]. Hu는 퍼지 PID 제어기의 연구에 function based evaluation을 사용하였다[4]. TSK 퍼지 시스템을 이용한 제어기 연구도 나왔다[5,6,7]. 가변 파라미터를 갖는 퍼지 PID 제어기 연구도 있다[8].

본 연구에서는 TSK 퍼지 시스템을 이용하여 퍼지

접수일자: 2013년 11월 7일

심사(수정)일자: 2014년 1월 14일

게재확정일자 : 2014년 1월 21일

† Corresponding author

본 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비(2013년)에 의하여 연구되었음.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

PID 제어기를 설계하고자 한다. TSK 퍼지 시스템은 비선형 시스템의 모델링에 뛰어나고 그 모델로부터 현대 제어 이론을 이용하여 극 배치가 가능한 비선형 제어기 설계도 가능하다[9,10]. 하지만 그 제어기는 매우 복잡한 형태이므로 일반 산업 현장에서 사용하기에는 적당하지가 않다.

본 연구에서는 TSK 퍼지 제어기의 뛰어난 성능을 일반 산업 현장에서 사용하기 쉬운 PID 제어기에 접목시켜, 강인성이 뛰어나고 비선형 시스템의 제어가 가능한 퍼지 PID 제어기를 제안한다.

2. 퍼지 PID 제어기 설계

제안하는 퍼지 PID 제어기는, 다음과 같이 결론부가 선형 PID 제어기인 퍼지규칙들로 구성된다.

If z_1 is F_1^i, \dots, z_m is F_m^i then (1)

$$u^i(k) = u(k-1) + K_1 e(k) + K_2 e(k-1) + k_3 e(k-2)$$

또는

$$u^i(t) = K_p^i e(t) + K_I^i \int e(t) dt + K_D^i \frac{de(t)}{dt}$$

제어기 출력 u 는 다음 식(2)와 같이 구한다.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^r w^i u^i}{\sum_{i=1}^r w^i} \quad (2)$$

여기서, w^i 는 i 번째 규칙의 적합도이다. 제안하는 퍼지 PID 제어기는, 비선형 시스템의 제어에 뛰어난 능력을 갖는 TSK 퍼지 제어기[10]를 이용하여 설계된다.

TSK 퍼지 제어기는 TSK 퍼지 상태 변수 모델로부터 극 배치법을 이용하여 설계된다. TSK 퍼지 모델은 비선형 시스템을 적은 수의 규칙들로 표현할 수 있는 능력을 갖고 있다[2,9]. TSK 퍼지 모델로부터 설계되는 TSK 퍼지 제어기는 결론부가 상태제어기의 형태인 퍼지 규칙들로 구성되며, 폐루프 시스템의 응답이 원하는 응답과 같아지도록 극 배치법을 이용하여 설계된다[10]. TSK 퍼지 제어기는 비선형 시스템의 정확한 제어가 가능한 장점은 있지만 복잡하여 일반 산업현장에서 사용하기가 어렵다. 그에 비해 PID 제어기는 구현이 매우 쉬우나 비선형성이 큰 복잡한 시스템에서는 시스템의 전 영역에서 원하는 제어 결과를 구현하기가 어렵다.

본 연구에서 제안하는 퍼지 PID 제어기의 설계는 TSK 퍼지 제어기의 도움을 받는다. 즉, 먼저 비선형 시스템의 TSK 퍼지 제어기를 설계하고 그 TSK 퍼지 제어기의 제어 시뮬레이션으로부터 얻은 데이터를 이용하여 제안하는 퍼지 PID 제어기를 설계한다.

지금부터 TSK 퍼지 모델과, TSK 퍼지 제어기를 간략히 소개하고, 본 연구에서 제안하는 퍼지 PID 제어기의 설계 방법을 설명한다.

2.1 비선형 시스템의 TSK 퍼지 모델링[9]

TSK 퍼지 입출력 모델은 다음과 같은 TSK 퍼지 규칙들로 구성된다.

If z_1 is F_1^i, \dots, z_m is F_m^i (3)

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 \dots + a_n^i x_n$$

출력 y 는 다음과 같이 구한다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^r w^i(z) y^i}{\sum_{i=1}^r w^i(z)} \quad (4)$$

여기서 $w^i(z)$ 는 규칙의 적합도이며 다음과 같다.

$$w^i(z) = \prod_{j=1}^m F_j^i(z_j) \quad (5)$$

TSK 퍼지 모델은 시스템의 입출력 데이터를 이용하여 인식되며 전제부 인식과 결론부 인식으로 나뉜다. 전제부 인식은 complex법 또는 유전적 알고리즘 등과 같은 비선형 최적화 수법을 사용하며, 결론부 인식 즉 결론부 파라미터들은 식(4)에서 출력 y 가 결론부 파라미터들의 선형식으로 표현되므로 쉽게 구해진다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^r w^i(z) y^i}{\sum_{i=1}^r w^i(z)} \quad (6)$$

$$= a_0^r g_0^r + a_1^r g_1^r + \dots + a_n^r g_n^r$$

$$g_j^i = w^i(z) x_j / \sum_{i=1}^r w^i(z) \quad (x_0 = 1)$$

2.2 극 배치를 이용한 TSK 퍼지 제어기의 설계[10]

문헌[10]의 내용을 간략히 설명한다. TSK 퍼지 제어기는, 제어 대상인 비선형 시스템의 TSK 퍼지 모델을 구한 후 그것을 상태변수 형태로 변환시키고, 그 모델로부터 극 배치로 설계한다.

