

교사들의 수업 분석 특징에 대한 연구 -통계 지도를 위한 교사 지식을 중심으로-1)

신 보 미*

이 연구에서는 현직 중등학교 교사 45명이 통계 영역의 수업을 분석한 결과를 검토하여 수업 실행과 관련된 교사 지식의 특징을 기술함으로써 교사의 수업 전문성 신장과 관련된 논의에 시사점을 얻고자 하였다. 이를 위해 우선 교사들의 수업 관찰 결과를 분석하기 위한 이론적 틀을 개발하고 이를 토대로 교사들이 작성한 수업 분석문의 세부 내용을 코드화하였다. 이렇게 코드화된 분석문을 통해 통계 지도와 관련된 교사 지식의 실제적 특징을 확인하여 ‘수업의 목적’, ‘교사의 역할과 담화’, ‘자료와 공학 도구’의 관점에서 통계 교육과 관련된 몇 가지 이슈를 추출하였다.

1. 서론

교사 지식은 가르치는 능력과 밀접하게 관련되어 학생의 학습에 핵심적인 영향을 미친다는 점에서 수학 교육 연구의 주요 분야로 주목받아왔다(Magiera, van den Kieboom, & Moyer, 2011). 수학 교사 지식에 대한 국내 연구는 2000년 중반부터 본격적으로 이루어지기 시작하였으며 이 중 대부분은 교사 지식의 실태를 연구 주제로 삼아 조사 연구 방법에 의해 진행되었다(송근영·방정숙, 2013, p. 280). 그러나 면담이나 설문 조사를 통해 파악된 교사 지식의 특징은 교사 자신이 실제 수학 수업을 실행하거나 분석하는 과정에서 드러나는 특징과 적지 않은 차이가 있다(Cai, Wang, Wang, & Garber, 2009; 방정숙, 2011).

교사 지식은 수학 내용을 가르치는 실제적인

수업 실행 능력과 관련되며(Shulman, 1987), 교사의 머릿속에 단독으로 존재하는 것이라기보다는 실제 수업 맥락을 통해 그 본질적 특징이 드러난다(Fennema & Franke, 1992). 따라서 수학 수업과 관련된 교사 지식은 교사들로 하여금 실제 수업을 실행하거나 분석하게 함으로써 보다 의미있게 확인될 수 있다. 특히 교사 지식은 다른 교사의 수업을 관찰하고 분석하는 것만으로도 성장할 수 있는 바(Maher, 2008), 교사들에 의한 수업 분석은, 분석에 참여한 교사들의 수업 전문성 신장에도 직접적으로 기여할 수 있다. 그러나 수업 분석과 관련된 국내 연구에서 분석의 주체는 대부분 연구자이거나 예비 교사로, 현직 교사들이 직접 수학 수업을 관찰하고 분석하는 과정에서 드러나는 교사 지식의 특징을 살핀 연구가 많지 않다.

한편, 가르치는 방법 및 원리에 대한 지식은 교과 내용에 대한 적절한 이해에 기반하며 가르

* 전남대학교, bomi0210@jnu.ac.kr

1) 이 논문은 2013년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2013S1A5A8021645).

치는 전략은 가르치고자는 하는 내용을 토대로 결정되므로(van Driel, Verloop, & de Vos, 1998), 교사 지식은 교과 내용 혹은 다루는 주제에 따라 구별되는 특징을 지닌다. 이에 수학을 가르치기 위한 교사 지식의 특징은 구체적인 내용 요소를 토대로 설명될 수밖에 없으며, 교사들에 의한 수업 분석에서 드러나는 교사 지식 역시 수업에서 다루어진 내용 요소의 특징과 관련하여 기술될 때 교수학적 의미를 갖는다. 이러한 관점에서 이 연구는 교사들이 가르치기 어렵다고 느끼는 분야 중 하나인 통계(김도한 외, 2009, p. 171) 수업을 교사들로 하여금 분석하게 하여 그 결과를 해석함으로써 통계 지도를 위한 교사 지식의 실제적 특징을 기술하고자 한다. 특히 통계는 자료에 기초하여 불확실한 현상을 분석하고 개연적 추론을 통해 실생활 맥락의 양적 정보가 지닌 양상을 살펴 의사결정을 내리는 귀납 과학으로, 학교 수학의 다른 영역과는 구별되는 특징을 지닌다(Ben-Zvi, 2004; 남주현 2007). 때문에 수학 교육에서 통계 지도와 관련된 교사 지식의 특징을 살피는 것은 통계 교육 연구에서 주요하고 시급한 과제이다(Batanero, Garfield, Ottaviani, & Truran, 2000). 그러나 통계 교육을 위한 교사 지식의 특징을 밝힌 연구가 거의 없으며 통계 수업 실행과 관련하여서는 더욱 그러하다(Eichler, 2011).

이에 이 연구는 현직 중등학교 교사 45명이 작성한 통계 수업 관찰 결과를 분석하여 통계 지도를 위한 교사 지식의 특징을 수업 상황에 비추어 기술함으로써 통계 교육을 위한 시사점을 얻고자 한다. 이를 위해 우선 수학 교사의 지식과 수학 수업의 관계를 살핀 선행 연구를 검토한 다음, Garfield & Ben-Zvi(2010)가 기술한 효과적인 통계 수업의 특징을 토대로 교사들의 수업 관찰 결과를 분석하기 위한 이론적 틀을 개발한다. 이렇게 개발된 분석틀에 비추어 교사

들에 의한 통계 수업 관찰 결과에서 드러나는 교사 지식의 양상을 분석하여 통계 수업 전문성 개발을 위한 교사 교육의 주요 이슈를 구체화한다.

II. 이론적 배경

1. 수학 교사의 지식과 수학 수업

Shulman(1986)이 교사의 지식을 가르칠 교과 내용을 넘어서는 보다 전문적인 지식으로 정의한 이후 교사 지식의 복합적이고 다면적인 요소와 이들 요소간의 상호작용적 특징을 규명하려는 노력이 여러 학자들에 의해 폭넓게 진행되고 있다(조성민, 2006). 이러한 이유로 교사 지식은 이를 분석하고자 하는 연구자의 목적과 관점에 따라 다양하게 해석되어 일반적으로 공인된 하나의 정의는 존재하지 않는다(Petrou & Goulding, 2011). 그럼에도 불구하고 교사 지식과 관련된 국내·외 선행 연구 대부분은 교사 지식이 다음과 같은 두 가지 공통 속성을 포함하는 것으로 간주한다(이경은, 2006, p. 15).

- (1) 교사 지식은 교실 수업 경험을 통해 얻어지는 경험적인 지식이며 방법에 관한 지식이다.
- (2) 교사 지식은 교수 상황 맥락에서 개발되는 지식, 개념, 신념, 가치의 통합이다.

이처럼 교사 지식은 수업 실행 또는 실행된 교수 상황을 통해 얻어지거나 개발되는 지식, 개념, 신념, 가치 전반에 대한 통합체인 바, 교사들은 실제 수업을 실행함으로써 가르치는데 필요한 지식을 얻을 수 있으며 이미 지니고 있는 지식을 보다 정교화할 수 있다(Hiebert, Gallimore, & Stigler, 2002). 이와 같은 관점에서 Doerr & Lerman(2009)은 Cassie라는 고등학교 교사가 수

업을 계획하고 실행하는 일련의 과정에서 수학 내용 지식이 성장하는 것을 확인하였으며, Charalambous(2009)는 분수 나눗셈에 대한 수업을 실행한 교사의 내용 지식뿐만 아니라 수학에 대한 가치 및 학생에 대한 신념이 크게 발전하였다고 주장하였다. 또한 Leikin & Zazkis(2007)는 초등 산술을 지도한 예비 교사를 비롯하여 12학년 학생에게 수학적 귀납법과 미분법을 지도한 교사, 10학년 학생에게 외각의 이등분선의 성질에 대해 지도한 교사의 지식을 분석한 결과 수업을 실행한 이후 이들 교사의 수학 내용 지식, 학생의 오개념에 대한 지식이 성장하였으며 학생과의 상호작용 전략 또한 발달하였다고 설명하였다.

한편 Grossman(1990, p. 16)은 Shulman의 연구를 정교화하는 과정에서 교사 지식의 형성에 영향을 미치는 요인에 주목하여 수업 실행 경험과 함께 다른 교사의 수업을 관찰한 경험이 교사 지식의 변화와 재구성에 주요한 역할을 한다고 지적하였다. 교사 지식과 관련된 Grossman의 이러한 견해는 다른 연구자들에 의한 구체적인 사례 연구를 통해 여러 차례 확인되었다. Maher, Landis, & Palius(2010)는 중학교 교사들이 문제 해결 수업을 촬영한 비디오 자료를 관찰함으로써 수학 내용을 학생들이 어떻게 이해하는지 보다 잘 파악하게 되었으며 교수학적 신념 역시 성장하였다고 하였다. Markovits & Smith(2008)는 비율 개념을 지도하는 수업 사례와 분수 및 나눗셈 등과 관련된 문제해결을 지도하는 수업 사례를 교사들에게 관찰하게 함으로써 교사들의 수업 실행 능력을 향상시킬 수 있었다고 하였다. Ozmantar, Akkoç, & Bingolbali(2008)도 예비 교사들이 동료의 마이크로티칭을 녹화한 동영상 을 시청함으로써 수업 실행 능력을 향상시킬 수

있었다고 하였다.

이상에 따르면 가르치기 위한 교사의 지식은 구체적인 수학 내용을 지도하는 수업 맥락을 통해 새롭게 구성되거나 재조직되므로(Turner & Rowland, 2011), 실제로 수업을 실행하거나 다른 교사의 수업 사례를 관찰하는 경험을 통해 발전할 수 있다. 이는 특정한 내용 요소를 가르치는데 필요한 교사 지식의 특징을 실제 수업 상황에 비추어 확인하여 이를 교사 교육에 활용함으로써 가르치는 내용에 대한 교사의 실행 지식을 보다 의미있게 성장시킬 수 있음을 시사한다. 이에 이 연구는 교사들에 의한 통계 수업 분석 사례로부터 드러나는 교사 지식의 양상을 기술함으로써 효과적인 통계 수업을 실행하는데 필요한 교사 지식의 요소를 구체적으로 확인하고자 한다. 이를 위해 교사들의 통계 수업 관찰 결과 분석틀을, 효과적인 통계 수업을 통계적 추론이 학습되는 환경으로 설정한 Garfield & Ben-Zvi (2010)와 우리나라 통계 교육 내용의 개선을 통계적 소양을 기르기 위한 교수-학습의 관점에서 살핀 윤현진 외(2009)에 비추어 개발한다.

2. 효과적인 통계 수업

Garfield & Ben-Zvi(2010, pp. 48-49)은 효과적인 통계 수업이란 통계에 대한 깊고 의미있는 이해를 개발하고 통계적으로 사고하며 추론하도록 돕는 수업이라고 규정한 다음, 폭넓은 선행 연구 분석을 토대로 학교 수학교육과정에서 좋은 통계 수업을 실행하기 위한 교수학적 설계 원리 6가지를 다음과 같이 제시하였다.

