

마찰과 토크를 고려한 차륜/레일 접촉 해석

Wheel/Rail Contact Analysis with Consideration of Friction and Torque

송기석 · 한승희 · 최연선*

Ki-Seok Song · Seung-Hee Han · Yeon-Sun Choi

Abstract Wheel/rail contact is a significant problem in railway dynamics. In this paper, the wheel/rail contact is examined analytically and numerically as a contact problem between two cylinders where torque and friction have effect. Furthermore, the contact of a real wheel and rail is investigated numerically where the normal and shear force act. This study demonstrates that the wheel/rail contact is a process that generates traction force through creep where rolling and sliding occurs simultaneously depending on the shape of the wheel and rail, and the friction coefficient between them.

Keywords : Wheel/rail contact, Torque, Friction, Cylinder contact

초 록 차륜/레일 접촉은 철도차량의 동특성을 결정하는 중요한 요소이다. 본 연구에서는 철도 차륜과 레일 사이에 작용하는 토크에 의한 견인력과 마찰력을 두 원통의 접촉문제로 이론해석과 전산해석을 하고 수직하중과 전단력이 작용하는 실제 차륜과 레일에 대한 전산해석을 하였다. 철도차륜과 레일 접촉문제는 구름과 미끄러짐이 있는 탄성접촉인 크리프에 의한 크리프힘을 생성하는 과정으로서 차륜과 레일의 형상 및 마찰계수에 따라 달라짐을 알 수 있었다.

주요어 : 차륜/레일 접촉, 마찰, 토크, 원통 접촉

1. 서 론

철도차량이 주행할 수 있는 힘은 차륜과 레일이 접촉함으로써 발생한다. 철도차량의 진동, 탈선, 임계속도 등 철도차량의 주요 운행조건도 차륜과 레일 접촉에 기인하므로 차륜과 레일 접촉에 관련된 연구는 많은 연구가 지속적으로 있어 왔다.

Carter[1]는 철도 차륜을 원통으로 레일을 무한 반평면으로 근사화하여 2차원 접촉문제로 해석하여 차륜이 접촉면에서 미끄러짐으로 인하여 차륜의 원주방향 속도와 병진속도와의 차이인 크리프(creep)와 견인력의 관계를 연구하였다. 이후 차륜, 레일 접촉문제는 Kalker[2], Shen, Hedrick, Johnson [3] 등에 의해 다양한 접촉 이론이 발표되었다. 최근에는 보다 정교한 차륜, 레일 접촉 현상을 바탕으로 차륜 답면과 레일 형상의 최적화와 관련된 연구까지 진행시키고 있다. 또한 Shabana[4]는 차륜과 레일에 대한 6자유도 모델부터 차륜의 비선형 접촉운동에 대한 운동방정식을 통하여 차륜과 레일 사이에서의 접촉력을 계산하였다. Magel[5]은 차륜과 레일의 접촉 과정에서의 크리피지, 접촉응력, 답면구배의 값 등을 고려하여 차륜과 레일의 답면을 최적화시켰다. 성기득 [6]은 차륜과 레일의 접촉특성 및 응력을 Hertz 이론을 사용하여 해석하고, 전산 해석 결과와 비교하였다. 양현석[7]

은 다양한 차륜의 답면 형상에 대해 접촉 해석을 수행하여 최적화된 차륜 답면 형상을 구하고자 하였다.

본 연구에서는 Carter, Kalker 등 기존 접촉 이론을 한국형 고속철도에 적용가능성을 알아보기 위하여 실제 KTX 차륜 모델로 전산해석 한 뒤 이론해석 결과와 비교하였다. 또한 마찰의 크기에 따라 발생하는 미끄러짐과 점착현상을 고려하여 이론해석을 수행하였고, 마찰 및 토크를 고려한 차륜과 레일을 두 개 원통의 구름 접촉 현상으로 가정하고 평행 접촉을 하는 경우와 90° 틀어져 접촉하는 경우에 대하여 Hertz 이론을 바탕으로 전산해석을 수행하였으며, 실제 KTX 차륜과 레일사이의 접촉력을 전산해석하고, 크리프를 계산함으로써 기존 Carter, Kalker 등의 이론과 비교, 검증하였다.

