대한수학교육학회지 <학교수학> 제 16 권 제 4 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 16, No. 4, 691 ~ 708. Dec 2014

직관적 수준에서 초등 예비교사들의 문제해결 과정 분석[1)]

이 대 현*

학교수학에서 직관적 사고에 의한 문제해결은 종전의 문제해결이 알고리즘을 중심으로 한 분석적이고 논리적인 측면에 치중해 왔다는 면에서 관심의 대상이 되어 왔다. 본 연구에서는 직관적 수준에서 해결할 수 있는 문제를 이용하여 초등 예비교사들의 문제해결 정도와 방법을 조사하였다. 이를 위해 초등 예비교사 161명을 대상으로 직관적 수준에서 해결할 수 있는 10개의 문제로 구성된 질문지를 활용하여 조사연구를 실시하였다. 결과 분석에서는 문제해결 과정에 활용된 수준을 논리적 수준과 직관적 수준으로 구분하여 분석하였다.

연구 결과, 전반적으로 정답률이 낮게 나타남으로써 예비교사들의 수학 문제해결 능력에 대한 관심과 재고가 필요함을 알 수 있었다. 직관적 사고로 해결할 수 있는 문제해결에서는 알고리즘 수준에서 정답을 한 비율이 높았으며, 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서는 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식에 의한 즉각적인 판단으로 오류를 보인 경우가 많이 나타났다. 이러한 결과로 볼 때 예비교사 교육 기간에 걸쳐 예비교사들의 수학 문제해결력 향상을 위한 노력과 다양한 측면에서 문제해결을 경험할 수 있는 교육과정과 교수 방안을 제공할 필요가 있음을 알 수 있었다.

I. 서 론

초등학교 교육과정에 제시된 수학 내용 중에서 '소수의 나눗셈'은 상급학년의 학습내용으로 나눗셈 결과에서 나타나는 몫과 나머지를 상황에 맞게 해석하는 것이 중요하다. 일례로 소수 나눗셈 11.5÷1.6의 경우에 몫과 나머지로 나타내면 몫은 7이고 나머지가 0.3이 된다. 또 몫으로만 나타내면 $7\frac{3}{16}$이 된다. 이 경우에서 0.3은 제수 1.6의 $\frac{3}{16}$이 된다. 이와 같이 소수의 나눗셈에서 나머지는 실제 값을 나타내고, 몫은 제수에 대한 상대적인 값을 나타낸다는 것이 당연한 사실이지만, 초등 예비교사는 꼭 알아야만 하는 지식이다. 그렇지만 Ma(1999)의 지적에서와 같이, 교사들이 갖추어야 할 기본 지식을 충분히 갖추고 있는가는 확인을 필요로 한다.

교사들이 갖추어야 할 지식의 중요성은 교사들이 갖추어야 할 지식의 범위, 내용 등에 대한 관심을 불러일으킨다. 또한 교사가 지니고 있는 지식의 파악, 예비교사 교육과 현직 교사의 연수 방향, 교원양성 교육기관의 교육 내용의 선정 등에 대한 논의의 필요성을 제기한다. 수학 교사의 전문성에 대한 관심의 필요는 NCTM(1991)의 'Professional Standards for Teaching Mathematics'

* 광주교육대학교, leedh@gnue.ac.kr
1) 본 논문은 2014학년도 광주교육대학교 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

에 명시되었으며, 2007년의 규준(NCTM, 2007)에서는 수학 교수·학습에 대한 규준을 지식, 실행, 분석의 3가지로 범주화하여 7가지의 규준을 제시하고 있다. 이 규준들은 효율적인 수학 수업을 위해 교사들이 알아야 할 핵심 내용을 담고 있다.

수학 교사는 학교에서 수학을 가르치고 배우는 방법을 향상시키는데 필수 존재이기에 수학을 가르칠 교사로서 여러 유형의 지식을 갖추어야 한다. 특히 수학 교과에서는 학생들의 문제해결력의 향상이 중요시 되며, 이를 위해 교사들의 수학 문제해결에 대한 경험과 지식은 중요하다.

