

소집단 활동체계와 초등영재의 소수와 합성수 개념 형성 사이의 관계 분석

강 영 린* · 김 진 환**

본 연구는 초등학교 5학년 수학영재 학생들의 소수와 합성수에 대한 개념형성의 과정을 활동이론의 틀로 분석한 것으로 계산기 환경의 소집단 활동체계가 개인이 개념 형성하는데 어떤 영향을 주는지 살펴보았다. 자료 분석은 학생 활동지, 관찰 기록, 동영상과 인터뷰의 녹취록을 활용하였다. Vygotsky, Tall & Vinner의 개념 형성 과정을 적용하여 학생들의 수학적 개념 형성의 수준을 파악하였고, 활동이론에 기초한 교실 전체 집단 활동체계와 소집단 활동체계를 분석하여 학생의 개념 형성 단계를 도식화하였다. 본 연구 결과에 따르면 서로 다른 소집단에 속하는 구성원은 소집단 활동을 하고 난 후 한 학생은 의사개념 단계로 발전하였지만 다른 한 학생은 복합적 사고 단계를 벗어나지 못하여 소집단의 활동체계의 활동요소간의 상호작용이 활동 주체인 각 학생의 수학적 개념 형성 과정에 영향을 주었다.

1. 서 론

교수·학습에 대한 사회적 구성주의 관점에서 가장 강조되는 것 중의 하나는 상호작용이다. 상호작용은 언어가 매개된 활동으로, Ernest (1994)는 개념 학습에서 말하기·듣기와 같은 언어적 활동으로 이루어지는 수업이 반드시 있어야 한다고 주장하였다. 이러한 이유로 수학 수업에서 상호작용에 대한 연구 결과가 다양한 형태로 보고되어 왔다. 상호작용을 위한 집단 구성에 따른 연구로 동질집단 대 이질집단(Lim & Noh, 2001), 성별 구성(Lee & Yoo, 2003)이 있었으며, 교사와 학생 사이의 상호작용에 대한 연구(강은희, 2006), 학생들 사이의 상호작용에 대한 연구(정덕호, 유대영, 2013), 언어 상호작용 분석(Lim &

Noh, 2001)이 있었다.

우리 나라의 수학과 교육과정에서는 “수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고, ... 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러 바람직한 인성과 태도를 기른다(교육과학기술부, 2011, p. 3).”와 같이 목표가 진술되어 있어 수학적 개념을 형성하고 이해하는 과정에서도 의사소통, 즉 상호작용을 중요시하고 있음을 알 수 있다. 그러나 개념에 관한 선행연구를 고찰해본 결과 특정 내용 영역에 대한 연구(Marilena & George, 2012), 개념과 개념 이미지에 관한 연구(Erhan & John, 2008), 그리고 공학이 개념 형성에 미치는 효과에 관한 연구(Martin, 2010)가 대부분이었다. 의사소통을 통한 수학적 개념 형성에 관한 연구(고상숙, 강현희, 2007)가 있었지만 개인의 인지 발달에 영향을 주는 의사소통 유형을 분석하기

* 영남대학교 대학원, yr3027@hanmail.net (제1 저자)

** 영남대학교, kimjh@ynu.ac.kr (교신저자)

위한 담화에만 초점을 두고 있었다. 따라서 학생들의 소집단 내 상호작용이 어떻게 개인의 인지 발달에 영향을 끼치게 되었는지를 조사한 연구는 미비한 실정이다.

집단은 활동을 수행하는 과정에서 문제 해결 전략, 규칙, 활동에 대한 역할 및 지위 등을 스스로 결정하는 역동적인 특성을 가지고 있다 (Benne & Sheats, 2007). Sfard(2000)도 수학적 의사소통은 수학적 기호와 집단의 규칙에 의해 대화의 형태가 규정되어 일어나는 행위라 하였다. 결국 집단의 특성은 상호작용에 영향을 미치며 집단에 포함되어 있는 각 개인의 인지 발달에도 영향을 끼칠 것이다. 따라서 집단을 연구 대상으로 개인의 수학적 개념 발달에 영향을 미치는 요인을 알아보는 연구가 필요하다.

수학 연구에 있어서 개인과 집단을 동시에 연결시켜 개인의 인지 발달 과정을 분석할 수 있는 틀이 바로 활동이론이다. 활동이론(Activity Theory)은 Engeström(1987)에 의해 개발되었으며, 활동체계 내에서 주체(Subject), 매개 도구(Mediating artifacts), 목적(Object), 규칙(Rule), 공동체(Community), 분업(Division of labor)을 분석할 수 있다. 따라서 활동이론은 수업을 총체적으로 파악할 수 있게 하여 지식의 획득에 초점을 맞추기보다는 지식의 획득에 영향을 주는 도구, 분업, 규칙, 공동체 등에 주의를 두도록 하여 폭넓은 해석을 통해 개인의 지식 획득의 과정을 더 잘 이해할 수 있도록 해 준다.

소수와 합성수는 자연수의 곱셈적 구성요소가 되며 정수론, 현대대수, 암호학 등 보다 높은 수준의 학문으로서 수학을 연구하기 위한 기본 아이디어로서 중요한 위치를 차지하고 있다. 그러나 조정희와 권오남(2010)에 따르면 연구 대상이 주로 초등 예비 교사의 소수 및 소인수분해와 관련한 학습자의 이해를 분석하는 연구들이 주로 이루어져왔다고 한다. 따라서 본 연구에서는

수학영재 학생들을 대상으로 소수와 합성수에 관한 교수·학습 과정을 활동이론으로 분석하여 소집단 활동체계가 소수와 합성수 개념을 형성하는데 어떤 영향을 주는지 살펴보고자 한다.

II. 이론적 배경

본 장에서는 초등학교 5학년 영재학생이 소수와 합성수의 개념을 형성해가는 과정의 준거가 되는 개념 형성 과정과 개념 발달의 요인을 분석하는 이론적 틀이 되는 활동이론에 대해 고찰한다.

1. 수학적 개념의 형성 과정

수학적 개념의 형성은 수학 교육 학습에서 추구하는 가장 중요한 목표 중 하나이다. 개념의 발달은 학습 능력의 성장에 기본이 되며 다른 사람과 의사소통을 할 수 있도록 하고 추론, 범주화, 그리고 일반화를 할 수 있게 하여 지식을 확장시키는 역할을 한다(신현정, 2000). 이런 이유로 많은 연구자들은 수학적 개념이 어떻게 형성되는지 알아보려고 하였다.

개념의 발달은 그 개념과 관련하여 개인의 일상 생활에서의 경험이나 이전의 학습으로부터 얻어진 직관적 관념이나 지식을 기반으로 한다. 이때 개인이 가진 개념은 수학 사회에서 통용되는 공적인 정의와는 다른 것이다. Tall & Vinner(1981)는 이를 개념 정의(concept definition)와 개념 이미지(concept image)로 나누어 개념 형성 과정을 설명하였다. 개념 이미지는 마음속에 형성되는 모든 시각적인 표상, 심상, 경험, 인상 등 개념에 대해 개인이 가지는 관념의 집합으로 보았다. 따라서 개념 이미지는 고정되어 정해진 것이 아니라 변화하고 발전해가는 개인적 차원의

사적인 개념으로 간주했다. 반면 개념 정의는 수학 개념을 정확히 설명하려는 언어적 정의로 누구에게나 통용되는 공식적인 개념이라 할 수 있다.

Vygotsky(1962)는 맥락화된 일상 개념과 탈맥락화된 형식적 정의인 과학적 개념을 구분하여 개념 형성 과정에 대한 연구를 수행하였다. Vygotsky는 개념이 성인에 의해 전달되거나 아동의 조절과 동화에 의해 자연발생적으로 형성된다는 Piaget의 관점과는 달리 개념 발달에 있어서 사회 문화적으로 중재된 의사소통의 사회적 과정을 전제로 하였다.

Vygotsky의 개념 형성 과정을 활용한 국내연구에는 고상숙과 강현희(2007), 최성규(2008), 한순미(1999)의 연구가 있었다. 이 연구들을 요약하면 Vygotsky의 개념 형성 과정은 크게 네 단계로 구분지을 수 있다.

첫 번째 단계는 비조직적이고 비체계화된 군집(unorganized heaps)의 사용 단계이다. 사물들을 몇 개의 군으로 분리하는 것으로 이 때 군집은 외적으로 연관이 있지만 내적으로 연관이 없다. 이 단계에서 아동은 단순한 추측이나 시도에 의해 대상을 추가하거나 제거하는 시행착오를 거친다. 따라서 군집으로 모아지는 대상들이 수학적으로 공통점이 없는 것으로 구성되어 있거나 대상을 묶는 데 사용되는 준거가 아동의 주관에 따라 적용하여 군집 구성에서 체계성이 부족하다. 예컨대 주어진 수들을 분류할 때 이 단계의 아동은 자기의 주관에 따라 내가 좋아하는 수만 모으거나 수의 형태가 비슷해 보이는 것끼리 무리를 짓는다. 이 경우 아동이 정하는 속성은 추구하는 수학적 개념과 상당한 거리가 있다.