첫째, 통계 수업에서는 내용 요소로서 통계적 도구나 절차를 제시하기보다 통계적인 핵심 아이디어²⁾에 대한 이해의 개발에 초점을 두어야

2) 자료(data), 분포(distribution), 변이성(variability), 중심(center), 통계적 모델(statistical models), 무작위성(randomness), 공분산(covariation), 표집(sampling), 통계적 추론(statistical inference) (Garfield & Ben-Zvi, 2010, p. 49)

한다. 하지만 대부분의 통계 수업이 논리적 분석에 기초하여 해당 내용 요소를 병렬식으로 제시하는데 그쳐 통계적 도구와 절차만이 통계를 통해 배워야 할 것으로 인식되고 있으며 통계적 개념의 의미가 무엇인지 이들이 어떻게 연결되어 있는지에 대해서는 거의 소개되지 않는 경향이 있다.

둘째, 통계 수업에서는 학생들이 통계적 추론을 만들고 평가하는데 적극적으로 참여할 수 있도록 흥미있는 실제 자료(data)를 활용할 필요가 있다. 자료가 통계 교육의 초점이 되어야 하므로, 학생들은 자료 수집 또는 생성 방법과 그 방법의 효과성, 적절한 자료 분석 방법 등을 배워야 한다. 의미있는 실제 자료만이 학생의 흥미를 자극하고 학습 동기를 유발할 수 있기 때문에 이상과 같이 자료를 다룰 수 있기 위해서는 양질의 실제적인 자료가 수업 상황에서 소개되어야 한다. 또한 교사는 학생들이 자료 분석을 진행하기 앞서 자료 집합에 대한 통계적 추측을 해보도록 요구할 필요가 있으며 이 때 학생들의 통계적 사고를 촉진할 수 있는 적절한 전략을 사전에 준비하여야 한다.

셋째, 통계 수업은 학생들의 통계적 추론 발달을 돕는 교실 활동으로 조직되어야 한다. 학생간의 협동학습과 상호작용, 토론이 활발하게 진행되고 자료가 적극적으로 활용될 수 있는 흥미로운 과제를 통해 학생들이 나름의 질문을 만들어 보는 등의 활동 중심 수업이 설계되어야 한다. 활동 중심 수업은 통계적 핵심 아이디어를 발견하고 조직하여 이를 이해하는데 기여하며 통계적 사고 과정을 모델링하는데 도움이 된다. 또한 이러한 일련의 과정을 통해 학생들은 통계 용어를 사용하여 의사소통하는 방법을 배우게 된다. 한편 활동 중심 수업을 통해 교사는 학생의 활동을 비형식적으로 평가할 수 있으며 학생이 어떻게 학습하는지에 대한 의미있는 정

보를 얻을 수 있다.

넷째, 공학 도구의 활용이 학생들의 학습 과정에 적절히 통합되어 학생들이 자신의 통계적 추론을 평가하고 자료를 탐색·분석하여 통계적 추론을 성장시키는데 이를 사용할 수 있어야 한다. 학생들이 공식의 생성 원리를 이해한 다음에는 귀찮은 계산을 간단히 하거나 자료를 손쉽게 그래프로 나타내는데 공학 도구를 활용할 수 있다. 그러나 공학 도구는 이러한 역할을 넘어 학생들이 개념적 아이디어를 탐구하고 자료를 분석하거나 해석하는데 핵심 도구로 사용되어야 한다. 공학 도구는 계산을 간단히 하기 위해서가 아니라 학생들의 통계적 사고력 개발과 협동 학습, 의사소통을 돕기 위해 도입되어야 한다.

다섯째, 통계적인 의견 교환과 통계적 핵심 아이디어에 초점을 둔 교실 담화가 지속적으로 촉진되어야 한다. 이를 위해 교사는 여러 가지 가능한 답이 존재하는 문제를 제기함으로써 학생의 통계적 추론과 사고를 자극할 필요가 있다. 학생들에게 통계적 추론 과정을 설명하고 정당화하도록 요구하고, 다른 학생들에게는 이러한 의견에 동의하는지, 동의하는 이유는 무엇인지 등을 질문할 필요가 있다. 또한 학생들이 자신의 의견을 자유롭게 표현할 수 있는 분위기를 조성하여야 한다.

여섯째, 교수 계획과 실행뿐 아니라 학생의 통계 학습 과정을 모니터링하고 학생이 무엇을 알고 있는지 살피기 위해 평가가 진행되어 한다. 평가는 통계적 기능과 절차, 답의 계산 능력 등을 확인하기 위함이 아니라 주요 아이디어에 대한 이해에 초점을 맞추어 진행되어야 한다. 통계적 소양, 개념, 추론과 사고를 강조하는 통계 수업에서 조차도 평가는 계산과 정의의 재생, 기능의 숙달 등에 주목하여 진행되는 경향이 있다. 학생의 통계적 사고에 대한 의미있는 정보는 수업 중 교사와 학생, 학생과 학생사이

의 의사소통 과정, 수업 중에 진행된 학생의 문제 해결 과정에 대한 교사의 관찰 등을 통해 얻어질 수 있다.

이상의 설계 원리를 바탕으로 Garfield & Ben-Zvi는 효과적인 통계 수업 모형으로 통계적 추론 학습 환경(statistical reasoning learning environment 이하 [SRLE])을 제안하고 SRLE의 특징을 전통적인 통계 수업과 비교하여 <표 II-1>과 같이 설명하였다. Garfield & Ben-Zvi(2010, p. 45)에 따르면 교사들은 그들이 원하는 원하지 않은 자신들이 배운 대로 가르치는 경향이 있으

므로, 전통적인 통계 수업에 비추어 SRLE의 특징을 설명하는 것은 통계 수업 개선 방안을 모색하는데 의의가 있다.

한편 윤현진 외(2009, pp. 82-83)는 통계 교육의 목적을 통계적 소양(statistical literacy)³⁾의 함양으로 보고 전통적인 통계 교수의 문제점 4가지를 지적함으로써 통계 교육과정과 수업 개선을 위한 시사점을 얻고자 하였다.

첫째 통계 단원에 대한 교과서의 진술 방식은 수학 교과와 다른 단원과 달리 경험 및 자료와 개인 추론을 중심으로 진술되어야 함에도 불구하고

<표 II-1> 전통적인 통계 수업과 SRLE의 주요 차이(Garfield & Ben-Zvi, 2010, p. 56)

수업의 측면	전통적인 통계 수업	SRLE
수업의 목적	기능과 절차, 통계 내용 전달	통계적인 핵심 아이디어, 통계적 추론과 사고의 개발
교과서의 역할	예제와 숙제를 위한 문제 제공, 시험 대비를 위한 복습에 사용	예습을 위한 읽기 및 탐구에 사용
수업의 중심	교사 중심	학생 중심
교사의 역할	설명을 통한 지식의 전달자	담화와 활동을 통한 통계적 지식 개발의 조력자
공학도구의 역할	정답의 계산과 확인, 그래프 작성의 도구	자료 탐구, 개념 해석, 통계적 추론을 위한 도구, 시뮬레이션 진행 및 협동학습 수행의 도구
담화	교사가 질문이나 문제에 답함	교사가 문제를 제안하고 토론을 유도하며 학생은 제기된 문제에 해결 방안을 제안, 학생들이 다른 학생의 질문에 답하고 이에 동의하는지 여부가 논의되며, 학생은 동료 학생들에게 피드백을 받음
자료	통계적 절차를 설명하고 연습하기 위한 소규모 자료	학생들이 통계적으로 유의미하게 사고하고 추론하도록 돕는 풍부한 실제 자료, 학생들이 조사 또는 실험(시뮬레이션)으로 얻은 대규모 자료
평가	계산, 정의, 공식에 초점을 둔 단답형과 선다형 중심의 평가, 중간고사와 기말고사를 통해 진행	추론과 사고 과정 평가를 위해 다양한 방법이 사용되며 학생의 학습 방법과 수업 목적에 부합하는 평가, 교수-학습 과정과 통합된 평가로서 학생들은 자신의 추론 과정을 설명하고 정당화하도록 요구 받음

3) 통계적 소양은 ① 적절하고 충분한 통계적 방법에 대한 지식을 갖고, ② 상황에 따라 사용하려는 통계적 방법의 타당성과 자료의 적절성을 평가할 수 있으며, ③ 사용하는 통계적 방법을 바르게 이해하여 이를 적절하게 정당화할 수 있는 통계적 사고 능력을 갖고, ④ 지식의 습득과정에서 자료와 경험을 소중히 여기는 태도와 가치관을 형성하여 ⑤ 자료 수집 방법에 대한 지식과 통계 윤리 의식에 따라 필요한 통계적 방법을 정확하게 사용하는 능력이다(윤현진 외, 2009, p. 81).

하고 현재 수학 교과서의 통계 내용은 논리와 공식, 참과 거짓의 판단을 지나치게 강조하고 있다. 흔히 통계 수업에서는 평균을 가르치고 난 후 공식의 올바른 재생만을 요구하는 문제가 다루어져 왔으며, 도수분포표를 지도한 다음에는 도수를 바르게 세었는지 확인하는 것이 주요한 교수 요소로 간주되기도 하였다.

둘째 통계 수업에서는 외형적으로 실생활 자료를 인용하기 때문에 학교 수학의 다른 단원에 비해 그 실용성에 주목하는 것처럼 보이지만, 자료에 대한 실제적인 합목적적 환경이나 사용 목적 등이 거의 언급되지 않기 때문에 진정한 통계적 실체가 다루어지지 않고 있다. 통계 수업을 통해 히스토그램을 왜 그리는지, 평균을 왜 구하는지 등이 전혀 탐구되지 않아 학생들은 통계적 현상과 개념사이의 본질적인 관계를 볼 수가 없으며 통계적인 문제를 해결하는데 이러한 도구를 의미있게 사용할 수 없다.

셋째, 통계적 방법에 대해 개념적으로 설명하지 않고 단편적인 계산 위주로 수업이 진행되기 때문에 내용 요소간의 연계가 강하지 않다. 막대 그래프와 히스토그램이 구분되지 않고 도수분포가 확률분포와 연결되지 않아 고등학교에서 갑자기 나타난 확률분포는 모평균의 신뢰구간 추정 등과 무슨 관계가 있는지 제대로 파악되지 않는다.

넷째, 통계는 실제적이고 경험적인 지식을 다루므로 강의 중심 수업만으로는 적절하지 않으며 반드시 학생들의 탐구 활동이 병행되어야 함에도 현실은 그렇지 못하다. 학생들은 통계적 방법에 대한 이해를 바탕으로 문제를 통계적으로 해결할 수 있는지부터 파악하고 문제 해결을 위한 자료는 어떻게 수집하며 자료를 수집하는데 예견되는 어려움이 무엇인지 등을 예측할 수 있어야 한다. 수집된 자료를 해석한 결과가 자신의 주장을 정당화하는데 적절한지 등을 스스로 판단하고 검토할 수 있어야 한다.

이상 Garfield & Ben-Zvi(2010)와 윤현진 외(2009)는 효과적인 통계 수업의 특징을 전통적인 통계 수업에 비추어 설명한 바, 다른 교사의 통계 수업을 관찰하는 교사들이 Garfield & Ben-Zvi(2010)와 윤현진 외(2009)가 제시한 통계 수업의 어떤 측면에 주목하는지를 살펴으로써 통계 수업 실행을 위한 교사 지식의 실제적 특징을 보다 정교하게 분석할 수 있을 것으로 보인다.

