

사범대학의 이차곡선 영역 교육에 대한 교수 및 교사의 인식

이 승 훈* · 조 원 영**

본 연구의 목적은 이차곡선에 관한 대학교 사범대학 수학교육과의 교육이 고등학교 교육과정과 관련하여 어떻게 이루어지고 있는지, 이에 대한 교수, 교사, 예비교사의 인식은 어떠한지에 대하여 알아보는 것이다. 이를 위해 3개 대학의 수학교육과와 1개 고등학교를 선정하여, 이차곡선이 강의되는 강좌의 강의담당 교수와 그 강좌를 수강했던 예비교사, 그리고 경기도 소재 1개 고등학교의 수학교사를 대상으로 교육내용과 이에 대한 인식에 관한 연구를 수행하였다.

본 연구의 결과는 다음과 같다. 첫째, 이차곡선에 관한 사범대학 교육과정은 고등학교 교육과정과 관련하여 적절하게 운영되고 있는 것으로 판단된다. 사범대학 교육과정에는 이차곡선에 관한 내용이 강의되는 강좌가 포함되어 있으며, 그 강좌에서 이차곡선에 관한 학교수학과 연결된 학문적 수학 내용이 충분히 강의되고 있으며, 그 강의를 수강한 학생들의 66.1%가 이차곡선에 관한 이해도가 좋아졌다고 인식했으며, 현직교사들 또한 대부분의 내용에 대하여 필요한 것으로 인식하고 있다.

둘째, 사범대학 교육과정에서 실제 고등학교 교육 현장과의 연결성 강화가 요구된다. 사범대학 교육과정에서 배우는 이차곡선에 관한 내용은 고등학교 교육과정과의 관련성이 크고, 사범대학에서 이에 대하여 배울 필요성 또한 큰 것으로 인식하고 있지만, 사범대학에서 학습하는 내용들이 현장에서의 활용과는 유리되어 배우고 있다는 인식과 함께 이에 대한 개선의 필요성을 느끼고 있다.

셋째, 이차곡선에 관한 내용지식의 범위를 학교수학과 연결된 학문적 수학의 범위로 확대하려는 자발적 노력을 촉진, 장려하는 제도적 장치의 마련과 지원이 요구된다.

1. 연구의 필요성 및 목적

수학교육 전문가로서 수학교사 지식이 무엇인가에 대한 대표적인 연구로 Shulman의 연구가 있다. Shulman(1986, 1987)은 교사와 관련된 지식을 교과내용지식(subject matter knowledge: 이하 SMK), 교수내용지식(pedagogical content knowledge: 이하 PCK), 그리고 교육과정지식(curricular knowledge, 이하 CK)으로 구분하였으며 PCK를

내용전문가와 교육전문가를 구분하는 중요한 기준으로 보았다. 이후 Shulman의 연구는 교사지식에 대한 많은 관심과 연구를 촉발하였으며, 우리나라에서도 이에 관한 연구가 활발히 이루어져 왔다. 그러나 대부분의 연구가 교수내용지식(최승현, 2007; 김구연, 2007; 조성민, 2006)에 관한 것이었으며 수학교사의 수학내용지식(Mathematics content knowledge, 이하 MCK)에 관한 연구는 많지 않았다.

수학교사를 위한 수학내용지식의 범위와 수준

* 영동대학교, seunghun@yd.ac.kr (제1 저자)

** 충북대학교, wycho@cbu.ac.kr (교신저자)

에 대하여 다양한 주장이 있다. 그러나 수학교사는 중등교육과정 수학내용의 배경이 되는 고등 수학의 내용에 대하여 일정 정도 이해하고 있어야 된다는 점에서는 공통된다. 우리는 수학교사가 알아야 할 MCK에 관심을 가져왔으며, MCK를 수학교사가 알아야 할 최소 기준의 수학내용 지식이라는 측면에서 ‘학교수학의 내용과 과정, 학교수학의 배경이 되는 학문적 수학’으로 정의한 바 있다(조완영, 2011, 2012; 이승훈·조완영, 2013).

사범대학 수학교사 교육 프로그램의 전공 영역은 수학교육학 영역, 수학내용학 영역, 교직 영역으로 이루어져 있으며, 이 중 MCK는 수학내용학 영역과 관련된다. 그런데 우리나라의 사범대학 교육과정이 예비교사의 교사 전문성 개발에 충분치 않다는 점이 지속적으로 지적되고 있으며(권오남·김아미·조형미, 2012), 교원 양성 대학의 교육과정이 학교 교육 현장과의 괴리가 있다는 점이 가장 큰 문제라고 주장되기도 한다(김혜숙, 2003). 이런 문제에 대하여 20세기 초 Felix Klein도 수학 교사교육의 ‘이중단절’ 문제를 지적한 바 있다. 예비 수학교사는 교사 교육과정에서 학교수학과 차원이 다른 순수 수학을 배우면서 한 번의 단절을 경험하고, 현직교사가 되면 대학에서 배운 학문적 수학과 차원이 다른 학교수학을 가르치면서 또 한 번의 단절을 경험한다는 것이다(박경미, 2009; 조완영, 2010에서 재인용).

따라서 이러한 단절을 개선하고 사범대학 교사교육 프로그램을 개선하기 위한 연구가 요구된다. 특히 지금까지의 연구가 대부분 교수내용 지식에 치중되었던 점을 감안하면 수학내용지식에 관한 연구가 필요하다. 이에 본 연구에서는 사범대학의 수학교사 교육 프로그램 중 수학내용학 교육이 어떻게 이루어지고 있는지에 대하여 알아보려고 한다. 이를 위해 내용상 학교수학

과 매우 밀접한 관련이 있는 사범대학의 수학내용학 과목 중 하나인 이차곡선을 다루는 교과를 선택하여 강좌가 어떻게 이루어지고 있는지, 강의 되고 있는 수학내용지식에 대하여 교수와 교사의 인식은 어떠한지, 강의에 대한 예비교사의 인식은 어떠한지에 대하여 조사하고자 한다. 구체적으로 본 연구의 연구 문제는 다음과 같다.

연구문제 1. 이차곡선에 관하여 사범대학의 수학내용학 교육은 고등학교 교육과정과 관련하여 어떻게 이루어지고 있는가?

연구문제 2. 이차곡선의 내용지식의 주제별로 교사에게 필요한 정도에 대한 인식은 어떠한가?

연구문제 3. 이차곡선을 포함한 강좌를 수강한 학생들의 강좌에 대한 인식은 어떠한가?

II. 이론적 배경

1. MCK

Shulman(1986)의 SMK를 수학교과에 적용한 수학교사가 알아야 할 수학내용 지식은 수학자가 연구하는 수학지식과 다르다는 점에서 수학교육 전문가 고유의 지식이라 할 수 있다. Shulman에 따르면 MCK는 ‘수학 그 자체’로 학문의 실체론적 구조와 구문론적 구조를 포함하는 지식(Schwab, 1978; Grossman, 1990)으로 정의할 수 있다. ‘수학 그 자체’가 무엇인가를 규명하기 위해, ‘학생들에게 수학을 가르치기 위해 수학교사가 알아야 할 수학은 무엇인가?’라는 본질적인 질문에 대한 답을 찾아야 한다(이승훈·조완영, 2013).

김구연(2007)의 연구에서 PCK를 “각 개념과 주제 사이의 연계성, 다양한 형태의 문제해결력, 교과서에 대한 이해”를 포함하는 것으로 정의하

였고, 조성민(2006)은 교과 내용 지식을 “교과 내용 지식이 본질적으로 가지고 있는 부분 즉 수학에 대한 지식을 의미하는 것”으로 정의하면서 학교 수학 교육과정에 대한 전반적인 지식을 기반으로 개념에 대한 정의와 사례의 구분, 연결성에 대한 지식을 포함하고 있다고 주장하였다. 신현용·이중욱(2004)은 “수학과 학교수학에 대한 포괄적 이해로 수학 개념과 절차 및 연결성, 개념과 절차에 대한 다양한 표현, 추론을 통해 문제를 해결하고 의사소통하는 방법을 포함한다.”고 교과지식을 정의하여 학문적 수학이 교과지식에 포함되어야 함을 함축하고 있다(이승훈·조완영, 2013).

Stacey(2008)는 중등수학을 가르치는데 필요한 수학을 ‘수학’을 아는 것, 활동으로서의 수학을 경험하는 것, 수학사와 수학철학과 같은 수학에 관하여 아는 것, 학습 방법을 아는 것 등 네 가지로 구분하였다. 특히 교사가 알아야 할 ‘수학’에 대하여 예비 수학교사들이 배우는 학문적 수학과 학교수학과의 연결을 이해하는 것이 중요하다고 주장하였다(이승훈·조완영, 2013).