두 번째 단계는 복합체적 사고(thinking complexes)의 단계이다. 이 단계의 아동은 개인의 주관이나 인상에 기초하지 않고 대상 사이에 실제로 존재하는 요소의 객관적인 연결에 의해 대상들을 무리짓는다. 그러나 이 복합체적 사고의 단계에서

아동의 사고는 맥락을 떠난 추상적인 연결 상태가 아니라 과제를 수행하는 구체적인 맥락 속에 있는 개별 요소들간의 연결에 한정된다. 복합적 사고의 단계는 정교화 수준에 따라 <표 II-1>과 같이 구분된다.

<표 II-1> 복합적 사고 단계의 정교화 수준

복합적 사고의 유형	정교화 수준
연합적 유형 (associative complexes)	아동이 소수와 합성수를 분류할 때 일의 자리에 있는 숫자 1의 유사한 특성에 따라서 21, 121 등을 하나씩 모아 소수로 범주화한다. 이 때 분류는 공통 속성뿐만 아니라 유사, 대비, 공간상의 근접 등으로 분류하기도 한다.
수집 유형 (collections)	아동의 실제 경험에서 관찰된 대상들 간의 구체적 인상에 근거하여 분류한다. 예를 들어 3, 5, 7, 11 등 분류하면서 관찰한 결과 소수는 홀수라는 공통성에 근거하여 21, 121을 차례로 하나씩 소수로 분류한다.
연쇄적 유형 (chain complexes)	소수는 홀수라는 선택 기준에 따라 요소들을 모으면서 하나의 연쇄로 결합한다. 하지만 이 과정에서 선택 기준이 합성수는 짝수라는 것으로 바뀌면 소수를 찾다가 다른 속성인 합성수로 전환시켜 새로운 연쇄를 결합한다.
확산적 유형 (diffuse complexes)	소수와 합성수는 각각 공통적인 무엇인가 있을 것이라는 인상을 갖게 되어 소수와 합성수로 분류할 수 있는 속성의 특징을 찾는다.

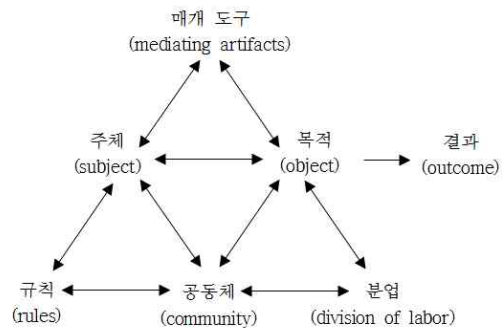
세 번째 단계는 의사개념(pseudo concepts)의 단계이다. 이는 표면적으로는 진개념과 유사하지만 추론에서 의사개념과 진개념의 차이가 있다. 의사개념의 경우 추론은 여전히 이것이 수행되는 구체적 맥락 속에서 시각적 사고가 제시하는

것에 의해 부분적으로 결정된다. 예를 들어 소수와 합성수를 기준에 따라 분류를 한 경우 의사개념과 진개념 단계 모두 외형상으로 매우 유사하지만 진개념은 잘못 분류한 수에 대해서 “21은 1과 자신으로만 나누어지는 수가 아니니까 합성수야.” 또는 “21은 약수가 2개가 아니야.”라는 추론을 하지만 의사개념의 경우 “학생들에게 공책 21권을 똑같이 나누어주려면 1권씩, 3권씩, 7권씩, 21권씩 나눠줄 수 있잖아.”와 같이 맥락에 의존한 추론을 한다.

네 번째 단계는 진개념(genuine concepts)이 나타나는 단계이다. 진개념은 시각적 사고가 제시하는 그 이상의 추상성을 인지하는 단계로 탈맥락화된 것이다. 따라서 이 단계의 아동들은 요소들을 추출해내고, 추출된 요소들을 그 요소들이 포함되어 있는 전체와 분리시키게 된다. 예를 들어 이 단계의 학생들은 소수, 합성수, 소인수분해와 같은 단어들을 이 단어에 해당하는 대상과 적절히 연결시키면서 사용할 수 있고, 뿐만 아니라 소수가 아닌 수는 모두 합성수와 같은 진술문도 사용할 수 있다.

2. 활동이론

수학 연구에 있어서 분석의 단위가 개인이 아닌 개인적인 수준과 사회적인 수준에서 동시에 서로 연결할 수 있는 연구방법이 요구되었으며, 그 중 하나가 활동이론이다. 활동이론(Activity Theory)은 Vygotsky와 그의 제자이자 동료인 Leont'ev 그리고 Engeström에 의해 개발되었다. Engeström(1987)은 Vygotsky의 기본 모형에 Leont'ev가 언급한 규칙(Rule), 공동체(Community), 분업(Division of labor)을 추가하여 활동이론을 [그림 II-1]과 같이 구조화하였다.



[그림 II-1] 활동이론의 기본 구조

Engeström의 활동이론은 개인적 수준을 넘어 집단 속에서 주체, 목적, 매개 도구의 매개된 활동이 발생하는 사회적 맥락인 규칙, 공동체, 분업을 포함하여 여섯 가지 요소를 구성되어 있다.

주체(subject)란 활동의 목적지향적 행동에 참여하는 참여자로서 개인이나 집단을 의미한다. 수학교실에서 주체는 연구 대상에 따라 달라질 수 있는데, 학생 또는 소집단(Flavell, 2001)이거나, 교사나 연구자, 교육관계자(Hardman, 2007)가 포함될 수 있다.

목적(object)이란 기호와 도구를 포함하는 상징적 도구와 물리적 도구 등의 매개체를 사용하여 산출물을 형성하는 활동의 대상이 되는 ‘원 자료’나 ‘문제 공간’이다. 만약, 활동체계에서 주체가 교사인 경우 교수법의 향상, 교사의 수학적 관행, 학생들의 절차적 기술 향상 또는 동기 부여가 목적이 된다(Hardman, 2007). 주체가 학생인 경우 목적은 알고리즘 익히기, 수학적 문제해결하기 등이 된다(Jurdak, 2006).

규칙(rules)은 공동체 생활을 유지하기 위해 구성원의 행동을 규제하는 것으로 가시적인 규칙 뿐만 아니라 절차, 습관, 규범과 같은 무언의 규칙으로 주체와 공동체 구성원 사이를 중재한다. 수학교육에서는 내재적 규칙과 외현적 규칙으로 나뉘어지는데, 내재적 규칙은 Yackel과 Cobb

(1996)의 ‘사회수학적 규범’, 외현적 규칙의 예는 교사의 질문에 답하기 전에 학생들이 손을 들어 올리는 동작, 큰 소리로 대답하기, 교수적 용어와 일상 언어 사용하기 등으로 ‘사회 규범’과 유사하다(Hardman, 2007; Jurdak, 2006).

매개 도구(mediating artifacts)는 인간 활동에 있어 주체가 목적을 달성하도록 행동을 중재하는 것으로 물리적 도구와 상징적 도구가 있으며, 물리적 도구는 환경의 변화를 유도하지만 상징적 도구는 행동의 변화를 줄 수 있다. 수학교실에서 상징적 도구는 수학적 개념, 수학 용어, 절차, 전략, 개념 등이며, 컴퓨터, 계산기, 수학용 소프트웨어, 화이트보드 등은 물리적 도구가 된다(Coupland & Crawford, 2006).

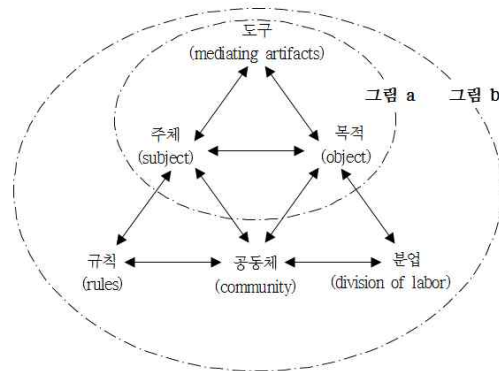
공동체(community)는 같은 목적을 가지고 주체와 함께 활동에 참여하는 소규모 집단을 뜻한다. 공동체의 구성원은 동일한 장소에서 같은 시간을 공유하며, 수학교실에서 공동체는 교사와 학생들에 의해 구성되며(Jurdak, 2006; Hardman, 2007), 규칙과 분업을 통해 개인이 하나의 공동체로 묶여진다.