2. 원통 구름 접촉

평면에서 강체(rigid body) 원통이 구름접촉을 할 때, 토크, 마찰계수에 따라 순수구름(rolling)과 미끄러짐(slipping)이 발생한다. 철도차량에서 토크는 차륜의 반경과 차륜에 가해지는 견인력의 곱이다. 또한 철도차량에서 차륜과 레일이 구름접촉을 할 때 구름과 미끄러짐이 동시에 발생하는 크리프(creep) 현상이 발생한다. 따라서 차륜과 레일의 접촉을 해석하기 위해서는 토크에 의한 견인력과 이로인한 마찰을 이해하여야 한다.

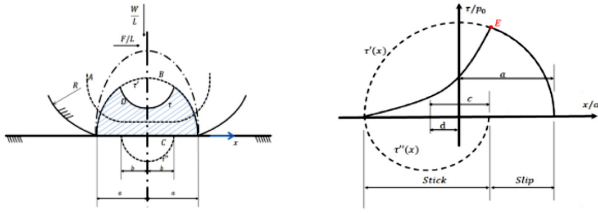
차륜과 레일의 접촉을 강체로 해석하면 차륜 하나에서 순수구름과 미끄러짐이 동시에 발생하는 크리프 현상을 설명할 수 없다. 실제 차륜과 레일 접촉을 설명하기 위해서는 차륜

*Corresponding author.

Tel.: +82-31-290-7501, E-mail : yschoi@skku.ac.kr

©The Korean Society for Railway 2014

<http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2014.17.1.14>



(a) Cylinder contact on flat plane (b) Tractive rolling contact
Fig. 1 Cylinder contact

과 레일을 탄성체로 가정하여야 한다. Fig. 1은 길이 L 인 원통이 평면과 접촉 시 수직하중 W 와 토크에 의한 접선방향 하중 F 가 주어진 경우를 나타낸 그림이다. 여기서 a 는 수직 하중 W 에 의해 변형된 길이의 $1/2$ 이다. 접선방향 하중 F 에 의한 전단응력 τ 는 식 (1)과 같이 되며 Fig. 1의 A곡선이 된다[3]. 여기서 최대 접촉압력은 $p_0=2W/(2\pi a)$ 이다. 견인력이 주어진 상태에서 미끄러지려면 수직하중 W 에 의한 수직항력에 마찰계수를 곱한 식 (2)로 표현되는 마찰인 B곡선을 초과해야 한다. 따라서 A곡선이 B곡선을 초과하지 않는 범위에서는 마찰에 의한 미끄러짐은 발생하지 않는다. 접선방향 하중이 점차 커지면 가장자리에서 미끄러짐이 시작하고 중앙에서 마지막으로 미끄러짐이 발생한다. 미끄러짐이 발생하지 않는 상황에서는 바닥면에서 작용-반작용 법칙에 의해 식 (3)과 같은 전단응력이 접선의 C곡선 형태로 발생한다. 따라서 접선방향 하중 F 는 D곡선 아래의 빗금으로 표시된 면적이 된다.

$$\tau(x) = F/(aL\pi\sqrt{1-x^2/a^2}) \quad (1)$$

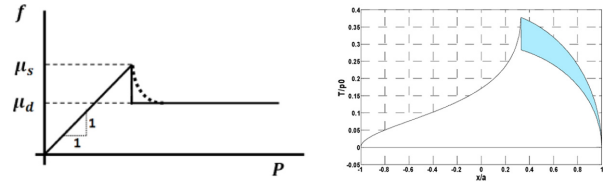
$$\tau(x) = \mu p_0 \sqrt{1-x^2/a^2} \quad (2)$$

$$\tau'' = -(b/a)\mu p_0 \sqrt{1-x^2/b^2} \quad (3)$$

철도차륜과 같이 원통이 회전하며 접촉하는 경우, Fig. 1(b)와 같이 미끄러지지 않은(stick) 영역은 원통이 바닥면과 처음 만나는 부분에서부터 시작한다. 미끄러짐(slip)은 최대 정지마찰력을 초과하는 점 E에서부터 시작한다. 이때 식 (3)은 식 (4)와 같이 변형된다. 여기서 a 는 미끄러지지 않은 영역의 반경이고 b 는 접촉 반경과 미끄러지지 않은 영역의 반경 차이이다. 즉 철도차륜에서는 견인모터에서 주어진 토크에 의한 접선방향 하중의 크기에 따라 순수구름과 미끄러짐이 동시에 발생하면서 접촉면에 작용하는 마찰력의 합이 철도차량의 견인력이 되는 것이다.