조완영(2010, 2012)은 이러한 선행 연구를 종합하여 교사가 알아야 할 ‘수학’을 학교수학의 내

용과 과정, 학교수학의 배경이 되는 학문적 수학 등으로 제시하고 이를 교사가 알아야 할 MCK라 명명한 바 있다. 본 논문에서는 조완영(2012)이 제시한 MCK 개념을 토대로, 학교수학의 내용을 교육과정에서 제시된 학교수학의 내용으로, 학교수학의 과정을 2009 개정교육과정에 따라 수학교과 내·외적 문제해결, 추론, 표현을 포함한 의사소통으로 정의한다. 수학교사가 알아야 할 학문적 수학을 잠정적으로 ‘학교 수학의 배경지식으로 작용하는 학문적 수학’이라는 최소 기준 개념을 적용한다. 수리논술, 영재교육, 통합교육 등에 관련된 수학지식도 MCK에 포함되며 이러한 수학은 교육과정의 내용과 그 배경이 되는 학문적 수학과 관련이 있다(이승훈·조완영, 2013).

2. 이차곡선에 관한 수학내용지식

가. 고등학교 교육과정의 이차곡선 내용지식

2007년 개정 교육과정에서 이차곡선 영역을 포함한 과목은 <<기하와 벡터>> 교과목이고, 이 교과목은 일반계 고등학교 자연계 학생들이 학교 재량에 따라 고등학교 2학년 수학 I의 다음

<표 II-1> 이차곡선의 소단원별 학습목표

영역	중단원	소단원	학습목표
이차곡선	포물선	포물선의 방정식	포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.
		포물선과 직선	포물선과 직선의 위치관계를 이해하고, 포물선의 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	타원	타원의 방정식	타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.
		타원과 직선	타원과 직선의 위치관계를 이해하고, 타원의 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	쌍곡선	쌍곡선의 방정식	쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.
		쌍곡선과 직선	쌍곡선과 직선의 위치관계를 이해하고, 쌍곡선의 접선의 방정식을 구할 수 있다.

과정 또는 수학 II의 다음 과정으로 학습하게 되어 있다.

고등학교의 <<기하와 벡터>> 교과목의 교과서에서 이차곡선 단원은 포물선, 타원, 쌍곡선의 세 개의 중단원으로 이루어져 있고, 포물선 중단원은 포물선의 방정식, 포물선과 직선의 2개 소단원으로, 타원 중단원은 타원의 방정식, 타원과 직선의 2개 소단원으로, 쌍곡선 중단원은 쌍곡선의 방정식, 쌍곡선과 직선의 2개 소단원으로 각각 구성되어 있다. 이차곡선에 대한 각 소단원별 학습목표는 <표 II-1>에 제시되어 있다.

2007개정 수학교과서는 소단원 별 학습목표에 따른 학습내용을 담고 있는 본문뿐만 아니라, 익힘책, ‘생각열기’, ‘수학적 의사소통’, ‘수학여행’, ‘수학으로 세상보기’ 등등의 학습내용과 관련된 다양한 읽을거리를 포함하고 있다. 따라서 교사를 위한 이차곡선에 대한 수학내용지식에는 다양한 방식으로 교과서에 수록된 내용들을 모두 포함시켜야 될 것이고, 그 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 이차곡선의 정의에 관한 내용
 - 가) 기하학적 정의(원뿔곡선)
 - 나) 대수적 정의(이차곡선)
- 2) 이차곡선의 작도법에 관한 내용
 - 가) 포물선의 작도법: T 자, 종이접기, 동심원
 - 나) 타원의 작도법: 실, 종이접기, 동심원
 - 다) 쌍곡선의 작도법: 자와 실, 종이접기, 동심원
- 3) 이차곡선의 접선에 관한 내용
 - 가) 접선 구하기: 판별식 이용, 미분법 이용
 - 나) 접선의 작도법: 포물선, 타원, 쌍곡선
- 4) 이차곡선의 성질 및 응용에 관한 내용
 - 가) 이차곡선의 성질: 포물선, 타원, 쌍곡선
 - 나) 이차곡선의 응용: 포물선, 타원, 쌍곡선
- 5) 이차곡선에 대한 수학사에 관한 내용
 - 가) 역사적 배경(그리스 시대)

나) 수학사에 관한 내용(그리스 시대 이후, 해석기하)

본 연구에서는 교사가 알아야 할 이차곡선 영역의 MCK 모두를 다루지는 않는다. 학생들이 어려워하거나 수학교사가 특히 알아야 할 내용 지식들로서, 이차곡선의 여러 가지 정의와 이들 정의들 간의 동치성에 대한 이해, 이차곡선의 정의를 이용한 이차곡선의 작도법에 대한 이해, 이차곡선의 개념을 활용한 문제해결력, 이차곡선의 접선에 대한 이해와 실생활에 활용되는 이차곡선의 성질에 대한 이해 등을 다룬다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 절차

본 연구의 목적은 이차곡선에 관한 대학교 사범대학 수학교육과의 교육이 고등학교 교육과정과 관련하여 어떻게 이루어지고 있는지, 이에 대한 교수, 교사, 예비교사의 인식은 어떠한지에 대하여 알아보는 것이다.

수학교육과에서 이차곡선에 관한 수학내용지식 교육이 어떻게 이루어지고 있는지 조사하기 위하여 사범대학 수학교육과의 교육과정을 조사하였으며, 이차곡선의 수학내용지식이 강의되는 강좌의 강의계획서, 강의 교재 등의 문서 자료를 조사하였다. 또한 교육과정 및 교육내용에 대한 교수, 교사 및 예비교사의 인식을 조사하기 위하여 설문지를 자체 제작하여 설문조사를 실시하였고, 필요한 경우 추가 면담을 실시하였다.

본 연구의 설문조사 및 면담은 2013년 10월부터 2014년 4월까지 진행되었으며, 전체적인 연구 절차는 다음과 같다. 첫째, 서울과 충북에 소재하는 3개 대학교를 의도적으로 선정하여 각 대

학교 수학교육과의 교육과정을 조사하였다. 이를 위해 선정된 대학교 수학교육과 인터넷 홈페이지를 통하여 교육과정을 조사하고, 이차곡선이 강의되는 강좌의 담당 교수로부터 제공받은 강의계획서와 강의교재를 통하여 강의 내용을 분석하였으며, 교수와의 면담을 통하여 강의목표, 교재 선택 이유, 구체적 강의 내용 등을 조사하였다. 또한 그 강좌를 수강한 예비교사들을 대상으로 실제 수강한 내용을 확인하였다.

둘째, 이차곡선에 관한 교육과정에 대한 인식을 조사하기 위하여, 자체 제작한 설문지를 사용하여 강좌를 수강한 예비교사들 대상으로 이차곡선에 대한 대학교 교육과정과 고등학교 교육과정에 대한 인식을 조사하였다. 또한 강의 담당 교수와 교사들을 대상으로 이차곡선 MCK의 각각의 내용이 교사에게 필요한 정도에 대한 인식을 자체 제작한 설문지를 사용하여 조사하였다.

2. 설문지

본 연구에서 두 종류의 설문지를 사용하였다. 하나는 이차곡선에 관한 강좌를 수강한 예비교사들을 대상으로 한 설문지로서 사범대학 교육

과정과 고등학교 교육과정에 대한 예비교사들의 인식을 조사하기 위한 것이다. 설문지의 문항은 3개이고, 사범대학에서 이차곡선에 대한 강좌를 수강한 후에 이차곡선에 대한 이해도가 좋아졌는지, 이차곡선에 대하여 고등학교 과정에서 배웠던 것과 사범대학과정에서 배웠던 것 사이에 어떤 차이가 있었는지, 예비교사로서 사범대학에서의 이차곡선에 관한 강의와 관련하여 좋았던 점, 개선되기를 바라는 점 등을 묻는 설문이었다.