분업(division of labor)이란 목적달성을 위한 공동체 구성원간의 수평적 역할 분담과 수직적 역할 분담을 의미한다. 수평적 역할 분담이란 공동체 구성원 간의 책임감과 기본적인 과제에 대한 협상 등이며, 힘의 관계나 권위 작용으로 인한 역할 분담은 수직적 측면이라 할 수 있다. 분업의 예로는 학생 중심 교육 또는 교사 중심 교육, 정답에 대한 타당화를 위한 의사소통, 중재, 과제에 대한 토의 등이다(Flavell, 2001; Hardman, 2007; Jurdak, 2006).

결과(outcome)는 학습자의 지식 습득 혹은 기술향상과 같은 활동의 결과물로 주체가 지닌 목적의 객관적이며 이상적인 변화이다.

Leont'ev(1978)는 인간 활동은 위계 구조를 가지고 있어서 개인 행위는 집합적 맥락 속에서

이해되어진다고 하였다. 따라서 활동이론의 활동 체계는 비맥락화된 개인적 행위와 맥락화된 집합적 활동으로 나누어지며, [그림 II-2]와 같이 개인적 행위는 활동체계의 상위 삼각형(그림 a)에, 집합적 활동은 하위 구성요소가 포함된 삼각형(그림 b)에 구조화되어 있다.



[그림 II-2] 개인적 행위와 집합적 활동

지금까지의 내용을 종합하면 활동이론은 수업을 총체적으로 파악할 수 있게 하여 지식의 획득에 초점을 맞추기보다는 참여하는 활동, 사용되는 도구, 그리고 활동의 대상이나 결과에 주의를 두도록 한다. 그러므로 교과내용이나 학생의 활동 과정 또는 이를 지원하는 학습 환경 등이 하나가 수업의 중요 요인이 아니다. 오히려 목적을 달성하기 위한 하나의 체계적 단위로 총체적 관점에서 수업을 파악하려는 의도가 더 크다. 따라서 분석 도구로써 활동이론의 적용은 수학교실 내의 상호작용, 협력 관계, 환경 내에 존재하는 규칙과 조건 등의 폭넓은 해석을 통해 개인의 활동을 더 잘 이해할 수 있을 것이다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

계산기 환경에서 소수와 합성수의 수학적 개념 형성 과정을 활동이론으로 분석하기 위하여 포항시에 소재하는 ○○초등학교 5학년 수학 영재 학급 학생(남 13명, 여 7명)을 대상으로 하였다. 이 영재 학급 대부분의 학생들의 거주 형태는 아파트이고 대학에 인근하여 학부모의 교육 열의 높은 편이었다. 이 영재 학급의 학생들은 국가에서 실시하는 영재 선발 단계를 거쳐 선발된 학생들로 최소 2단원부터 1년 정도의 선행 학습이 되어 있었으며, 소수와 합성수의 개념 형성을 탐구를 위한 수업하기 전 합성수의 개념을 알고 있는 학생은 3명이었다. 특히 분석의 대상이 되는 보성이와 수연이는 영재 선발 검사 결과 중하위에 속하는 학생들이었으나 성격이 외향적이고 말수가 많은 편이었다. 본격적인 연구가 시작되기 전 계산기의 키 익히기와 관련된 세 차례의 수업을 별도로 두어 계산기 활용에 익숙해질 수 있도록 하였다.

영재 수업을 담당한 교사 K는 초등 10년차 경력의 여교사로 올해 처음 영재 수업을 진행하였으나 대학원 과정과 영재 연수를 통해 영재 교육에 대한 관심이 크다. 그러나 영재반을 처음 담당하여 학생을 잘 파악하고 있지는 않다. K교사와는 계산기 조작법, 계산기를 활용한 프로그램 운영을 위한 수업 설계를 위하여 매주 1회씩 개인적 모임을 가졌다.

2. 연구 절차

TI-73 계산기를 활용한 수학 영재교육을 위하여 이와 관련된 국내·외 문헌 연구를 토대로 수학교육 전문가와 협의 하에 개념 형성에 대한 과제를 개발하였으며 그 중 하나가 소수와 합성수의 개념이다. 활동 프로그램은 Texas Instruments

회사에서 개발한 활동지(Discovering Mathematics with the TI-73: Activities for Grades 7 and 8)를 바탕으로 하였다. 이렇게 개발된 과제는 2014년 3월부터 4월 말까지 K교사에 의해 80분짜리의 수업이 진행되었다. 소수와 합성수에 대한 수업은 두 번째 시간에 행해진 것으로 수업 과제는 다양한 자연수에 대해 약수를 찾아 가는 과정(소인수분해의 과정으로 볼 수 있다)을 계산기의 기능을 활용하여 화면에 명령기호와 나타나는 약수를 바탕으로 분류를 통해 소수와 합성수의 개념을 어떻게 파악하는가를 보는 것이었다. 소수와 합성수에 관한 수업 설계는 <부록 1>에 실었다. 본 연구를 위해서 학생에게 각각 한 대씩 계산기를 제공하였으며, 상호작용이 어떻게 일어나는지를 보기 위해 4인 1조의 5개의 소집단을 구성하여 수업을 진행하였다.

3. 자료 수집과 분석 방법

초등학교 5학년 영재 학생들의 TI-73 계산기를 활용한 소수와 합성수에 대한 개념 형성 과정을 분석하기 위하여 수업의 전 과정을 1대의 비디오카메라(1번 비디오카메라)를 이용하여 녹화하였고 소집단의 수업 활동에서 나타나는 상호작용 과정을 1대의 비디오카메라(2번 비디오카메라)로 녹화하였다. 이렇게 얻는 동영상과 녹음에 대하여 녹취록을 작성하였고 연구자는 수업을 참관하며 수업에서 학생들의 특별한 행동과 상황을 관찰자 주해(O.C.)를 남겼다. 계산기를 이용한 탐구과정과 활동지 기록 등을 관찰하면서 정확히 파악할 수 없는 내용과 학생들의 학습에 대한 이해를 살펴보기 위해서는 개별 면담을 실시하였다.

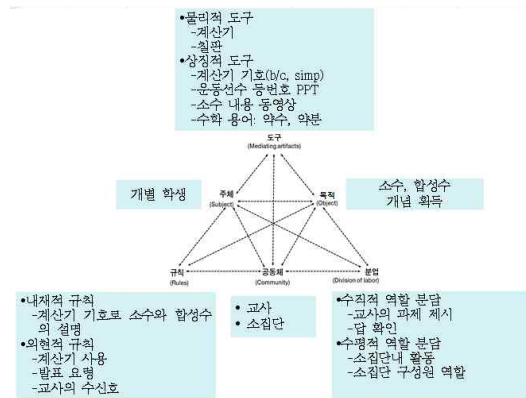
자료 분석은 두 단계에 걸쳐 진행되었다. 첫째, 2번 비디오카메라를 두었던 소집단 내 학생들의 소수와 합성수의 개념 형성 과정을 이론적

배경에서 고찰한 개념 형성 단계를 준거로 분석하였다. 둘째, 학생들의 수학적 개념 발달 과정에 영향을 주는 교실 내의 사회적 맥락은 무엇인지 해석하기 위해 이론적 배경에서 고찰한 Engeström의 활동체계에 초점을 두고 서술 코드를 생성하였고 코드들의 결합과 분해를 반복함으로써 구성요소별로 범주화하였다. 수업의 전 과정을 촬영한 1번 비디오카메라의 녹취록으로 계산기 환경에서 교실 전체의 교수·학습 활동체계를 분석하였고, 소집단의 활동에 초점을 둔 2번 비디오카메라의 녹취록은 소집단별 교수·학습 활동체계를 분석하는데 활용되었다.

IV. 연구 결과

수업은 소수와 합성수 형성을 목적으로 진행하면서 활동체계는 교사와 영재반 전 학생으로 구성된 공동체를 가지는 활동체계에서 5개의 각 소집단을 공동체에 하는 5개의 소집단 활동체계로 전환되었다. 이 연구에서 시작 단계와 마무리 단계에서 교사는 개념을 생성하기 위하여 유명 운동선수의 등번호를 활용하여 수의 분류 유형을 토대로 소수와 합성수의 개념을 가르치기 위해 동기를 유발하고자 하였다. 5개의 소집단으로 나눈 다음 TI-73 계산기의 기능 중 기약분수를 활용하여 약수를 찾는 방법을 적용하여 1에서 100까지의 수에 대해 각 수의 약수를 단계적으로 찾으며, 이 수들을 약수의 관점에서 두 개의 군으로 분류해보게 했다. 이 두 군의 수를 개념적으로 명시화하여 학생들이 소수와 합성수란 이름을 붙이도록 하였다. 마무리 단계에서 엄밀한 소수와 합성수의 개념을 정의하였다. 인터뷰에 의하면 이 활동에 참여하기 전에 소수와 소인수 분해, 합성수에 대한 개념을 다루어 본 학생은 20명 중 3명이었다. 동영상과 녹음에 대한

녹취록을 분석하여 활동체계의 구성요소를 대표 코드로 하고 교사 중심의 전체 교수·학습에서 일어난 전체 에피소드를 토대로 분석한 서술 코드의 목록과 활동체계는 [그림 IV-1]과 같았다.



