The Korean Journal of Applied Statistics (2014) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2014.27.1.061
27(1), 61–70

Nonparametric Method for Ordered Alternative in Randomized Block Design

Yuhyang Kang[a] · Dongjae Kim[a,1]

[a]Department of Biostatistics, The Catholic University of Korea

(Received October 15, 2013; Revised November 15, 2013; Accepted November 15, 2013)

Abstract

A randomized block design is a method to apply a treatment into the experimental unit of each block after dividing into several blocks with a binded homogeneous experimental unit. Jonckheere (1964) and Terpstra (1952), Page (1963), Hollander (1967) proposed various methods of ordered alternative in randomized block design. Especially, Page (1963) test is a weighted combination of within block rank sums for ordered alternatives. In this paper, we suggest a new nonparametric method expanding the Page test for an ordered alternative. A Monte Carlo simulation study is also adapted to compare the power of the proposed methods with previous methods.

Keywords: Randomized block design, nonparametric, rank, ordered alternative.

1. 서론

랜덤화 블록 계획법(Randomized block design)은 동질적인 실험단위를 한데 묶어 여러 개의 블록으로 나눈 후, 각 블록의 한 개의 실험단위에 처리 1을 적용하고 나머지 중 다른 한 개의 실험단위에 처리 2, 등등으로 적용하는 방법이다. 또한 블록효과가 있는 모형에서, 예를 들어 온도의 증가에 따른 처리효과의 증감이나 자극의 양에 따른 반응량의 증감 등에 대한 사전정보가 있을 때에는 순서대립가설에 대한 검정법이 필요하다. 만일 모분포의 형태가 가정한 것과 같다면 모수적 통계방법인 분산분석법을 시행하면 되지만 오차항 또는 관측값이 두터운 꼬리를 갖는 분포에 따르거나 데이터들에 이상점이 있는 경우에는 검정력이 심각하게 떨어지는 등의 문제가 있다. 이러한 문제점에 대한 대안의 한 방법으로서 순위를 이용한 분포무관 비모수 검정법이 있다. 비모수적 방법은 모수적 방법과는 달리 모집단의 분포 형태에 덜 의존한다는 장점이 있다 (Song 등, 2007).

순서대립가설을 위한 비모수 검정법은 모형에 따라 많은 방법이 제안되었다. 일원배치모형에서는 Mann과 Whitney (1947)가 제안한 통계량의 합을 이용한 검정법인 Jonckheere (1954)와 Terpstra (1952) 검정법이 있다. 반복이 없는 이원배치모형에서는 블록 안에서의 순위(rank)를 이용하여 제안한 Page (1963)방법과 Hollander (1967)가 있다. Page (1963)은 블록내 정보를 이용한 검정법으로 블록간 정보의 손실을 가져올 수 있고, 블록간 정보를 활용하는 검정법인 Hollander (1967)는 점근적 정규성을 가짐에도 불구하고 분산이 오차항의 분포에 종속되므로 사용이 거의 불가능하다 (Lee, 1991).

[1]Corresponding author: Professor, Department of Biostatistics, The Catholic University of Korea, Banpo-Dong, Seocho-Gu, Seoul 137-701, Korea. E-mail: djkim@catholic.ac.kr

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서는 Mack (1981)이 Kruskal과 Wallis (1952)가 관측값 대신에 혼합표본에서의 순위를 이용하는 방법을 확장하여 제안하였다. Skilling과 Wolfe (1977, 1978)는 Jonckheere (1954)와 Terpstra (1952)가 제안한 검정법을 확장하였다. 또한 Hettmansperger (1975)는 Page (1963)가 제안한 통계량을 확장하여 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 블록 내 순위합의 가중치를 주는 Page (1963)가 제안한 방법을 확장하여 순서대립가설에 대한 새로운 비모수적 방법론을 제안하였다. 모의실험을 통하여 순서대립가설에서의 랜덤화 블록 계획법에서 Page (1963)가 제안한 방법과 Wilcoxon Signed Ranks의 합을 이용하여 Hollander (1967)가 제안한 방법, 모수적 검정법인 분산분석과 본 논문에서 제안한 검정방법의 검정력을 비교하였다.

2. 방법

블록이 있고 처리가 k개인 확률화 블록 계획법의 모형

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \epsilon_{ij}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, k)$$

이다. 여기서 μ은 전체 평균을 나타내고 β_i는 i번째 블록의 효과, τ_j는 j번째 처리의 효과를 나타낸다. 또한 ϵ_{ij}는 오차항이며, 동일한 연속분포를 따르는 서로 독립인 확률변수로 가정한다.

Blocks	treatment			
	1	2	$\cdots$	k
1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1k}
2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2k}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
n	y_{n1}	y_{n2}	$\cdots$	y_{nk}

각 처리의 효과가 모두 동일하다는 귀무가설과 순서형 대립가설은

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k \quad vs. \quad H_1 : \tau_1 \leq \tau_2 \leq \cdots \leq \tau_k$$

이다.