다른 하나는 이차곡선에 대한 수학내용지식이 교사에게 필요한 정도에 대한 교수와 교사의 인식을 조사하기 위한 설문이다. 설문지의 문항은 2007 개정 교육과정의 <<기하와 벡터>> 교과목의 내용과 이차곡선에 관한 선행연구(남호영 외, 2012; 이승훈·조완영, 2013; 장미라·강순자, 2010) 결과를 기반으로 이차곡선 세부 수학내용 지식을 추출하고 학교수학의 내용과 과정, 그리고 학교수학과 연결된 학문적 수학으로 구분하여 문항을 개발하였으며, 기하학 전공교수 1명과 교사 2명의 검토를 거쳐 확정하였다. 검사문항은 이차곡선의 수학내용 지식 각각의 세부 내용에 대하여 교사에게 필요한 정도를 ‘매우 필요하다’, ‘필요하다’, ‘필요하지 않다’, ‘전혀 필요하지

<표 III-1> 조사 대상 교수, 교사, 예비교사의 정보

교수	대상	A 대학교			B 대학교			C대학교			
	이름	A1			B1			C1			
	학위	이학박사			이학박사			이학박사			
	교육경력	34년			7년			19년			
교사	교육경력 성별	5년 미만			5년 - 10년			10년 이상			합계
		남	0	3	9	12					
	여	1	1	0	2						
	합계	1	4	9	14						
예비 교사	학년	성별			고교 소속			이차곡선관련 강의 수강 경험			
	3학년	남	여	합계	문과	이과	합계	있다	없다	합계	
	62명	35	27	62	1	61	62	59	3	62	

않다'의 4단계 Likert 척도 형식으로 조사하였다.

3. 연구 대상

본 연구를 위해 충청북도에 소재하는 A, B 2개 대학교와 서울특별시에 소재하는 C 대학교, 총 3개 대학교를 선정하였으며, A, B는 국립대학교이고 C는 사립대학교이다. A, B, C 3개 대학교 수학교육과의 이차곡선 관련 강좌의 강의 담당 교수와 그 강좌를 수강한 학생들을 연구대상으로 선정하였다. 또한 경기도 소재 1개 사립 고등학교를 선정하여 그 고등학교에 재직 중인 수학교사 14명을 연구 대상으로 선정하였다. 강의 담당 교수와 예비교사, 그리고 고등학교 수학교사에 대한 기본 정보는 다음 <표 III-1>과 같다.

4. 자료 수집

사범대학 수학교육과의 교육과정에 대한 자료를 수집하기 위하여 의도적으로 충북 소재 2개 대학교와 서울 소재 1개 대학교를 선정 한 후, 사범대학 수학교육과의 교육과정, 이차곡선 관련 강좌의 교재, 강의계획서 등의 자료와 강의 담당 교수와의 면담을 통해 자료를 수집하였다. 사범대학 수학교육과의 교육과정에 대한 자료 수집을 위하여, 해당 수학교육과의 인터넷 홈페이지를 통하여 3개 대학의 교육과정을 분석한 후 해당 학과 교수에게 확인을 받았다. 또한 이차곡선 관련 강좌의 강의 담당 교수로부터 해당 강좌의 강의계획서와 강의교재를 제공받아 분석하였으며, 담당 교수와 면담을 실시하여 강의목표, 교재 선택 이유, 강의 내용 등에 대하여 구체적인 자료를 수집하였다. 또한 이차곡선에 관한 수학 내용 지식의 강의 여부를 확인할 수 있는 체크리스트를 제작하여 수강학생들에게 확인하는 과정을 거침으로써 수집한 자료의 신뢰도를 높이

도록 하였다. 또한 수강학생들을 대상으로 사범대 교육과정과 고등학교 교육과정에 대한 인식에 대한 자료를 설문지를 통하여 수집하였으며, 이차곡선 관련 수학내용지식이 교사에게 필요한 정도에 대한 인식을 강의 담당 교수와 연구에 참여한 경기도 소재 고등학교 소속 교사를 대상으로 설문조사하여 자료를 수집하였다.

5. 자료 분석 방법

3개 대학교로부터 수집된 자료는 각각 정리한 후 취합하여 비교하면서 각 대학별 공통점과 특성을 분석하였다. 설문조사의 결과에 대한 분석은 설문이 설문대상자가 해당 설문 문항에 대하여 응답을 자유롭게 서술하도록 요구하는 문항의 경우에는 각 문항에 대한 응답을 유형별로 분류한 후 정리하였다. 이차곡선 관련 수학내용지식이 교사에게 필요한 정도에 대한 인식을 조사하기 위한 설문은 4단계 Likert 척도 형식으로 구성되어 있으며, 사례수가 많지 않아 정량적인 빈도수와 백분율을 조사하였다.

IV. 연구 결과

1. 이차곡선에 관한 사범대학 교육과정

사범대학 수학교육과의 기하학 관련 강좌 중에서 이차곡선에 관한 내용이 강의되는 강좌는 기하학 일반 강좌이고, 이 강좌는 기하학 일반, 기하학, 기하학 개론, 기하교육연구 등의 여러 가지 강좌명으로 개설되고 있으며, 보통 수학교육과 2학년 대상의 3학점으로 개설된다(권오남 외, 2012). 연구대상으로 선정된 A, B, C 3개 대학교 수학교육과의 경우, 기하학관련 강좌는 4~5개 강좌가 개설되고 있으며, 이차곡선에 관한 내

용이 강의되는 강좌는 각각 ‘교사를 위한 기하학 I’, ‘현대기하학 및 연습’, ‘기하학 일반’이고, 구체적인 내용은 <표 IV-1>과 같다.

연구대상 대학교 수학교육과에서 이차곡선이 강의되는 강좌의 강의 담당 교수로부터 강의계획서와 강의교재를 제공받아 분석하였다.

A 대학교에서 개설되는 기하학관련 강좌 중에서 이차곡선에 관한 내용이 강의되는 강좌는 <교사를 위한 기하학 I>이다. 이 강좌는 2학년 1학기용이고, 3학점 3시간, 전공 선택 강좌이다. 이 강좌의 강의 목표는 중등학교 교과목의 해석기하 영역을 깊이 있고 폭넓게 숙지함으로써 중등학교 교사로서의 배경지식을 갖추는데 있다. 이 강좌의 주 교재는 ‘해석기하학(이성현 저, 진명문화사)’이며, 담당교수가 이 교재를 선택한 이유는 이 교재의 구성이 치밀하고, 폭넓은 부분을 깊이 있게 다루고 있으며, 다양한 연습문제를 제공하기 때문인 것으로 응답하였다. 이 교재는 총 8개의 장으로 이루어져 있고, 그 중에서 3개 장이 이차곡선과 관련된 내용이며, 구체적으로 살펴보면, 제 3장 원, 제 4장 원뿔곡선, 제 5장 이차곡선의 분류이다. 또한 강의계획서에 따르면 이차곡선에 대한 강의는 6주차에서 13주차까지, 전체 14개 주 중에서 8 주 동안 강의된다. 강의

담당 교수는 이 강의를 통해서 학생들이 좌표기하를 깊이 있게 이해하고 숙지하여, 현장 교사로서 학생들에게 그 의미와 응용의 강력한 힘을 느끼고 활용할 수 있게 도와주는 안내자가 되길 바라는 것으로 응답하였다.

B대학교에서 개설되는 기하학 관련 강좌 중에서 이차곡선이 강의되는 강좌는 <현대기하학과 연습>이고, 2학년 1학기, 2학점 3시간, 전공 선택 강좌이다. 이 강좌의 강의 목표는 유클리드기하와 비유클리드 기하를 이해하고 이차곡선의 성질 및 활용 등을 이해하는 것이다. 이 강좌의 주 교재는 ‘Modern Geometry with Applications(G. A. Jennings)’이며, 담당 교수가 이 교재를 선택한 이유는 유클리드 및 비유클리드 기하를 균형 있게 다루고 있으며 쉽고 흥미로우면서도 예비교사들에게 필요하다고 생각되는 내용들을 적절히 담고 있기 때문인 것으로 응답하였다. 이 교재는 총 5개의 장으로 이루어져 있고, 그 중에서 제 3장이 이차곡선에 대한 내용으로 이루어져 있다. 제 3장은 9개의 절로 이루어져 있으며, 구체적으로 1절 원뿔곡선(Conic Sections), 2절 타원과 쌍곡선의 초점(Foci of Ellipses and Hyperbolas), 3절 이심율과 준선(Eccentricity and Directrix: the Focus of parabola), 4절 접선(Tangent Lines), 5절

<표 IV-1> 대학별 기하학 관련 강좌 현황

구분	A 대학교				B 대학교				C 대학교			
	학년	강좌명	구분	시수	학년	강좌명	구분	시수	학년	강좌명	구분	시수
기하 관련 강좌	2-1	교사를 위한 기하학 I	선택	3-3-0	2-1	현대기하학 및 연습	선택	2-1-2	1-2	기하학 일반	필수	3-3-0
	2-2	교사를 위한 기하학 II	선택	3-3-0	3-2	미분기하학 I	필수	3-3-0	2-2	중등기하교육	선택	3-3-0
	3-1	미분기하학 I	필수	3-3-0	4-1	미분기하학 II	선택	3-3-0	3-2	미분기하학 1	선택	3-3-0
	3-2	미분기하학 II	선택	3-3-0	4-1	교사를 위한 위상-기하학	선택	2-2-0	4-1	미분기하학 2	선택	3-3-0
	4-2	기하학과 교육	선택	3-3-0								