이에 이 연구는 <표 II-1>을 토대로 교사들에 의한 통계 수업 관찰 결과 분석틀의 범주와 내용을 ‘전통적인 통계 수업’과 ‘SRLE 수업’의 특징에 비추어 설정하고 각 범주의 내용이 의미하는 바에 대한 구체적인 예를 Garfield & Ben-Zvi(2010)와 윤현진 외(2009)로부터 추출하여 제시함으로써 분석틀을 구체화하였다. 다만 개발한 분석틀의 범주는 <표 II-1>과 달리 ‘수업의 목적’, ‘교사의 역할’, ‘공학 도구의 역할’, ‘담화’, ‘자료’, ‘평가’의 6가지로 하였다. 우리나라는 국가수준 교육과정에 기초한 교과서를 사용하고 있어 교사들의 관찰 결과에 ‘교과서의 역할’과 관련된 특징이 거의 드러나지 않을 것으로 예측되며, ‘수업의 중심’과 ‘교사의 역할’은 그 범주를 통해 설명하고자 하는 바를 고려할 때 ‘교사의 역할’로 통합하는 것이 적절해 보이기 때문이다. 한편 분석의 용의성과 특징 기술의 간략성을 위해 각 분석 범주와 내용은 <부록 1>과 같이 코드화하였다.

III. 연구 방법

1. 연구 방법

교사의 교수학적 지식은 수업을 실행하는데 중요한 영향을 미치는 한편, 실제 수업을 통해 얻은 구체적인 경험에 의해 개선된다(Lamprianou

& Lamprianou, 2009). 이러한 관점에서 여러 선행 연구는(Maher, 2008; Star & Strickland, 2008; Markovits & Smith, 2008; 나귀수, 2009; 방정숙, 2011) 교사들이 직접 다른 교사의 녹화된 수업 비디오 사례를 분석하도록 하는 방법론을 통해 교사들의 수업 관찰과 비평으로부터 드러나는 특징을 기술하였으며, 이로부터 교사의 수업 전문성 신장에서의 시사점을 간접적으로 모색하였다.

특히 녹화된 수업 비디오 사례 분석은 현실적인 여러 가지 이유로 실제 수업을 공개하고 참관하는데 상당한 부담을 느끼는 우리나라 교사들에게 의미있는 대안적 수업 분석 방법이 될 수 있다. 이러한 측면에서 나귀수(2009, p. 588)와 방정숙(2011, pp. 232-234)은 각각 초등학교 현직교사와 예비교사를 대상으로 수업 비디오 사례 분석 방법론을 적용하여 수학 수업과 관련된 우리나라 초등학교 교사들의 특징을 기술한 바 있다. 그러나 우리나라 중등학교 수학 교사들이 어떤 측면에 주목하여 수학 수업을 관찰하고 분석하는지, 수학 수업의 어느 요소에 집중하여 가치를 부여하는지에 대한 선행 연구는 거의 없다. 이에 이 연구는 현직 중등학교 교사를 대상으로 통계 영역의 수업 비디오 사례 분석법을 적용하여 그로부터 드러난 교사 지식의 특징을 기술하고자 한다.

통계 영역의 수업 비디오 사례는, 한국교육학술정보원이 제공하는 에듀넷 우수 수업 동영상 서비스에 탑재된 자료 중에서 중학교 1학년 통계 영역의 ‘도수분포표에서 평균 구하기’를 주제로 삼고 있는 1차시 분량의 수업 동영상으로 하였다⁴⁾. 도수분포표는 고등학교에서 다루게 되는 확률분포와 연결되어 학생들의 분포 개념 발달에 주요한 역할을 하며(윤현진 외, 2009, p. 99), 도수분포표에서 평균은 분포를 요약하는 중

심(center)으로서 평균의 의미를 점진적으로 추상화하는데 핵심적인 위치를 차지한다(이영하·이은희, 2011, p. 496). 즉, ‘도수분포표에서 평균 구하기’를 주제로 하는 수업 동영상에 대한 교사들의 분석 결과는 통계의 핵심 개념인 분포 및 대푯값 등과 관련된 교사 지식의 특징을 살피는데 직접적으로 기여할 수 있다.

2. 연구 대상 및 자료 수집

수업 비디오 사례를 분석할 현직 중고등학교 교사는 편의 표집(convenience sampling, 성태제, 2005, p. 122)을 통해 45명으로 선정하였다. 연구 대상은 2014년 2월 현재 대도시 지역의 학교에 근무하고 있으며 교직 경력은 5~10년이다. 연구 대상에게는 앞서 제시한 수업 동영상을 관찰하면서 개별적으로 A4용지 2~3쪽 분량에 해당하는 수업 분석문을 작성하도록 하였다. 특히 수업 분석문의 작성은 일정한 틀에 얽매이지 않고 자유롭게 하도록 하였으며 시간이나 형식에 제한을 두지 않았다. 이는 통계 수업 실행과 관련된 교사 지식의 양상을 현상학적 관점에서 그대로 기술하고자 하는 본 연구의 목적에 보다 충실하기 위함이다. 통계 수업 분석을 위한 지침이나 이론적 틀이 제공되지 않았을 때 연구 대상은 통계 수업에 대한 나름의 관점에 기초하여 수업을 관찰할 것이므로 교사들이 통계 수업을 분석할 때 어떤 측면에 주목하는지 보다 효과적으로 확인할 수 있을 것으로 보인다.

3. 자료 분석

연구 대상이 개별적으로 작성한 수업 분석문은, 수업 동영상에서 교사가 언급한 내용을 그

4) 에듀넷 우수 수업 동영상 서비스에 탑재된 통계 수업에는 ‘도수분포표에서 평균 구하기’를 주제로 한 1종이 있으며, 그 탑재 위치는 <http://good.edunet4u.net/classMovie/firstclass/subject/view.jsp>이다. 해당 수업의 전반적인 흐름은 <부록 2>을 참조하기 바란다.

대로 기술해 놓은 것을 제외한 모든 내용을 추출하여 <부록 1>을 토대로 해당 내용을 코드화하였다. 연구대상 45명이 작성한 분석문 각각의 내용에 대해 코드를 부여한 다음 같은 코드로 분류된 내용을 기술한 교사의 인원수를 조사하였다. 또한 각 코드별로 교사들의 분석 내용을 요약하고 요약된 내용을 언급한 교사의 인원수를 각각 조사하였다. 이 때 한 교사가 하나의 요약된 분석 내용을 여러 번 언급한 경우에도 인원수는 한 명으로 세어⁵⁾ 연구 대상이 통계 수업을 관찰할 때 해당 분석 내용에 얼마나 많이 주목하였는지 전반적인 경향을 나타내고자 하였다.

이상과 같은 자료 분석 과정에서 연구 대상이 작성한 분석문의 내용을 보다 적절하게 분류하고자 당초에 작성한 <부록 1>의 분석틀을 보다 세분화하거나 분석 코드를 추가하였다. 어떤 연구대상들은 ‘통계적 절차를 다루는 것’에 초점을 두어 수업의 목적을 언급한 반면 다른 연구대상들은 ‘통계 내용을 논리적 이유나 근거를 통해 설명하는 것’에 집중하여 분석하였다. 이에 전자를 언급한 경우는 ‘I-TR1’로, 후자를 언급한 경우는 ‘I-TR2’로 코드를 부여하였다. 또한 연구대상 중에는 학생들 사이의 모둠활동이 교사 중심 수업을 의미있게 진행하기 위한 보조 활동의 역할을 하는 것으로 간주하는 경우가 있어 이를 ‘II-TR’을 위한 ‘SR’로 코드화하였다. 또한 일부 연구대상은, 학생들이 교사에 의해 사전에 설명된 절차를 반복해서 말하면서 하나의 답을 찾아가는 과정을 모둠활동이나 협동학습이 진행된 것으로 분석하기도 하였다. 이는 연구대상이 학생 중심 수업을 염두에 두고 있음을 보여주는 하나 SRLE에 따르면 학생중심 수업에서 진행되는 모둠활동이나 협동학습, 토론학습은 ‘단순히 하나의 답을 찾기 위해 학생들이 개별적으

로 찾은 답을 비교하거나 고정된 절차를 따라가는 것이 아닌 바(Garfield & Ben-Zvi, 2010, p. 52), 이러한 분석문의 내용은 ‘II-유사SR’로 코드화하였다.

한편 <부록 1>의 분석틀로 범주화하기 어려운 분석문의 내용은 ‘기타’ 범주로 분류하였다. 여기에는 연구대상 대부분이 주목한 ‘실생활 및 다양한 수업 소재’와 ‘교사의 정의적 태도’, ‘판서 및 시간 배분’ 등에 대한 내용이 포함된다. 이상과 같은 자료 분석 방법을 토대로 연구대상이 작성한 수업 분석문의 내용을 요약하고 코드화한 결과는 <표 IV-1>과 같다.

IV. 연구 결과

이하에서는 <표 IV-1>의 내용을 세부적으로 검토하여 교사들에 의한 통계 수업 관찰 결과로부터 드러나는 교사 지식의 실제적 특징을 기술함으로써 통계 수업 실행과 관련된 주요 이슈를 구체화한다.

1. 수업의 목적

연구대상 23명은 ‘도수분포표에서 평균을 구할 수 있다’는 학습 목표를 $(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$ 과 같은 공식을 알고 이를 적용하여 정답을 찾을 수 있는 것으로 해석하였다. 때문에 도수분포표에서 평균을 구하는 절차를 노래로 만들어 불러보는 활동이 학습 내용인 공식을 암기하는데 효과적이라고 분석하였으며, 수업에서 교사가 평균을 구하는 절차인 알고리즘을 자세히 알려주어 학

5) 이를테면 ‘담화’ 범주와 관련하여 연구대상 1명이 ‘질문에 생각해 볼 시간이 없다’는 요약 내용을 분석문에 두 번 언급하였다고 하더라도 이에 대한 인원수는 한 명으로 세었다.