이산 시스템의 경우 일반적인 TSK 퍼지 입출력모델의 규칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

If $z_1(k)$ is $F_1^i, \dots, z_l(k)$ is F_l^i then (7)

$$y^i(k+1) = a_0^i + a_1^i y(k) + \dots + a_n^i y(k-n+1) + b_1^i u(k) + \dots + b_m^i u(k-m+1)$$

여기서 $x_1(k) = y(k), \dots, x_n(k) = y(k-n+1),$

$$d_1^i(k) = a_0^i + b_2^i u(k-1) + \dots + b_m^i u(k-m+1)$$

라 하자. 그러면 식 (7)의 퍼지 규칙은 다음과 같이 상태 변수 형태로 쓸 수 있다.

If $z_1(k)$ is $F_1^i, \dots, z_l(k)$ is F_l^i (8)

$$\text{then } \begin{cases} x^i(k+1) = A^i x(k) + b^i u(k) + d^i(k) \\ y(k+1) = c x(k+1) \end{cases}$$

여기서

$$A^i = \begin{pmatrix} a_1^i & a_2^i & \dots & a_n^i \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b^i = (b_1^i \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T,$$

$$d^i(k) = (d_1^i(k) \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T, \quad c = (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)$$

모든 i 에 대하여 $z_i(k) \neq u(k)$ 로 한다. 위의 규칙으로부터 설계되는 퍼지 제어기의 규칙은 다음과 같다.

$$\text{If } z_1(k) \text{ is } F_1^i, \dots, z_l(k) \text{ is } F_l^i \quad (9)$$

$$\text{then } u^i(k) = -g^i x(k) + g_0^i(k)$$

여기서 $g^i = (g_1^i \ g_2^i \ \dots \ g_n^i)$ 이며 $g_0^i(k)$ 는 스칼라이고, 식(9) 규칙의 전제부는 식(8) 규칙의 전제부와 같다. g^i 와 $g_0^i(k)$ 다음과 같이 구해진다.

$$\Phi = A^i - b^i g^i \quad (10)$$

$$g_0^i(k) = -d_1^i(k) / b_1^i \quad (11)$$

여기서 Φ 는 원하는 극점을 갖는 상태전이 행렬이다. 식 (8)의 규칙들로 구성되는 퍼지 모델을 식 (9)의 규칙들로 구성되는 TSK 퍼지 제어기를 사용하여 제어할 경우, 폐루프 시스템의 거동이 상태전이행렬이 원하는 행렬 Φ 인 선형시스템 $x(k+1) = \Phi x(k)$ 의 거동과 일치시키도록 한다. 그러기 위해서 제어기 출력 $u(k)$ 를 다음 식과 같이 구해야 한다.

$$u(k) = \sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i u^i(k) / \sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i \quad (12)$$

연속 시스템인 경우도 이산 시간의 경우와 동일한 방법으로 만들어진다. TSK 퍼지 입출력 모델의 i 번째 규칙은 다음과 같다.

$$\text{If } z_1(t) \text{ is } F_1^i, \dots, z_l(t) \text{ is } F_l^i \text{ then} \quad (13)$$

$$\frac{d^n y(t)^i}{dt^n} = a_0^i + a_1^i y(t) + \dots + a_n^i \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + b_1^i u(t)$$

식(13) 규칙의 상태 변수 형태는 다음 식(14)와 같다.

$$\text{If } z_1(t) \text{ is } F_1^i, \dots, z_l(t) \text{ is } F_l^i \quad (14)$$

$$\text{then } \frac{dx^i(t)}{dt} = A^i x^i(t) + b^i u(t) + d^i$$

$$y(t) = cx(t)$$

여기서, $x_1(t) = y(t), \dots, x_n(t) = \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}}$ 이다.

식(14)의 규칙으로부터 설계되는 TSK 퍼지 제어기의 i 번째 규칙은 다음 식(15)와 같다.

$$\text{If } z_1(t) \text{ is } F_1^i, \dots, z_l(t) \text{ is } F_l^i \quad (15)$$

$$\text{then } u^i(t) = -g^i x(t) + g_0^i$$

제어입력 $u(t)$ 는 다음 식들로부터 구해진다.

$$\Phi = A^i - b^i g^i, \quad g_0^i = -a_0^i / b_1^i \quad (16)$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i u^i(t) / \sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i \quad (17)$$

2.3 퍼지 PID 제어기 설계

퍼지 PID 제어기는 TSK 퍼지 제어기의 제어 동작을 퍼지 모델링하는 수법으로 설계된다. 즉 먼저 시스템의 TSK 퍼지 제어기를 설계하고, 그 제어기를 시스템의 모델에 적용하는 제어 시뮬레이션을 행하고, 그 때 얻은 데이터를 이용하여 TSK 퍼지 모델링의 수법으로 퍼지 PID 제어기를 만든다. 단계별로 설명하면 다음과 같다.