2.1. Page 검정법

각 블록 내에서 Y_{ij}의 순위를 R_{ij}라고 할 때, Page 검정통계량 L은 다음과 같이 정의된다.

$$L = \sum_{j=1}^{k} jR_j = R_1 + 2R_2 + \cdots + kR_k$$

여기서,

$$R_j = \sum_{i=1}^{n} R_{ij}.$$

귀무가설 $H_0 : \tau_0 = \tau_1 = \cdots = \tau_k$를 검정하기 위한 기각역은 $L \geq l(\alpha, k, n)$이다. 여기서, $l(\alpha, k, n)$는 귀무가설 하에 $P_0[L \geq l(\alpha, k, n)] = \alpha$를 만족하는 상수이다.

귀무가설하에서 L의 기대값과 분산은

$$E_0(L) = \frac{nk(k+1)^2}{4}, \qquad \mathrm{Var}_0(L) = \frac{nk^2(k+1)(k^2-1)}{144}$$

이고, 표준화 된 L 통계량은

$$L^{\star} = \frac{L - E_0(L)}{\sqrt{\mathrm{Var}_0(L)}} = \frac{L - \left[\dfrac{nk(k+1)^2}{4}\right]}{\left[\dfrac{nk^2(k+1)(k^2-1)}{144}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

이다.

귀무가설하에서 $L^{\star}$은 n이 충분히 클 때, 근사적으로 $N(0,1)$을 따른다. 이때, 동점인 경우에는 평균 순위를 사용한다.

2.2. 제안된 검정법

각 블록 내에서 Y_{ij}의 순위를 R_{ij}라고 할 때, 새로운 검정통계량 LH은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{LH} = \sum_{j=1}^{k} j^p R_j = 1^p R_1 + 2^p R_2 + \cdots + k^p R_k$$

여기서,

$$R_j = \sum_{i=1}^{n} R_{ij}$$

귀무가설 $H_0 : \tau_0 = \tau_1 = \cdots = \tau_k$를 검정하기 위한 기각역은 $\mathrm{LH} \geq l(\alpha, k, n)$이다. 여기서, $l(\alpha, k, n)$는 귀무가설 하에 $P_0[\mathrm{LH} \geq l(\alpha, k, n)] = \alpha$를 만족하는 상수이고, p는 0보다 큰 수이다.

통계량 LH는

$$\mathrm{LH} = \sum_{j=1}^{k} j^p R_j = \sum_{j=1}^{k} j^p \sum_{i=1}^{n} R_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{k} j^p R_{ij} \right) = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

이다. 여기서, $Q_i = \sum_{j=1}^{k} j^p R_{ij}$, $i = 1, \ldots, n$. 이 때, $Q_1, \ldots, Q_n$은 귀무가설의 사실여부와 상관없이 독립이고 동일한 분포에서 나온 확률 변수이다.

특히, 귀무가설하에서 $(R_{11}, \ldots, R_{1k})$는 교환 가능한 랜덤 백터이므로 $E_0(R_{11}) = (k+1)/2$, Var_0 $(R_{11}) = (k^2-1)/12$, $\mathrm{Cov}_0(R_{11}, R_{12}) = -(k+1)/12$이다.

따라서, 귀무가설하에서 통계량 LH의 기대값과 분산은 각각

$$E_0(\mathrm{LH}) = nE_0(Q_1) = nE_0(R_{11}) \times \sum_{j=1}^{k} j^p = \frac{n(k+1)}{2} \sum_{j=1}^{k} j^p,$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}_0(\mathrm{LH}) = n\mathrm{Var}_0(Q_1) &= n \sum_{j=1}^{k} \mathrm{Var}_0(j^p R_{11}) + 2 \sum_{u=1}^{v-1} \sum_{v=2}^{k} \mathrm{Cov}_0\left(u^p R_{11}, v^p R_{12}\right) \\ &= \frac{n(k^2-1)}{12} \sum_{j=1}^{k} j^{2p} - \frac{n(k+1)}{6} \sum_{u=1}^{v-1} \sum_{v=2}^{k} u^p v^p\end{aligned}$$

이다.

따라서, LH의 표준화 된 통계량

$$\mathrm{LH}^{\star} = \frac{\mathrm{LH} - E_0(\mathrm{LH})}{\sqrt{\mathrm{Var}_0(\mathrm{LH})}}$$

은 $n \to \infty$일 때, 그 극한분포가 중심극한 정리에 의해 표준정규분포 $N(0,1)$임을 알 수 있다 (Randles와 Wolfe, 1979).