원뿔곡선의 초점의 성질(Focusing Properties of Conics), 6절 복습: 원뿔곡선의 표준형(Review Exercises: Standard Equations for Smooth Conics), 7절 로랑항법장치(LORAN Navigation), 8절 행성 운동에 대한 케플러 법칙(Kepler's Law of Planetary motion), 9절 부록: 이차식의 표준형으로의 변환(Appendix: Reduction of a Quadratic Equation to Standard Form) 으로 구성되어 있다. 강의계획서에 따르면 이차곡선에 대한 강의는 6주차에서 8주차까지, 전체 13개 주 중에서 3주 동안 강의된다. 강의담당 교수는 이 강좌를 통해서 예비교사들이 기하학의 현대적 관점을 이해하고, 실생활 속에서 기하학이 어떤 의미를 갖고 있으며 어떻게 활용될 수 있는지에 대한 이해와 관심을 갖게 되기를 바라는 것으로 응답하였다.

C 대학교에서 개설된 기하분야 강좌 중에서 이차곡선이 강의되는 강좌는 <기하학 일반>이고, 1학년 2학기, 3학점 3시간, 전공 필수 강좌이다. 이 강좌의 강의 목표는 유클리드 기하, 구면 기하, 사영기하의 기본 개념을 소개하고 그 응용에 대하여 알아보는 것이다. 이 강좌의 주 교재는 'Modern Geometry with Applications(G. A. Jennings)'로 B 대학교와 동일한 교재를 사용하고 있다. 담당교수가 이 교재를 선택한 이유는 수학교 또는 중등 수학교사가 알아야만 하는 유클리드 기하, 구면기하, 사영기하의 기본 지식들을 비교적 쉽게 기술하였고 다양한 기하학적 지식의

응용 사례를 소개하였기 때문인 것으로 응답하였다. 강의계획서에 따르면 이차곡선에 대한 강의는 6주차와 7주차에 강의되며, 전체 14개 주 중에서 2주 동안 강의된다. 강의담당 교수는 이 강좌를 통해서 예비교사들이 등거리 변환을 중심으로 유클리드 기하, 구면기하, 사영기하의 기본 지식들을 잘 이해하고 이를 통해 중·고등학교 시절 익혔던 기하 지식을 다시 살펴보고 재구성해보는 기회를 갖게 되길 바라는 것으로 응답하였다.

A, B, C 3개 대학에서 이차곡선이 강의되는 강좌를 비교하여 정리하면 <표 IV-2>와 같다.

이차곡선에 관한 고등학교 교육과정과 A, B, C 세 개 대학교 사범대학 수학교육과의 교육과정을 분석한 결과 교사를 위한 이차곡선에 대한 수학내용지식은 다음과 같이 정리된다.

- 1) 이차곡선의 정의에 관한 내용지식
 - 가) 기하학적 정의(원뿔곡선)
 - 나) 대수적 정의(이차곡선)
 - 다) 이심률을 이용한 정의
 - 라) 각 정의들 간의 동치관계
 - 마) 이차곡선의 일반형
- 2) 이차곡선의 작도에 관한 내용지식
 - 가) 포물선의 작도법: T 자 이용, 종이접기, 동심원
 - 나) 타원의 작도법: 실 이용, 종이접기, 동심원

<표 IV-2> 대학별 이차곡선 관련 강좌 비교

구분	A 대학교	B 대학교	C 대학교
수강대상	2학년 1학기	2학년 1학기	1학년 2학기
선택/필수	선택	선택	필수
시수	3-3-0	2-1-2	3-3-0
교재	해석기하학	Modern Geometry with Applications	Modern Geometry with Applications
이차곡선 강의 기간 (백분율)	14주 중 8주 (57.1%)	13주 중 3주 (23.1%)	14주 중 2주 (14.3%)

- 다) 쌍곡선의 작도법: 자와 실 이용, 종이접기, 동심원
- 3) 이차곡선의 접선에 관한 내용
 - 가) 접선 구하기: 판별식 이용, 미분법 이용
 - 나) 접선의 작도법: 포물선, 타원, 쌍곡선
- 4) 이차곡선의 성질 및 응용에 관한 내용
 - 가) 이차곡선의 성질: 포물선, 타원, 쌍곡선
 - 나) 이차곡선의 응용: 포물선, 타원, 쌍곡선
- 5) 이차곡선에 대한 수학사에 관한 내용
 - 가) 역사적 배경(그리스 시대)
 - 나) 수학사에 관한 내용(그리스 시대 이후, 해석기하)

A, B, C 세 개 대학교의 이차곡선에 관한 강좌를 수강한 학생들에게 강의 내용을 확인하였으며, 그 결과가 <표 IV-3>과 같다.

2. 수학내용지식의 필요성에 대한 교수와 교사의 인식

이차곡선에 관한 수학내용지식이 교사들에게 필요한 정도에 대한 교수와 교사의 인식을 조사하기 위하여 강좌를 강의한 교수 3명과 고등학교에 재직 중인 교사 14명을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 설문지는 자체 제작 하였으며, 이차곡선에 대한 세부 내용지식 별로 교사가 알아야 될 필요성에 대하여 ‘매우 필요하다’, ‘필요하다’, ‘필요하지 않다’, ‘전혀 필요하지 않다’의 4단계 Likert 척도 형식으로 구성되어 있으며, 사례수가 많지 않아 정량적인 빈도수와 백분율만을 조사하였다.

가. 이차곡선 내용별 필요성에 대한 교수의 인식

연구대상으로 선정된 A, B, C 3개 대학에서 이차곡선 관련 강좌를 강의한 교수와 교사의 인식을 조사한 결과는 다음 <표 IV-4>와 같다.

이차곡선의 내용지식별 교사가 알아야 할 필요성에 대한 인식을 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 IV-3> 교사를 위한 이차곡선 내용지식의 강의 여부

내용 영역	내용 주제	강의 여부		
		A	B	C
이차곡선의 정의	기하학적 정의(원뿔곡선)	0	0	0
	대수적 정의(이차곡선)	0	0	0
	이심률 정의	0	0	0
	각 정의들 간 동치관계	0	0	x
	이차곡선의 일반형	0	0	x
이차곡선 작도법	포물선의 작도법	0	0	0
	타원의 작도법	0	0	0
	쌍곡선의 작도법	0	0	0
이차곡선의 접선 구하기	판별식 이용	0	x	0
이차곡선의 접선 작도법	미분법 이용	0	x	0
	포물선의 접선 작도법	0	0	0
	타원의 접선 작도법	0	0	0
이차곡선의 성질 및 응용	쌍곡선의 접선 작도법	0	0	0
	포물선 중요 성질 및 응용	0	0	0
	타원의 중요 성질 및 응용	0	0	0
역사적 배경 및 수학사	쌍곡선의 중요 성질 및 응용	0	0	0
	역사적 배경	x	0	x
	이차곡선 연구에 대한 수학사	x	0	x

① 이차곡선의 정의에 대한 필요성 인식 (50.0%)은 필요하다고 응답하였고, 7명(50.0%)은 이차곡선의 정의 중에서 기하대수적 정의와 원뿔곡선 정의에 대한 것은 교수, 교사 모두 필요한 것으로 응답하였다. 그러나 이심률 정의에 대하여는 교수는 3명 모두 필요한 것으로 응답하였다. 그러나 교사는 이심률의 정의를 아는 것은 14명 중 6명(42.9%)은 필요하다고 응답하였고, 8명(57.1%)은 필요하지 않다고 응답하였으며, 이심률을 계산할 수 있는 것은 14명 중 7명 (50.0%)은 필요하다고 응답하였고, 7명(50.0%)은 필요하지 않다고 응답하였다. 즉, 교사의 경우는 이심률 정의의 필요성에 대하여는 중립적이라고 하겠다. 이차곡선의 정의의 동치성에 대한 응답은 교수의 경우는 3명 모두 필요한 것으로 응답하였으나, 교사의 경우는 14명 중 9명(64.3%)은 필요하다고 응답하였고, 5명(35.7%)은 필요하지 않다고 응답하였다.