수학 문제해결과 관련하여 교사들이 갖추어야 할 지식은 직관적 사고를 기반으로 한 문제해결, 다양한 해결책이 있는 문제나 개방형 문제를 활용한 문제해결, 종합법과 분석법, 창의적인 문제해결, 문제 만들기 활동 등과 같이 문제해결의 다양한 접근 방식에 대한 이해를 요구하는 지식이다. 이에 김해규(2012)는 직관에 의한 초등 교사들의 문제해결 정도를 분석하고 시사점을 제시하기도 하였다.

본 연구에서는 직관적 수준에서 초등 예비교사들의 문제해결 정도와 방법을 조사해 보고자 한다. 여기에서 '직관적 수준에서 문제해결'이란 문제에 내재된 특징적인 요소에 대한 즉각적 인식을 바탕으로 문제를 해결하는 수준을 의미한다. 문제해결 과정에서 나타나는 직관적 수준에서 문제해결 과정에 대한 분석은 예비교사들이 교수 상황에서 다양한 문제해결 방법을 알고 문제를 해결할 수 있으며, 이를 학생들의 지도에 활용할 수 있게 되어 다양한 문제해결 방법의 지도로 이끌어 낼 수 있다는 면에서 의미가 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

수학교사가 '전문가'인가에 대한 다양한 논의는 1986년에 카네기 포럼의 프로젝트 팀(the Task Force on Teaching as a Profession)이 제시한 '준비된 국가: 21세기를 위한 교사들'이라는 보고서로부터 시작되었다(이화진 외, 2005). 일반적으로 전문직은 오랜 기간의 준비 기간과 해당 분야에서 독자적인 의사결정이 가능한 사람들을 일컫는 의미이다(Baroody & Coslick, 1998). 따라서 교사가 전문직이기 위해서는 예비교사 교육 기간과 같은 해당 분야의 준비 기간은 물론이고, 교육 현장에서 학생들의 학습에 관련된 일련의 활동에서 독자적인 의사결정을 할 수 있어야 한다. 이를 위해 교사는 교과를 가르치는데 필요한 여러 영역의 통합된 지식을 갖추어야 하는데, 이러한 지식에는 가르치는 내용에 대한 지식뿐만이 아니라, 여러 변인이 내재된 교육 상황과 환경에서 다양한 능력과 수준의 학생들에게 적합한 교수 방법을 제공할 수 있는 지식을 포함해야 한다. 특히 교사는 문제해결 수업을 위해 단계적이고 분석적인 논리적 수준의 문제해결 방법과 즉각적 인식을 바탕으로 문제를 해결하는 직관적 수준의 문제해결 방법에 대해서도 알고 경험해야 한다. 그리고 직관적 수준의 문제해결 방법은 그간의 학교 수학의 문제해결 수업이 논리적 측면에 치중했다는 면에서 관심의 대상이 된다.

수학의 역사를 통해 직관은 그 발견과 발달의 과정에 중요한 역할을 수행해 왔지만, 오랜 수학의 전통이나 수학자들이 중시하는 엄밀성 부족의 이유로 등한시되어 온 것도 사실이다. 그렇지만 Hersh(1997)는 직관을 수학의 본질적인 부분이라 하고, 직관을 통해 수학적 사실을 발견한 수학자의 예를 제시하고 있다. 직관은 수학자의 수학의 발견 과정뿐만이 아니라, 학생들이 수학을 행하고 문제를 해결하는 과정에서도 중요한 역할을 한다. 일찍이 Wertheimer(1945)는 학교 수학에서 통찰을 통한 문제해결의 예를 제시함으

로써 생산적 사고(productive thinking)의 가치를 제시하고 있다. 그리고 Gauss의 예를 통해 문제해결에서 문제 구조의 이해에 기초한 통찰의 가치를 중시하고 있다.