3. 모의실험의 계획 및 결과

본 논문에서는 순위를 이용한 검정통계량에 근거하여 새롭게 제시한 검정법과 기존의 검정법들의 비교를 위해 모수적 방법과 비모수적 방법과의 차이를 비교해 보았다. 모수적인 방법으로는 F통계량을 이용한 분산분석법(ANOVA)을 사용하고, 비모수적인 방법으로는 Hollander가 제안한 검정법, Page가 제안한 검정법을 사용하였다. 모집단의 분포는 정규분포, 지수분포, Cauchy분포, 이중지수분포를 고려하였다. SAS를 이용하여 정규분포의 난수생성은 RANNOR 함수, 지수분포의 난수생성은 RANEXP 함수, Cauchy분포의 난수생성은 RANCAU 함수를 이용하였다. 이중지수분포는 RANUNI 함수를 이용하여 역변환 방법으로 난수를 생성하였다. 또한 유의수준 α는 0.05로 하였다.

블록의 수는 3개와 5개일 경우를 선택하였고 각각 블록의 수의 따라 처리의 수는 3개와 5개일 경우를 선택하였다. 블록이 3개일 때와 5개일 경우 표본의 크기가 같은 경우를 고려하였다. 그리고 유의수준 α를 0.05로 보정하기 위해 확률화 검정을 사용하였다. 이러한 조건에서 각 검정통계량들의 검정력을 비교하기 위해 10,000번 반복하여 결과를 Table 3.1, 3.2, 3.3, 3.4로 제시하였다.

처리의 수가 3이고 블록의 수가 3일 경우 Table 3.1에서 모든 방법이 0.05에 가깝다. Table 3.2에서는 분산분석법과 Hollander의 유의수준이 0.0378과 0.0274로 0.05를 만족하지 않고, 본 논문에서 제안한 방법과 Page의 방법은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.3에서 분산분석법의 유의수준은 0.0194이고, Hollander의 유의수준은 0.0331이다. 논문에서 제안한 방법과 Page의 방법은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.4에서 Hollander의 유의수준은 0.0251로 제어하기 어렵고 다른 방법들은 0.05에 가깝다. 처리의 수가 3이고 블록의 수가 5일 경우 Table 3.1에서 모든 방법은 0.05에 가깝다. Table 3.2에서는 분산분석법의 유의수준이 0.0373으로 0.05를 만족하지 않고, 본 논문에서 제안한 방법과 Hollander, Page의 방법은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.3에서 분산분석법의 유의수준은 0.0157이고, 다른 방법들은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.4에서 분산분석법의 유의수준은 0.0391이고, Hollander의 유의수준은 0.0258로 제어하기 어렵고 다른 방법들은 0.05에 가깝다.

처리의 수가 5이고 블록의 수가 3일 경우 Table 3.1과 Table 3.2에서 모든 방법이 0.05에 가깝다. Table 3.3에서 분산분석법의 유의수준은 0.0184로 1종 오류를 제어하기 힘든 결과이고, Hollander와 본 논문에서 제안한 방법과 Page의 방법은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.4에서 Hollander의 유의수준은 0.0301로 제어하기 어렵고 다른 방법들은 0.05에 가깝다. 처리의 수가 5이고 블록의 수가 5일 경우 Table 3.1과 Table 3.2에서 모든 방법이 0.05에 가깝다. Table 3.3에서 분산분석법의 유의수준은 0.0157이고, 다른 방법들은 0.05에 가까운 값들을 얻었다. Table 3.4에서 모든 다른 방법들은 0.05에 가깝다.

검정력을 살펴보면 처리의 수가 3이고 블록의 수가 3, 5일 경우, 모든 분포에서 모수적인 방법인 분산분석법의 검정력은 다른 비모수 검정 방법의 검정력보다 대체적으로 낮았다. 처리군의 평균이 초반에 증가하다가 평행을 이루는 대립가설의 값이 0.5씩 증가하는 순서형 대립가설의 경우보다 값이 대체적으로 작고 우산형 대립가설의 값이 가장 높다. 본 논문에서 제안한 검정 방법의 검정력 중 p가 0.1일 경우가 다른 검정 방법보다 높게 나타났다.

Table 3.1. Monte Carlo power estimates (Normal, $\alpha = 0.05$)

