

# MLAT 시스템용 표적 위치추정 알고리즘

김도훈,\* 황규성,\* 주민철<sup>o</sup>

## Aircraft Track Estimation Algorithm for MLAT System

Do-Hoon Kim,\* Kyu-Sung Hwang,\*  
 MinChul Ju<sup>o</sup>

### 요 약

본 논문은 MLAT(Multilateration) 시스템에서 핵심적인 역할을 하는 항공기의 위치추적 알고리즘에 대한 성능실험 결과를 보여준다. TDOA(Time difference of arrival)기반 Chan 알고리즘과 칼만 필터를 활용한 3차원 위치 추적 실험 결과는 백색잡음(AWGN)환경에서 EUROCAE 항공규격(ED-117)을 만족하는 실험 결과를 보여주었다.

**Key Words** : TDOA, MLAT, Kalman, Multilateration

### ABSTRACT

In this paper, we shows the simulation result of estimation algorithm for aircraft track which is core engine in MLAT system. The simulation result for 3D position estimation by Chan algorithm based on TDOA and Kalman filter shows that the performance satisfies the requirements of EUROCAE ED-117 over AWGN channel.

### I. 서 론

MLAT 시스템은 쌍곡선(hyperbola) 또는 쌍곡면(hyperboloid) 위치 측정법을 이용하여 항공기의 위치를 추적한다<sup>[1]</sup>. 쌍곡선 또는 쌍곡면 위치 측정법은 기

준 수신기와 다른 수신기의 신호 도착 시간차(TDOA)를 바탕으로 하는데, 신호 도착 시간차는 항공기(송신기)에서 보내는 신호가 수신기에 도착하는 신호의 시간(TOA)을 사용하여 계산한다. 위 방식은 항공기와 수신기간의 시각동기가 보장되지 않은 상태에서도 항공기의 위치계산을 할 수 있다<sup>[2]</sup>. 신호 도착 시간차를 기반으로 하는 2차원 위치 추적을 위해서는 기준수신기를 포함하여 최소 3개의 수신기가 필요하고, 3차원 위치 추적을 위해서는 최소 4개의 수신기가 필요하다<sup>[3]</sup>. 본 연구에서는 3차원 공간에서의 항공기 위치 추적을 위해서 4개 이상의 수신기를 임의로 배치하여 나선형으로 이동하는 항공기의 위치를 추정하는 알고리즘을 구현하고 성능 시뮬레이션을 하였다. 또한 칼만 필터를 적용하여 위치 오차의 변동폭을 최소화하였다.

### II. 다변측량 알고리즘

2차원 평면에서 수신기가 3개일 경우 삼변측량(trilateration)이라고 하며, 수신기가 4개 이상일 경우를 다변측량(Multilateration)이라고 한다. TDOA기반의 측량 알고리즘에는 여러 가지가 있는데, 대표적인 것으로 임의의 초기값에서 시작하여 여러번의 반복연산(iteration)을 통하여 위치값을 계산하는 테일러-시리즈 알고리즘<sup>[3]</sup>은 노이즈량이 작을 경우 최적의 성능을 보여주지만, 초기값의 설정에 따른 수렴 성능의 편차가 크며, DAC(Divide and Conquer) 알고리즘<sup>[4]</sup>은 최적해를 제공하지만, 피셔(Fisher) 정보를 아주 많이 필요로 하는 단점이 있다. 본 논문에서는 위 방식들이 가지는 단점을 보완한 Y. T. Chan 등이 제시한 효과적인 알고리즘<sup>[5]</sup>을 적용하여 그 성능을 평가해 보았다.

Chan이 제안한 알고리즘은 삼변측량과 다변측량을 분리하여 수식을 정리하였는데, 삼변측량일 경우에는 상대적으로 수식이 간단하게 표현된다.

항공기에서 각 수신기까지의 거리  $r_i$ 는 식 (1)처럼 표현된다.

※ 이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (NRF-2012R1A1A1041485)

• First Author : 전자부품연구원 실감정보플랫폼연구센터, speedo@keti.re.kr, 중신회원

◦ Corresponding Author : 국민대학교 전자공학부, mcju@kookmin.ac.kr, 정회원

\* 경일대학교 사이버보안학과, kshwang@kiu.ac.kr, 정회원

논문번호 : KICS2014-01-003, 접수일자 : 2014년 1월 8일, 심사일자 : 2014년 2월 4일, 최종논문접수일자 : 2014년 2월 11일

$$r_i^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2$$

$$= K_i - 2x_i x - 2y_i y - 2z_i z + x^2 + y^2 + z^2, \quad (1)$$

( $i = 1, 2, \dots, M$ )