수학 문제해결 과정에서 직관의 역할에 대해 Wallas(1926)는 창의적인 문제해결 과정의 준비 과정에서 의식적인 활동과 부화 단계에서의 무의식적 활동을 거쳐 아이디어의 발현이 일어난다고 했는데, 아이디어의 발현을 직관으로 설명할 수 있다. Poincaré(1905)도 수학에서 직관의 가치와 중요성을 제시하고 있다.

직관의 힘에 의해 창의적인 문제해결이 일어도록 하기 위해서는 이에 적절한 학습 환경을 제공해 주는 사전 활동이 필요하다. 문제해결자에게 중요한 것은 아직 연결되지 않은 개념들을 연결시키고자 하는 정신적 활동을 할 준비가 되어 있느냐의 여부이고, 의식적이고 집중적인 활동 후에 조용하고 편안한 과정 속에서 아이디어들을 연결시킬 수 있으면 더욱 효과적일 것이다(Ervynck, 1991). Ervynck(1991)은 수학적 창의성의 원동력으로 이해, 직관, 통찰력, 일반화를 들고, 이 요소의 상호작용에 의해 수학적인 창의성이 생긴다고 보았으며, 직관이 창의적인 수학 문제해결 과정에 얼마나 효과적인가를 '디오판투스의 묘비 문제'의 해결 방법을 예로 들고 있다.

직관이 문제해결의 실마리를 제공하거나, 문제해결에 중요한 역할을 하는 것에 비해 학생들이 문제를 해결하는 과정에서 직관을 활용하는 정도는 낮은 편이며, 직관적으로 해결하는 경우에도 일상의 경험이나 초기의 교수·학습의 영향에 의해 지배되는 특징이 있다(이대현, 2001). 또한 현장 교사들도 문제를 해결할 때 직관적으로 해결하는 능력이 낮음을 보고하고 있다(김해규, 2012). 이것은 종전의 교육이 다양한 문제해결의 경험을 제공해 주지 못한 데에도 그 원인이 있을 것이다.

수학 문제는 문제에 내재된 조건이나 특징에 따라, 또는 문제해결자의 문제해결 선호 정도에 따라 <표 Ⅱ-1>과 같이, 알고리즘에 의존하여 문제를 해결하려는 것부터 직관적 사고나 통찰에 의해 문제를 해결하려는 것까지 다양하게 나타날 수 있다. 본 연구에서는 문제해결 방식이 단계적이고 분석적인지, 또는 즉각적인지에 따라 논리적 수준과 직관적 수준으로 문제해결 수준을 크게 구분하였다. 그리고 논리적 수준은 알고리즘 수준으로, 직관적 수준은 반-직관적 수준, 전-직관적 수준, 직관적 수준으로 구분하였다. 특히 직관적 수준은 문제에 대한 정보로부터 즉각적인 접근이 이루어진다는 공통점이 있으나, 정보의 즉각적인 해석이 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 하여 오류를 산출하는 경우에 반-직관적 수준, 정보의 해석은 올바르지만 통찰이 일어나지 못하여 옳은 결과를 산출하지 못한 경우에 전-직관적 수준, 통찰이 일어나서 문제를 올바르게 해결하는 경우에 직관적 수준으로 구분하였다. 그렇지만, 본 연구에서 제시한 4가지 문제해결 수준으로 모든 수학 문제해결을 구분할 수는 없으며, 직관적 수준의 관점에서 전형적으로 나타날 수 있는 수준을 본 연구에서는 구분하여 제시하였다.

이를 더 구체적으로 살펴보면, 논리적 수준이란 Ervynck(1991)이 창의적 활동의 과정으로 제시한 알고리즘 활동의 과정으로, 계산, 조작, 풀이 등을 위해 수학적 연산을 실행하는 것이다. 즉, 알고리즘의 적용이나 공식의 활용과 같이 분명한 알고리즘을 활용하여 문제를 해결하는 것을 의미한다. 이러한 문제해결 수준에서는 단계적으로 알고리즘을 적용하는 과정으로 문제해결이 이루어지며, 이에 본 연구에서는 이를 논리적 수준의 대표적인 방법으로 알고리즘 수준이라고 하였다.