n	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	F	H	LH1	LH2	LH3	LH4	PAGE	LH5	LH6
	0	0	0			0.0463	0.0304	0.0527	0.0518	0.0504	0.0501	0.0424	0.0483	0.0481
	0	0	0.5			0.0658	0.0776	0.0981	0.0955	0.0897	0.0876	0.0765	0.0657	0.0649
	0	0.5	0.5			0.0676	0.0798	0.0992	0.0983	0.0957	0.0882	0.0939	0.0724	0.0711
3	0	0.5	1			0.1100	0.1522	0.1824	0.1752	0.1711	0.1705	0.1711	0.1629	0.1519
	0	1	1			0.1316	0.1724	0.1848	0.1827	0.1819	0.1725	0.1707	0.1709	0.1601
	0	1	2			0.3062	0.2995	0.3519	0.3422	0.3331	0.3219	0.2785	0.2325	0.2315
	0	2	2			0.3951	0.4993	0.5248	0.5223	0.5041	0.5032	0.4991	0.4824	0.4763
	0	3	2			0.6019	0.5058	0.7266	0.7058	0.6887	0.6675	0.6052	0.6021	0.5984
	0	0	0			0.0510	0.0501	0.0523	0.0578	0.0565	0.0563	0.0494	0.0482	0.0483
	0	0	0.5			0.0978	0.1687	0.1695	0.1687	0.1615	0.1603	0.1608	0.1509	0.1433
	0	0.5	0.5			0.0975	0.1829	0.1838	0.1766	0.1758	0.1743	0.1751	0.1717	0.1509
	0	0.5	1			0.1969	0.3627	0.3717	0.3416	0.3346	0.3162	0.3113	0.2524	0.2324
5	0	1	1			0.2525	0.4104	0.4266	0.4173	0.4143	0.4113	0.4018	0.3725	0.3006
	0	1	2			0.6403	0.6731	0.7259	0.7158	0.6885	0.6517	0.6678	0.5489	0.5248
	0	2	2			0.7719	0.8670	0.8849	0.8768	0.8347	0.8344	0.7789	0.7325	0.6805
	0	3	2			0.9489	0.9021	0.9543	0.9504	0.9311	0.9091	0.9038	0.8671	0.8554
	0	0	0	0	0	0.0494	0.0455	0.0595	0.0582	0.0504	0.0501	0.0424	0.0483	0.0481
	0	0	0	0.5	0.5	0.0773	0.1623	0.1662	0.1564	0.0897	0.0876	0.0765	0.0657	0.0649
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0790	0.1637	0.1885	0.1684	0.0957	0.0882	0.0939	0.0724	0.0711
	0	0	0.5	0.5	1	0.1214	0.3076	0.3787	0.3449	0.1711	0.1705	0.1711	0.1629	0.1519
3	0	0	0	1	1	0.1814	0.3723	0.4732	0.4621	0.1819	0.1725	0.1707	0.1709	0.1601
	0	0.5	1	1	2	0.3945	0.7201	0.7788	0.7741	0.3331	0.3219	0.2785	0.2325	0.2315
	0	1	1	2	2	0.5385	0.8418	0.8679	0.8668	0.5041	0.5032	0.4991	0.4824	0.4763
	0	1	1	3	2	0.7865	0.8509	0.9099	0.9092	0.6887	0.6675	0.6052	0.6021	0.5984
	0	0	0	0	0	0.0532	0.0491	0.0517	0.0512	0.0565	0.0563	0.0494	0.0482	0.0483
	0	0	0	0.5	0.5	0.1167	0.2480	0.3549	0.3319	0.1615	0.1603	0.1608	0.1509	0.1433
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.1140	0.3461	0.4719	0.4522	0.1758	0.1743	0.1751	0.1717	0.1509
	0	0.5	0.5	0.5	1	0.2188	0.4842	0.6658	0.6528	0.3346	0.3162	0.3113	0.2524	0.2324
5	0	0	0	1	1	0.3605	0.5847	0.7289	0.7138	0.4143	0.4113	0.4018	0.3725	0.3006
	0	0.5	1	1	2	0.7378	0.9264	0.9523	0.9509	0.6885	0.6517	0.6678	0.5489	0.5248
	0	1	1	2	2	0.8945	0.9786	0.9845	0.9574	0.8347	0.8344	0.7789	0.7325	0.6805
	0	1	1	3	2	0.9910	0.9855	0.9854	0.9806	0.9311	0.9091	0.9038	0.8671	0.8554

+ F : ANOVA , H : HOLLANDER

+ LH1 : $p = 0.1$, LH2 : $p = 0.3$, LH3 : $p = 0.5$, LH4 : $p = 0.7$, LH5 : $p = 2$, LH6 : $p = 3$

처리의 수가 5이고 블록의 수가 3, 5일 경우, 모든 분포에서 모수적인 방법인 분산분석법의 검정력은 Hollander의 방법보다 대체적으로 낮지만 Page의 검정력보다 높다. 처리군의 평균이 중반부터 증가하는 순서형 대립가설의 경우보다 초반부터 증가하는 대립가설의 검정력이 더 높고 우산형 대립가설의 검정력이 가장 높음을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 순위를 이용한 검정 방법은 표본의 크기가 커질수록 효율이 좋다.