$$\tau'' = -(b/a)\mu p_0 \sqrt{1-(x+d)^2/b^2} \quad (4)$$

Fig. 2(a)는 어떤 물체에 수평방향으로 힘 p 가 주어졌을 때, 물체와 바닥면 사이의 마찰력 f 의 변화이다. 물체가 바닥면에서 받는 수직항력이 N 일 때, 수평방향의 힘이 $P < \mu_s N \mu_s N$ 에서는 정지상태(stick)를 유지한다. 이는 철도차륜에서 접촉



(a) Friction coefficient (b) Traction force
Fig. 2 Traction force reduction due to friction efficient

(adhesion)에 해당된다. P 가 $\mu_s N$ 보다 크면 갑자기 마찰력은 작아져 $f = \mu_d N$ 가 되면서 P 와 f 의 차이는 운동형태가 되어 미끄러진다(slip). Carter[1]는 미끄러질 때의 마찰계수를 쿨롱(Coulomb) 이론에 의해 정적마찰계수 μ_s 와 동적마찰계수 μ_d 가 같다고 가정했다. 그러나 실제로는 Fig. 2(a)에 표시된 것과 같이 변하게 된다. 따라서 실제 현상을 재현하기 위해서 정적마찰계수와 동적마찰계수를 동시에 고려하여 해석하여야 한다. Fig. 2(b)의 밑금친 부분은 쿨롱 이론에 의해 마찰계수가 일정하다고 가정하고 해석한 결과와 동적마찰계수까지 고려하여 해석한 경우의 접촉면에서의 전단력 분포 차이이다. 실제로 미끄러짐이 일어나는 순간 동적마찰계수가 적용되므로 Fig. 2(b)에 표현된 것처럼 차륜과 레일 접촉에 의한 전체 견인력은 정적마찰계수만을 고려한 Carter 이론보다 밑금친 부분만큼 감소한다. 그러나 동적마찰계수 μ_d 도 실제 상황에서는 상수가 아니고 속도, 온도, 선로 조건 등에 따라 달라지므로 철도 차륜/레일 접촉에서 이론해석만으로 정확한 견인력을 산출하기는 쉽지 않다.

3. 차륜/레일 접촉 전산해석

단순 원통 접촉이 아닌 실제 형상의 차륜과 레일의 접촉 문제를 보다 정확히 해석하려면 전산해석을 하여야 한다. 우선 전산해석결과와 타당성을 입증하기 위하여 이론 해석 결과가 있는 두 개의 원통 접촉문제를 전산해석하였다. 전산해석은 상용 프로그램인 SAMCEF[8]를 이용하였다. 원통반경은 차륜과 레일에 해당하는 460mm, 55mm로 각각 모델링하였다. 해석 모델은 탄성계수 210GPa, 프아송비 0.3으로 하였으며, 메시는 Hexa/Penta형태로 Transfinite method를 사용하여 접촉점 부분에서는 2.5mm, 이외의 부분은 10mm로 각각 모델링하였다. 일반적으로 철도차량에서 차륜/레일 접촉 해석은 두 개의 원통이 평행한 상태로 접촉하는 경우로 해석하나 본 연구에서는 두 개의 원통이 평행 접촉하는 경우와 90° 틀어진 상태로 접촉하는 경우 각각에 자중에 의한 수직하중과 견인모터에서 주어지는 토크에 의해 접촉면에서 차륜의 접선방향으로 하중을 동시에 가하여 구름접촉 해석을 하였다.

Fig. 3(a)는 일반적으로 철도 차륜/레일의 해석 시 흔히 사용되는 두 원통이 평행한 상태로 접촉하는 경우이고, Fig. 3(b)는 두 원통이 90° 틀어져 접촉하는 상태를 나타낸 그림이다. 수직하중에 의한 접촉응력은 Fig. 4(a)와 같이 계산되었다. 이때 수직하중은 차량 자중에 의한 윤중으로 할 경우