[그림 IV-1] 전체 교수·학습의 활동체계

이 연구에서는 보성과 수연이 속한 두 소집단의 활동체계에 따른 개념형성의 수준을 파악하는데 초점을 두었으며 편의상 보성이 속하는 소집단을 소집단 A, 수연이 속한 소집단을 소집단 B라 하였다.

1. 소집단 A의 활동체계와 보성의 개념 형성 수준

보성이 속한 공동체인 소집단 A의 사회적 맥락이 개념 발달에 어떤 영향을 미쳤는지 분석하기 위해서 소집단 A의 대화와 행위를 토대로 활동체계를 분석하였다. 다음은 계산기 조작법을 선생님께서 들은 후 더 작은 수의 곱으로 만들고 소수의 개념을 얻어가기 위해 수를 분류하는 활동 과정에서 나타난 활동요소를 볼 수 있는 에피소드의 일부이다.

다음 <에피소드 1>은 주어진 자연수에 대해 더 작은 수의 곱으로 나타내어 가는 활동의 녹

취록에서 발췌한 것이다.

<에피소드 1> 더 작은 수의 곱으로 나타내기 위한 활동

- 1 보성 : 나도 이건데 $2 \times 2 \times 3 \times 3$
- 2 정탁 : Enter를 치고...Simp하고 Enter
- 3 재서 : Error 잼아.
- 4 보성 : 줘봐, 내가 해줄게.
- 5 정탁 : 나왔다.
- 6 보성 : 다시 주세요.(재서의 계산기를 달라고 한다.)
- 7 재훈 : 뭐입?
- 8 정탁 : 나왔다!
- 9 정탁 : 나 2, 2, 3, 3 나왔는데?
- 10 재서 : 나도 2, 2, 3, 3인데?
- 11 보성 : 그게 정답이야.
- 12 정탁 : 2 곱하기 2 곱하기 ...
- 13 재훈 : 이진 뭔데? 나 37이랑 1 밖에 없다.
- 14 재서 : 야 우리 앞에서 했는거 봐봐.
- 15 재훈 : 맞지?
- 16 재서 : (장난치는 정탁이를 보며) 하지마!
- 17 보성 : 오케이 37, 이것 봐. 37로 나왔다.
- 18 보성 : 37 곱하기 1하면 되잖아.

다음의 <에피소드 2>는 계산기 화면으로부터 구성된 작은 수로 곱을 적은 활동지를 보고 자연수를 두 부류로 나누기 위한 기준을 만들고자 하는 과정에서 나타난 것이다.

<에피소드 2> 활동지에 나타난 수를 두 부류로 나누는 활동

- 1 재훈 : 나눌 수 있는 두 수가 자기와 1 밖에 없는 수하고, 아닌 수로 하자.
- 2 재서 : 그러자.
- 3 보성 : 그러면 1과 자신 밖에 없는거네.
- 4 재서 : 이진 소수고, 이진 소수가 아닌 거거든. 그러면 이진 소인수분해되고...
- 5 보성 : (손으로 둘로 나눈다는 행동을 취하면서) 그러면 1과 자신 밖에 없는 거랑 아닌 거랑 딱 둘로 나누면...
- 6 재훈 : 37이랑 53이랑 131 같은 거

- 7 보성 : 그렇게 하자. 플레이
- 8 정탁 : 뭐라고 적어야 되는지 모르겠어.
- 9 보성 : (웃으면서) 뭘 뭐라고 적어야 되는지 몰라.
- 10 재서 : 나도 뭐라고 적어야 되지?
- 11 정탁 : (재훈이가 쓰는 것을 보면서) 아~ 약수가 1과 자신뿐인 수와 약수가 1과 자신뿐인 수가 아닌 수로 하자.

선생님은 순회하면서 어느 정도 두 부류를 나누는 과정을 마친 학생들에게 선생님이 제공한 소수와 합성수에 대한 정의와 참고 활동지를 읽어 보도록 하였다. 소수와 합성수의 개념에 대한 자료를 읽으면서 일어나는 대화와 행동이 <에피소드 3>이다.

<에피소드 3> 소수와 합성수에 대한 자료 읽기

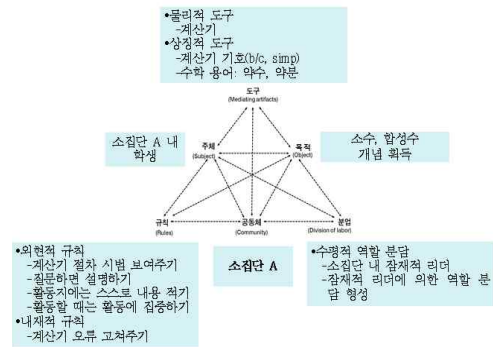
- 1 재서 : 아, 여기에 소수라고 적어도 됐었네. 그럼 그렇지 않은 수는 합성수라고 쓰면 되네.
- 2 보성 : 아직 안 배웠으니까 (자기들이 처음 의논하여 적은대로) 이렇게 적어야지. (작은 소리로 활동지를 읽으며) 합성수는 약수의 개수가 3개 이상인...
- 3 보성 : 우리 이런 계산 말고 더 쉬운 방법으로 할 수 있지 않나? 짝수 홀수로
- 4 재서 : 그런데 짝수와 홀수로 이걸 나눈다면 왜 이걸 배우겠어? 짝수와 홀수로 이걸 나눈다면 이거 안 배우지.
- 5 정탁 : 자... 읽읍시다. 가위바위보해서 지는 사람이 다 읽어주기
- 6 재서 : 야~ 스스로 해. 약수가 3개 이상인 거는 합성수네. 아하~ 1은 소수도 아니고 합성수도 아니래.

위에 제시된 3개의 에피소드로부터 소집단 A의 활동체계의 윤곽이 드러난다. 소집단 A(공동체)는 소수와 합성수라는 개념을 터득(목적)하여 가는 과정에서 소집단의 구성원 중 임의로 역할을 분담하지는 않았지만 주체인 학생들은 소집단 내에서 공동체를 위해 역할 분담(분업)에 참

여하고 있었다. 보성은 이 소집단 내에서 계산기 사용에 대해 어려움을 겪는 친구들의 계산기를 가져와서 설정을 다시 해주었고(에피소드 1-4, 1-6), 소집단 친구들과의 상호작용에 참여하려는 시도를 했다(에피소드 1-1, 1-11, 3-2). 그러나 영재 수업이 시작되고 두 번째이기 때문에 이 소집단 내의 리더 역할을 하는 학생이 명확하게 구분되지는 않았지만, 재서가 이야기를 먼저 시작하거나 답을 확인하는 역할 및 행위의 지시를 하고 있어 점차 이 소집단 내에서 리더로서 자리를 잡아 나갈 것으로 보여졌다(에피소드 1-3, 1-14, 1-16, 3-1, 3-6). 또 이 공동체는 잠재적 리더가 공동체 내의 각 학생들이 모두 활동에 참여할 수 있도록 행위를 제재하거나 독려를 하였고(규칙), 스스로 할 수 있는 것은 혼자서 하기라는 소집단 내 규칙을 설정하였다(에피소드 1-16, 3-5, 3-6). 이제 활동지에서 나타난 수를 두 부류로 나누기 위한 기준을 만드는 과정에서 자신들이 생각하는 기준을 서로 이야기하면서 결과를 얻기 위해 합의하여 결과를 얻어가는 과정(규칙)을 나타나 공동체 의식과 사회적 구성주의적 측면과 상호작용이 두드러지게 나타난다(에피소드 2-1, 2-2, 2-5, 2-6, 2-7). 또 다른 학생들의 이야기를 듣거나 다른 친구가 활동지 내용을 적는 것을 보고 이해할 수 없었던 것에 대해 도움을 얻었다(에피소드 1-11). 교사는 소집단 활동 동안 순환하며 보조자로서 중재자 역할을 하였고, 계산기의 초기 설정을 맞추어 주는 등 계산기의 기능적 조작의 문제점과 학생들의 가지게 되는 의문점을 해소하는 역할을 담당했다.