<표 IV-4> 이차곡선 내용별 필요성에 대한 인식(교수)

내용 영역	내용 설명		교사가 알아야 될 필요성*				
			2	1	-1	-2	
이차곡선의 정의	기하대수적 정의	- 고등학교 교과서에 나오는 이차곡선의 정의를 알고 있다.	교수	3			
			교사	9	5		
		- 그 정의를 이용하여 이차곡선의 방정식을 구할 수 있다.	교수	3			
			교사	9	5		
	원뿔곡선 정의	- 원뿔을 평면으로 자르는 방법에 따라 단면의 모양이 어떤 이차곡선이 되는지 알 수 있다.	교수	2	1		
			교사	6	8		
	이심률 정의	- 이심률의 정의를 알 수 있다.	교수	1	2		
			교사	2	4	6	2
		- 이차곡선의 방정식이 주어지면 이심률을 구할 수 있다.	교수	1	2		
			교사	1	6	5	2
	정의 간의 동치관계	- 원뿔곡선 정의와 기하대수적 정의가 동치임을 알고 있다.	교수	2	1		
			교사	2	7	4	1
	이차곡선의 일반형	- 이차곡선을 평행이동한 것의 방정식을 알고 있다.	교수	3			
			교사	9	5		
- 이차곡선을 회전이동한 것의 방정식을 알고 있다.		교수	2		1		
		교사	7	4	3		
- 일반적인 이차식이 주어지면 어떤 이차곡선인지 판정할 수 있다.		교수	2	1			
		교사	6	7	1		
이차곡선 작도법	- 자, 실, 컴퍼스 등의 간단한 도구를 이용하여 이차곡선을 다양한 방법으로 작도할 수 있다.	교수		3			
		교사	5	7	2		
이차곡선의 접선 구하기	접선작도	- 이차곡선 위의 한 점에서 접선을 작도할 수 있다.	교수	1	2		
			교사	4	9	1	
	성질 활용	- 이차곡선의 접선의 성질을 이해하고 있다.	교수	2	1		
			교사	5	9		
		- 이차곡선이 실생활에 활용되는 원리와 여러 가지 사례를 이해하고 있다.	교수	1	2		
			교사	6	8		
역사적 배경 및 수확사	역사적 배경	- 고대 그리스시대의 이차곡선 연구와 관련된 역사적 배경에 대하여 알고 있다.	교수		3		
			교사	4	7	2	1
	이차곡선 연구에 대한 수확사	- 이차곡선 연구에 대한 여러 가지 수확사적인 사실들에 대하여 알고 있다.	교수		1	2	
			교사	4	8	1	1

*: 2: 매우 필요하다, 1: 필요하다, -1: 필요하지 않다, -2: 전혀 필요하지 않다

이차곡선의 일반형에 대해서는 첫째, 이차곡선을 평행이동한 것의 방정식에 대한 것은 교수, 교사 모두 필요하다고 인식하고 있는 것으로 조사되었다. 이 내용은 고등학교 교육과정에 포함되는 내용이기 때문에 필요한 것으로 인식하는 것은 당연한 것으로 보인다. 둘째, 이차곡선을 회전이동한 것에 대한 필요성은 교수의 경우에는 2명은 필요한 것으로, 1명은 필요하지 않은 것으로 인식하고 있으며, 교사의 경우에도 14명 중 11명(78.6%)은 필요하다고 응답하였고, 3명(21.4%)은 필요하지 않다고 응답하여 필요하다고 인식하고 있는 비율이 높은 것으로 조사되었다. 셋째, 일반적인 이차식이 주어졌을 때 어떤 이차곡선인지 판정하는 것에 대하여는, 교수는 모두 필요하다고 응답하였다. 그러나 교사는 14명 중 13명(92.9%)은 필요하다고 응답하였고, 1명(7.1%)은 필요하지 않다고 응답하여, 교사의 경우에도 대부분이 필요하다고 인식하고 있는 것으로 조사되었다.

이차곡선의 정의에 대한 내용영역에서, 교수의 경우에는 ‘이차곡선을 회전이동한 것의 방정식’을 제외하면 모두 교사가 알아야 될 필요가 있는 것으로 인식하고 있는 것으로 조사되었다. 회전이동한 것에 대한 문항에서 ‘필요하지 않다’고 응답한 교수는 이차곡선을 회전이동하더라도 이차곡선의 본질적인 성질이 변화되는 것이 아니기 때문에 회전이동에 대한 것은 이차곡선의 성질을 이해하기 위해 필수불가결한 것으로 생각하지 않기 때문이라고 답하였다.

한편 교사의 경우에는 기하대수적 정의, 원뿔곡선 정의, 이차곡선의 일반형에 대한 내용은 교사가 알아야 될 필요가 있는 것으로 인식하고 있는 것으로 조사되었고, 이심률과 정의 간의 동치성에 대한 내용은 교사가 알아야 될 필요성에 대한 긍정적 응답이 40%에서 60% 사이의 비율로 조사되어 필요하지 않다는 비율이 다소 높은

것으로 나타났지만, 뚜렷한 경향성이 있다고 보기 어려운 것으로 조사되었다.

이차곡선의 정의의 내용 중에서 이심률에 대한 것과 이차곡선의 일반형에 대한 것은 모두 고등학교 교육과정에 포함되지 않는 내용이지만, 교사에게 필요한 정도에 대한 교사의 응답은 차이가 있었다. 즉, 이심률의 필요성에 대한 응답은 필요하지 않다는 응답이 필요하다는 응답보다 근소하게 많은 것으로 조사되었으나, 이차곡선의 일반형 중 회전이동한 것과 이차곡선이 어떤 이차곡선인지 판별법에 대한 내용은 필요하다는 응답이 80%이상으로 매우 높았다. 이에 대하여 교사와의 면담을 통해 이유를 알아본 결과, 이심률은 고등학교 교육과정에 전혀 등장하지 않는 개념이기 때문에 필요하지 않다는 응답이 많았고, 이차곡선의 회전이동에 대한 것과 판별에 대한 것은 회전변환에 대한 내용이 과거의 고등학교 교육과정에 포함된 적이 있었던 때문이라고 응답하였다. 즉, 이차곡선의 회전이동과 판별에 대한 것은 고등학교 교육과정의 개념들을 결합함으로써 연결될 수 있는 개념으로 볼 수 있기 때문에 필요한 것으로 인식했다는 것이다. 이와 같이 고등학교 교육과정에 포함된 개념들을 결합하여 얻어지는 내용을 교사에게 필요한 내용지식의 범위에 포함시키는 것은 합리적이라 하겠다.

② 이차곡선 작도법에 대한 필요성 인식

이차곡선 작도법에 대한 수학내용지식의 필요성에 대하여 교수는 3명 모두 필요하다고 응답하였으며, 교사는 14명 중 12명(85.7%)은 필요하다고 응답하였고, 2명(14.3%)은 필요하지 않다고 응답하였다. 자, 실, 컴퍼스 등의 도구를 사용한 이차곡선 작도법의 증명은 보통 이차곡선의 정의를 통하여 간단하게 설명된다는 점에서 작도법의 이해는 정의에 대한 이해를 심화 하는데

도움이 된다. 또한 구체물을 사용하여 작도함으로써 개념적으로 정의된 이차곡선을 구체적인 대상으로 이해하는 데에 도움이 된다. 이런 점에서 여러 가지 이차곡선 작도법에 대한 내용은 학교수학에서 필요한 내용이고 교사들에게 필요한 것이라 하겠다.

③ 이차곡선의 접선 구하기에 대한 필요성 인식
이차곡선의 접선 구하기 중에서, 접선 작도에 대한 내용의 필요성에 대하여 교수는 3명 모두 필요하다고 응답하였고, 교사는 14명 중 13명(92.9%)이 필요하다고 응답하였고, 1명(7.1%)은 필요하지 않다고 응답하였다. 그리고 이차곡선의 성질 활용에 대한 내용의 필요성에 대하여 교수와 교사 모두 필요하다고 응답하였다. 이차곡선이 실생활에 응용되는 내용이 필요하다는 것은 수학이 실생활에 활용되는 수학의 효용성에 대하여 학생들의 인식을 높인다는 점에서 학생들에게 강조하여 지도될 필요가 있으며 교사들에게 필요하다고 하겠다. 또한 이차곡선이 실생활에 활용되는 중요 원리에 대한 설명이 이차곡선 접선의 성질로부터 나오고, 접선 작도를 이해함으로써 접선의 성질을 구체적으로 쉽게 이해할 수 있다는 점에서 접선의 작도에 대한 내용은 교사에게 필요하다고 하겠다.