<표 IV-1> 교사들에 의한 통계 수업 관찰 결과

범주 및 코드	인원수	교사들의 분석 내용 요약(인원수)
I. 수업의 목적	I-TR1	23 * 공식송은 학습 내용인 공식을 기억하는데 효과적이다(10). * 절차를 자세히 알려주어 학습 목표를 확인하고 도달하는데 기여하였다(6). * 개념을 모두 이해하지 못하더라도 알고리즘을 습득하여 답을 구할 수 있도록 하였다(6). * 공식이 수학의 강력한 도구임을 제대로 안내하였다(1).
	I-TR2	20 * (계급값) \times (도수)을 해야 하는 이유를 설명하지 않고 절차(공식)에만 집중하였다(10). * 계급의 대푯값으로 계급값을 사용하는 이유에 대한 설명이 없다(4). * 이 수업의 원래 목적이 공식 암기와 계산에만 있는 것은 아닐 것 같다(3). * 계급의 크기를 정하는 방법에 대해 설명할 필요가 있다(2).
	I-SR	1 * 도수분포표에서 평균은 자료의 대략적인 경향을 전체적으로 알아보는데 의미가 있으므로 이 점이 다루어질 필요가 있다(1)
II. 교사의 역할	II-TR	27 * 평균의 한계와 관련된 설명은 수업 목적에 비추어 적절(또는 부적합)하다(11) * 주요 학습 내용(도수분포표에서 평균과 변량의 평균간의 차이) 및 개념에 대한 설명이 누락되었다(10). * 도수분포표에서 평균이 근사값이라는 설명이 누락되었다(5). * 용어를 부적절하게 사용하였다(1).
	II-TR을 위한 SR	5 * 문제해결하기 단계에서 진행된 모둠활동은 평균을 구하는 방법을 모르는 학생에게 도움을 준다(5)
	II-유사SR	8 * 수준별 문제를 학생 스스로 체감하도록 하여 학생 중심 자기주도적 수업이 진행되었다(2). * 문제해결하기 시간에 모둠별로 협동하고 토의하도록 하여 토론 수업이 이루어졌다(6).
III. 공학도구의 역할	II-SR	12 * 도수분포표를 학생이 직접 그려볼 기회를 주어야 한다(4). * 모뎀편성이 되어 있으나 모뎀활동을 통한 지식의 성장이 없다(6). * 학생이 문제 풀이를 수정할 기회 또는 다양한 풀이 방법을 생각할 기회가 없다(2).
	III-TR	0
IV. 담화	III-SR	0
	IV-TR	31 * 학생의 대답에 대한 교사의 반응이 적절(또는 부적절)하다(8). * 평균의 한계에 대한 학생의 대답에 부적절하게 반응하였다(6). * 질문을 통해 배운 내용(공식과 절차)을 효과적으로 확인하였다(3). * 교사의 질문에 학생의 대답으로 수업에 대한 학생의 집중도와 수업의 효과성이 높아졌다(2) * 전체 학생을 대상으로 하는 질문보다는 개별 학생을 대상으로 하는 질문이 좋을 것 같다(2) * 개방형 질문이 필요하다(1). * 질문 내용이 모호하다(1). * 질문에 생각해 볼 시간이 없다(1). * 교사의 질문은 교사와 학생의 의사소통이 효과적으로 이루어지도록 하였다(1). * 교사가 학생에게 질문을 하여 학생의 수업 참여도를 높였다(6).
V. 데이터	IV-SR	0
	V-TR	13 * 교사 나이에 대한 자료는 도수분포표에서 평균을 설명하기에 좋은 소재이다(13).
VI. 평가	V-SR	3 * 실제 사용되는 자료를 도수분포표로 정리하고 그 평균을 구해봄으로써 통계적으로 의미있는 질문(예, 연령별 경제활동의 차이)에 답하는 활동을 진행할 필요가 있다(1) * 도수분포표는 자료의 양이 많을 때 의미를 가지므로 큰 규모의 실제 자료를 도입할 필요가 있다(1). * 학생들이 직접 모든 자료를 활용하여 도수분포표를 해석해 보는 과정이 필요하다(1).
	VI-TR	13 * 학습 목표 도달 정도를 확인하는데 적합한 과제가 수준별 형성평가로 제시되었다(13)
기타	VI-SR	3 * 도수분포표가 아닌 표를 제시하여 수업 목적과 관련이 없는 형성평가가 진행되었다(3)
	실생활 수업 소재 ⁶⁾	52 * 학습 동기 및 흥미 유발, 수업 집중도를 높일 수 있어 좋다(32) * 수학의 유용성을 인식시키는데 효과적이다(13). * 독서 관련 소재는 인성 교육의 기회로 활용할 수 있다(3). * 실생활 수업 소재를 많이 사용하니 수업이 잘 되었다(3) * 실생활과 연계하니 단순한 주입식이 아니라 계급값의 필요성, (계급값) \times (도수)가 왜 필요한지를 느낄 수 있었다(1).
교사의 정의적 태도 ⁸⁾	다양한 수업 소재 ⁷⁾	39 * 수학송은 수학에 친숙해지는 계기를 주어 수업분위기 조성에 효과적이다(13). * 수업에의 집중도를 높이고 학생의 사고를 자극하여 개념을 쉽게 이해시키는데 기여하였다(11) * 공식송은 수학적 지식의 내면화와 정서 발달에 도움이 된다(6) * 공식송을 통해 음악과 수학의 융합수업을 추구하였다(4) * 지루하지 않다(4), * 다양한 수업 소재를 사용하니 좋은 수업이 되었다(1).
	교사의 열정과 긍정적 태도로 수업이 잘 되었다(1)	6 * 학생과 공감대를 형성하고 학생을 수업에 참여시켜 역동적인 수업으로 이끌었다(1) * 교사의 긍정적 태도로 소통이 이루어지는 수업이 되었다(4) * 교사의 열정과 긍정적 태도로 수업이 잘 되었다(1)
판서	8 * 글자 크기, 강조해야 할 내용, 판서 방법 등이 적절(또는 부적절)하다(8).	
시간배분	2 * 시간배분이 적절(또는 부적절)하다(2).	

습목표 도달에 기여하였다고 보았다. 이들은 해당 수업의 목적이 평균을 구하는 절차와 기능을 다루고 공식을 알도록 하는 것이라고 보았다는 점에서 수업 목적과 관련하여 'I-TR'의 특징을 지닌다고 할 수 있다.

한편 연구대상 20명은 계급의 대푯값으로 계급값을 사용하는 이유나 평균을 구하는 과정에서 $(\text{계급값}) \times (\text{도수})$ 을 구해야 하는 이유가 설명되지 않아 해당 수업이 공식의 암기에만 치중하고 있다고 보았다. 이들 연구대상은 도수분포표에서 평균을 구하는 해당 수업의 목표가 논리적인 설명을 통해 도달될 수 있는 것으로 보고 이 수업에서 평균을 구하는 알고리즘이외에 공식을 유도하는 각 단계에 대한 이유도 다룰 필요가 있다고 보았다. 하지만 이들 역시 도수분포표로 주어진 자료의 평균이라는 내용을 다루고 이를 구하는 절차와 그 적용을 해당 수업의 주요 목표로 파악하여 20명중 7명이 평균의 한계와 관련된 교사의 설명이 수업 목표인 평균을 다루는데 적절하다고 판단하였으며(II-TR), 20명중 11명은 [그림 IV-1]과 같은 형성평가 문항이 학습 목표 도달을 확인하는데 타당하다고 보았다(VI-TR). 이에 도수분포표에서 평균을 구하는 공식을 유도하는 과정까지를 다루는 것이 해당 수업의 목적이라고 보는 연구대상 20명의 통계 수업 목적에 대한 지식 역시 'I-TR'으로 범주화하였다. 다만 이들의 지식을 앞서 살펴본 23명의 지식과 구분하기 위하여 'I-TR2'로, 전자를 'I-TR1'로 분류하였다.

1. 도수분포표에서 자료의 평균 구하는 공식은?

2. 잇몸 일으키기 잇수의 평균은?

잇수(회)	도수
5 ~ 15	1
15 ~ 25	3
25 ~ 35	4
35 ~ 45	2
합 계	10

[그림 IV-1] 수업에서 사용된 형성평가 문항
(<http://good.edunet4u.net/classMovie/firstclass/subject/view.jsp>)

연구대상 중 1명은 도수분포표에서 평균이 자료의 대략적인 경향을 전체적으로 알아보는 데 의미를 갖는다고 지적하면서 관찰한 수업이 이를 간과하고 있다고 비판하였다. 도수분포표는 통계적 핵심 아이디어 중 하나인 자료의 분포 경향을 알아보기 위하여 자료를 계급으로 나누어 정리하는 것으로(GAISE, 2005a, p. 45), 자료 집합을 개별적인 값들의 모임이 아니라 어떤 특징을 지닌 하나의 대상으로 보는 분포의 아이디어를 비형식적으로 도입하는데 주요한 발판이 된다(Ben-zvi, 2004, p. 177). 도수분포표에서 평균은 확률분포에서의 기댓값과 연결되며(남주현, 2007, p. 108), 확률분포에서 기댓값은 분포의 중심을 의미하는 바(이영하·이은희, 2011, p. 497), 도수분포표로 주어진 자료의 평균은 해당 자료의 분포와 그 중심이라는 측면에서 보다 직접적으로 다루어질 필요가 있다.

그러나 연구대상 43명은 도수분포표에서 평균을 다루는 수업의 목적이 공식과 그 적용에 있다고 보고 있어 도수분포표와 평균에 대한 통계적 논의를 자료의 분포와 중심의 측정값이라는 관점에서 진행하는 수업이 실제로 구현되는데

- 6) 우리학교 선생님들의 나이, 수련회에서 했던 공굴리기 게임, 우리나라 성인 1일 평균 독서 시간 등
- 7) 수학송 및 공식송, 학습목표 맞추기 낱글자 퍼즐(10초 퍼즐), UCC 동영상 및 뉴스 동영상 등
- 8) 열정, 안정된 음성, 편안한 분위기 등

상당한 어려움이 있을 것으로 예측된다. 이처럼 다수의 연구대상이 해당 수업의 목적을 도수분포표에서 평균을 구하는 공식과 절차에 두는 것은, 중학교 통계 교육과정에서 ‘도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다’(교육과학기술부, 2011, p. 30)를 성취 수준으로 제시하고 있어 평균을 단순히 수치값으로 구하는 것에만 주목하도록 하는 것과 무관하지 않다. 수업을 통해 교사들이 도수분포표와 그 평균을 자료의 분포와 중심의 관점에서 흥미할 여지를 주기위해서는 교육과정의 성취 수준 진술을 ‘도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구하고, 이를 해석할 수 있다’로 수정하고 교육과정 해설서를 통해 ‘도수분포표에서 구한 평균을 해석’하는 활동의 예를 소개할 필요가 있다.

Shaughnessy, Chance, & Kranendonk(2009)는 자료에 대한 수치적 표현과 그래픽 표현을 비교하여 해석해보는 습관이 통계적 추론 능력을 개발하는데 주요한 역할을 한다고 지적하면서 도수분포표의 평균을 다음과 같이 히스토그램의 균형점(balance point)으로 바라보는 활동을 소개하고 있다.

학생들이 히스토그램의 원점에서 출발하여 x 축을 따라 오른쪽 방향으로 연필을 움직여 히스토그램이 균형을 이룰 것처럼 보이는 점에서 멈추는 활동을 하게 한다(Shaughnessy et al., 2009, p. 17).

이러한 관점에서 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 도수분포표의 시각적 표현인 히스토그램과 관련하여 해석해보는 [그림 IV-2]와 같은 삽화와 활동을 담고 있는 MiC(Mathematics in Context) 교과서 ‘자료를 한눈에(Dealing with data)’는 해당 내용에 대한 우리나라 교육과정 및 교육과정 해설서의 수정·보완과 구체적인 수업 내용 설계에 의미있는 시사를 준다.



- 9 (1) 6학년 학생들이 마신 캔 음료수 개수의 평균을 구하고, 계산 방법을 설명해 보세요.
- (2) 이 평균이 6학년 학생들이 하루에 마시는 음료수의 양을 나타낼 수 있나요? 설명해 보세요.
- (3) <활동지 3>에 위 자료의 히스토그램을 그리고 오려 내세요. 반으로 접어 균형점을 찾아 그림과 같이 연필 위에 올려놓아 보세요.
- (4) 연필을 이용하여 또 다른(어머니나 딸의 키) 히스토그램의 균형점을 찾아보세요.
- (5) 번과 같은 결과를 얻을 수 있나요?