여기서,  $K_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$  이고, 삼변측량의 경우  $M=4$ , 다변측량의 경우  $M=5$ 이상의 값을 가진다.  $M=4$ 일 때, 식 (1)을  $x, y, z$ 를 기준으로 다시 정리하면 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_{2,1} & y_{2,1} & z_{2,1} \\ x_{3,1} & y_{3,1} & z_{3,1} \\ x_{4,1} & y_{4,1} & z_{4,1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_{2,1} \\ r_{3,1} \\ r_{4,1} \end{bmatrix} r_1 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{2,1}^2 - K_2 + K_1 \\ r_{3,1}^2 - K_3 + K_1 \\ r_{4,1}^2 - K_4 + K_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $r_{i,1} = r_i - r_1$ 이다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하여  $r_1$ 에 대해서 정리하면  $r_1$ 에 대한 2차방정식을 얻을 수 있다.  $r_1$ 의 이차방정식을 풀면 두 개의 해를 얻을 수 있는데, 일반적으로 음수값은 취하지 않으며, 두 값이 모두 양수일 때는 유효영역을 설정하여 그 범위안에 들어가는 값을 취하도록 한다.  $r_1$ 을 알게되면 식 (2)를 통해서  $x, y, z$ 값도 구해진다.

다변측량의 경우에는 식 (1)을  $r$ 에 관한 식과  $x, y, z$ 에 관한 식으로 분리하여 정리하면 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$r_{i,1}^2 + 2r_{i,1}r_1 = -2x_{i,1}x - 2y_{i,1}y - 2z_{i,1}z + K_i - K_1, \quad (3)$$

여기서  $x_{i,1} = x_i - x_1, y_{i,1} = y_i - y_1, z_{i,1} = z_i - z_1$ 이다. 식 (3)을 바탕으로 오차 벡터는 식 (4)처럼 정리할 수 있다.

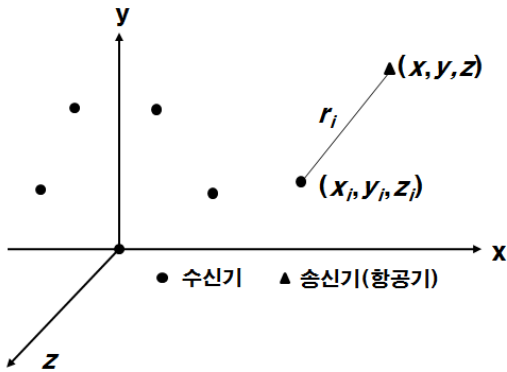


그림 1. 3차원 좌표에서의 배치  
Fig. 1. Localization in a 3-D plane

$$\psi = \underline{h} - \underline{G}_a \underline{z}_a^0,$$

$$\underline{h} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{2,1}^2 - K_2 + K_1 \\ r_{3,1}^2 - K_3 + K_1 \\ \vdots \\ r_{M,1}^2 - K_M + K_1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\underline{G}_a = - \begin{bmatrix} x_{2,1} & y_{2,1} & z_{2,1} & r_{2,1} \\ x_{3,1} & y_{3,1} & z_{3,1} & r_{3,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{M,1} & y_{M,1} & z_{M,1} & r_{M,1} \end{bmatrix},$$

여기서,  $\underline{z}_a^0 = [x, y, z, r_1]^T$  이고  $r_1^0$ 은 노이즈가 없는  $r_1$ 을 나타낸다.  $x, y, z$ 와  $r$ 은 서로 독립적이라는 가정하에 Least square 방식으로 해를 구할 수 있지만, 위의 가정이 맞지 않기에 위 해는 최적해가 될 수 없다. 따라서, 각 성분간의 관계를 이용한 식(5)를 사용하여 다시 Least square 해를 구하여 이전에 얻은 값을 개선할 수 있다.

$$\psi' = \underline{h}' - \underline{G}'_a \underline{z}'_a, \quad \underline{z}'_a = \begin{bmatrix} (x - x_1)^2 \\ (y - y_1)^2 \\ (z - z_1)^2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\underline{h}' = \begin{bmatrix} (x^0 + e_1 - x_1)^2 \\ (y^0 + e_2 - y_1)^2 \\ (z^0 + e_3 - z_1)^2 \\ (r_1^0 + e_4)^2 \end{bmatrix}, \quad \underline{G}'_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

식 (5)를 이용하여 얻은 최종해는 식 (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\underline{z}_p = \sqrt{\underline{z}_a} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \underline{z}_p = -\sqrt{\underline{z}_a} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

여기서,  $\underline{z}_p = [x, y]^T$  이고, 두 값중에 적절한 해는 앞에서 설명한 것처럼 설정된 유효영역안에 들어온 값으로 선택하면 된다.