④ 이차곡선의 역사적 배경 및 수학사에 대한 필요성 인식

이차곡선의 역사적 배경 및 수학사에 대한 내용 중에서, 역사적 배경의 필요성에 대하여는 교수는 3명 모두 필요하다고 응답하였으며, 교사는 14명 중 11명(78.6%)이 필요하다고 응답하였고, 3명(11.4%)은 필요하지 않다고 응답하였다. 또한 이차곡선 연구에 대한 수학사에 대한 내용의 필요성에 대하여 교수는 1명(33.3%)이 필요한 것으로, 2명(66.7%)은 필요하지 않다고 응답하였으며,

교사는 12명 중 12명(85.7%)은 필요한 것으로, 2명(14.3%)은 필요하지 않은 것으로 응답하였다.

교수의 경우 이차곡선의 역사적 배경에 대해서는 모두 필요한 것으로 인식하지만, 수학적 내용에 대해서는 다소 부정적인 것으로 나타났다. 교사의 경우에는 모두 필요한 것으로 인식하고 있는 것으로 조사되었다. 이는 수학을 활용한 수업이 학생들의 수학학습태도(자아개념, 교과에 관한 태도, 학습습관)를 긍정적으로 변화시키는데 효과가 있고(양종숙, 2010), 학업 성취도의 경우에도 하위집단의 경우에는 긍정적인 효과가 있었다는 선행연구(최병인, 2012)를 감안하면 교사에게 이차곡선과 관련한 수학사에 대한 내용은 필요하다고 하겠다.

3. 이차곡선에 관한 사범대학과 고등학교 교육과정에 대한 예비교사의 인식

이차곡선에 관한 사범대학과 고등학교의 교육과정에 대한 예비교사의 인식이 어떠한지 조사하였다. 인식 조사를 위하여 설문조사를 실시하였으며, 설문은 다음과 같은 3개의 질문으로 이루어져 있다.

질문 1. 사범대학에서 이차곡선에 대한 강좌를 수강한 후에 이차곡선에 대한 이해도가 좋아졌습니까? 이유를 가능한 구체적으로 설명해주시시오.

질문 2. 이차곡선에 대하여 고등학교 과정에서 배웠던 것과 사범대학과정에서 배웠던 것 사이에 어떤 차이가 있었습니까?

질문 3. 예비교사로서 사범대학에서의 이차곡선에 관한 강의와 관련하여 좋았던 점, 개선되기를 바라는 점, 강조되었으면 하는 점 등에 대하여

여 자유롭게 적어주시기 바랍니다.

각각의 설문에 대한 응답을 조사, 분석한 결과는 다음과 같다.

가. 이차곡선 이해도의 변화에 대한 예비교사들의 인식

사범대학에서 이차곡선에 대한 강의를 수강한 후에 이차곡선에 대한 이해도가 좋아졌는지를 묻는 설문에 대한 예비교사들의 응답을 정리하면 <표 IV-5>와 같다.

사범대학에서 이차곡선에 대한 강의를 수강한 후에 이차곡선에 대한 이해도가 좋아졌느냐는 질문에 대한 3개 대학 평균 응답률은 좋아졌다는 응답이 66.1%, 좋아지지 않았다는 응답이 22.6%, 무응답이 11.3% 이었다. 좋아졌다고 응답한 비율이 3개 대학 모두 60% 이상의 양호한 것으로 조사되었으며, 좋아지지 않았다고 부정적으로 응답한 비율은 3개 대학 모두 30% 이하의 낮은 것으로 조사되었다. 이 결과로부터 사범대학에서 이차곡선에 대한 강좌가 예비교사들의 이차곡선에 대한 이해도에 도움이 되는 것으로 볼 수 있다.

이차곡선에 대한 이해도가 좋아진 이유에 대한 응답은, 첫째, 엄밀한 증명과 심화된 내용 학습, 둘째, 이심률이라는 새로운 개념, 셋째, 기하

학적 이해의 세 가지로 크게 구분되었다.

첫째, 엄밀한 증명과 심화된 내용 학습 때문이라는 응답은 고등학교 때는 정확한 이유와 증명을 모른 채 단순 암기 방식의 학습이었으나, 사범대학 과정에서는 구체적인 증명을 배우게 됨으로써 명확하게 이해하게 되었다는 내용으로, 이에 대한 응답의 예는 다음과 같다.

“고등학교에서 이유와 원인을 모르고 주입식으로 배운 것과 달리 여러 가지 방법으로 증명하고 알게 되어서 이해도가 좋아졌습니다. 단순히 그렇다 정도로만 알고 있을 때와는 다르게 이유를 알고 나니 훨씬 이해에 도움이 됩니다.”(C대학교 예비교사 1)

“네. 고등학교 때까지는 증명 없이 외우기만 했던 공식, 성질들이 다양한 방법으로 증명이 가능하고 그 증명들 사이도 서로 동치라는 것을 배우기 때문에 공식, 성질들이 더 명확하게 이해가 되었다. 그리고 이차곡선들(포물선, 타원, 쌍곡선) 사이의 관계도 알 수 있게 되어서 이차곡선을 전체적으로 크게 이해하는 것에서도 도움이 되었다.”(B대학교 예비교사 11)

“수학적으로 더 엄밀한 정의를 알 수 있었고, 그로인해 더 본질에 다가갈 수 있었다. 그를 이용해 이차곡선에 대한 더 자유로운 생각을 할 수 있었다.”(A대학교 예비교사 13)

“이차곡선의 정의나 성질들을 더 엄밀하게 증명하면서 배웠기 때문에 고등학교 수준보다 이

<표 IV-5> 사범대학 강의 수강 후 이차곡선에 대한 이해도 변화에 대한 인식

구 분	좋아졌다	좋아지지 않았다	무응답
A 대학교 (20명)	12명 (60.0%)	5명 (25.0%)	3명 (15.0%)
B 대학교 (23명)	17명 (73.9%)	4명 (17.4%)	2명 (9.7%)
C 대학교 (19명)	12명 (63.2%)	5명 (27.3%)	2명 (12.5%)
합 계 (62명)	41명 (66.1%)	14명 (22.6%)	7명 (11.3%)

해도가 높아졌다”(B대학교 예비교사 19)

둘째, 이심률이라는 새로운 개념 때문이라는 응답은 이심률을 통하여 이차곡선의 여러 가지 성질을 깊이 있게 이해하게 되었다 내용으로, 이에 대한 예는 다음과 같다.

“원뿔곡선과 이심률에 대해 배우고 나니 여러 성질들을 더 알기에 좋았다.”(A대학교 예비교사 5)

“고등학교 때는 수능에 초점이 맞춰져서 이차곡선을 음미하기 보다는 계산과 문제에 활용될 측면에 대해서 배웠다면 대학교 때는 이심률과 보다 엄밀한 증명을 통해 이차곡선에 대해 깊은 이해를 할 수 있었다.”(A대학교 예비교사 17)

셋째, 기하학적 이해 때문이라는 응답은 이차곡선을 원뿔곡선으로 배우게 됨으로써 공간 도형으로 이해하게 되고 나아가 기하학적 관찰을 통한 직관적인 이해를 하게 되어 이해도가 높아졌다는 내용으로, 이에 대한 응답의 예는 다음과 같다.

“평면에서 다항식으로만 대하던 이차곡선에서 벗어나 공간에서 원뿔을 자름으로 인해 생기는 곡선에 대한 다른 접근법을 보게 되면서 직관적으로 좀 더 이해하기 쉬웠던 것 같다”(C대학교 예비교사 2)

“네. 이차곡선을 고등학교 때 정의와 식으로만 배웠는데 원뿔곡선을 통해서 배우니 왜 이차곡선이 3가지 종류인지 어떤 것을 통해 나오게 되었는지 알 수 있었습니다.”(B대학교 예비교사 16)

그리고 기타 응답으로는 다음과 같은 응답이 있었다.

“좋아졌다. 고등학교 과정에서는 그저 공식화된 것으로만 배웠지만, 대학에서 T자, 종이접기, 동심원, GSP 등을 이용해 배워서 시각적인 기본적인 이해부터 잘 되었다.”(B대학교 예비교사 8)

“새로운 개념을 알게 되고 기존 개념과 연계하여 생각할 수 있는 기회여서 좋았다.”(B대학교 예비교사 4)

“좀 더 큰 시각에서 큰 범위를 통합적으로 알 수 있었습니다.”(B대학교 예비교사 6)

“좋아졌다. 다양한 방식으로 접근할 수 있어서 이차곡선의 이해도뿐만 아니라 흥미도 또한 좋아졌다.”(C대학교 예비교사 7)

위의 기타 응답에서 T자, 종이접기, 동심원, GSP 등을 이용하여 배워서 시각적 이해가 잘 되었다는 점은 주목할 필요가 있다. 즉, 구체적인 실습의 중요성과 GSP와 같은 기하 프로그램 활용의 필요성을 시사하는 대목이다.