4. 결론 및 고찰

본 논문에서는 확률화 블록 계획법에서 순서형 대립가설에 대한 분포무관 검정법을 제안하였다. 이 통

Table 3.2. Monte Carlo power estimates (Exponential, $\alpha = 0.05$)

n	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	F	H	LH1	LH2	LH3	LH4	PAGE	LH5	LH6
3	0	0	0			0.0378	0.0274	0.0517	0.0518	0.0505	0.0504	0.0484	0.0473	0.0481
	0	0	0.5			0.0690	0.0957	0.0922	0.0901	0.0877	0.0897	0.0775	0.0638	0.0524
	0	0.5	0.5			0.0710	0.1202	0.0995	0.0980	0.0961	0.0957	0.0919	0.0753	0.0727
	0	0.5	1			0.1370	0.2717	0.1844	0.1743	0.1729	0.1711	0.1712	0.1639	0.1528
	0	1	1			0.1722	0.3066	0.1887	0.1852	0.1823	0.1819	0.1705	0.1709	0.1683
	0	1	2			0.4057	0.5996	0.3625	0.3532	0.3381	0.3331	0.2765	0.2345	0.2324
	0	2	2			0.4877	0.6093	0.5348	0.5253	0.5145	0.5041	0.4987	0.4844	0.4793
	0	3	2			0.6780	0.7421	0.7276	0.7068	0.6857	0.6887	0.6064	0.6057	0.5987
5	0	0	0			0.0373	0.0515	0.0513	0.0528	0.0505	0.0565	0.0494	0.0487	0.0483
	0	0	0.5			0.1031	0.2087	0.1795	0.1687	0.1675	0.1615	0.1609	0.1579	0.1473
	0	0.5	0.5			0.1073	0.2354	0.1858	0.1749	0.1732	0.1758	0.1719	0.1717	0.1579
	0	0.5	1			0.2526	0.5255	0.3747	0.3436	0.3426	0.3346	0.3123	0.2764	0.2464
	0	1	1			0.3277	0.4414	0.4276	0.4193	0.4173	0.4143	0.4015	0.3734	0.3131
	0	1	2			0.6925	0.5019	0.7269	0.7149	0.6894	0.6885	0.6649	0.5492	0.5254
	0	2	2			0.7894	0.6745	0.8869	0.8778	0.8352	0.8347	0.7790	0.7345	0.6855
	0	3	2			0.9224	0.8995	0.9553	0.9514	0.9342	0.9311	0.9038	0.8761	0.8544
3	0	0	0	0	0	0.0462	0.0534	0.0555	0.0542	0.0538	0.0527	0.0476	0.0540	0.0524
	0	0	0	0.5	0.5	0.0825	0.3736	0.1671	0.1654	0.1489	0.1374	0.1317	0.1311	0.1181
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0865	0.3822	0.1875	0.1864	0.1636	0.1578	0.1632	0.1607	0.1524
	0	0	0.5	0.5	1	0.1466	0.5972	0.3877	0.3549	0.3319	0.2794	0.2788	0.2574	0.1958
	0	0	0	1	1	0.2233	0.6389	0.4782	0.4653	0.4581	0.4255	0.3743	0.3431	0.2566
	0	0.5	1	1	2	0.3875	0.8698	0.7738	0.7711	0.7673	0.7583	0.7231	0.6918	0.5794
	0	1	1	2	2	0.4737	0.8984	0.8769	0.8668	0.8645	0.8503	0.8476	0.8083	0.6945
	0	1	1	3	2	0.7123	0.9181	0.9129	0.9095	0.9031	0.8945	0.8875	0.8537	0.7116
5	0	0	0	0	0	0.0424	0.0518	0.0527	0.0513	0.0503	0.0498	0.0493	0.0488	0.0477
	0	0	0	0.5	0.5	0.1178	0.3306	0.3559	0.3328	0.3187	0.3028	0.2475	0.2797	0.2695
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.1239	0.3392	0.4729	0.4531	0.4452	0.4288	0.4162	0.4054	0.3938
	0	0.5	0.5	0.5	1	0.2550	0.4593	0.6648	0.6537	0.6412	0.6085	0.6152	0.5938	0.5549
	0	0	0	1	1	0.4157	0.6742	0.7279	0.7248	0.7041	0.6987	0.7031	0.6941	0.6813
	0	0.5	1	1	2	0.6662	0.9304	0.9533	0.9528	0.9267	0.8935	0.8725	0.8543	0.7834
	0	1	1	2	2	0.7629	0.9468	0.9845	0.9584	0.9488	0.9278	0.9123	0.8977	0.8538
	0	1	1	3	2	0.9366	0.9571	0.9864	0.9827	0.9765	0.9631	0.9529	0.9635	0.9668

\+ F : ANOVA , H : HOLLANDER

\+ LH1 : $p = 0.1$, LH2 : $p = 0.3$, LH3 : $p = 0.5$, LH4 : $p = 0.7$, LH5 : $p = 2$, LH6 : $p = 3$

계량은 Page의 논문에서 사용된 순서(rank)를 사용하여 만들어졌다.

모의실험을 통하여 이 검정방법을 정규분포, 지수분포, Cauchy분포, 그리고 이중지수분포에서 모수적 검정방법과 비모수적 검정방법을 비교한 결과 분포에 따라 효율성이 다름을 알 수 있었다. 또한 모의실험의 전체적인 결과를 살펴보면 본 논문에서 제안한 방법이 처리의 표본의 크기가 커질수록 검정력이 더 커지는 경향을 나타냈다. 즉, 표본의 크기가 검정통계량 분포의 분산에 영향을 미치기 때문이다.