[그림 IV-2] 평균과 균형점
(나온교육연구소(역), 2004, p. 32)

2. 교사의 역할과 담화

효과적인 통계 수업은 학생들의 통계적 추론 발달을 돕는 교수 활동이 될 필요가 있으며 이는 교사가 예제를 풀거나 자료 분석의 시범을 보이고 이를 학생이 따라하는 것만으로는 충분치 않다. 학생간의 협동학습과 상호작용, 토론 활동을 통해 교사로부터 제안된 질문에 대해 통계적 추론을 만들고 자료를 토대로 초기 추론을 평가하고 해석하는 활동 중심 수업이 학생들의 통계적 사고 발달에 의미있게 기여할 수 있다(GAISE, 2005b, p. 18). Cobb & McClain(2004)에 따르면 의미있는 통계 수업은 교사가 강의를 통해 통계적 정보를 전달하고 학생이 잘 따라오는 지를 파악하기 위해 몇 가지 질문을 하여 학생의 답을 끌어내는 교사와 학생사이의 담화만으로는 실행할 수 없으며, 교사와 학생사이의 담화, 학생과 학생 사이의 담화를 통해 자료를 조직하는 방법에 대한 통계적 주장이 공유되고 통계적 현상과 맥락에 대한 구체적인 검토를 바탕으로 통계적 아이디어에 대한 활발한 의견 교환이 이루어질 때 가능하다.

그러나 연구대상 대부분은 해당 수업을 교사의 설명 내용을 중심으로 분석하고 학생간의 협동학습이나 토론활동을 자극하는 교사의 역할에 대해서는 거의 주목하지 않았다. 교실 담화의

특징 역시 교사의 질문과 학생의 답에 대한 교사 반응의 적절성 측면에서 기술하였으며 학생과 학생사이의 담화를 살피려는 시도가 거의 보이지 않았다.

연구대상 27명은 분석문에서 평균의 한계에 대한 교사의 설명이 해당 수업의 목적에 적합한 것인지의 여부, 도수분포표에서의 평균과 변량의 평균 사이의 차이에 대한 설명의 누락 등을 지적하였다. 이들은 교사를 수업의 중심에 두어 해당 수업의 주요 정보를 학생들에게 전달하는 교사의 역할에 주목한 바, 통계 수업에서 교사의 역할에 대해 ‘II-TR’ 범주의 교사 지식을 지니고 있는 것으로 볼 수 있다.

다수의 연구대상이 교사의 역할을 통계적 지식의 전달자로 파악함과 더불어 교실 담화에 주목한 연구대상 31명 모두는 교사와 학생사이 일어나는 담화의 특징만을 분석하였다. 이들은 교사의 질문이 학생의 학습 과정을 확인하는데 적합했는지, 교사의 질문에 대한 학생의 답에 교사가 적절히 반응했는지 등을 초점으로 교실 담화를 관찰하였다. 이는 교사가 질문하고 (initiation) 학생은 답하며(response) 교사는 학생의 답을 평가하는(evaluation) 전형적인 교사-학생간의 담화 유형인 IRE(Nassaji & Wells, 2000; Cazden, 2001)에 주목하여 교실 담화를 살피고 있는 바, 교실 담화와 관련된 연구대상의 특징은 ‘IV-TR’ 범주에 해당한다고 볼 수 있다.

특히 이들 중 7명은 교사 질문이 교사와 학생의 의사소통을 효과적으로 일어나게 하였으며 학생의 수업 참여도를 높이는 효과를 가져왔다고 분석하였다. 이는 연구대상 중 일부가 IRE 유형의 담화를 효과적인 의사소통 패턴으로 보거나 교사의 질문에 학생이 답한 것을 학생의 수업 참여로 간주하는 경향이 있음을 보여준다. 그러나 IRE 담화 패턴은 ‘환상에 불과한 참여 (illusory participation)’을 촉진한다는 점에서 여러

연구자들에 의해 비판받아 왔다. 이 담화 패턴은 교사에게 교실내의 담화와 상호작용에 대해 절대적인 권한을 부여하기 때문에 학생의 반응 횟수는 많지만 참여의 질은 매우 낮아 이를 진정한 의미의 학생 참여라고 보기 어렵기 때문이다(Truxaw & Defranco, 2008, p. 491). 학생이 교실 담화에 단순히 관여한다고 하여 이들의 수학적 이해나 성취가 성장하는 것은 아니다. 학생이 자신의 수학적 아이디어나 규약을 담화에 기반하여 구성하고 정당화할 기회를 갖지 못한다면 학생이 하는 말의 증가가 그들의 수학적 이해를 보장하지는 않는다(Nathan & Knuth, 2003). 수업에서의 의사소통은 교사와 학생, 학생과 학생사이의 언어적인 상호작용을 말하며 이는 서로가 언어적인 영향을 ‘주고받음’을 의미하는 바(Knuth & Peressini, 2001; 조영달, 2005), 수학적 개념은 이러한 쌍방향 의사소통을 통해 보다 의미있게 성장한다(van Oers, 2002).

한편 연구대상 중에는 학생 활동을 촉진하기 위해 교사가 어떤 역할을 하였는지에 초점을 둔 경우도 있었다. 연구대상 12명은 학생이 직접 도수분포표를 그려보는 기회를 줄 필요가 있으며, 교사가 제시한 공식이 아니라 자신들만의 다양한 방식으로 문제에 접근할 수 있도록 하여야 한다고 지적하였다. 또한 해당 수업에서 학생들이 모둠으로 편성되어 있기는 하지만 모둠 활동을 통해 통계적 지식이 성장하고 있는 모습이 전혀 보이지 않아 이에 대한 교사의 역할이 아쉽다고 비판하기도 하였다. 이들은 학생들의 통계적 활동을 자극하는 교사의 역할에 주목하였다는 점에서 ‘II-SR’ 범주의 지식을 지니고 있다고 볼 수 있다.

이상 연구대상이 작성한 분석문을 수업에서 교사의 역할과 관련하여 검토하는 과정에서 수업을 통해 나타나는 학생 활동의 의미에 대해 다양한 해석이 가능함을 확인할 수 있었다. 연

구대상 중 8명은 수준별 문제를 학생 스스로 체 접하게 하였다는 점에서 학생 중심 자기주도적 수업이 진행되었다고 보거나, 다음과 같이 문제 해결하기 단계에서 일어난 학생간의 담화를 협 동학습 또는 토론학습으로 해석하기도 하였다.

학생 A : 우리 반 친구들의 독서시간 평균을 한 번 구해보자. 뭐부터 구해야 할까?

학생 B : 아까 배운 대로 계급값을 먼저 구해보자.

학생 C : 그다음 계급값에 도수를 곱하자.

학생 D : 그 곱한 수를 모두 더해서 30으로 나누 면 돼.

학생 C : 왜 30으로 나누지?

학생 A : 왜 30으로 나누느냐면 우리 반 학생 수 가 30명이기 때문이야.

학생 모두 : 아~

학생 A : 이제 한 번 풀어보자.

SRLE에서 협동학습은 고정된 하나의 답을 찾 기 위해 학생들이 각자의 답을 비교하는 것이 아니라 제기된 문제를 해결하는 방안을 협동하 여 논의하고 고안하는 특징이 있으므로(Garfield & Ben-Zvi, 2010), 모듈별로 앉아서 도수분포표 로 주어진 자료의 평균을 구하는 절차를 함께 확인하는 활동은 협동학습이라고 보기 어렵다. 이에 연구대상 8명이 해석한 학생 활동은 SRLE 의 학생 중심 수업 상황과 차이가 있어 학생 활 동과 관련하여 이들이 지닌 교사 지식의 특징을 'II-SR'과 구분하여 'II-유사SR'으로 분류하였다.

또한 연구대상 5명은 모듈 활동이 우리 반 학 생들의 1일 평균 독서 시간을 틀리지 않고 구하 는데 도움이 되었다고 분석하면서 문제의 답을 찾기 위해 수업 내용을 재생해보는 모듈 활동은 교사의 설명을 이해하지 못한 학생이 정보를 습 득하여 문제의 답을 찾는데 주요한 역할을 하였 다고 기술하였다. 이는 학생 활동의 효과를 교 사가 전달한 정보 자체의 공유에 있는 것으로 보는 견해로, 학생 중심 협동학습이나 상호작용

활동을 통해 학생들이 자기 나름의 통계적 추론 을 만들고 이를 통해 통계적 지식의 성장을 도 모하는 SRLE의 학생 중심 수업과는 거리가 있 다. 이에 이들 연구대상 5명이 지닌 지식의 특 징을 'II-TR을 위한 SR'로 범주화하였다.

이상에 따르면 다수의 연구대상이 통계 수업 에서 교사의 역할을 주요한 지식 정보의 전달자 로 파악하여 의미있는 통계적 지식의 형성을 위 해서는 교사의 설명이 정교하고 적합해야 한다 고 보고 있으며, 이에 따라 수업 상황에서 일어 나는 담화의 특징 역시 교사가 제시하는 질문과 피드백의 적절성에 주목하고 있음을 확인할 수 있었다. 그러나 여러 선행 연구가 효과적인 통 계 수업을 위해서 교사는 학생 중심 활동 수업 을 통해 통계적 지식이 성장하도록 돕는 조력자 의 역할을 할 필요가 있으며 이를 위해 학생과 학생 사이의 담화가 활발히 진행될 수 있도록 유도하여야 한다고 지적하였다. 이에 통계 수업 에서 교사의 역할과 교실내의 담화에 대한 교사 지식의 개발을 도모하는 구체적이고 실제적인 방안이 모색될 필요가 있으며, 이 때 학생중심 자기주도적 학습, 협동학습, 상호작용 학습, 토 론 학습 등의 특징이 보다 명시적으로 설명되어 학생 스스로 자신이 해결한 문제를 체접하는 것 을 자기 주도적 학습으로 볼 것인지, 문제의 답 을 찾기 위해 이미 습득된 알고리즘을 재생하는 것을 협동학습 또는 상호작용 학습으로 간주할 것인지 등에 대해 논의해볼 필요가 있다.

3. 자료와 공학도구

통계학은 자료에 존재하는 변이성을 다루기 위해 시작된 학문으로 통계적 추론은 이러한 변 이성을 이해하고 설명하는데 자료와 확률을 동 시에 고려하는 사고 과정이다(Cobb & Moore, 1997, p. 801). 이에 학생들은 통계 수업을 통해

다음과 같이 자료를 직접적으로 다루는 경험을 할 필요가 있다(GAISE, 2005a, p. 5).

- * 자료를 통해 해결될 수 있는 질문을 설정하기
- * 자료 수집 계획을 설계하기
- * 자료를 요약하고 분석하기
- * 자료를 토대로 분석 결과를 해석하여 설정된 질문에 답하기

이상과 같은 이유로 통계 수업에서 실제 자료를 사용하는 것은 무엇보다 중요하다. 이를 통해 학생들은 통계적 질문을 설정할 수 있으며 자료를 생성하는 방법과 이유를 탐구하고 분석하여 당초 설정한 질문에 의미있게 답할 수 있다. 실제적인 자료는 공공기관으로부터 얻은 자료, 교실 활동에서 생성된 자료, 시뮬레이션을 통해 얻은 자료가 될 수 있지만 의미있는 통계적 추론을 위해서는 자료의 규모가 충분히 클 필요가 있으며 대규모 자료를 효과적으로 다루기 위해서는 공학 도구의 활용이 필수적이다 (Garfield & Ben-Zvi, 2010).