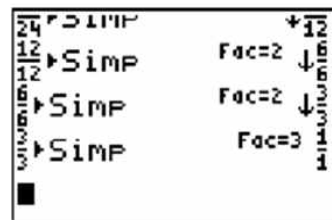
활동의 주체인 구성원들은 소수와 합성수에 대해 자신들이 생각하는 기준을 이야기하고 서로 수정하고 합의해나가는 과정에 참여하고 있었다. 지금까지 논의된 바를 소집단 A의 활동체계의 요소별 분류와 소집단 A에서 일어난 전체 에피소드의 분석을 토대로 요소별 서술코드화한

목록의 활동체계는 [그림 IV-2]와 같이 도식화된다.



[그림 IV-2] 소집단 A의 활동체계

소집단 A에서 보성은 적극적으로 활동하였다. 소집단 A의 이 활동체계에서 추구하는 목표인 계산기 환경에서 소수와 합성수의 개념 형성의 관점에서 보성이 개념 형성의 수준은 진개념으로 정착하지는 못했으나 근접해가고 있음을 볼 수 있었다. 보성은 소수를 1과 자기 자신으로만 나누어지는 수라고 알고 있지만(에피소드 4-10), 계산기가 제공하는 시각적 이미지에 의해 소수와 기약분수 사이를 혼동하게 되었다(에피소드 4-2, 4-6, 4-8). 계산기 화면은 [그림 IV-3]와 같이 24를 소인수분해하는 과정을 $\frac{24}{24}$ 를 입력한 후 약분하는 **Simp**키를 누르면 합성수인 경우에는 $\text{fac}=2 \downarrow \frac{12}{12}$, $\text{fac}=2 \downarrow \frac{6}{6}$, $\text{fac}=2 \downarrow \frac{3}{3}$, $\text{fac}=3 \downarrow \frac{1}{1}$ 이라는 시각적 이미지를 제공해주었다.



[그림 IV-3] 계산기 화면

소집단 내의 다른 친구들은 보성이가 가진 계산기의 시각적 이미지에서 벗어날 수 있도록 도와주려 하고 있는 점으로 볼 때 소수를 기약분수와 구분하고 비교하면서 소수와 합성수 개념을 이해하고 있는 것으로 판단된다(에피소드 4-1, 4-9, 4-11, 4-12, 4-13). 보성이는 계산기가 제시한 시각적 사고에 의해 소수와 합성수 개념이 결정되어 소수는 기약분수와 같은 것이라는 관념이 지속되고 있음을 알 수 있었다(4-10).

<에피소드 4> 보성이의 소수와 합성수에 대한 개념 수준

- 1 재훈 : 37하니까 1분의 1로 나누어지잖아.
- 2 보성 : 그러니까 기약분수지. 기약분수는 1로 밖에 안 나뉘지니까... 그러니까 기약분수지.
- 3 재훈 : 기약분수가 뭔데
- 4 보성 : 이거 봐. 그러니까 1로 밖에 안 나뉘는 거.
- 5 재서 : 뭐가 뭐가
- 6 보성 : 37분의 37. 기약분수라고. 1로 밖에 안 나뉘지잖아.
- 7 재서 : 37은 1밖에 안 나뉘지잖아.
- 8 보성 : 그러니까 기약분수지. 나눈다면 기약분수가 없지.
- 9 재서 : 여기는 수잖아. 수. 분수가 아니라... 여기는 기약분수 없어. fac로 하면 되잖아. 요고를 가지고...
- 10 보성 : 약수가 1과 자신뿐 인거잖아. 그런데 왜 기약분수가 아니야?
- 11 재서 : 여긴 그냥 수잖아. 수.
- 12 정탁 : 분수가 아니고, 그냥 수잖아.
- 13 재서 : (활동지의 수를 가르키며) 여긴 그냥 수잖아. 수.

보성이가 소집단 A에서 주어진 수를 계산기를 이용하여 조작한 후 분류 활동을 하는 동안 소수와 합성수는 공통적인 속성이 되는 분류기준이 있을 것이라는 인상을 가졌고, 소수와 합성수의 개념을 분명히 말하고는 있으나(에피소드

4-10), 짝수는 합성수, 홀수는 소수라는 개념적 이미지(에피소드 3-3)를 여전히 가지고 있어 의사개념 단계에 머물렀다고 보여진다.

2. 소집단 B의 활동체계와 수연의 개념 형성 수준

수연이가 속한 공동체인 소집단 B의 사회적 맥락이 개념 발달에 어떤 영향을 미쳤는지 분석하기 위해서 소집단 B의 대화와 행위를 토대로 활동체계를 분석하였다. 다음 <에피소드 5>는 주어진 자연수에 대해 더 작은 수의 곱으로 나타내어 가는 활동의 녹취록에서 발췌한 것이다.

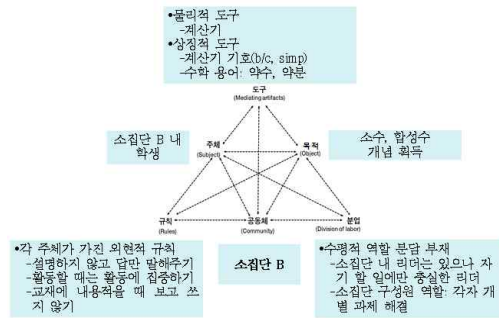
<에피소드 5> 더 작은 곱으로 나타내기 활동

- 1 수연 : 이거 어떻게 해?
- 2 현비 : (답을 가르쳐주며) 계산기에 여기 3, 3, 1이라고 나오잖아. 3, 3, 1이라고 적어.
- 3 수연 : (계산기를 이용하여 해결하는 방법을 몰라 도움을 구하며) 어떻게 해?
- 4 승아 : 이렇게 눌러서, 나오는 거 있지. 여기 봐봐. 알겠어?
- 5 수연 : 응. (몇 문제를 해결하는 동안은 자신이 계산기에서 나온 답을 활동지에 적은 후 계속 승아가 적은 답과 맞는지 확인하는 작업을 거치고 있다.)
- 6 현비 : 이번에 37은 1, 37. 맞지? 맞지?
- 7 정우 : (자기 활동지를 하면서) 맞아.
- 8 수연 : (친구들을 바라보며) 48은 2, 2, 2, 2, 3 맞아?
- 9 승아 : 응?
- 10 수연 : 48은 2, 2, 2, 2, 3 맞냐고. (친구들이 답이 없자) 맞겠지.
- 11 현비 : 다 했다.
- 12 정우 : (현비 말을 들은 후) 빠른 것 같아.
- 13 승아 : 난 이제 세 개 남았는데...
- 14 정우 : 난 이제 999. 됐다. 여기까지 왔다. 다 했다.
- 15 현비 : (정우가 이야기를 자꾸 걸자) 아~ 너 이거 해. 너 이거는 왜 안 하는데...

- 16 승아 : simp 엔터하면 뭐가 돼?
- 17 현비 : 나누어지는 수 중에서 가장 작은 수로 나누었다. (설명하고 다시 가려버린다.)
- 18 수연 : fac... 여기에 뭐 적어야? 뭘로 두 개가 나누어져?
- 19 현비 : fac를 눌렀을 때 작은 수로 나누는 수하고, 나누지 않는 수야.
- 20 수연 : (이야기를 듣고 다음과 같이 활동지에 기록했다) fac를 눌렀을 때 작은 수로 나누는 수, fac를 눌렀을 때 큰 수로 나누는 수. 맞지?

소집단 B의 경우 상호작용이 원활하게 이루어지지 않아 녹취록이 양이 상대적으로 작았다. 이 소집단 내에서는 현비는 다른 구성원들이 질문에 답을 주고 행위를 간섭하는 등 실제 리더처럼 보이지만(에피소드 5-2, 5-11, 5-15, 5-17, 5-19), 소집단 활동에 영향을 끼치는 주도적인 역할을 하지 않고 지식의 공유하고자 솔선하여 도움을 주지 못하여 자신의 자기 과제를 해결하는 역할만 수행할 뿐 의사소통이 제대로 일어나지 않았다(에피소드 5-17). 즉, 소집단 B는 잠재적 리더는 있었으나 리더 역할의 부재 상태가 되었다. 이에 따라 소집단 내 역할 분담이나 규칙이 형성되지 못하였을 뿐 아니라 상호작용이 활성화되지 못했고 구성원 간에 답을 묻고 그 자신이 낸 답을 말해주거나 답을 확인해주는 역할만 서로 수행할 뿐이었다. 승아가 계산기 사용에 대해 수연이에게 도움을 주자(에피소드 5-3, 5-4), 수연이는 탐구를 위한 시도를 하지만 자신의 답에 대한 자신감이 없어서 승아가 쓴 교재의 답을 보면서 확인하였다(에피소드 5-5). 이러한 활동체계 속에서 수연이는 여전히 친구의 이야기를 듣고 그대로 옮겨 적는 수준에 그쳐 여전히 소수와 합성수에 대한 개념 발달이 체계적으로 이루어지지 않고 있다. 전체 에피소드를 보더라도 <에피소드 5>상에 알 수 있듯이 뚜렷한 공동체, 분업, 규칙이 나타나지 않아 이들 간의

매개적 요소가 작용하고 있지 않았다. 소집단 B의 활동체계로 나타내면 [그림 IV-4]와 같다.