### III. 성능 시뮬레이션

수신기를 아래 표 1처럼 배치하여 Chan 알고리즘의 성능을 실험하였다. 수신기의 위치는 원점을 기준으로 상하좌우에 고르게 배치하였고, 지상에 설치되는 것을 고려하여 z축의 좌표는 상대적으로 작은값을 입력하였다. 그리고, 좌표의 단위는 미터(m)라고 가정한다.

표 1. 각 수신기 위치  
Table 1. position of receiver

M = 5		M = 4	
1	(0, 0, 0)	1	(0, 0, 0)
2	(-1000, -1100, 200)	2	(-1000, -1100, 200)
3	(-1200, 1300, 100)	3	(-1200, 1300, 100)
4	(1400, -1500, 50)	4	(1400, -1500, 50)
5	(1600, 1700, 0)		

그림 2는 Chan 알고리즘의 성능 시뮬레이션을 위한 항공기의 이동좌표를 보여준다. 이동하는 항공기의 3차원 위치좌표를 표시한 그림인데, 최초좌표는(500, 0, 100)이고, 나선형의 모양으로 상승하고 있는 형태이고 전체 데이터 샘플수는 100개이다.

그림 3은 Chan 알고리즘의 성능 시뮬레이션 결과이다. 칼만 필터가 적용되어 기본적인 Chan 알고리즘 계산이후 연속되는 위치 좌표 추정값이 최적화되도록 하였다. 백색잡음(AWGN)크기는 0과 10을 각각 적용

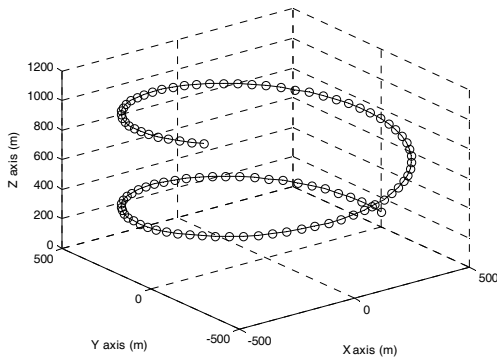


그림 2. 항공기의 이동 좌표  
Fig. 2. Track of aircraft

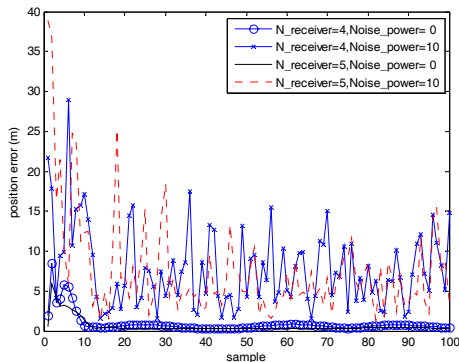


그림 3. Chan 알고리즘 성능 실험 결과  
Fig. 3. Simulation result of Chan algorithm

하였는데, 잡음크기가 0일 때에는 수렴구간인 10샘플 후에는 위치오차가 1m 이하이고, 잡음크기가 10일 때에는 대략 5미터에서 10미터내외의 오차가 생기고 있음을 보여준다. 수신기의 개수가 5개일 때가 4개일 때보다 수렴된 40샘플 이후 위치오차가 최대 3m 더 작은 것을 확인할 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 항공기의 위치추정을 위한 TDOA 기반 Chan 알고리즘의 성능을 평가하였다. 실험결과 10 샘플 후에는 칼만 필터의 결과값이 유효한 것을 알 수 있으며, 오차범위가 항공규격<sup>[6]</sup>을 만족하여 항공기의 위치인식을 위한 핵심 알고리즘으로 사용될 수 있을 것으로 판단되며 수신기의 개수를 많이 늘리면 위치오차의 크기 및 편차를 더욱 줄일 수 있을 것으로 예상된다.

#### References

- [1] G. Galati, P. De Marco, L. Menè, M. Leonardi, P. Magaro, and M. Gasbarra, "New time of arrival estimation method for multilateration target location," *Jissa 2005*, pp. 20–21, Paris, June 2005.
- [2] H. T. Cho, I. G. Park, H. S. Jang, and Y.J. Baek, "Precision time synchronization system over wireless networks for TDOA-based real time locating systems," in *Proc. KICS JCCI 2008*, p. 254, Jeju Island, Korea, Apr. 2008.
- [3] W. H. Foy, "Position-location solutions by Taylor-series estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-12, pp. 187–194, Mar. 1976.
- [4] J. S. Abel, "A divide and conquer approach to least-squares estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 26, pp. 423–427, Apr. 1990.
- [5] Y. T. Chan and K. C. Ho, "A simple and efficient estimator for hyperbolic location," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 8, pp. 1905–1915, Aug. 1994.
- [6] EUROCAE, "Minimum operational performance specification for mode S multilateration systems for use in A-SMGCS," ED-117, Nov. 2003.