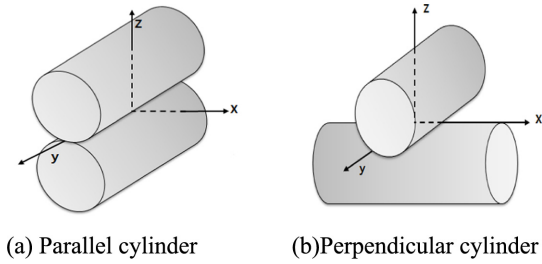


Fig. 3 Two cylinder contact type

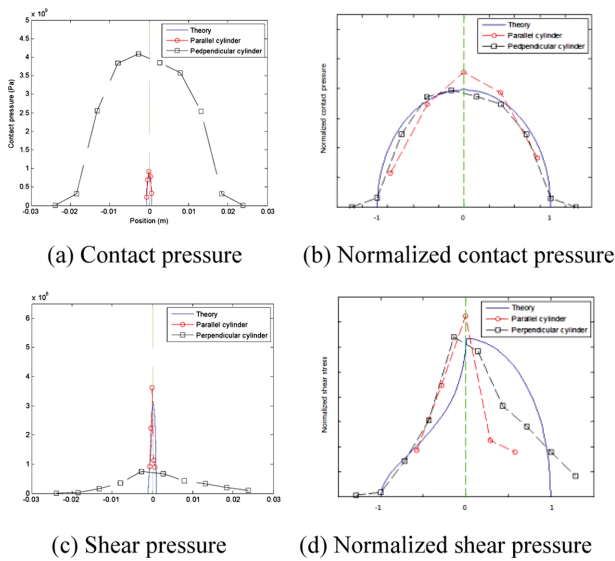
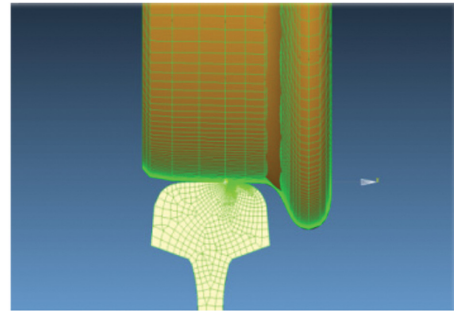
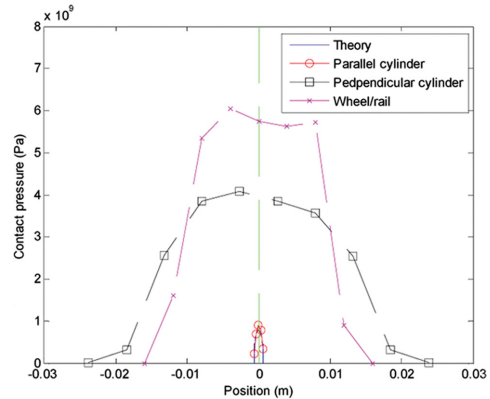


Fig. 4 Parallel and perpendicular cylinder contacts

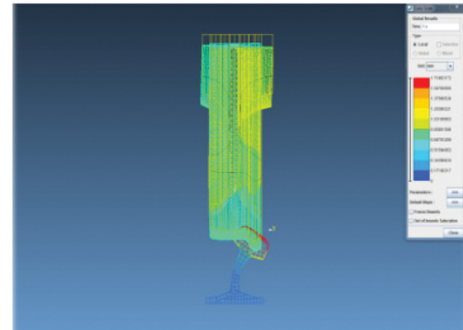
변형이 너무 작아 실제 운중의 10배로서 850,000N을 주었다. 평행원통은 이론 해석결과와 전산해석 결과가 잘 일치하였고, 90° 틀어진 원통은 평행한 상태로 접촉하는 경우에 비해 접촉압력의 크기가 커졌으나 Fig. 4(b)와 같이 정규화(normalizing)하였을 때 응력분포는 유사하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 수직하중과 토크에 의한 접선방향 하중을 동시에 주었을 때의 결과는 Fig. 4(c)에 그렸다. 접선방향 하중도 실제의 10배에 해당하는 255,000N으로 산정하였다. 이론해석 결과는 평행 원통 접촉 경우로서 Popov[8]를 참고하여 계산하였다. 평행 원통의 경우 이론과 전산해석 결과가 잘 일치하고 있다. 그러나 90° 틀어진 원통은 평행 원통에 비해 최대 전단응력은 작으나 전단응력의 합이 되는 견인력은 더 커짐을 알 수 있다. 이는 Fig. 4(a)와 Fig. 4(c)에 보인 바와 같이 90° 틀어진 원통은 평행 원통에 비해 접촉면적이 커지기 때문이다. 그러나 이론과 비교하기 위하여 90° 틀어진 원통 해석결과를 Fig. 4(d)와 같이 정규화하면 90° 틀어진 원통이 보다 이론값과 유사한 것을 확인할 수 있다. 이는 실제 철도차량에서의 차륜/레일 접촉은 한 점에서 만나는 점접촉이기 때문에, 선접촉인 평행한 실린더 접촉보다는 점접촉인 90° 틀어진 원통 접촉모델이 보다 실제와 유사한 모델일 뿐만 아니라 보다 큰 견인력을 얻기 위해서는 레일



(a) SAMCEF mesh model



(b) Normalized contact pressure



(c) Enlarged rail displacement

Fig. 5 KTX wheel (GV40) with UIC-60 rail contact

이 차륜과 90° 틀어진 원통 형태로 설계되어야 함을 알 수 있다. 다만 메쉬 크기를 작게 하여 요소(element) 수를 증가시키면 전산해석 시간이 길어지므로 요소수를 더 이상 증가시키지는 못하였다.