반면에 이차곡선에 대한 이해도가 좋아지지 않았다고 응답한 학생들도 있었는데, 전체 62명 중에서 14명(22.6%) 이었다. 그 이유로는 관련된 지식을 많이 알게 되기는 했지만 이해도가 좋아지지 않는다는 응답이 가장 많았다.

“이차곡선에 관련된 내용들은 더 알 수는 있었지만 이해도가 높아졌다고는 생각하지 않는다. 관련 공식 또는 문제들과 내용을 더 안다고 해서 이차곡선 자체에 대한 이해도가 달라진 것 같지는 않다.”(C대학교 예비교사 12)

이로부터 예비교사들의 이차곡선에 대한 강의에 있어서 공식, 문제풀이 위주의 강의 방식은 적절하지 않을 수 있다고 짐작할 수 있다.

나. 이차곡선에 대하여 고등학교 과정에서 배웠던 것과 사범대학과정에서 배웠던 것 사

이의 차이에 대한 인식

사범대학에서의 이차곡선에 대한 강의가 고등학교에서 배웠던 것과 어떤 차이가 있는지를 묻는 설문에 대한 예비교사의 응답은 다음과 같다.

“고등학교 과정에서는 그저 식으로만 암기하던 것에 그쳤다면 대학과정에서는 눈에 보이는 기하적 공간 도형을 이용해 좀 더 명확하게 확인할 수 있었던 것 같다.”(C대학교 예비교사 2)

“고등학교 때는 수능에 초점이 맞춰져서 이차곡선을 음미하기 보다는 계산과 문제에 활용될 측면에 대해서 배웠다면 대학교 때는 이심률과 보다 엄밀한 증명을 통해 이차곡선에 대해 깊은 이해를 할 수 있었다.”(A대학교 예비교사 17)

“고등학교 때에는 따로따로 배웠는데, (대학과정에서는) 하나의 원뿔곡선에서 쌍곡선, 타원, 원, 포물선이 다 나올 수 있다는 것을 배운 것이 차이가 있었습니다.”(C대학교 예비교사 4)

“고등학교에서는 이차곡선의 표준형, 일반형 식을 통해 계산 위주였다면 사범대학에서는 다양한 정의와 접근, 또한 여러 성질을 다룸으로써 전반적인 이해와 안목을 키워주었다.”(A대학교 예비교사 3)

고등학교 시기에는 이차곡선에 대한 학습이 계산과 문제풀이 위주로 이루어진 반면, 사범대학 과정에서는 원뿔곡선 정의와 공간적인 이해, 이심률 개념을 통한 통합적 이해, 원리와 성질 증명 위주의 이론적 학습을 한 것으로 인식하고 있었다.

“고등학교에선 단편적인 각각의 이차곡선과 이의 성질을 외우기만 했다면, 대학교에서는 통합적으로 넓게 배웠습니다. 하지만 이에 수반되는 문제풀이가 많지 않아 쉽게 잊혀 집니다.”(B대

학교 예비교사 6)

예비교사들이 고등학교시기에 이차곡선들을 단편적인 것으로 배웠다고 인식하고 있는 것으로부터 고등학교 과정에서 이차곡선이 통합적으로 이해되도록 교육되지 못하는 면이 있는 것으로 짐작되며, 대학과정에서의 교육을 통해 이차곡선을 통합적으로 이해하게 되는 것으로 짐작된다. 따라서 고등학교 과정에서 이차곡선이 통합적으로 이해되도록 교육되고 있는지에 대한 확인과 방안 마련이 요구된다고 하겠다.

(3) 예비교사로서 사범대학에서의 이차곡선에 관한 강의와 관련하여 좋았던 점, 개선되기를 바라는 점, 강조되었으면 하는 점

사범대학에서의 이차곡선관련 강의와 관련하여 개선되기를 바라는 점으로는 강의 내용이 학교수학과의 관련성이 높고 교육 현장에서의 활용도가 높았으면 하는 것으로 요약된다.

“학교수학과 연결시켜 학생들의 이해를 도울 수 있는 방법이나 설명 시 주의사항 또는 학생들의 오개념 등 같은 것은 전혀 다루지 않는 게 아쉽다. 장래 학자가 아닌 교사가 될 사람들에게 전공내용공부에 있어서 지식만 전달하려 하는 점이 아쉽고, 개선되어야 하는 점이라고 본다.”(B대학교 예비교사 19)

“사실 고등학교 과정에서 자주 나오는 것이 자와 실을 이용한 이차곡선 작도와 종이접기 작도인데, 우리는 고등학교에서도 수능에 중요하지 않다 여겨 넘어가고 심지어 대학과정에서도 중요하게 여기지 않고 간단하게 넘어가는 경향이 있다. 기하는 고등학생들 사이에서 어렵게 여기는 파트인데 자와 실, 종이접기 작도는 고등학생들의 이해를 증진시키기 위한 방법임으로 일반 수학과가 아닌 수학교육과니까 알려줬으면 해요.”(B대학교 예비교사 22)

이차곡선의 작도와 같은 수학적 체험 실습은 입시위주의 고등학교 수업분위기와 이론 위주의 사범대학 수업 사이의 사각지대에 놓여 있는 것으로 보인다. 구체적 체험 실습이 학습에 큰 도움이 된다는 면에서 체험실습이 구체적 수업 현장에서 적극적으로 수행될 수 있도록 하는 방안 마련이 요구된다.

한편 이차곡선을 비롯한 기하학 강좌는 도형의 그림 또는 실물을 활용한 수업이 효과적이므로, 실물 또는 그림을 적극적으로 활용할 필요가 있다.

“교수님께서 그림을 많이 그려 설명해주셔서 수업 당시에 이해하기엔 좋았던 것 같습니다.”(A대학교 예비교사 4)

“컴퓨터(모델링, 3D) 프로그램을 이용하여 원뿔의 단면을 이용한 정의를 보여주셨으면 좋겠습니다.”(A대학교 예비교사 13)

“칠판만을 활용해서 수업을 진행하시면 그 구체성이 떨어져 공학 도구를 사용하여 조금 더 가시화 할 수 있으면 좋을 듯합니다.”(B대학교 예비교사 12)

이는 사범대학 수업 현장에서 그래픽 프로그램의 적극적 활용의 필요성을 시사한다.

이차곡선은 고등학교 교육 현장과의 관련성이 높지만 임용고사에 출제되지 않는다는 점 때문에 충분히 학습되지 못하는 경향이 있다.¹⁾

“입고와는 크게 상관없는 과목이라 관심도가 많이 떨어지는 부분인 것 같다.”(B대학교 예비교사 2)

“이차곡선뿐만 아니라 일반기하영역은 현재 사

범대 학생들이 배우는 전공수학 중 현직에 가장 유용한 과목이라 생각한다. 그러나 기하를 기피하고 어려워하고 있는 모습을 보면, 실제 학교 상황에 맞게 대학의 교육과정과 임용방향이 재편되어야 하는 것이 아닌가 생각한다.”(A대학교 예비교사 14)

“사범대학에서 이차곡선을 가르치는 것은 현실적으로 많은 제약이 따를 수 있다고 생각합니다. ... 임용고시에 초점을 맞춘다면 쉽게 시간을 낼 수 없는 것이 사실입니다.”(B대학교 예비교사 10)

V. 결 론

본 연구 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 이차곡선에 관한 사범대학 교육과정은 고등학교 교육과정과 관련하여 적절하게 운영되고 있는 것으로 판단된다. 본 연구에서 조사한 결과, 사범대학 교육과정에는 이차곡선에 관한 내용이 강의되는 강좌가 포함되어 있으며, 그 강좌에서 이차곡선에 관한 학교수학과 연결된 학문적 수학 내용이 충분히 강의되고 있고, 그 강의를 수강한 학생들의 66.1%가 이차곡선에 관한 이해도가 좋아졌다고 인식했다. 또한 이차곡선 내용별 필요성에 대한 강의담당교수의 인식이 거의 모든 내용에 대하여 긍정적이었고, 현직교사들 또한 거의 모든 내용의 필요성에 대하여 긍정적으로 인식하고 있는 것으로 조사되었다. 사범대학의 이차곡선 관련 강좌에서 이차곡선에 관한 내용이 짧게는 2주, 길게는 8주 동안 강의되고 있으며, 이차곡선의 여러 가지 정의와 정들 간의 동치성, 이차곡선의 일반형, 이차곡선의 작도법, 이차곡선의 접선, 이차곡선의 중요 성질

1) 2014학년도 중등학교교사임용후보자선정경쟁시험에 1문제가 출제되었으나, 설문조사는 시험실시 전에 이루어졌다.