step 1 : 제어 대상의 비선형 플랜트로부터 입출력 데이터 구하여 플랜트의 TSK 퍼지 모델을 만든다. 데이터는 플랜트의 비선형 수식 모델 또는 실험으로 구한다.

step 2 : 플랜트의 TSK 퍼지 모델로부터 TSK 제어기를 설계한다. 이 때 극점 배치법을 이용하여 응답이 원하는 형태가 되도록 한다.

step 3 : 퍼지 PID 제어기를 작성을 위한 입출력 데이터를 구한다. TSK 퍼지 제어기를 플랜트의 모델에 적용하여 제어 시뮬레이션을 한다. 이 시뮬레이션에서 출력이 제어기 출력인 입출력 데이터를 구한다.

step 4 : 위의 제어 시뮬레이션으로 구한 입출력 데이터로 TSK 퍼지 모델링 수법으로 퍼지 PID 제어기를 만든다.

step 5 : 설계한 퍼지 PID 제어기를 플랜트 TSK 퍼지 모델을 적용하여 제어 시뮬레이션을 한다. 결과가 좋지 않으면 step 2로 되돌아가서 원하는 극점을 변경하여 다시 시도한다.

플랜트의 TSK 퍼지 모델, TSK 퍼지 제어기, 퍼지 PID 제어기 모두 결론부가 선형식인 TSK 퍼지 규칙들로 구성되며, 플랜트의 TSK 퍼지 모델과 TSK 퍼지 제어기의 규칙의 전제부는 동일하다. 그러나 퍼지 PID 제어기는 전제부가 동일할 필요가 없으며 가능한 규칙 수를 적게 하여 제어기의 형태를 간편하게 한다.

3. 예 제

3.1 연속시간 시스템 예제

대상 시스템은 다음과 같은 진자(pendulum) 시스템이다.

$$\ddot{y}(t) = -f \dot{y}(t) - \frac{m \cdot g}{l} \sin y(t) + u(t) \quad (18)$$

여기서 $y(t)$ 는 진자의 각도(radian), $u(t)$ 는 외부의 토크이다. 각도 $y(t)$ 의 범위를 $[-3 \ 3]$ 로 하여 매우 큰 각도에서도 제어 가능한 퍼지 PID 제어기를 설계한다. 앞의 2.3절의 step에 따라 설계 과정을 설명한다.

step 1, step 2:

식(18)에서 $\frac{m \cdot g}{l} = 1, \quad f = 1$ 로 하여 TSK 퍼지 모델로 표현하고, 그 모델로부터 TSK 퍼지 제어기를 설계한다. 상세한 과정은 문헌[10]에 나와 있으며 그 결과로 만들어진 TSK 퍼지 제어기는 다음 식(19)와 같다.

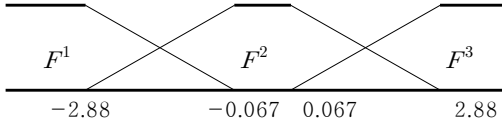


그림 1. 식(19) TSK 퍼지 제어기의 퍼지 집합
Fig. 1. The fuzzy sets in the fuzzy controller (19)

If $y(t)$ is F^1 then (19)
 $u^1(t) = (\phi_1 - 0.928 \phi_2 + 1)\tilde{x}(t) - 2.915 - 0.928y_d$
 If $y(t)$ is F^2 then
 $u^2(t) = (\phi_1 + 0.292 \phi_2 + 1)\tilde{x}(t) + 0.292y_d$
 If $y(t)$ is F^3 then
 $u^3(t) = (\phi_1 - 0.928 \phi_2 + 1)\tilde{x}(t) + 2.915 - 0.928y_d$

여기서 $x(t) = (y(t) \quad \dot{y}(t))^T$, $x_d(t) = (y_d(t) \quad 0)^T$, $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$, $y_d(t)$ 는 원하는 출력이며, 원하는 페루프 응답이 $\dot{x}(t) = \Phi x(t)$ 일 때 $\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \phi_1 & \phi_2 \end{pmatrix}$ 이다.

step 3:

퍼지 PID 제어기를 작성을 위한 입출력 데이터를 구한다. 극점 값은 -2 , $\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ 로 하였다. 식(19)의 TSK 퍼지 제어기를 이용한 제어 시뮬레이션을 하였으며, 원하는 출력 y_d 를 20초마다 계단 형태로 변화 시키면서 400초간 하였다. 그 결과는 그림 2와 같다.