그러나 연구대상 중 16명만이 수업에서 다루어진 자료의 특징에 주목하였으며 공학 도구에 대해 언급한 연구대상은 1명도 없었다. 자료에 대해 기술한 연구대상 중 13명은, 일반적으로 학교 선생님은 정확한 나이를 가르쳐 주지 않기 때문에 선생님의 나이가 대략적으로 파악된 자료가 변량의 정확한 값을 알 수 없는 도수분포표에서의 평균을 지도하는데 좋은 소재가 된다고 분석하였다. 이들은 통계 수업에서 다루는 자료를 통계 내용이나 절차를 설명하는 용도로 생각하고 있는 바, 자료에 대한 이들 지식의 특징을 ‘V-TR’로 분류하였다.

한편 연구대상 중 3명은 통계 수업에서 실제 자료를 통계적인 활동과 관련하여 다루는 문제

를 분석문에 기술하였다. 이 중 1명은 교사들의 나이와 같은 자료는 학생의 흥미를 자극할 수 있을지는 모르지만 일반적으로 어떤 그룹의 연령을 조사할 때는 이처럼 대략적인 근삿값으로 자료를 수집하지는 않을 것임을 지적하였다. 이 보다는 현실 생활에서 다루어질 만한 의미있는 통계적 질문⁹⁾을 설정하여 이를 해결하기 위해 실제 사용되는 연령별 자료를 도수분포표로 정리하고 이로부터 평균을 구해보는 활동이 보다 의미있다고 설명하였다. 그 외 연구대상 2명은 도수분포표의 통계적 의의가 대규모 자료를 다룰 때 드러나므로 충분히 큰 규모의 실제적인 자료를 도입할 필요가 있으며, 학생이 직접 수집한 실제 자료를 해석해보면서 도수분포표에서의 평균을 자연스럽게 형식화하도록 안내하는 것이 바람직하다고 지적하였다.

이상의 연구대상 3명은 통계적으로 유의미한 추론을 위해 실생활의 풍부한 자료 또는 학생들이 조사 활동을 통해 직접 수집한 대규모 자료를 언급하고 있다는 점에서 자료의 역할에 대해 ‘V-SR’ 유형의 특징을 지닌다고 볼 수 있다. 그러나 이들이 대규모 자료가 수업을 통해 폭넓게 다루어져야 함을 지적하였으면서도 실제 자료를 생성하거나 해석할 때 핵심적인 역할을 하는 공학 도구에 대해 전혀 언급하고 있지 않았다는 점은 자료와 관련하여 ‘V-SR’의 특징을 지닌 연구대상조차도 실제 자료를 다루는 것과 관련된 상황-맥락적 지식이 충분하지 않음을 보여준다.

최근 들어 공학 도구는 일상생활의 일부가 되었으며 수학 관련 연구를 수행하는데 중추적인 위치를 차지하고 있는 바, 수학적 추론 및 이해의 개발과 관련된 교육적 논의에서 공학 도구의 역할을 도외시킬 수 없게 되었다(NCTM, 2009, p. 14). 나아가 통계는 방대한 양의 수치적 자료를 다루고 이를 해석하는데 다양한 그래픽 표현

9) 연구대상은 이러한 예로 연령별 경제 활동 인구의 차이를 알아보는 질문을 들었다.

을 필요로 하므로 공학 도구의 활용은 통계 교육에 본질적으로 통합되어야 한다(Shaughnessy et al., 2009, p. viii). 이러한 교육적 추세에도 불구하고 연구대상의 누구도 해당 수업을 분석하는데 공학도구의 활용에 주목하지 않은 점은 효과적인 통계 수업의 실행과 관련하여 주요한 결림돌이 될 수 있다. 실제로 연구대상이 분석한 수업은 ‘우리 학교 선생님의 평균 나이 구하기’, ‘우리 반 학생들의 1일 평균 독서 시간 구하기’ 등의 문제를 푸는 과정에서 다소 복잡한 수치 계산을 필수적으로 요구함에도 불구하고 연구대상들은 공학도구의 역할을 ‘III-TR’의 관점으로도 주목하지 않았다. 이러한 특징은 대부분의 수학 교사가 좋은 수학 수업을 위해 필요한 교사의 역량 중 ‘공학 도구를 수업에 활용하는 능력’을 가장 낮은 순위로 꼽은 것(강현영·이동환·고은성, 2012, p. 178)과 같은 맥락에 있다고 볼 수 있다. 통계 수업의 주요한 교수학적 도구로서 공학 도구의 의미와 활용에 대한 교사 교육이 시급한 이유에 여기에 있다.

4. 실생활 및 다양한 수업 소재

연구대상이 작성한 분석문을 검토함에 있어 <부록 1>의 분석틀로는 범주화하기 어려운 내용을 ‘기타’로 분류하였다. 특히 연구대상 52명(10)은 해당 수업이 ‘우리학교 선생님들의 나이’, ‘수련회에서 했던 공굴리기 게임’, ‘우리나라 성인 1일 평균 독서 시간’과 같은 실생활 수업 소재를 사용하여 학생들의 학습 동기와 흥미를 효과적으로 유발하였으며 수학의 실용성을 인식시키는데 기여하였다고 보았다. 나아가 실생활 수업 소재로 인해 수업이 잘 되었으며,

(계급값)×(도수) 을 계산하는 이유도 알 수 있게 되었다고 본 연구대상도 있었다. 이상과 같은 실생활 수업 소재가 학생들의 일상생활 경험과 부분적으로 관련된다는 점에서 연구대상 52명의 분석은 나름 일리가 있다.

그러나 우리학교 선생님들의 평균 나이를 알아야 할 통계적 맥락에 대한 설명이 없는 상황에서 선생님들의 나이를 전수 조사하였으나 실제 자료는 30대 후반, 40대와 같이 근사적인 값으로 수집되었다는 내용은 통계적 실제에서 일반적으로 다루는 문제 상황과는 거리가 있다. 또한 4개의 변량으로 주어진 공굴리기 시간의 평균과 도수분포표로 주어진 자료의 평균 사이에 존재하는 차이에 대해 학생들이 논의해 볼 기회를 갖지 않는다면 이 소재로 유발된 학습 동기는 오래 지속되지 못할 것이다. 한편 이미 계산되어 주어진 우리나라 성인의 1일 평균 독서 시간을 구하는 방법이 우리 반 학생들의 1일 평균 독서 시간을 도수분포표로부터 구하는데 사용한 방법과 유사할지 그렇지 않을지 음미해 보는 활동이 없다면 우리나라 성인 1일 평균 독서 시간이라는 소재가 도수분포표의 유용성을 인식하게 하는데 기여하였다고 보기 어렵다. 김상룡(2009, p. 135)은 학생들에게 통계의 유용성을 보여주기 위해 현행 통계 수업에서 다양한 실생활 소재가 다루어지고 있지만 이러한 소재가 실제 생활 속에서 통계가 사용되는 예라고 말하기는 곤란하다고 지적하였다. 소재가 생활 속에서 접하는 것이라고 하여 이를 통해 통계를 접하게 되는 것은 아니므로(윤현진 외, 2009, p. 83), 의미있는 통계적 경험을 위한 실제적인 자료와 지도 방안이 모색될 필요가 있다.

한편 연구대상 39명은 해당 수업이 다양한 수

10) 이 연구의 연구대상은 45명이지만 연구대상이 해당 범주에 대한 분석 내용을 중복하여 언급한 경우를 이를 중복하여 세었다. 이를테면 ‘실생활 수업 소재’ 범주와 관련하여 연구대상 1명이 해당 수업을, 실생활 수업 소재를 활용하여 ‘학생의 학습 동기를 효과적으로 유발’시켰으며 ‘수학의 유용성을 적절히 인식’시켰다고 분석하였다면 이에 대한 인원수를 2명으로 하였다.

업 소재를 사용하여 학생들의 수업 집중도를 높이고 학생의 사고를 자극하여 개념을 쉽게 이해시켰다고 보았다. 특히 수학송은 수학에 친숙하게 만드는 계기가 되어 수업 분위기를 조성에 효과적이며, 공식송은 지식의 내면화와 정서 발달에 도움이 되고 음악과 수학 융합수업의 가능성을 보여주었다고 평가하였다. 해당 수업이 중학교 1학년을 대상으로 하는 만큼 수학송과 학습 목표 맞추기 낱글자 퍼즐, 자체 제작한 UCC 동영상 등은 학생들의 이목을 끌기에 충분하다. 그러나 이러한 소재들이 학생의 사고를 자극하여 수학적 지식에 대한 개념적 이해나 내면화에 기여하는지에 대해서는 논란의 여지가 있다. 특히 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구하는 절차를 노래로 만들어 불러보게 하는 활동이 통계적으로 의미있는 활동인지에 대해서는 연구대상들 사이에도 서로 다른 견해가 존재하였다.

이상에 따르면 거의 모든 연구대상이 해당 수업을 관찰함에 있어 수업에서 사용된 실생활 및 다양한 수업 소재에 주목하였으며 이러한 소재들이 학생의 수학적 성장에 기여하는 것으로 간주하는 경향이 있음을 확인하였다. 특히 연구대상 중에는 성인 1일 평균 독서 시간과 관련된 소재가 인성 교육의 기회를 제공하며, 공식송으로 수학과 음악의 융합수업을 추구하였다고 보기도 하였다. 연구대상의 이러한 관점은 현 교육과정 및 교육정책에서 부각되고 있는 주요 이슈를 반영한 것으로 볼 수 있으며 연구대상들이 자신의 수업을 계획하고 실행하는데 직접적인 영향을 미칠 것으로 예측되는 바, 이에 대한 교수학적 가치와 의미에 대해 심도있는 논의가 필요하다.

V. 결론

수학 교사는 수업을 통해 학생의 수학적 성장을 도모한다. 수학과 관련된 풍부한 교수학적 지식을 지니고 이를 실제 수업에서 적절히 구현하는 능력은 수학 교사의 핵심 역량 중 하나임에 분명하다. 그러나 실제 수업 상황의 복잡적이고 역동적인 특징으로 인해(이경화, 2002, p. 436), 충분한 교수학적 지식을 지닌 수학 교사라 할지라도 이를 의미있게 반영하여 수업을 실행하는 것은 그리 쉽지 않다(Schoenfeld, 2011, p. 77).

이에 이 연구는 수업 실행과 관련된 교사 지식의 특징을 기술함으로써 궁극적으로는 교사의 수업 전문성 신장과 관련된 논의에 시사점을 얻고자 현직 중등학교 교사 45명이 통계 영역의 수업 동영상 자료를 분석하는 사례 연구를 진행하였다. 이를 위해 우선 교사들의 수업 관찰 결과를 분석하기 위한 이론적 틀을 개발하고 이를 토대로 교사들이 작성한 수업 분석문의 세부 내용을 코드화하였다. 이렇게 코드화된 분석문을 통해 통계 지도와 관련된 교사 지식의 실제적 특징을 확인하여 ‘수업의 목적’, ‘교사의 역할과 담화’, ‘자료와 공학도구’의 관점에서 통계 교육 관련 몇 가지 이슈를 추출하였다.