직관적 수준이란 문제에 내재된 특징적인 요

<표 Ⅱ-1> 문제해결의 수준 구분

논리적	알고리즘 수준 (algorithmic stage)	· 문제에 내재된 수학적 원리에 따라 계산･조작과 같은 연산을 실행하여 문제를 해결하는 수준 · 직관적 수준에 의한 문제해결에 속하지 않는 알고리즘 활동의 과정으로, 알고리즘이나 공식의 활용과 같이 분명하게 알려진 단계나 절차를 활용하여 문제를 해결하는 수준
직관적	반-직관적 수준 (counter-intuitive stage)	· 즉각적으로 판단하고 해석하여 문제를 해결하지만, 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 문제를 해결함으로써 오류를 일으키는 수준
	전-직관적 수준 (pre-intuitive stage)	· 시각적･감각적이거나 문제에 제시된 이미지에 의존하여 즉각적으로 문제해결을 시도하지만, 통찰이 일어나지 않아 문제에 대한 옳은 답을 얻지 못하는 수준
	직관적 수준 (intuitive stage)	· 직관적 판단에 의해 문제에 제시된 정보로부터 개연적 추론과정을 통해 정보를 재구성･재구조화하거나 시각화하는 과정으로 즉각적으로 올바르게 답을 산출하는 수준

소에 대한 즉각적 인식을 바탕으로 개연적 추측에 의존하여 비-알고리즘적인 활동이 이루어지는 수준으로, 직관적 수준(intuitive stage), 전-직관적 수준(pre-intuitive stage), 반-직관적 수준(counter-intuitive stage)으로 나눌 수 있다. 직관적 수준은 문제에 포함된 정보로부터 풀이 방법에 대한 통찰을 바탕으로 올바른 답을 산출하는 수준이다. 이 수준의 예시로는 Gauss가 1에서 100까지의 자연수의 합을 구하는 상황에서 문제의 구조를 단순화하여 직관적으로 대상을 지각하여 문제를 쉽게 해결한 것과 같은 유형의 문제해결을 들 수 있다(Resnick & Ford, 1981).

전-직관적 수준은 Wertheimer의 평행사변형 문제에서 평행사변형의 외부에 수선이 내려지는 경우에 아이들이 보인 반응과 같이 문제에 대한 통찰이 일어나지 않아 옳은 답을 얻지 못하는 수준이다(김해규, 2012). 이 경우에 이전에 무관했던 정보들 간에 유용한 조합이 이루어져서 문제해결을 위한 통찰이 이루어지는 경우에는 직관적 수준으로 이행되게 된다.

반-직관적 수준은 즉각적인 판단으로 문제를 해결하지만, 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 문제를 해결함으로써 오류를 일으키는 수준이다. 이 경우에 학생들은 자신의 오답을 수용하는 정도가 강하며(Fischbein, Tirosh & Melamed, 1981), 직관적으로 인식하는 사실과 형식적 정의와의 차이 때문에 이러한 현상이 나타나기도 한다(Vinner, 1991).

이 논문에서는 초등 예비교사들이 학교 수학에서 접할 수 있는 수학 문제 중에서 알고리즘에 의존하여 문제를 해결할 수 있는 것부터 직관적 사고나 통찰에 의해 문제를 해결할 수 있는 것과 같이, 여러 가지 방법으로 해결할 수 있는 문제를 활용하여 4가지 수준에 따른 수학 문제해결 과정을 분석할 것이다. 이를 통해 초등 예비교사들의 문제해결 정도를 파악하고, 이를 바탕으로 예비교사의 직관적 수준에 의한 문제해결에 시사점을 도출하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구는 교사들이 갖추어야 할 지식의 하나로 직관적 수준에서 문제해결 정도와 방법을 알아보기 위한 것이다. 이를 위해 알고리즘에 의한 해결에서 부터 직관적 사고에 의한 해결까지 가