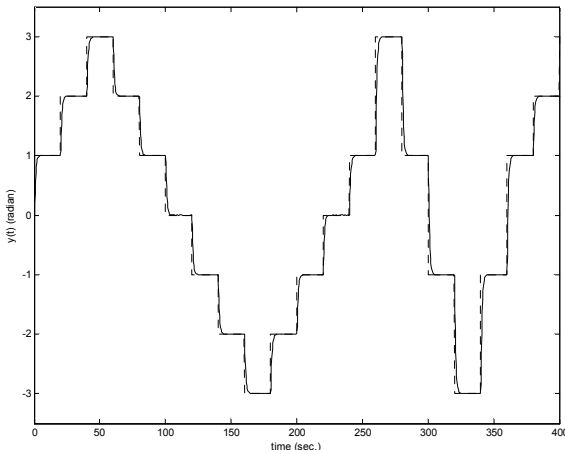


그림 2. 식(19) TSK 퍼지 제어기의 제어 응답
Fig. 2. The response using the controller (19)

그림 2의 TSK 퍼지 제어기의 제어 시뮬레이션에서 입력 변수를 $e(t)$, $\int e(t)dt$, $\frac{de(t)}{dt}$, 출력 변수를 $u(t)$ 로 하는 입출력 데이터 760개를 얻었다.

step 4:

위에서 구한 760개의 데이터와 2.1절의 TSK 퍼지 모델링 수법으로 식(20)과 같이 두 개의 퍼지 규칙으로 구성된 퍼지 PID 제어기를 만들었다.

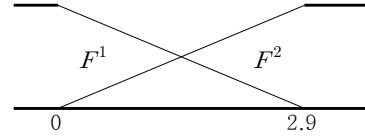


그림 3. 식(20) 퍼지 PID 제어기의 퍼지 집합
Fig. 3. The fuzzy sets in the controller (20)

If $|y(t)|$ is F^1 then (20)
 $u^1(t) = 2.508e(t) + 1.373 \int e(t)dt + 1.442 \frac{de(t)}{dt}$
 If $|y(t)|$ is F^2 then
 $u^2(t) = 2.176e(t) + 0.054 \int e(t)dt + 0.978 \frac{de(t)}{dt}$

step 5:

식(20)의 퍼지 PID 제어기를 이용한 제어 시뮬레이션을 하였다. 그 결과는 그림 4와 같다.

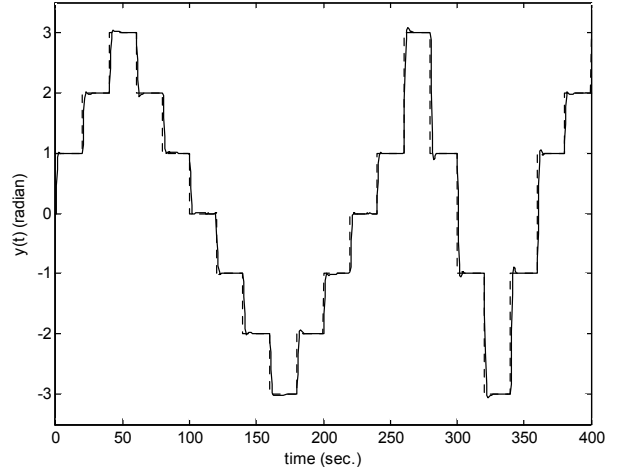


그림 4. 식(20) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답
Fig. 4. The response using the controller (20)

비교를 위하여, step 3에서 얻은 데이터와 선형식 모델링 수법으로 식(21)과 같은 선형 PID 제어기를 만들었다. 그 제어기를 이용한 제어 결과는 그림 5와 같다.

$$u(t) = 2.495e(t) + 0.303 \int e(t)dt + 1.174 \frac{de(t)}{dt} \quad (21)$$

제어기의 성능을 비교하기 위해 다음과 같은 성능지수 SE를 사용하였다.

$$SE = \int (y_r(t) - y(t))^2 dt \quad (22)$$

여기서, $y_r(t)$ 은 원하는 극점을 갖는 시스템 $\dot{x}(t) = \Phi x(t)$ 의 출력이며, $y(t)$ 는 실제 출력이다. 위의 세 제어기의 SE를 구하면 표 1과 같다. 표에서 퍼지 PID 제어기의 성능은 TSK 퍼지 제어기의 성능에는 못 미치지만 선형 PID 제어기 보다는 훨씬 나음을 볼 수 있다.

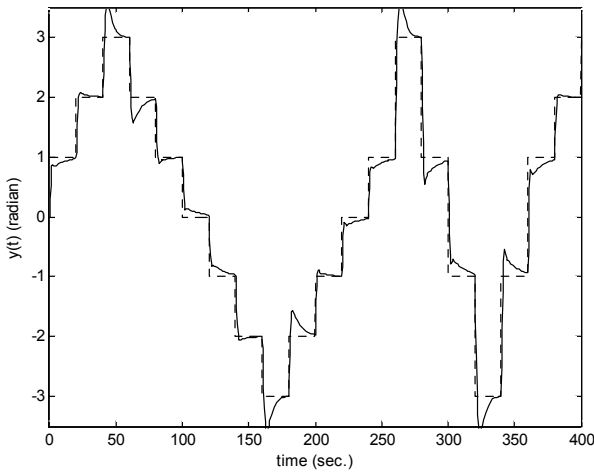


그림 5. 식(21) 선형 PID 제어기의 제어 응답
Fig. 5. The response using the controller (21)