수업의 목적과 관련하여 연구대상 대부분은 수업에서 다루어지는 통계 공식과 이를 적용하는 절차에 주목하는 경향이 있었다. 이러한 경향은 통계 교육과정에서 해당 학습 내용의 성취 수준이 계산을 통해 수치값을 단순히 구함으로써 도달될 수 있는 것처럼 제시하고 있는 것과 무관하지 않아 보인다. 통계적 자료 분석 활동에서 수치적 표현을 그래픽 표현과 비교하여 해석하고 음미해보도록 하는 교육과정 수준의 안내가 필요하다.

또한 연구대상 다수는 수업에서 교사의 역할을 주요한 핵심 정보의 전달자로 간주하여 교사의 설명 및 질문의 적절성, 학생의 답에 대한 교사의 반응 등에 초점을 두어 교사와 학생사이

의 IRE 유형의 담화 특징을 분석하였다. 그러나 여러 선행 연구에 의하면 통계는 개연추론을 바탕으로 실제적이고 경험적인 지식을 다루며 양적 자료를 통해 귀납적 판단을 내리는 학문이기 때문에 설명을 통한 교사의 지식 전달만으로는 충분한 통계적 사고력을 배양하는데 한계가 있다. 교사 교육 프로그램을 통해 이러한 통계 영역의 특징이 보다 명시적으로 소개되어 학생 중심 협동학습 및 토론 활동이 효과적인 통계 수업의 핵심 요소가 됨을 안내할 필요가 있다. 다만 학생 중심 활동 수업이 어떤 수업인가에 대해 연구대상마다 상당한 해석의 차이가 있음을 확인한 바, 통계적 지식 성장을 돕는 조력자이면서 학생과 학생 사이의 담화를 촉진하는 중재자로서 교사 역할에 대한 구체적이고 실제적인 모델이 제시될 필요가 있다.

셋째, 통계적 활동은 자료에 존재하는 변이성을 탐구하고 해석하는 것이므로 통계 수업에서 자료는 이상과 같은 통계적 활동을 수행함으로써 통계적인 사고력과 소양을 배양하는데 없어서는 안 될 핵심 요소이다. 그러나 대부분의 연구대상은 자료를 통계적 활동의 맥락이 아닌 평균이라는 내용 요소를 설명하는 도구로 간주하는 경향을 보였다. 소수의 연구대상이 자료의 특징을 통계적 활동과 관련하여 주목함으로써 실제적인 대규모 자료의 필요성을 지적하였으나 이를 다룰 때 필수적으로 요구되는 공학도구의 역할에 대해서는 간과하였다. 교사 교육 프로그램을 통해 의미있는 통계적 자료의 특징과 공학도구의 역할이 보다 중점적으로 논의될 필요가 있다.

이 연구는 통계 영역의 수업 동영상에 대한 교사들의 분석 결과에서 드러나는 특징을 기술함으로써 수업 실행과 관련된 교사 지식의 특징을 보다 유의미하게 살피고자 하였다. 이는 교사 지식의 본질적인 특징이 수업 맥락을 통해

드러나는 경향이 있으며, 수업을 직접 실행하거나 다른 교사의 수업을 관찰하는 과정에서 구체화될 수 있음을 지적한 선행 연구 결과에 근거한 것이다. 다만 이 연구에서 교사들이 관찰한 수업은 녹화된 비디오 자료로 제공되었으므로 실제 수업을 관찰한 다음 작성한 수업 분석문을 통해 파악되는 교사 지식의 특징과 다소 차이가 있을 수 있다. 이를테면 교사들이 협동학습 또는 토론학습과 관련하여 학생간의 담화 특징을 살피거나 통계적 자료를 다룰 때 공학도구의 역할을 고려하는 맥락 등은 45분에 걸쳐 실행되는 수업 상황을 실제로 관찰하여 해당 수업을 분석한 결과와는 다를 수 있다. 교사들로 하여금 다른 교사가 실행하는 수업을 실제로 관찰하고 분석하도록 하여 이러한 차이를 확인하는 후속 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 강현영 · 이동환 · 고은성(2012). 좋은 수학수업과 교사 전문성 개발에 대한 현직수학교사 인식 조사-학교급 및 교육경력에 따른 차이 조사. **수학교육**, 51(2), 173-189.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부.
- 김도한 외(2009). **창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 김상룡(2009). 초등 통계 교육의 문제점 및 해결방안. **초등수학교육**, 12(2), 133-143.
- 나귀수(2009). 초등학교 교사의 수학 수업 비평의 특징에 대한 연구. **학교수학**, 11(4), 583-605.
- 나온교육연구소(역). (2004). **자료를 한눈에 (Dealing with Data)**. 서울: 나온교육연구소.
- 남주현(2007). **초·중등 통계교육을 위한 통계적 방법론에 대한 연구**. 이화여자대학교 대학원

- 박사학위논문.
- 방정숙(2011). 예비 교사의 초등 수학 수업 분석과 인식. *한국초등수학교육학회지*, 15(2), 221-246.
- 성태제(2005). *교육연구방법의 이해*. 서울: 학지사.
- 송근영 · 방정숙(2013). 수학과 교사지식에 관한 국내 연구의 동향 분석. *한국학교수학회논문집*, 16(1), 267-287.
- 이경은(2006). 수업 실제에서 나타나는 교사의 **Pedagogical Content Knowledge에 관한 사례 연구-중학교 도형의 성질을 중심으로-**. 서울 대학교대학원 석사학위논문.
- 이경화(2002). 초등 수학 수업의 이해를 위한 관찰과 분석. *학교수학*, 4(3), 435-461.
- 이영하 · 이은희(2011). 중학교 3학년 수학교과서 통계 단원에 나타난 요약 개념 분석. *수학교육*, 50(4), 489-505.
- 윤현진 외(2009). **수학과 교육 내용 개선 방안 연구: ‘이산수학’, ‘확률과 통계’ 영역을 중심으로**. 서울: 한국교육과정평가원.
- 조영달(2005). *한국교실수업의 이해*. 서울: 집문당.
- 조성민(2006). **교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구-고등학교 함수 내용을 중심으로-**. 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.
- Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G., & Truran, J. (2000). Research in statistical education: some priority questions. *Statistics Education Research Newsletter*, 1(2), 2-6. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/.
- Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about data analysis. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 121-145). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Cai, J., Wang, T., Wang, N, & Garber, T. (2009). Studying effective teaching from teachers' perspectives: The journey has just begun. In J. Cai, G. Kaiser, B. Perry, & N-Y, Wong (Eds.), *Effective mathematics teaching from teachers' perspectives: National and cross-national studies* (pp. 303-317). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Cazden, C. B. (2001). *Classroom discourse: The language of teaching and learning*. Portsmouth, UK: Heinemann.
- Charalambous, Y. C. (2009). Mathematical knowledge for teaching and providing explanations: An exploratory study. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proc. 33rd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 305-312). Thessaloniki, Greece: PME.
- Cobb, G. W., & Moore, S. D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.
- Cobb, P., & McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp.375-396). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Doerr, M. H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proc. 33rd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 433-440). Thessaloniki, Greece: PME.
- Eichler, A. (2011). Statistics teachers and classroom practices. In C. Batanero, G. Burrill, & C.

- Reading (Ed.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp.175-186). NY: Springer.
- Fennema, E. & Frnake, L. M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). NY: Macmillan.
- GAISE(2005a). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A curriculum framework for PreK-12 statistics education*. The American Statistical Association (ASA). Retrieved June 4, 2014, from <http://www.amstat.org/education/gaise/GAISPreK-12.htm>.
- GAISE(2005b). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report*. The American Statistical Association (ASA). Retrieved June 4, 2014, from <http://www.amstat.org/education/gaise/GAISCollege.htm>.
- Garfield, B. J. & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing students' statistical reasoning*. USA: Springer.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher*. NY: Teachers College Press.
- Hiebert, J., Gallimor, R., & Stigler, W. J. (2002). A knowledge base for the teaching profession: What would it look like and how can we get one? *Educational Researcher*, 31(5), 3-15.
- Knuth, E., & Peressini, D. (2001). Unpacking the nature of discourse in mathematics classrooms. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6, 320-325.
- Lamprianou, A. T. & Lamprianou, I. (2009). Teacher effects on the probabilistic thinking of pupils in England. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Ed.), *Proc. 33rd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 9-16). Thessaloniki, Greece: PME.
- Leikin, R. & Zazkis, R. (2007). A view on the teachers' opportunities to learn mathematics through teaching. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proc. 31th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 122-128). Seoul: PME.
- Magiera, T. M., van den Kieboom, A. L., & Moyer, C. J. (2011). Relationships among features of pre-service teachers' algebraic thinking. In B. Ubuz (Eds.), *Proc. 35th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 169-176). Ankara, Turkey: PME.
- Maher, C. A. (2008). Video recordings as pedagogical tools in mathematics teacher education. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 65-83). The Netherlands: Sense.
- Maher, C. A., Landis, H. J., & Palius, F. M. (2010). Teachers attending to students' reasoning: Using videos as tools. *Journal of Mathematics Education*, 3(2), 1-24.
- Markovits, Z. & Smith, M. (2008). Cases as tools in mathematics teacher education. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 39-64). The Netherlands: Sense.
- Misailidou, C. (2008). Assessing and developing pedagogical content knowledge: A new approach.

- In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepúlveda (Eds.), *Proc. 32nd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 391-398). Morelia, México: PME.
- Nassaji, H., & Wells, G. (2000). What's the use of "triadic dialogue"?: An investigation of teacher-students interaction. *Applied Linguistics*, *21*, 376-406.
- Nathan, M. J., & Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, *2*, 175-207.
- NCTM(2009). *Focus in high school mathematics : Reasoning and sense making*. USA: NCTM INC.
- Ozmentar, F., Akkoç, H., & Bingolbali, E. (2008). Voices in shaping the subjectivity of pedagogical content knowledge. In O. Figueras, J. L. Cortina, S., Alatorre, T. Rojano, & A. Sepúlveda (Eds.), *Proc. of the Joint Meeting of PME 32nd and PME-NA XXX* (Vol. 4, pp. 81-88). Mexico: Cinvestav-UMSNH.
- Petrou, M. & Goulding, M. (2011). Conceptualising teachers' mathematical knowledge in teaching. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (pp. 9-25). London and New York: Springer.
- Schoenfeld, H. A. (2002). A highly interactive discourse structure. In J. Brophy (Ed.), *Social constructivist teaching: Its affordances and constraints* (pp. 131-170). NY: Elsevier.
- Shaughnessy, M. J., Chance, B., & Kranendonk, H. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability*. USA: NCTM INC.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*, 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*, 1-22.
- Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*, 107-125.
- Truxaw, P. M. & DeFrance, C. T. (2008). Mapping mathematics classroom discourse and its implications for models of teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(5), 489-525.
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The knowledge Quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.) *Mathematical Knowledge in Teaching* (pp. 195-212). London and New York: Springer.
- van Driel, J. H., Verloop, N., & de Vos, W. (1998). Developing science teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, *35*(6), 673-695.
- van Oers, B. (2002). Educational forms of initiation in mathematical culture. *Educational Studies in Mathematics*, *46*, 59-85.