[그림 IV-4] 소집단 B의 활동체계

소집단 B에서 수연이의 소수와 합성수에 관한 개념 수준은 복합적 사고 단계의 확산적 유형이 상으로 발전되지 않았다. 수업 초기 수연이는 계산기를 이용하여 주어진 수를 분수로 나타내어 Simp키로 약분할 때 나타난 'Fac=숫자'를 이용하여 분류 기준을 추론해보는 과정에서 분류 기준을 제대로 세우지 못했다. 계산기에 나타난 숫자와 기호의 관련성을 따져보지 않고 화면에 나타난 숫자 즉 인수, 그 자체만 초점을 두어 소수는 큰 수로 나누어지고, 합성수는 작은 수로 나누어지는 수라는 분류 기준을 만들었을 뿐(에피소드 6), 더 이상의 의사소통이 일어나지 않았고 소수와 합성수에 대한 기준을 정하기 위한 협의의 과정이 없었다.

<에피소드 6> 수연이의 소수와 합성수에 대한 개념 수준

수연 : (이야기를 듣고 다음과 같이 활동지에 기록했다) (합성수는) fac를 눌렀을 때 작은 수로 나누는 수, (소수는) fac를 눌렀을 때 큰 수로 나누는 수. 맞지?

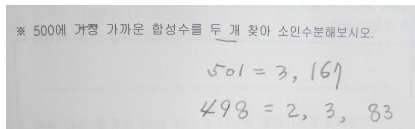
수업이 끝난 후 인터뷰 과정에서도 합성수와 소수의 분류 기준을 개인의 주관이나 인상에 기

초하지 않고 수들 사이의 나타난 객관적인 속성으로 이용하여 기준을 세우려고 시도는 하지만 여전히 합성수는 소수가 여러 개인 수와 같이 (에피소드 7-1, 7-3), 기호와 숫자들의 관련성을 파악하려는 노력보다는 개념을 알아가는 과정에서 계산기에 나타난 절차와 기호에만 한정하여 이해하려는 경향이 있었다.

<에피소드 7> 한정된 기호와 계산기 절차에 초점두기

- 1 수연 : 소수가 여러 개.
- 2 교사 : 소수가 0개?
- 3 수연 : 아뇨. 소수가 여러 개인 수.

이러한 경향은 500에 가장 가까운 합성수를 찾는 과정에서도 나타나고 있었다. [그림 IV-5]과 같이 합성수를 찾아 소인수분해를 해보도록 구성된 과제에 대해서 수연이는 소수들의 곱으로 소인수분해를 나타낸 것이 아니라 계산기 화면에 나타난 수 자체에만 초점을 두어 그 수들의 나열에만 그치고 있었다.



[그림 IV-5] 수연의 소인수분해 장면

따라서 소그룹 활동을 미치면서 합성수와 소수의 개념을 명확하게 인지하지 못하고 있음을 알 수 있었다. Vygotsky에 따르면 기호와 언어가 매개하는 사회적 상호작용으로 복잡한 사고나 의사개념의 수준에서 진개념의 사고 수준으로 전환할 수 있다고 하였는데(김태준, 신건호, 이현남, 이해경, 1999 재인용), 수연이는 상호작용의 미비로 복잡한 사고 단계를 넘지 못하였다.

3. 소집단 활동체계와 개념 수준 변화의 상관 관계

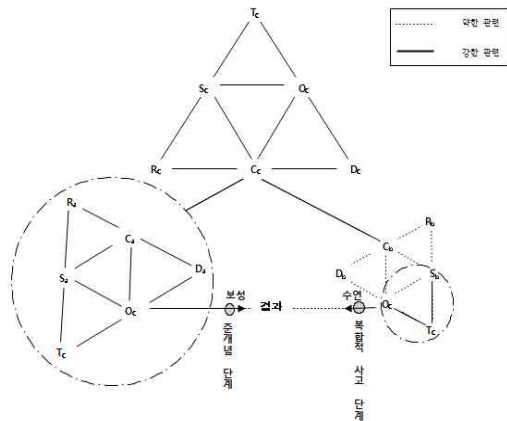
소집단 A와 B의 서로 다른 활동체계는 그 속의 주체였던 보성과 수연이의 소수와 합성수에 관한 수학적 개념 발달에 영향을 주었다. 각 소집단 내 활동체계에서 수업을 하고 난 후 보성은 의사개념 단계로 바뀌었고, 수연은 확산적 유형에 머물러 있었다. Ernest(1994)에 따르면 사회적 구성주의 관점에서 개념 학습에 대해 강조되는 것 중의 하나가 학생들 그리고 학생들과 교사간의 언어적 상호작용이라 하였다. 두 학생이 속한 활동체계에서 어떤 활동 요소가 각 소집단의 주체들이 상호작용을 하는데 영향을 미친 것일까?

지금까지 도식화한 활동체계를 <표 IV-1>로 요약하였다. 교수·학습 전체 활동체계, 소집단 A 활동체계, 소집단 B 활동체계를 각각 C, A, B라 두고, 각 활동체계의 활동 요소를 구분하였다. 예를 들어 교수·학습 전체 활동체계의 활동 요소는 목적, 주체, 공동체, 분업, 도구, 규칙을 각각 Oc, Sc, Cc, Dc, Tc, Rc로 나타내었다. 이때 활동요소 중 목적, 도구는 전체 활동체계와 각 소집단별 활동체계가 동일하게 나타나므로 Oc, Tc를 공통으로 사용하였다.

<표 IV-1> 교수·학습 활동체계와 소집단 활동체계

활동 요소	교수학습 전체(Classroom) 활동체계 (C)	소집단 A 활동체계 (A)	소집단 B 활동체계 (B)
목적 (O)	O _c 소수와 합성수	O _c 소수와 합성수	O _c 소수와 합성수
주체 (S)	S _c 학생	S _a 소집단 내 학생	S _b 소집단 내 학생
공동체 (C)	C _c 교사, 소집단	C _a A 소집단	C _b B 소집단
분업 (D)	D _c 수직·수평적 분업	D _a 잠재적 수평 분업	D _b 개별활동
도구 (T)	T _c 계산기, 수학 용어	T _c 계산기, 수학 용어	T _c 계산기, 수학 용어
규칙 (R)	R _c 내재·외현적 규칙	R _a 소집단 내 규칙	R _b 규칙 미발생

다음으로 위의 표를 바탕으로 소집단의 활동 체계와 소수와 합성수에 관한 수학적 개념 수준 변화를 [그림 IV-6]과 같이 도식화하였다.



[그림 IV-6] 소집단 활동체계와 개념 수준 변화의 상관관계

수연이가 속한 소집단 B의 활동체계에서는 형식상의 소집단은 구성되어 있으나 이 소집단을 유지할 수 있는 규칙(Rb)이나 분업(Db)은 약한 관련성으로 사실상 위 그림 소집단 B의 Sb-Tc-Oc만 (○)로 연결된 개인 활동체계가 나타났다. 따라서 질문하면 설명없이 답만 말해주는 짧은 의사소통만 오고 갔을 뿐 학생들이 소집단 내에 참여하여 활동이 이루어지고 있는지 확인할 수 없었다. 결국 개인의 지식 형성은 개인의 판단으로 통제되는 소집단으로 수연이는 소수와 합성수의 개념 형성에서 복합적 사고 단계에 있는 것으로 파악되었다.

반면 보성이의 소수와 합성수에 대한 개념의 수준 변화를 확인할 수 있었던 소집단 B의 활동 체계에서는 소집단 내에서 소수와 합성수의 개념 획득이라는 목적을 달성하기 위해 적절한 소집단 내 수평적 역할 분담으로 분업이 이루어졌다. 이는 계산기 사용이 미숙한 학생도 계산기 화면에 나타난 'Fac=숫자' 기호를 이용하여 분류

하는 활동을 할 수 있도록 도구(T)와 주체(Sa) 사이에 강한 관련을 갖도록 해 주었다. 또 분업(Da) 과정 속에서 소집단 B는 주체들이 함께 활동에 집중할 수 있도록 소집단 내의 규칙(Ra)을 만들어 목적에 초점을 두지 않은 행위에 대해서는 제재를 하였다. 결국 이를 통해 위 그림 소집단 A는 Oc, Sa, Ca, Da, Tc, Ra 가 모두 (○)로 연결된 활동체계로 소집단 내의 주체들 사이의 참여가 증가하고 있음을 확인할 수 있었다.