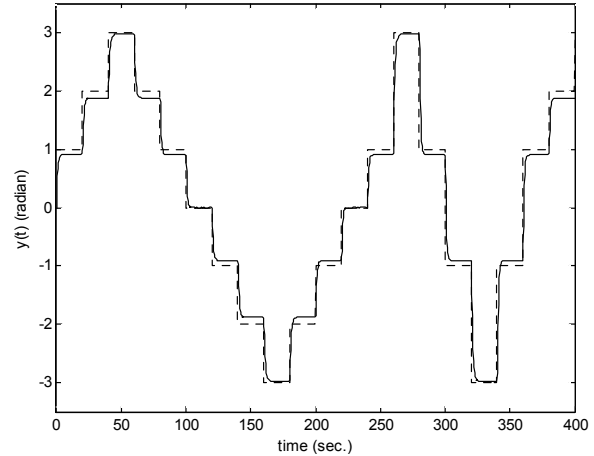


그림 6. 시스템이 변화했을 때, 식(19) TSK 퍼지 제어기의 제어 응답
Fig. 6. The response using the controller (19) with changed plant.

표 1. 제어기의 성능지수 비교
Table 1. Performance Comparison

Controller	SE
TSK Fuzzy Controller (Fig. 2)	0.01675
Fuzzy PID Controller (Fig. 4)	0.489
Linear PID Controller (Fig. 5)	11.99

다음은 제어 대상 시스템에 변화가 있을 때 제어기가 잘 대처하는지 알아보았다. 제어 대상인 식(18)에서 $\frac{m \cdot g}{l}$ 의 값을 1 에서 1.5 로 변경 시키고, 식(19)의 TSK 퍼지 제어기와 식(20)의 퍼지 PID 제어기로 각각 제어 시뮬레이션을 하였다. 그림 6은 TSK 퍼지 제어기의 제어 결과이며, 그림 7은 퍼지 PID 제어기의 제어 결과이다. 그림 6의 TSK 퍼지 제어기의 경우 정상상태 오차가 생기며 성능지수 SE의 값이 3.086인 것에 반해, 그림 7의 퍼지 PID 제어기의 경우는 0.5535로 훨씬 뛰어났다.

TSK 퍼지 제어기는 매우 정확한 제어가 가능한 반면 시스템이 변하면 거기에 민감하여 제어가 부정확하게 된다. 그에 반해, 퍼지 PID 제어기는, TSK 퍼지 제어기만큼 정밀한 제어는 이뤄지지 않지만 PID 제어기의 장점인 뛰어난 강인성을 갖고 있음을 알 수 있다.

다음은 원하는 응답의 극점을 변경하여 극점 값이 -1 , $\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 되도록 퍼지 PID 제어기를 설계하였으며 그 결과는 식(23)과 같다. 식(23)의 퍼지 PID 제어기를 이용한 제어 결과는 그림 9와 같다. 그림 10은 원하는 응답의 극점 이 -2 인 식(20)의 퍼지 PID 제어기를 이용한 제어 결과이다. 그림 9와 10에서 점선은 원하는 페루프 시스템 $\dot{x}(t) = \Phi x(t)$ 의 응답이다. 두 그림에서 보듯이, 제어결과가 원하는 극점 값을 갖는 응답과 거의 일치하는 퍼지 PID 제어기의 설계가 가능함을 알 수 있다.

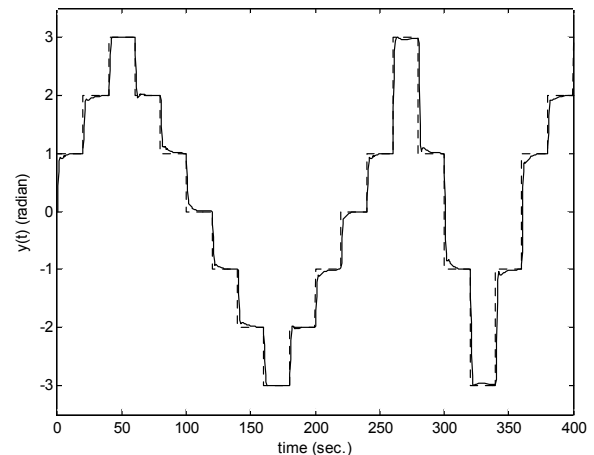


그림 7. 시스템이 변화했을 때, 식(20) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답
Fig. 7. The response using the controller (20) with changed plant.

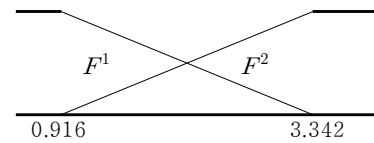


그림 8. 식(23) 퍼지 PID 제어기의 퍼지 집합
Fig. 8. The fuzzy sets in the controller (23)

$$\begin{aligned} \text{If } |y(t)| \text{ is } F^1 \text{ then} & \quad (23) \\ u^1(t) &= 0.551e(t) + 0.653 \int e(t)dt + 0.561 \frac{de(t)}{dt} \\ \text{If } |y(t)| \text{ is } F^2 \text{ then} & \\ u^2(t) &= 0.498e(t) - 0.07 \int e(t)dt + 0.505 \frac{de(t)}{dt} \end{aligned}$$