본 논문에서는 순위를 이용한 검정통계량에 근거한 랜덤화 블록 계획법에 대한 분석법을 제시하면서 모수적인 방법과 다른 비모수적인 방법과의 차이를 비교해 보았다. 모의실험을 통하여 나타난 검정력으로 보아 본 논문에서 제안한 검정방법은 블록의 수가 많고 처리의 수가 클 때, 모수적 방법인 분산분석법과 Hollander가 제안한 검정법의 통계량 보다 더 효율적인 것이라고 말할 수 있다. 따라서 이러한 실험 계

Table 3.3. Monte Carlo power estimates (Cauchy, $\alpha = 0.05$)

n	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	F	H	LH1	LH2	LH3	LH4	PAGE	LH5	LH6
3	0	0	0			0.0194	0.0331	0.0568	0.0574	0.0485	0.0481	0.0484	0.0479	0.0460
	0	0	0.5			0.0228	0.0558	0.0721	0.0639	0.0637	0.0589	0.0565	0.0582	0.0497
	0	0.5	0.5			0.0225	0.0661	0.0795	0.0786	0.0778	0.0648	0.0639	0.0633	0.0588
	0	0.5	1			0.0299	0.0835	0.1249	0.1246	0.1185	0.1038	0.1511	0.0974	0.0863
	0	1	1			0.0330	0.0901	0.1341	0.1338	0.1224	0.1195	0.1007	0.1096	0.0927
	0	1	2			0.0585	0.1343	0.1808	0.1779	0.1763	0.1692	0.1685	0.1587	0.1437
	0	2	2			0.0752	0.1729	0.1882	0.1773	0.1768	0.1712	0.1791	0.1671	0.1522
	0	3	2			0.1164	0.3751	0.3519	0.3249	0.3119	0.2849	0.2652	0.2739	0.2519
5	0	0	0			0.0157	0.0501	0.0523	0.0528	0.0515	0.0536	0.0504	0.0482	0.0483
	0	0	0.5			0.0197	0.0914	0.1395	0.1257	0.1195	0.1083	0.1028	0.0909	0.0933
	0	0.5	0.5			0.0211	0.0918	0.1859	0.1727	0.1718	0.1629	0.1651	0.1249	0.1211
	0	0.5	1			0.0305	0.1570	0.3197	0.3146	0.3086	0.2632	0.2123	0.2584	0.2374
	0	1	1			0.0358	0.1522	0.4066	0.3713	0.3141	0.3013	0.3108	0.2925	0.2706
	0	1	2			0.0777	0.2776	0.5259	0.5058	0.4815	0.4517	0.4178	0.3989	0.2748
	0	2	2			0.0984	0.2816	0.7249	0.6168	0.5247	0.4944	0.4589	0.4325	0.3105
	0	3	2			0.1609	0.4258	0.7843	0.7024	0.6911	0.6291	0.5838	0.5671	0.4154
3	0	0	0	0	0	0.0184	0.0468	0.0565	0.0541	0.0552	0.0520	0.0486	0.0501	0.0488
	0	0	0	0.5	0.5	0.0209	0.1434	0.1752	0.1664	0.1575	0.1425	0.1405	0.1201	0.1198
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0207	0.1413	0.1825	0.1696	0.1623	0.1548	0.1521	0.1276	0.1194
	0	0	0.5	0.5	1	0.0251	0.1792	0.3877	0.3549	0.3219	0.2794	0.2578	0.2324	0.1685
	0	0	0	1	1	0.0300	0.1998	0.4372	0.4261	0.4182	0.4125	0.3846	0.3134	0.2156
	0	0.5	1	1	2	0.0474	0.3176	0.7628	0.7471	0.7368	0.5930	0.5011	0.4908	0.4274
	0	1	1	2	2	0.0622	0.3742	0.8469	0.8368	0.8153	0.7573	0.8068	0.6808	0.5015
	0	1	1	3	2	0.0961	0.5976	0.9019	0.8922	0.8851	0.8214	0.8156	0.8119	0.7016
5	0	0	0	0	0	0.0157	0.0477	0.0515	0.0512	0.0509	0.0487	0.0493	0.0485	0.0479
	0	0	0	0.5	0.5	0.0194	0.1120	0.3049	0.2819	0.2596	0.2217	0.2155	0.1995	0.1682
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0187	0.1118	0.4119	0.4127	0.3021	0.2279	0.2054	0.2027	0.1929
	0	0.5	0.5	0.5	1	0.0225	0.1746	0.5658	0.5428	0.4789	0.4074	0.3824	0.2924	0.2737
	0	0	0	1	1	0.0311	0.2040	0.6289	0.6238	0.6031	0.5997	0.6011	0.3951	0.3802
	0	0.5	1	1	2	0.0539	0.3764	0.8523	0.8509	0.8258	0.7928	0.7919	0.6534	0.6229
	0	1	1	2	2	0.0731	0.4613	0.8845	0.8574	0.8378	0.8168	0.8023	0.7968	0.7518
	0	1	1	3	2	0.1175	0.6906	0.9754	0.9606	0.9556	0.9515	0.9519	0.9351	0.9188