Fig. 5는 실제 KTX차륜(GV40)과 UIC 60레일을 전산해석한 결과이다. 차륜과 레일의 접촉 해석을 위하여 Fig. 5(a)에 보인 바와 같이 접촉부에서는 메쉬를 조밀하게 생성하였고, 접촉부분의 범위를 설정한 뒤 노드 대 면(node-face) 접촉으로 설정하였다. 또한 접촉부분에 850,000N의 수직하중을 가하였다. 해석결과 Fig. 5(b)에 보인 바와 같이 실제 차륜과 레일의 형상에서의 접촉압력은 평행한 두 개의 평행 원통 접촉보다 90° 틀어진 원통의 접촉과 유사한 것을 알 수

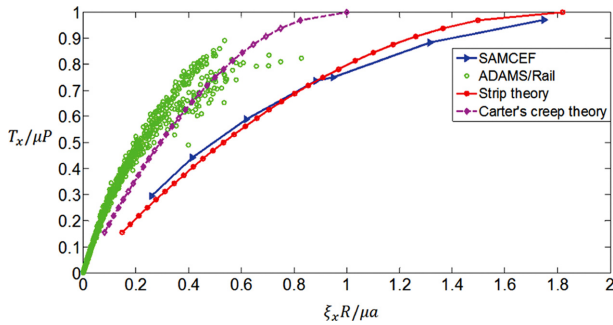


Fig. 6 Creep ratio vs creep force

있었다. 90° 틀어진 원통 접촉해석 결과도 실제 형상의 해석결과와 정확하게 맞지는 않으나 철도차량에서 차륜과 레일의 접촉문제를 해석하기 위해서는 평행 원통 접촉보다는 90° 틀어진 원통 접촉으로 모델링하는 것이 보다 실제와 근사한 값을 얻을 수 있음을 확인하였다. 그러나 Fig. 5(c)와 같이 수직하중만 주었을 경우 차륜뿐만 아니라 레일에서도 변형이 일어나므로 수직하중과 동시에 견인력을 주어 계산하였을 때 SAMCEF[8]에 의한 전산해석은 더 이상 불가능하였다. 따라서 문제를 해결하기 위해서는 해석 모델, 경계 조건의 정확성과 더불어 적합한 전산프로그램의 선택이 필요하다.

4. 크리프 곡선

차륜과 레일의 접촉을 해석하는 것은 크리프와 크리프력에 의해 차륜의 운동과 차륜에 가해지는 힘과 모멘트를 알고자 함이다. 크리프와 크리프힘은 철도차량의 동특성을 결정하는 주요 요소이다. 본 연구에서는 ADAMS/Rail의 주행해석과 90° 틀어진 두 원통의 접촉에 대한 전산해석 결과로부터 크리프와 크리프힘을 구하고, 기존 Carter이론 및 접촉부분을 줄처럼 세분화한 후 각각에 Carter이론을 적용한 줄(strip) 이론[3] 결과와 비교하였다. Fig. 6에서 ADAMS/Rail로 표시된 점들은 분산형 고속전철에 대한 ADAMS/Rail 전산해석 결과이고, SAMCEF[9]로 표시된 부분은 90° 틀어진 두 원통에서 접선방향 하중을 50,000N에서 325,000N까지 변화시켜가며 접촉반경과 최대 접촉압력을 구해 Carter의 크리프 이론에 대입하여 얻은 곡선이다. 여기서 x축과 y축은 무차원 변수로서 T_x 는 종방향 견인력, ξ_x 는 종방향 크리피지, R 은 차륜의 반경, μ 는 마찰계수, a 는 접촉반경을 각각 나타낸다. Fig. 6에서 보면 단순 접촉만을 고려한 SAMCEF에서는 보다 정확히 접촉부분을 계산할 수 있는 줄 이론과 유사하고, 실제 주행해석을 수행한 ADAMS/Rail 전산해석은 Carter의 크리프 이론과 비슷한 경합임을 확인할 수 있다. 즉 동일한 설계변수를 갖는 차륜/레일에서도 각각의 해석 방법에 따라 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 따라서 보다 정확한 크리프 곡선을 얻기 위해서는 실험을 동반한 보다 많은 연구가 필요하다.