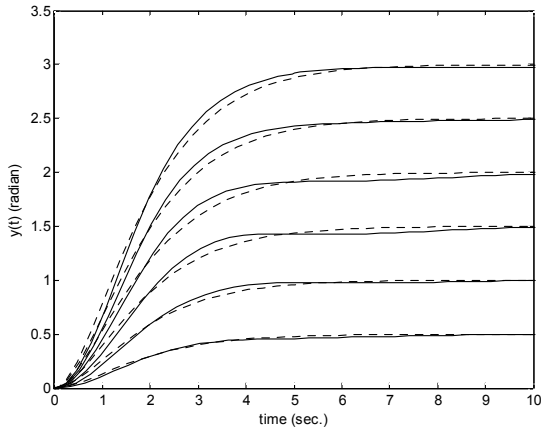


그림 9. 식(23) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답
(원하는 극점: -1)

Fig. 9. The control system response using the fuzzy PID controller (23) (the desired pole is -1)

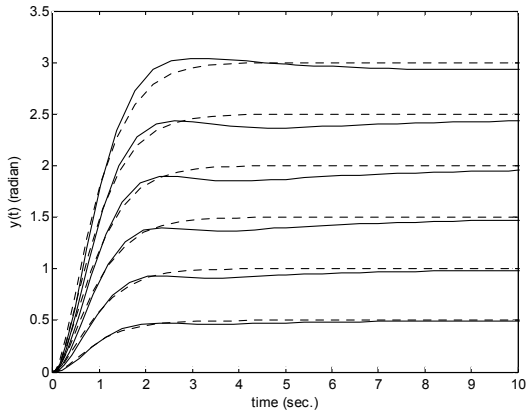


그림 10. 식(20) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답
(원하는 극점: -2)

Fig. 10. The control system response using the fuzzy PID controller (20) (the desired pole is -2)

3.2 이산시간 시스템 예제

제안하는 퍼지 PID 제어기 설계 알고리즘을 이산 시스템에 적용하였다. 예제로 사용된 시스템은 문헌[11]에서 neural networks 모델링에 사용되었던 것이다.

$$y(k+1) = \frac{y(k)y(k-1)y(k-2)u(k-1)(y(k-2)-1)+u(k)}{(1+y(k-2)^2+y(k-1)^2)} \quad (24)$$

퍼지 PID 제어기의 설계를 step에 따라 설명 한다.

step1, step2 :

식(24)의 TSK 퍼지 모델과 TSK 퍼지 제어기 설계 과정은 문헌[10]에 상세히 설명되어 있다. 거기서 7개 퍼지규칙들로 구성된 TSK 퍼지 모델과 TSK 퍼지 제어기를 만들었으며, 그 제어기는 문헌[10]의 식(40)과 같다. 그 TSK 퍼지 제어기에서 원하는 극점을 0.4로 하였을 때 제어 결과가 그림 11과 같다.

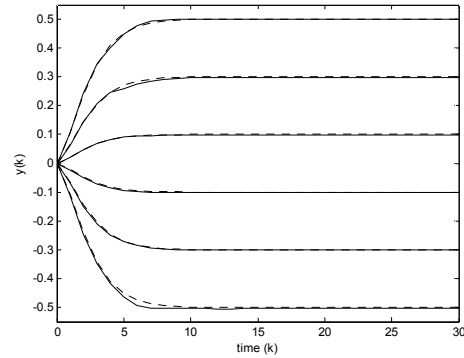


그림 11. 문헌[10]의 식(40) TSK 퍼지 제어기의 제어 응답

Fig. 11. The control system response using the TSK fuzzy controller (40) in [10]

step 3:

퍼지 PID 제어기의 설계에 필요한 데이터를 얻기 위하여 문헌[10]의 TSK 퍼지 제어기의 제어 시뮬레이션을 하였다. 이 때 원하는 응답의 극점은 0.4로 하였고 원하는 출력 y_d 값을 10 step 마다 구간 [0 0.6]에서 랜덤하게 변화 시켰다. 그 결과는 그림 12와 같다. 그림 12의 제어 시뮬레이션에서 입력 변수를 $u(k-1)$, $e(k)$, $e(k-1)$, $e(k-2)$, 출력 변수를 $u(k)$ 로 하는 입출력 데이터 500개를 얻었다.

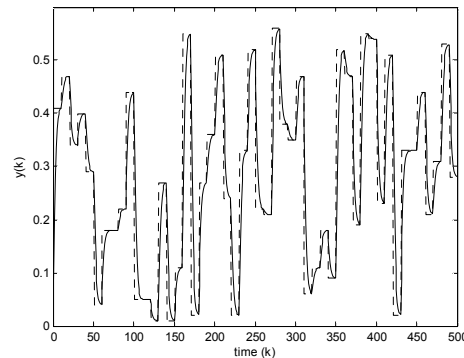


그림 12. 식(25) 퍼지 PID 제어기의 설계에 사용된 데이터 획득을 위한 TSK 퍼지 제어기 제어시뮬레이션

Fig. 12. The control simulation to obtain the data used for the design of the fuzzy PID controller (25)

step 4.