+ F : ANOVA , H : HOLLANDER
+ LH1 : $p = 0.1$, LH2 : $p = 0.3$, LH3 : $p = 0.5$, LH4 : $p = 0.7$, LH5 : $p = 2$, LH6 : $p = 3$

획법의 분석에서는 분산분석법과 Hollander가 제안한 검정통계량보다 더 효율적인 것이라고 말할 수 있다. 또한 본 논문에서 제안한 방법은 p가 증가할 수록 검정력이 차츰 작아지는 것을 알 수 있다.

따라서 분포에 따라서 본 논문에서 제시한 순위를 이용한 검정방법을 사용하는 것이 효율적인 분석이 될 수 있다. 또한 정규분포를 포함한 여러 분포에서도 다른 검정 방법의 검정력보다 순위를 이용한 검정방법의 검정력이 크게 낮아지지 않는 것으로 나타났다. 하지만 미지의 블록 효과가 존재하기 때문에 비모수 방법의 장점인 분포 무관의 성질은 유지하면서 블록간 정보의 손실을 가져온다.

대립가설의 형태 마다 검정력이 다른데 랜덤 블록화 계획법에서 모든 경우에 블록간의 정보를 이용한 개선된 검정법의 연구가 필요하다.

Table 3.4. Monte Carlo power estimates (Double Exponential, $\alpha = 0.05$)

n	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	F	H	LH1	LH2	LH3	LH4	PAGE	LH5	LH6
3	0	0	0			0.0447	0.0251	0.0517	0.0518	0.0504	0.0501	0.0524	0.0483	0.0481
	0	0	0.5			0.0542	0.0274	0.0961	0.0927	0.0887	0.0879	0.0865	0.0667	0.0659
	0	0.5	0.5			0.0532	0.0318	0.0995	0.0984	0.0959	0.0881	0.0909	0.0741	0.0724
	0	0.5	1			0.0780	0.0352	0.1924	0.1852	0.1721	0.1715	0.1661	0.1659	0.1521
	0	1	1			0.0897	0.0432	0.2048	0.1927	0.1909	0.1825	0.1807	0.1809	0.1778
	0	1	2			0.1964	0.1154	0.3219	0.3122	0.3031	0.2219	0.2185	0.2025	0.1315
	0	2	2			0.2546	0.1272	0.5018	0.3823	0.3749	0.3519	0.3277	0.3211	0.3089
	0	3	2			0.4073	0.3062	0.6265	0.6058	0.5887	0.5675	0.5152	0.5021	0.4984
5	0	0	0			0.0391	0.0258	0.0531	0.0518	0.0525	0.0513	0.0504	0.0485	0.0481
	0	0	0.5			0.0674	0.0565	0.1995	0.1687	0.1631	0.1503	0.1528	0.1409	0.1313
	0	0.5	0.5			0.0700	0.0595	0.2138	0.2066	0.1938	0.1835	0.1851	0.1817	0.1619
	0	0.5	1			0.1306	0.0858	0.2717	0.2416	0.2346	0.2162	0.2023	0.1524	0.1324
	0	1	1			0.1625	0.0964	0.3266	0.3173	0.3243	0.2813	0.2708	0.2725	0.2206
	0	1	2			0.4146	0.1808	0.5519	0.5358	0.5175	0.5017	0.4578	0.4489	0.4248
	0	2	2			0.5154	0.1935	0.7849	0.7768	0.6347	0.5344	0.5389	0.5325	0.4805
	0	3	2			0.7372	0.3713	0.8143	0.8042	0.7821	0.7591	0.7038	0.6671	0.6554
3	0	0	0	0	0	0.0466	0.0301	0.0504	0.0507	0.0489	0.0501	0.0496	0.0477	0.0468
	0	0	0	0.5	0.5	0.0616	0.0698	0.0762	0.0664	0.0625	0.0876	0.0505	0.0481	0.0467
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0609	0.0739	0.1527	0.1474	0.1388	0.0882	0.1021	0.0967	0.0804
	0	0	0.5	0.5	1	0.0848	0.1309	0.2887	0.2548	0.2349	0.1705	0.2178	0.2109	0.1865
	0	0	0	1	1	0.1192	0.1497	0.3232	0.3131	0.2488	0.1725	0.2246	0.1887	0.1826
	0	0.5	1	1	2	0.2333	0.2426	0.5788	0.5641	0.5273	0.3219	0.4101	0.3808	0.3494
	0	1	1	2	2	0.2385	0.2966	0.5919	0.5668	0.5453	0.5032	0.4868	0.4381	0.3815
	0	1	1	3	2	0.5217	0.5745	0.6384	0.6128	0.5849	0.6675	0.5165	0.5249	0.4245
5	0	0	0	0	0	0.0444	0.0567	0.0507	0.0502	0.0489	0.0563	0.0493	0.0482	0.0471
	0	0	0	0.5	0.5	0.0802	0.1427	0.3519	0.3328	0.3168	0.1603	0.2055	0.2084	0.2683
	0	0	0.5	0.5	0.5	0.0788	0.1486	0.3894	0.3729	0.3554	0.1743	0.2854	0.2846	0.1993
	0	0.5	0.5	0.5	1	0.1332	0.2868	0.5528	0.5249	0.5093	0.3162	0.3724	0.3219	0.2945
	0	0	0	1	1	0.2059	0.3165	0.5589	0.5561	0.5328	0.4113	0.4811	0.4391	0.4196
	0	0.5	1	1	2	0.4561	0.5485	0.7859	0.7589	0.7132	0.6517	0.6119	0.5561	0.5234
	0	1	1	2	2	0.6049	0.6863	0.7844	0.7571	0.7372	0.8344	0.7023	0.6924	0.6521
	0	1	1	3	2	0.8264	0.7434	0.8512	0.8241	0.7928	0.9091	0.7519	0.7321	0.7168