V. 결론

본 연구는 초등학교 5학년 수학 영재 학습의 학생을 대상으로 한 수업을 분석하여 소수와 합성수 개념 형성의 과정을 탐구하였다. 수업을 담당한 교사의 교수학적 의도는 TI-73 계산기 환경에서 약수, 약분과 기약분수의 개념을 사용하여 자연수의 분류유형을 만들게 하여 그 기준을 설명하게 한 다음 정의를 도입하는 형식을 취했고 이러한 활동의 과정은 소집단 활동을 중심으로 이루어졌다. 이 연구는 전체 교실과 두 개의 소집단을 중심으로 활동체계를 분석하여 도식화하였고 이들 활동체계가 구성원의 개념 형성에 미치는 영향에 대해 살펴보았다. 연구 결과로부터 학생들이 속한 서로 다른 소집단의 활동체계에서 나타난 공동체의 사회적 맥락에 따라 그 속의 주체인 학생들의 수학적 개념 발달 과정이 형성되는 수준이 다르게 나타날 수 있음을 볼 수 있었다. 이를 좀 더 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 소집단 A는 주체인 구성원이 계산기를 중재 도구로 수의 분류 유형을 구성하여 소수와 합성수 개념의 형성한다는 목적 지향성이 뚜렷하였고 잠재적 리더가 출현하여 공동체의 활동을 매개하는 규칙과 분업이 조화롭게 형성되었

다. 학생들은 설명하기, 질문하기와 같은 언어활동을 통하여 수학적 개념이나 지식을 공유하고 이렇게 공유된 수학적 지식이나 개념을 근거로 새로운 개념으로 확장하거나 반성적으로 사고할 수 있었다. 이에 따라 소집단 A의 활동체계는 Engeström이 제시한 확장된 삼각형 구조의 각 활동요소 간에 상호작용이 잘 이루어지면서 주체인 구성원이 수학적 개념 형성에 매우 긍정적인 영향을 주었다. 이 소집단의 구성원의 한 명인 보성은 개념 형성이 느린 편이지만 구성원의 적극적인 도움을 받을 수 있었고 스스로 능동적으로 참가하면서 계산기를 기초한 기호 표상에서 기약분수에 대한 혼돈이 있지만 소수와 합성수를 구분하는 기준을 정립하면서 Vygotsky의 개념 형성 발달 단계에서 의사개념적 수준까지 순조롭게 형성되었음을 볼 수 있었다. 이 의사개념은 각 구성원과 사회적 공동체 간의 가교역할을 하는 것으로 진정한 개념인 것처럼 의사소통이나 활동에서 사용된다고 볼 수 있다(Berger, 2005).

둘째, 소집단 B는 주체인 구성원이 계산기를 중재 도구로 수의 분류 유형을 구성하여 소수와 합성수 개념의 형성한다는 목적은 소집단 A와 같았지만 리더의 역할이 미비하였으며 공동체를 유지할 수 있도록 해주는 매개 활동 요소인 규칙이나 분업이 약하여 주체와 공동체 그리고 목적 간의 상호연결이 제대로 이루어지지 않았다. 이에 소집단 B는 형식상 확장된 삼각 구조의 틀이 갖추었지만 주체와 목적에다 계산기가 매개로 작용하는 주 삼각형(Engeström은 “tip of iceberg”라 부른다)이 두드러지게 보인 것으로 각 주체는 사실상 개별 행위만 하는 상호작용의 밀도가 낮은 활동체계이다. 그 결과 상호간의 큰 도움을 주지 못하고 합의된 결과의 도출도 잘 이루어지지 않아 이 그룹에 속한 수연의 경우 소수와 합성수 개념 형성의 미비점이 확연하게

드러났다. 수연은 개념 형성이 느린 편에다 구성원간의 언어활동이 부족하고 적극적인 도움을 받지 못하였다. 이에 계산기의 화면에 나타난 기호 표상만으로 소수와 합성수를 구분하는 기준을 바르게 정립하는 못하였고 개념 형성 발달 과정을 확인하기 어려웠다. 수연은 작은 수로 나누어지는 것과 큰 수로 나누어지는 수로 구분하려 하는 것 등을 고려할 때 복합적 사고의 수준을 벗어나지 못하고 있는 것으로 본다. 이는 공동체에서 상호작용이 미흡한 활동체계에 속한 주체는 집단 내 각 구성원들이 지니고 있는 지식을 서로 공유하며 내면화 과정을 통해 집단 공동의 지식을 개인의 것으로 획득할 수 없다는 Lee et al. (2012)의 연구 결과와 맥을 같이 한다.

이러한 연구 결과와 결론에 비추어 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 소집단 활동은 배우는 개념을 명료화하여 학습을 의미 있게 할 수 있지만 소집단의 형성만으로 교육적 효과가 달성되는 것은 아님을 보여 준다. 특히, 소집단 내의 활동체계에서 분업과 규칙 발생에는 리더의 유무가 영향을 끼치고 있음을 보여 준다. 리더가 의사소통을 주도하고 구성원들에게 각각의 역할을 부여하여 구성원들 간의 불필요한 상호 작용을 감소시키는 집단에서 성취 수준이 더 높게 나타났고 구성원간의 상호작용이 집단의 성과와 정적 관계에 있다(정덕호, 유대영, 2013). 활동이론의 관점에서 볼 때 소집단 학습을 설계하는 경우 교사는 설계단계부터 소집단을 목적 지향적으로 이끌어 갈 리더를 지정하거나 활동 과정에서 리더가 발현하도록 기획하고 공동체가 목적을 지향하여 활성화하도록 규칙과 분업을 조절될 수 있는 환경을 조성할 필요가 있음을 시사하고 있다.

둘째, 소수와 합성수의 개념은 중학교 교육과정에서 소인수 분해의 개념과 더불어 도입된다. 이 영재반의 수업은 TI-73 계산기를 매개 도구로

약분과 기약 분수의 개념을 바탕으로 실험적 활동을 거치며 계산기 화면상에 나타나는 기호적 표상을 통해 소인수(factor)를 파악하고 소수와 합성수의 개념을 형성토록 하였다. 이 방법은 직사각형의 분해에 의한 소수와 합성수를 분류하는 방법과 더불어 중학교 과정에 다루게 되는 소인수분해의 대수적 과정으로 연결하는 가교적 역할을 주는 교수법이다. 교사는 교수법적 분석을 병행시켜 여러 표상의 유형을 살피고 서로간의 변환을 이해한다는 것이 교사가 지녀야 할 교수학적 지식이다. 교사는 목적에 맞게 공학을 활용하는 능력과 공학이 가지는 기능과 제약에 대한 지식을 갖추어야 하고(Guin & Trouche, 1999), 교수학적 지식을 넓히기 위한 다양한 방법의 실험과 노력이 필요하다.

이 연구에서 분석한 영재 수업은 영재 학급이 개원한 후 두 번째 이루어진 수업으로 각 소집단의 구성원 간에 친밀함의 정도가 활동체계에 영향을 끼쳤을 것이라는 제한점이 있다. 이 연구는 K교사의 소수와 합성수 교수학습에 맞추어 활동체계가 관찰되었지만 다른 영재 지도 교사가 지도를 한다면 교사의 교수학적 지식이 영향을 미치는 새로운 활동체계가 나타날 수 있으므로, 내용과 교사에 따른 활동체계에 대한 후속 연구도 필요할 것으로 본다.