위의 시뮬레이션에서 얻은 500개의 데이터와 2.1절의 TSK 퍼지 모델링 수법으로 식(25)와 같이 2개의 퍼지 규칙으로 구성된 퍼지 PID 제어기를 만들었다.

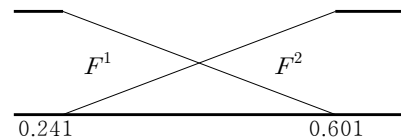


그림 13. 식(25) 퍼지 PID 제어기의 퍼지 집합
Fig. 13. The fuzzy sets in the controller (25)

If $y(k-1)$ is F^1 then $u^1(k) = u(k-1) - 0.166e(k) + 0.296e(k-1) + 0.9e(k-2)$ (25)
 If $y(k-1)$ is F^2 then $u^2(k) = u(k-1) - 0.413e(k) - 0.637e(k-1) + 1.442e(k-2)$

step 5:

식(25)의 퍼지 PID 제어를 이용한 제어 시뮬레이션을 하였으며 그 결과는 그림 14와 같다.

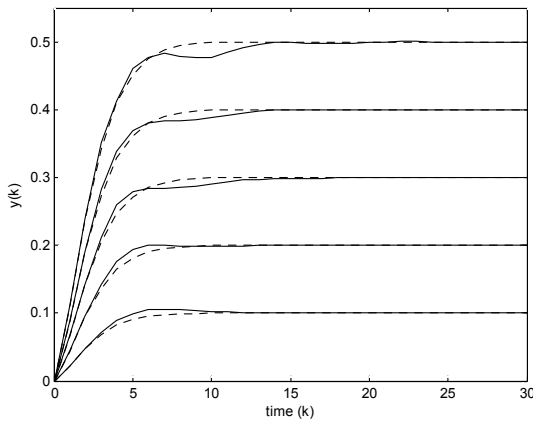


그림 14. 식(25) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답 (원하는 극점: 0.4)

Fig. 14. The control system response using the fuzzy PID controller (25) (the desired pole is 0.4)

비교를 위해 식(26)과 같은 선형 PID 제어기를 만들었으며 제어결과는 그림 15와 같다.

$$u(k) = u(k-1) + 0.192e(k) - 0.18e(k-1) + 0.246e(k-2) \quad (26)$$

퍼지 PID 제어기와 선형 PID 제어기의 성능지수 SE를 구하면 표 2와 같다. 표에서 퍼지 PID 제어기는 y_d 의 전 영역에서 비교적 정확한 제어가 가능함에 비해 선형 PID 제어기의 경우에는 특정 영역에서만 제어가 잘 됨을 알 수 있다.

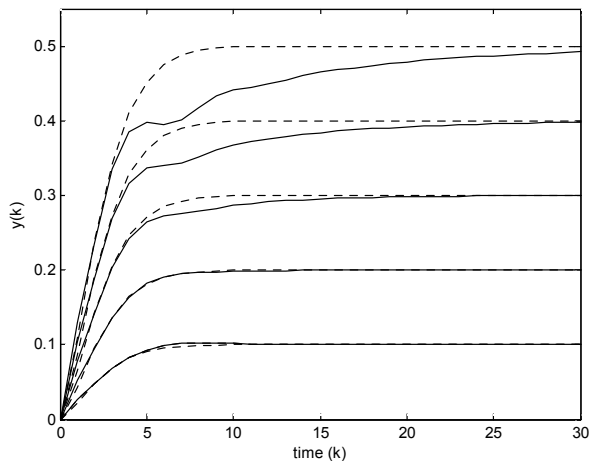


그림 15. 식(26) 선형 PID 제어기의 제어 응답
 Fig. 15. The response using the controller (26)

표 2. 제어기의 성능지수 SE 비교
 Table 2. Performance Comparison

Controller y_d	Fuzzy PID (Fig. 14)	Linear PID (Fig. 15)
0.1	0.000372	0.000080
0.2	0.000480	0.000086
0.3	0.000743	0.001703
0.4	0.000790	0.012358
0.5	0.001638	0.046997
Sum	0.004023	0.061214

다음은 원하는 극점을 0.7로 하여 식(27)과 같은 퍼지 PID 제어기를 만들었으며, 제어 결과는 그림 17과 같다. 그림 14와 17에서 보듯이, 제어결과가 원하는 극점 값을 갖는 응답과 거의 일치하는 퍼지 PID 제어기의 설계가 가능함을 알 수 있다. 그림에서 점선은 원하는 페루프 시스템 $x(k+1) = \Phi x(k)$ 의 응답이다

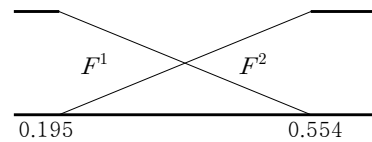


그림 16. 식(27) 퍼지 PID 제어기의 퍼지 집합
 Fig. 16. The fuzzy sets in the controller (27)