5. 결 론

본 연구에서는 철도차륜과 레일의 접촉 문제를 마찰과 토크가 작용하는 두 개 원통의 접촉문제로 해석하여 구름과 미끄러짐이 있는 크리프 현상을 설명하고, 실제 차륜과 레일 문제에 적용하기 위해 수직하중, 견인력, 마찰력을 동시에 고려하는 전산해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- 철도 차륜과 레일 접촉은 토크에 의한 견인력이 최대 정지마찰력보다 작은 구간에서는 순수구름이 발생하나 최대 정지마찰력을 초과하는 구간부터 미끄러짐이 발생하고, 이때 정적 마찰계수보다 작은 동적 마찰계수가 작용하므로 견인력은 약간 줄어든다.

- 철도 차륜과 레일 접촉 문제는 평행한 두 개의 원통 접촉문제로 해석하기보다 90° 틀어진 두 개의 원통의 접촉문제로 해석하여야 보다 실제에 가까운 접촉력과 견인력을 구할 수 있다.

- 차륜과 레일의 접촉에서 전단응력, 마찰력, 미끄러짐 등을 고려한 전산해석을 위해서는 접촉부위의 메쉬를 보다 작게함과 동시에 전산알고리즘을 신중히 택해야 한다.

결국 철도차륜과 레일 접촉문제는 크리프에 의한 크리프 힘을 생성하는 과정으로서 차륜과 레일의 형상 및 마찰계수에 따라 달라지므로 최적의 차륜과 레일 개발을 위해서는 보다 정밀한 차륜, 레일 접촉에 대한 역학적 이해가 있어야 한다.

후 기

본 연구는 국토해양부 건설교통기술촉진연구사업(13PRTD-C061720-02)의 연구비지원으로 수행되었습니다.

References

- [1] F.W. Carter (1926) On the action of a locomotive driving wheel, *Proc. R. Soc. London. A*, 112, pp. 151-157.
- [2] J.J. Kalker (1991) Wheel-rail rolling contact theory, *Wear*, 144, pp. 243-261.
- [3] V.K. Garg, R.V. Dukkipati (1984) Dynamics of railway vehicle systems, Academic press, Toronto, Canada, pp. 113-115.
- [4] A.A. Shabana, K.E. Zaazaa, J.L. Escalona, J.R. Sany (2004) Development of elastic force model for wheel/rail contact problem, *Journal of Sound and Vibration*, 269, pp. 295-325.
- [5] E.E. Magel, J. Kalousek (2002) The application of contact mechanics to rail profile design and rail grinding, *Wear*, 253(1-2), pp. 308-316.
- [6] K.D. Sung, W.H. Yang, M.R. Cho, S.P. Heo, K.H. Jung (1998) A study on the contact characteristics of wheel-rail for rolling stock, *Journal of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 2, No. 1, pp. 268-273.
- [7] H.S. Yang, W.S. Lee, H.K. Nam (2005) Study on wheel profile for railway vehicle with narrow gauge by profile contact

analysis, *Proceedings of the Korean Society for Railway Annual Autumn Conference*, pp. 59-64.

- [8] Popov, Valentin L. (2010) Contact mechanics and friction : physical principles and applications, *Springer*, Berlin, Germany, pp. 72-75.
- [9] SAMCEF. 8.3 (2010).

접수일(2013년 6월 25일), 수정일(2013년 12월 8일),
게재확정일(2013년 12월 13일)

Ki-Seok Song : studymania@skku.edu
School of mechanical Engineering, SKKU, 2066, Seobu-ro, Jangang-gu, Suwon-si, Gyeonggi-do 440-746, Korea

Seung-Hee Han : gkstmdgmlqq@naver.com
School of mechanical Engineering, SKKU, 2066, Seobu-ro, Jangang-gu, Suwon-si, Gyeonggi-do 440-746, Korea

Yeon-Sun Choi : yschoi@skku.ac.kr
School of mechanical Engineering, SKKU, 2066, Seobu-ro, Jangang-gu, Suwon-si, Gyeonggi-do 440-746, Korea