참 고 문 헌

강은희 (2006). **해체적 발문을 통한 수학 영재아들의 수학적 사고과정 사례분석**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
 고상숙, 강현희 (2007). 수학수업에서의 담론을 통한 수학적 개념 형성에 관한 연구. **수학교육**, 46(4), 423-443.
 교육과학기술부 (2011). **2009개정 교육과정에 따**

른 수학과 교육과정. 교육과학기술부.
 신현정 (2000). **개념과 범주화**. 서울: 아카넷.
 정덕호, 유대영 (2013). 사회연결망법을 이용한 과학영재들의 의사소통 구조 분석. **한국지구과학회**, 34(1), 81-92.
 조경희, 권오남 (2010). 소수 개념에 대한 중학생의 이해. **학교수학**, 12(3), 371-388.
 최성규 (2008). 장애아동의 개념발달에 대한 Vygotsky의 시각과 공헌. **특수교육재활과학연구**, 47(3), 117-140.
 한순미 (1999). **비고츠키와 교육**. 서울: 교육과학사.
 Benne, K. D., & Sheats, P. (2007). Functional roles of group members. *Journal of Social Issues*, 4(2), 41-49.
 Berger, M. (2005). Vygotsky's theory of concept formation and mathematics education. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*, pp. 153-160. Melbourne: PME.
 Coupland, M., & Crawford, K. (2006). *Many dimensions: the complex picture of student encounters with a computer algebra system*. Retrieved from <http://www.merga.net.au/documents/RP152006.pdf>.
 Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta - Konsultit.
 Erhan, B., & John, M. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 19-35.
 Ernest, P. (1994). Varieties of constructivism: Their metaphors, epistemologies and pedagogical implications. *Hiroshima Journal of Mathematics Educations*, 2, 1-14.
 Flavell, R. A. (2001). *Writing, reading and judging*

- academic essays in a global university: an activity system analysis*, Unpublished doctoral dissertation, Monash University, Australia.
- Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195 - 227.
- Hardman, J. (2007). Making sense of the meaning maker: Tracking the object of activity in a computer-based mathematics lesson using activity theory. *International Journal of Education and Development using Information and Communication Technology*, 3(4), 110-130.
- Jurdak, M. E. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 283-301.
- Lee, Y. M., & Yoo, J. M. (2003). Effect of gender grouping on cooperative learning in middle school science. *Journal of Korean Earth Science Society*, 24(3), 141-149.
- Lee, S. Y., Kim, C. J., Choe, S. U., Yoo, J. H., Park, H. J., Kang, E. H., & Kim, H. B. (2012). Exploring the patterns of group model development about blood flow in the heart and reasoning process by small group interaction. *Journal of the Korean Association for Research in Science Education*, 32(8), 805-822.
- Leont'ev, A. (1978). The Problem of Activity in Psychology. In Wertsch, J. V. (Ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology: An Introduction*. M. E. Sharpe, New York: USA.
- Lim, H. J., & Noh, T. H. (2001). Verbal interactions in heterogeneous small-group cooperative learning. *Journal of the Korean Association for Research in Science Education*, 21(2), 668-676.
- Marilena, P., & George, P. (2012). Levels of students' conception of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 61-83.
- Martin, C. (2010). Appropriating geometric series as a cultural tool: a study of student collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 95-116.
- Sfard, A. (2000). Steering discourse between metaphors and rigor: using focal analysis to investigate an emergence of mathematical object. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 296-327.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge Massachusetts: MIT Press.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 457-477.

Activity-Theoretical Analysis on the Relation of Small Group Activity on Gifted Elementary Student's Concept Formation of Prime and Composite Numbers

Kang, Young Ran (Graduate School, Yeungnam University)

Kim, Jin Hwan (Yeungnam University)

The aim of this study was to investigate how the small group activity system influences individual to form concepts of prime number and composite number through activity theory on learning process of mathematically gifted 5th-grade students. Student's worksheets, recorded video, and interview were gathered and transcribed for analyzing data. Process of concept formation and using symbol behavior were used to derive the stage of mathematical concept from students, and

the activity system and stage of concept formation process were schematized through analysis of whole class activity system and small group activity system based on activity theory. According to the results of this study, two students who were in different activity groups separated into the state of semi-concept and the stage of complex thinking respectively, and therefore, social context and the activity system had effects on process of concept formation among the students.

* Key Words : Mathematically Gifted Student(수학 영재), Activity Theory (활동이론), Small Group Activity (소집단 활동), Concept Formation (개념 형성)

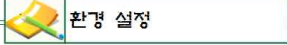
논문접수 : 2014. 8. 11

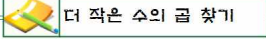
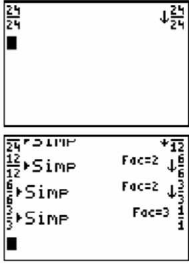
논문수정 : 2014. 9. 17

심사완료 : 2014. 9. 19

<부록 1> 소수와 합성수에 관한 수업 설계

목 표	주어진 수를 소수와 합성수로 분류할 수 있다.		
활 동 구 조	활동	· 소수 이해하기	활 동 자 료
	행위	· 소인수분해하기	
	조작	· 계산기를 이용하여 주어진 수들을 소인수분해하기	· 소수와 합성수 분류하기
			· MODE · SIMP · B/C
수 업 설 계 의 도	계산기를 이용하여 다양한 수를 작은 수들의 곱으로 나타낸 후 결과를 분류하여 속성을 찾아 소수, 합성수로 이름 붙이기를 한다. 소수를 찾는 고대 방법과 메르센 소수에 대한 동영상을 시청하며 지금도 더 큰 소수를 찾기 위한 프로젝트가 진행 중임을 알게 한다. 자신의 등번호를 만들어 보는 활동과 매미의 생애 주기가 소수인 이유를 자신의 관점에서 정리하며 소수와 합성수의 개념에 대하여 내면화한다.		

설계 원리	학습 조직	교수 · 학습 활동	시간 (분)	자료(□) 유의점(※)
맥락	전체	<p>● 13, 23, 61의 공통점 찾기</p> <p>스포츠 선수들의 유니폼 뒤에는 그 선수만의 등 번호가 적혀 있다. 축구 선수 박지성의 등 번호는 13, 야구 선수 박찬호의 등번호는 61, 그리고 농구 황제라고 불렸던 마이클 조던의 등번호는 23이었다. 이 세 수의 공통점은 무엇일까?</p> <p>● 수를 분류할 수 있는 기준 브레인스토밍하기</p>	10분	□선수 등번호 사진
목적 지향성		<p>● 학습목표 제시</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">수를 분류하여 보자.</div>		※교사는 칠판에 학습문제를 제시한다.
도구 매개 외현화	모둠	<p>● 수를 더 작은 수의 곱으로 나타내기</p> <p>- 계산기 환경 설정하기</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">  <p>환경 설정</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> 1. [MODE] 키를 누른다. 2. b/c로 옮겨, [ENTER]를 누른다. 3. Mansimp로 옮긴 후 [ENTER]를 누른다. 4. [2nd] [QUIT]를 눌러 화면으로 돌아온다. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <pre>Normal Sci Float 0123456789 Degree Radian R/B/C B/C Autosimp Mansimp</pre> </div>	30분	□계산기 ※교사는 학생들의 행위가 일어나는 중간에 각 행위가 활동과 어떤 연관이 있는지에 대해 묻거나 이야기를 해주며 현재

		<p>- 24를 소인수분해하기</p> <p></p> <p>5. 24 <input type="text" value="b/c"/> 24를 누른 후 <input type="text" value="ENTER"/> 키를 친다.</p> <p>6. <input type="text" value="SIMP"/> <input type="text" value="ENTER"/> 을 누르면 새로운 분수가 나타난다.</p> <p>7. $\frac{1}{1}$이 나올 때까지 <input type="text" value="SIMP"/> <input type="text" value="ENTER"/> 을 반복한다.</p>  <p>- <input type="text" value="SIMP"/> 키를 사용하여 주어진 수를 더 작은 수의 곱으로 나타내기</p> <p>- 'Simp' 와 'Fac=' 의 의미 찾기</p> <p>- 계산기 화면에 나타난 'Fac=' 들의 수를 보고 분류기준 세워 수를 분류하기</p> <p>- 분류한 수들에 대해 이름 붙이기</p> <p>역사성 전체 ● 수학 톡톡 읽으며 소수, 합성수 의미 알기</p> <ul style="list-style-type: none"> - 소수의 뜻 알기 - 합성수의 뜻 알기 - 에라토스테네스의 체로 소수 찾기 - 소인수분해의 뜻 알기 - 500에 가까운 소수와 합성수 찾기 <p>내면화 개별 ● 스포츠 선수들의 등번호 비밀 해결하기</p> <ul style="list-style-type: none"> - 스포츠 선수들의 등번호 숫자의 공통점 찾기 - 나의 등번호 만들기 <p>● 생활에서 찾을 수 있는 소수가 응용된 예</p> <p>유지매미와 참매미는 산란한 후 7년이 지나야 성충이 된다. 또 늦털매미는 5년이 되어야 성충이 된다. 매미탑은 13년 또는 17년이 지나야 성충이 된다. 매미의 삶의 주기인 5년, 7년, 13년, 17년은 소수이다. 매미의 주기가 소수인 이유는 무엇일까?</p>	<p>하고 있는 활동에 대해 무엇을 하고 있는지 알 수 있도록 한다.(의식의 원리)</p> <p>20분 ※고대의 소수 찾는 방법과 현재의 소수 찾는 방법인 메르센 소수에 대한 이야기를 해주며 현재도 소수를 찾는 작업이 진행 중임을 언급한다.</p> <p>10분</p> <p>10분</p>
--	--	--	--