If $y(k-1)$ is F^1 then $u^1(k) = u(k-1) - 1.001e(k) + 1.177e(k-1) - 0.148e(k-2)$ (27)
 If $y(k-1)$ is F^2 then $u^2(k) = u(k-1) - 1.456e(k) + 0.383e(k-1) + 1.12e(k-2)$

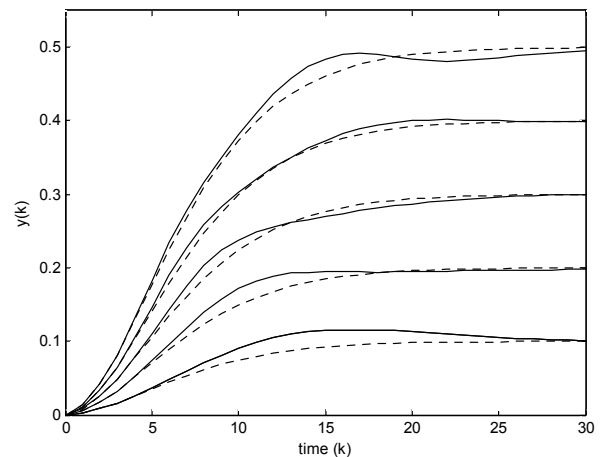


그림 17. 식(27) 퍼지 PID 제어기의 제어 응답 (원하는 극점: 0.7)

Fig. 17. The control system response using the fuzzy PID controller (27) (the desired pole is 0.7)

4. 결 론

본 연구는 비선형 시스템의 제어에 뛰어난 TSK 퍼지 제어기를 산업현장에서 가장 많이 사용되고 있는 PID 제어기 형태로 바꾼 퍼지 PID 제어기를 제안하였다. 제안하는 제어기를 연속시간 비선형 시스템과 이산시간 비선형 시스템의 예제에 적용시켜 제어 시뮬레이션을 하였다. 그 결과 기존의 선형 PID 제어기로는 비선형 시스템의 전 작업 구간에서 제어가 원만 하지 않았으나 제안하는 제어기로는 원하는 응답 형태와 거의 같은 응답을 보이는 제어가 가능함을 알 수 있었다. 또한 제안하는 제어기는 기본적으로 PID 제어기의 구조이므로 시스템의 변화에 민감하지 않고 강인성이 뛰어난 것을 알 수 있었다. 앞으로는 제안하는 제어기를 실제 산업 현장에 적용하는 연구가 필요하다.

References

[1] E.H. Mamdani, "Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineering*, 121, pp.1585-1588, 1974.

[2] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1), pp.116-132, 1985.

[3] W. Li, "Design of a hybrid fuzzy logic propotional plus conventional integral-derivative controller," *IEEE Trans. on fuzzy systems*, 6(4), pp.449-463, 1998.

[4] B.G. Hu, G.K.I. Mann, R.G. Gosine, "A systematic study of fuzzy PID controllers- function-based evaluation approach," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 9(5), pp.699-712, 2001.

[5] C.W. Park, JH. Choi, H.G. Sung, "Indirect Adaptive Regulator Design Based on TSK Fuzzy Models," *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, 6(1), pp.52-57, 2006.

[6] Y.K. Bang, C.H. Lee, "Design of Multiple Prediction System based on Interval Type-2 TSK Fuzzy Logic System," *Journal of The Korean Institute of Intelligent Systems*, 20(3), pp.447-454, 2010.

[7] H. Lee, S. Hong, E. Kim, "Robust Camera Calibration using TSK Fuzzy Modelling", *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, 7(3), pp. 216-220, 2007.

[8] B. Lee, I. Kim, J. Kim, "A Study on the Nonlinear Fuzzy PID Controller with Variable Parameters", *Journal of The Korean Institute of Intelligent Systems*, 15(2), pp.127-134, 2005

[9] M. Sugeno, G.T. Kang, "Structure identification of fuzzy model," *Fuzzy Sets and Systems*, 28-1, pp. 15-33, 1988.

[10] G. Kang, W. Lee, "Design of TSK fuzzy controller based on TSK fuzzy model", *Journal of the Korean Institute of Telematics and Electronics S.*, 35(11), pp.53-67, 1998.

[11] K.S. Narendra, K. Parthasarathy, "Identification and Control Dynamical Systems using Neural Networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, 4, pp.4-27, 1990.

저 자 소 개



강근택(Geuntaek Kang)
 1976년: 서울대학교 응용물리학과 공학사
 1987년: 동경공업대학 시스템과학전공 공학박사
 1987년~현재: 부경대학교 전자공학과 교수

관심분야 : 퍼지 및 지능 시스템
 Phone : +82-51-629-6215
 E-mail : gtkang@pknu.ac.kr



오갑석(KabSuk Oh)
 1989년: 부경대학교 전자통신공학과 공학사
 1993년: 부경대학교대학원 전자통신공학과 공학석사
 1998년: 동경공업대학 종합이공학연구과 공학박사
 1998년~2005년: 동명대학 조교수

2006년~현재 : 동명대학교 자동차공학과 부교수
 관심분야 : 소프트웨어컴퓨팅, 자동제어, 인공지능
 Phone : +82-51-629-1621
 E-mail : oks@tu.ac.kr