A Study about Characteristics of Teachers' Analysis of an Instruction : Focused on Teachers' Knowledge for Teaching Statistics

Shin, Bo Mi (Chonnam National University)

This study analyzed characteristics which emerged while 45 secondary school teachers observed a video clip about a statistics instruction. The aim of this study based on the analysis was to deduct implications in terms of the various means which would enhance teachers' knowledge in teaching statistics and assist in designing statistics education programs for teachers and professional development initiatives. To achieve this goal, this research firstly developed framework descriptors which provided this study with theoretical foundations to investigate what characteristics appeared in the teachers' observation.

Secondly, this study probed the observation results from the teachers in the light of the framework. Therefore, some issues in the teacher education program for teaching statistics were thirdly identified in the categories of 'focus of instruction', 'role of the teacher and discourse' and 'data and technology' based on the analysis. This research inspires the elaboration of exactly what features effective statistics classes have through the framework descriptors and additionally the elucidation of essential matters relevant to statistics education on the basis of the issues.

* Key Words : Teachers' Knowledge(교사 지식), Statistical Education(통계 교육), Analysis of Instruction(수업 분석)

논문접수 : 2014. 8. 8

논문수정 : 2014. 9. 3

심사완료 : 2014. 9. 4

<부록 I> 교사들에 의한 통계 수업 관찰 결과 분석틀

범주 및 코드ID	내용	범주의 예시
I-TR	<p>* 통계의 기능과 절차, 내용을 다루는 것</p> <p>* 통계 내용을 논리적 분석에 기초하여 설명하고 이를 도구나 절차로 사용하는 것</p>	<p>- 평균을 가르치고 공식을 적용하여 정답을 구하는 것이 주요하게 다루어진다.</p> <p>- 모평균의 신뢰구간에 대한 공식을 유도한 다음, 문제의 조건을 공식에 대입하여 빠르게 구하였는지 확인한다.</p> <p>- 분포의 초기 아이디어가 이후 표집분포와 연결되지 않는다.</p> <p>- 학생들이 통계적 개념과 아이디어 사이의 연결성을 보는데 어려움이 있다.</p>
I-SR	<p>* 자료와 자료를 얻은 맥락에 기초한 개연 추론을 시도하는 것</p> <p>* 통계적 핵심 아이디어(12)와 그 연결성을 탐구하여 통계적 추론과 사고력을 개발하는 것</p>	<p>- 실제 자료는 맥락적이며 불확정성을 포함하고 있으므로 어떤 그래프에도 정확히 들어맞지 않을 수 있음이 안내된다.</p> <p>- 하나의 그래프로는 자료의 속성을 충분히 표현하는데 한계가 있으므로 동일한 자료의 다각적인 특징을 파악하기 위해 다양한 그래프와 통계치를 사용한다.</p> <p>- 서로 다른 맥락에서 통계적 핵심 아이디어를 재음미하고 표현한다(예, 확률분포를 다룰 때 도수 분포가 재음미된다).</p>
II-TR	<p>교사 중심 수업으로 교사가 설명을 통해 지식을 전달</p>	<p>- 교사는 예제를 푸는 것, 자료를 분석하는 등의 방법에 대해 시범을 보이고 학생들은 교사의 설명을 잘 듣고 받아 적는다.</p>
II-SR	<p>학생 중심으로 교사는 학생간의 담화와 활동을 통해 통계적 지식이 형성되도록 안내</p>	<p>- 학생간의 협동학습, 상호작용, 토론 등이 중심이 된 활동 중심 수업이다.</p> <p>- 협동학습은 단순히 하나의 답을 찾기 위해 학생들이 개별적으로 찾은 답을 비교하는 것이 아니다.</p> <p>- 협동학습은 개인된 문제를 해결하는 방안을 협동하여 고민하는 활동으로 진행된다.</p> <p>- 실제 자료를 바탕으로 문제 설정하기(예, 우리 학급 학생들은 펠시콜라와 코카콜라의 맛을 구분할 수 있을까?)→관련된 자료의 특징에 대해 예측하기→예측한 내용에 대해 논의하기→실제 자료 수집하기→예측 결과를 평가하는데 공학도구 사용하기→자료 해석 결과에 대해 논의하기→활동 전반에 대해 반성하기</p>
III-TR	<p>정답의 계산과 확인, 그래프 작성의 도구</p>	<p>- 귀찮고 복잡한 계산에 사용한다.</p>
III-SR	<p>* 자료 탐구, 개념 해석, 통계적 추론에 대한 평가를 위한 도구</p> <p>* 시뮬레이션을 진행하거나 협동학습을 수행하는 도구</p>	<p>- 표에 있는 자료 값의 변화가 평균과 중앙값에 미치는 영향을 탐구한다.</p> <p>- 하나의 자료에 대해 서로 다른 히스토그램을 그려봄으로써 자료의 대칭성이 드러나는 차이를 탐구한다.</p> <p>- 자료의 특징을 시각적으로 표현하는데 사용한다.</p> <p>- 시뮬레이션을 통해 추상적인 아이디어를 이해하는데 사용한다(예, 표본평균의 분포를 이해하기 위해 실제 시뮬레이션을 실행하여 얻은 자료를 사용한다).</p> <p>- 교사는 공학도구 자체를 사용하기 위한 사용(예, 100개의 수를 그래프 계산기에 일일이 입력한 다음 통계치를 계산하기)이나 유사 정확성을 추구하기 위한 사용(예, 소수들 사이의 곱셈 계산하기)은 적절하지 않음을 알아야 한다.</p>

I. 수업의 목적


II. 교사의 역할

III. 공학도구의 역할

범주 및 코드 ¹³⁾	내용
IV-TR	교사와 학생사이의 담화 - 제기된 질문이나 문제에 교사가 답을 한다. - 교사의 의도로 학생을 끌어들이기 위한 질문→학생의 답→교사의 평가(또는 추가 질문)가 주를 이룬다.
IV-SR	학생과 학생사이의 담화 - 교사는 여러 가지 가능한 답이 존재하는 질문을 제안하고 토론을 유도한다(예, 우리 반 학생의 수학 성적은 어떻게 분포되어 있을까?) - 교사는 의견을 제기한 학생에게 체계적 추론 과정을 설명하고 정당화하도록 요구한다. 학생의 설명에 대해 다른 학생들에게는 이러한 의견에 동의하는지, 동의하는 이유는 무엇인지 질문한다. - 학생의 체계적 추론에 대해 교사가 '옳다', '그르다'를 판단하지 않고 학생들이 공학도구 등을 사용하여 직접 평가하도록 한다. - 교사는 학생이 틀린 답을 말하면 그 자리에서 교정하지 않고 교실 전체에게 어떻게 생각하느냐고 질문하여 학생들이 그 답의 옳고 그름을 판단하게 한다. - 학생들은 교사보다는 동료 학생들로부터 피드백을 받는다.
V-TR	통계적 절차를 설명하고 연습하기 위한 소규모 자료 - 생활 자료가 인용되기는 하나 실제적인 사용 환경이나 목적을 언급하지 않는다. - 주어진 자료의 히스토그램을 왜 그리는지, 평균을 왜 구하는지가 언급되지 않는다.
V-SR	자료 수집을 통해 해결가능한 문제인가, 자료는 어떻게 수집되었는가, 수집된 자료는 적절한가, 자료 분석 방법은 타당한가와 같은 질문이 지속적으로 제기된다. * 학생들이 체계적으로 유의미하게 사고하고 추론하도록 돕는 풍부한 생활 자료 * 학생들이 조사 또는 실험(시뮬레이션)으로 얻은 대규모 자료
VI-TR	평가 - 평가의 초점이 계산과 정의의 재생, 기능의 숙달에 있다. * 계산, 정의, 공식에 초점을 두어 단답형과 선다형 중심 * 중간고사와 기말고사를 통해서 진행
VI-SR	평가 - 수업 중 퀴즈, 소규모 프로젝트, 학생 활동에 대한 관찰, 학생들의 대화 청취 등으로 진행된다. * 추론과 사고과정을 평가하기 위한 다양한 방법의 사용 * 학생의 학습 방법과 수업 목적에 부합하는 평가 * 교수-학습 과정과 통합된 평가 * 학생은 자신의 추론 과정을 설명하고 정당화하도록 요구 받음

- 11) TR은 전통적인 통계 수업의 특징을, SR은 SRLE 수업의 특징을 말한다.
12) 자료, 분포, 변이성, 중심, 통계적 모멘, 무작위성, 공분산, 표집, 통계적 추론
13) TR은 전통적인 통계 수업의 특징을, SR은 SRLE 수업의 특징을 말한다.

<부록 2> ‘도수분포표에서 평균 구하기’수업의 전반적인 흐름

흐름	내용	시간14) (소요시간)
	* ‘수학송’ 으로 수업 시작	~5:00
	* 전시학습 확인 및 진단평가	(5분)
도입	* 동기유발 : 우리학교 선생님들의 평균 나이 구하기에 대한 UCC 동영상 시청(선생님들이 정확한 나이 대신 30대, 40대 후반과 같이 나이를 말해주는 상황) * 학습목표 제시 : 흩어져 있는 낱글자를 조합하여 학습목표를 만들기(10초 퍼즐)	~7:40 (2분40초)
		
	* 변량의 평균 구하는 공식 상기 : 우리학급이 수련회에서 했던 공굴리기 게임 활용(공을 굴린 시간이 6초, 5초, 4초, 5초일 때 평균 구하기) $(\text{평균}) = \frac{(\text{변량의 합})}{(\text{변량의 개수})}$	~8:50 (1분10초)
	* 도수분포표에서 평균 구하기 : 동기유발에서 시청한 UCC 동영상으로부터 얻은 우리학교 선생님들의 나이에 대한 자료를 정리한 도수분포표에서 평균 나이를 구하는 절차 제시	~12:46 (3분4초)
전개	* 도수분포표에서 평균을 구하는 일반적인 절차 소개	~13:50 (1분4초)
	* 도수분포표에서 평균을 구하는 절차를 노래로 만들어 부르기(공식송 부르기)	~16:00
	* 도수분포표에서 평균을 구하는 공식 제시	(2분10초)
	* 문제해결하기 : 우리나라 성인 1일 평균 독서 시간에 대한 뉴스 시청 후, 우리 반 학생들의 1일 평균 독서 시간이 정리되어 있는 도수분포표로부터 평균 구하기	~20:45 (4분45초)
	* 통계노트에 있는 수준별 문제 풀기	~23:00 (1분45초)
	* 평균의 한계 제시 : 옛날 중국 전쟁터에서 강의 평균 수심이 140m임을 알고 강을 건너려다가 모든 병사가 물에 빠져 죽은 이야기	~24:00 (1분)
정리	* 도수분포표에서 평균을 구하는 절차와 공식 상기하기	~25:00 (1분)
	* 형성평가	~27:00
	* 과제제시 및 차시 예고	(2분)

14) 해당 수업은 ‘도수분포표에서 평균 구하기’를 주제로 한 중학교 1학년 대상 1차시(45분)분량의 수업이나 학생들이 개별적으로 문제를 푸는 시간 등을 편집하여 실제 수업 동영상은 전체 30분 내외 분량으로 서비스되고 있다.