및 응용, 그리고 역사적 배경 및 수학사 관련 내용들이 거의 대부분 강의되고 있었다. 이 내용들은 고등학교 교육과정에 포함된 내용이거나 학교수학의 내용과 연결된 학문적 수학내용이다. 예비교사들은 특히 이심률이라는 새로운 개념의 도입을 통한 이차곡선의 통합적 설명, 여러 가지 정의들 간의 동치성 등에 대한 엄밀한 증명을 배우게 되면서 이차곡선에 대한 이해도가 좋아지고 있다. 예비교사들은 포물선, 타원, 쌍곡선의 이차곡선을 고등학교 시기에는 각각의 개별적인 곡선으로 인식하고 있었으나 이심률 개념을 통해 이들 이차곡선들을 통합적으로 이해할 수 있게 된다. 또한 고등학교 시기에는 이차곡선들을 평면도형으로만 인식하고 있었으나 원뿔곡선의 정의를 배우게 되면서 이차곡선을 3차원의 곡선으로 이해할 수 있게 되고 공간적, 시각적 이해를 할 수 있게 되어 더욱 깊은 이해를 할 수 있게 된다. 그러나 이차곡선에 관한 내용이 강의되는 기간과 강좌의 강의 내용이 대학별로 큰 차이를 보이고 있는 점은 운영의 적절성과 관련하여 추가의 연구가 요구됨을 시사한다.

둘째, 사범대학 교육과정에서 실제 고등학교 교육 현장과의 연결성 강화가 요구된다. 사범대학 교육과정에서 배우는 이차곡선에 관한 내용은 고등학교 교육과정과 관련이 많이 되는 것이어서 사범대학에서 이에 대하여 배울 필요성은 큰 것으로 인식하고 있지만, 사범대학에서 학습하는 내용들이 현장에서의 활용과는 유리되어 배우고 있다는 인식과 함께 이에 대한 개선의 필요성을 느끼고 있다. 또한 예비교사들은 이차곡선이 장차 교육 현장에서의 활용도가 높은 것으로 인식하고 있지만 임용고사 중심의 학습이라는 현실적 문제 때문에 이차곡선에 관한 내용을 충실히 학습하고 있지 않는 현실이다. 따라서 이차곡선에 관한 사범대학 교육에서 고등학교 교육 현장과의 연계성을 높이고, 임용고사 출제

에 반영되도록 하는 것이 요구된다.

셋째, 고등학교 교육과정에 포함된 이차곡선 내용지식에 대한 예비교사와 현직교사의 이해도는 높으나, 고등학교 교육과정에 포함되지 않는 내용에 대한 인지도는 매우 낮다. 또한 교사들은 교사들에게 필요한 이차곡선에 관한 내용지식의 범위를 고등학교 교육과정 밖으로 확대하려는 노력을 많이 하지 않는 경향이 있는 것으로 조사되었다. 따라서 이차곡선에 관한 내용지식의 범위를 학교수학과 연결된 학문적 수학의 범위로 확대하려는 자발적 노력을 촉진, 장려하는 제도적 장치 마련과 지원이 요구된다고 하겠다.

참고문헌

- 강현영 · 고은성 · 김태순 · 조완영 · 이경화 · 이동환 (2011). 좋은 수학수업을 위해 수학교사에게 필요한 역량과 교사교육에 대한 현직교사의 인식조사. **학교수학**, 13(4), pp. 633-649.
- 권오남 · 김아미 · 조형미(2012). 한국 사범대학 수학교육과의 교육과정 및 교수방법 분석. **한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 제 51권 제 3호**, 281-300.
- 김구연(2007). Pedagogical content knowledge: A case study of a middle school Mathematics teacher, **수학교육학연구**, 17(3), 295-308.
- 김대석 · 홍후조(2011). 대학중도탈락률 분석을 통한 고교-대학 교육과정 연계의 필요성, **아시아 교육연구**, 12(4), 55-73.
- 김혜숙(2003). 교원 '전문성'과 '질'의 개념 및 개선전략탐색, **교육학연구**, 41(2), 93-114.
- 남호영 · 정춘희 · 김세식 · 원유미(2012). **원뿔에서 태어난 이차곡선**, 경기도, 수학사랑.
- 박경미(2009). 수학의 교수학적 내용 지식(PCK)에 대한 연구의 메타적 검토. **한국수학교육**

- 학회지 시리즈 A <수학교육>, 48(1), 93-105.
- 신현용·이종욱(2004). 수학교사의 지식에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육>**, 18(1), 297-308.
- 양종숙(2010). 수학사 활용 수업이 학습 태도와 학업성취도에 미치는 영향, 인천대학교 석사학위논문.
- 이명근(1984). **대학교양교육과정 연계성에 관한 일연구**, 연세대학교 석사학위 논문.
- 이승훈(2014). **수학교사의 이차곡선에 관한 수학 내용지식 분석**. 충북대학교 박사학위 논문.
- 이승훈·조완영(2013). 수학교사의 이차곡선에 관한 내용지식의 분석, **대한수학교육학회 <학교수학>**, 제 15권 제 4호, 995-1013.
- 장미라·강순자(2010). 역사적 고찰을 통한 이차곡선의 지도방안. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육>**, 24(3), 731-744.
- 조성민(2006). **교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구: 고등학교 함수내용을 중심으로**. 이화여자대학교 박사학위 논문.
- 조완영(2010). 예비교사의 수학내용 지식. **교육연구논총**, 31(2), 141-156.
- 조완영(2011). **중등 수학교사의 수학내용 지식. 학교수학**, 13(2), 347-364.
- 조완영(2012). 예비교사의 미분영역에 관한 내용지식의 분석. **대한수학교육학회 <학교수학>**, 14(2), 233-253.
- 최병인(2012). **수학 지도에서 수학사 활용이 학업 성취도와 태도에 미치는 영향**, 강원대학교 석사학위논문.
- 최승현(2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, Teachers College Press.
- Schwab, J. (1978). Education and the structure of the discipline, in I. Estury and N. J. Wilkof(Eds.). *Science, curriculum and liberal education*, pp. 229-272. Chicago: University of Chicago.
- Shulmann, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15, pp.4-14.
- Shulmann, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), pp.1-22.
- Stacey, K. (2008). Mathematics for secondary teaching: Four components of discipline knowledge for a changing teacher workplace. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education volume 1*, pp. 88-111. Rotterdam: Sense Publishers.

The Perception of the Professors and Teachers about the Education on Quadratic Curves in Various Universities

Yi, Seunghun (Youngdong University)

Cho, Wan Young (Chungbuk National University)

This study aims to investigate how the university educational programs about quadratic curves are operated in relation to the high school curriculum and what their effects may be, and the degree of understanding for the prospective and current teachers of the mathematical content knowledge about quadratic curves.

To solve this research questions, we randomly selected three universities and one high school. Then we investigated the curricula of each department of mathematics education, compared them with the high school curricula, and conducted surveys of the professors' and students' conception on how much mathematical content knowledge they need to know about quadratic curves.

The study resulted in the following conclusions.

First, the curriculum on the subject of quadratic curves in the college of education is closely connected to the high school programs. This study's results showed that the college of education's curriculum includes a series of lectures regarding

quadratic curves, and that within them, the mathematical content about quadratic curves associated with high school mathematics was thoroughly covered. Also, a large number of students who attended the lecture reported a significant increase in their understanding in regards to the quadratic curves.

Second, it is strongly recommended to strengthen the connection between the college of education's curriculum and the actual high school education field. The prospective teachers think that there is a substantial need to learn about the quadratic curves because it is closely connected with the high school curriculum. But they find it challenging to put what they were taught into practical use in the high school education field, and feel that an improvement in this area is much needed.

Third, it is necessary to promote, encourage and support the voluntary efforts to expand the range of the content knowledge in quadratic curves to cover the academic content associated with the high school mathematics.

* Key Words : Quadratic Curve(이차곡선), Mathematical Content Knowledge(수학내용지식), University Educational Program(대학교육 프로그램)

논문접수 : 2014. 11. 18

논문수정 : 2014. 12. 11

심사완료 : 2014. 12. 12