+ F : ANOVA , H : HOLLANDER

+ LH1 : $p = 0.1$, LH2 : $p = 0.3$, LH3 : $p = 0.5$, LH4 : $p = 0.7$, LH5 : $p = 2$, LH6 : $p = 3$

References

Hettmansperger, T. P. (1975). Non-parametric inference for ordered alternatives in a randomized block design, *Psychometrika*, **40**, 53–62.

Hollander, M. (1967). Rank tests for randomized blocks when the alternatives have an a priori ordering, *Annals of Mathematical Statistics*, **37**, 735–738.

Jonckheere, A. R. (1954). A distribution-free k-sample test against ordered alternatives, *Biometrika*, **41**, 133–145.

Kruskal, W. H. and Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis, *Journals of the American Statistical Association*, **47**, 583–621.

Lee, G. (1991). Non-parametric method comparison study for ordered alternatives, *Psychometrika*, **20**, 197–207.

Mack, G. A. (1981). A quick and easy distribution-free test for main effects in a two factor ANOVA, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **10**, 571–591.

Mann, H. B. and Whitney, D. R. (1947). On a test of whether one of the two random variables is stochastically larger than the other, *The annals of Mathematical Statistics*, **18**, 50–60.

Page, E. B. (1963). Ordered hypotheses for multiple treatments : A significance test for linear ranks, *Journals of the American Statistical Association*, **58**, 216–230.

Randles, R. H., and Wolfe, D. A. (1979). *Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics*, John Wiley, New York.

Skillings, J. H. and Wolfe, D. A. (1977). Testing for ordered alternatives by combining independent distribution-free block statistics, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, **6**, 1453–1463.

Skillings, J. H. and Wolfe, D. A. (1978). Distribution-free tests for ordered alternatives in a randomized block design, *Journals of the American Statistical Association*, **73**, 427–431.

Song, M., Park, C. and Lee, J. (2007). *Non-Parametric Statistics using S-LINK*, Freeca.

Terpstra, T. J. (1952). The asymptotic normality and consistency of Kendall's test against trend, when ties are present in one ranking, *Indagationes Mathematicae*, **14**, 327–333.

랜덤화 블록 계획법에서 순서대립가설에 대한 비모수검정법

강유향[a] · 김동재[a,1]

[a]가톨릭대학교 의학통계학과

(2013년 10월 15일 접수, 2013년 11월 15일 수정, 2013년 11월 15일 채택)

요 약

랜덤화 블록 계획법은 동질적인 실험단위를 묶어 여러 개의 블록으로 나눈 후, 각 블록의 실험단위에 처리를 적용하는 방법이다. 랜덤화 블록 계획법에서 Jonkckheere (1964)와 Terpstra (1952), Page (1963) 그리고 Hollander (1967) 등이 순서대립가설의 다양한 방법을 제안하였다. 특히, 블록 내 순위합의 가중치를 주는 방법으로 Page (1963) 검정법이 있다. 본 논문에서는 Page 검정을 확장하여 순서대립가설에 새로운 비모수적 방법론을 제안하였다. 또한, 몬테카를로 모의시험 연구를 통해 제안된 방법과 이전의 방법들의 검정력을 비교하였다.

주요용어: 랜덤화 블록 계획법, 비모수 방법, 순위, 순서대립가설.

[1]교신저자: (137-701) 서울 서초구 반포동, 가톨릭대학교 의학통계학과, 교수. E-mail: djkim@catholic.ac.kr