<표 Ⅲ-1> 문제해결 수준에 따른 검사 문제의 구성

문제		문제 내용	수준 분석 기준	참 조
유형1	1	정삼각형의 내접원에 내접하는 정삼각형의 넓이를 회전을 활용하여 구할 수 있는가?	내접삼각형을 회전하여 구하기	한명수(역)(1994), p. 105
	3	잘려진 정사각형의 색종이에서 도형의 재구성을 통해 작은 정사각형의 넓이를 구할 수 있는가?	잘린 삼각형을 이동하여 재구성하기	경익선(역)(1997). p. 41
	5	정사각형 모양의 바둑돌 배열에서 필요한 바둑돌의 수를 구할 수 있는가?	배열에서 제곱수를 인식하기	경익선(역)(1997). p. 159
	7	자연수열의 합으로 표현된 식의 값을 제곱수의 성질을 이용하여 구할 수 있는가?	자연수들의 합의 구조를 시각화하기	재구성 문제
	9	연속된 수의 짝수의 합에서 홀수의 합의 차를 구할 수 있는가?	연속된 수의 차를 인식하기	재구성 문제
유형2	2	둘레가 일정할 때 모양을 변형시키면 사각형의 넓이는 변하는가?	둘레가 같으면 넓이도 같은가?	이대현(2001), p. 97
	4	회전하는 동전이 고정된 동전을 1회전할 때 몇 도 회전하는가?	동전이 회전수만큼 같게 회전하는가?	한명수(역)(1994), p. 49
	6	서로를 향해 동시에 출발한 배가 서로 만나는 횟수를 빠짐없이 셀 수 있는가?	한 배만을 기준으로 판단하는가?	Petkovic(2009), p. 188
	8	12시간동안 큰 바늘이 작은 바늘을 앞지르는 횟수를 구할 수 있는가?	24시간에 고착화되어 판단하는가?	김관영, 이승수(역)(1992). p. 26
	10	일정한 차이가 나는 달리기 경주에서 차이만큼 거리를 조정하면 동시에 도착하는가?	차이만큼 보정하면 동시에 도착하는가?	재구성 문제

능한 문제를 활용하여 초등 예비교사들의 문제해결 정도와 방법을 조사해 분석하였다. 이를 위한 연구 대상 및 방법은 다음과 같다.

1. 연구 대상 및 방법

본 연구를 위해 초등 예비교사인 G교육대학교 1학년(73명)과 3학년(88명) 학생 161명이 연구 대상으로 임의 표집되었다. 따라서 본 연구 결과를 모든 초등 예비교사들에게 일반화하기에는 무리가 따른다. 1학년 학생들에 비해 3학년 학생들은 ‘수학과 교육’ 강좌를 2시간씩 이수한 예비교사들이었다. 본 연구에서 예비교사 교육과정 이수중인 1학년과 3학년을 선정한 이유는 예비교사 교육기간과 ‘수학과 교육’ 강좌의 이수 정도가 직관적 수준에서 예비교사들의 수학 문제해결에 어떤 영향을 끼치는가를 살펴보기 위함이었다.

본 연구를 위하여 연구 목적에 맞는 검사지를 제작하고, 이를 이용한 조사연구를 실시하였다. 검사 과정에서는 문제해결 방법에 조건을 제시하지 않고 자유롭게 문제해결 방법을 선택하여 해결하도록 하였다.

2. 검사도구 및 자료 분석

본 연구에서는 알고리즘에 의한 해결에서 부터 직관적 사고에 의한 해결까지 가능한 문제를 활용하여 예비교사들의 문제해결 방법과 정도를 분석하였다. 따라서 초등학교 수학 지도 내용과 관련하여 예비교사들의 수준에서 알고리즘에 의한 해결에서부터 직관적으로 해결 가능한 문제와 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제

를 제작하는데 초점을 두었다. 검사 문제는 10개로, 직관적 사고에 의해 해결 가능한 문제 5개(유형 1)와 직관적 사고로 인해 오류 발생 가능성이 있는 문제 5개(유형 2)로 구성되었다. 이러한 문제들은 선행연구에서 활용한 문제이거나 예비교사들이 지도할 초등 교육과정의 내용을 반영하여 재구성한 문제들로, 문제에 내재된 특징적 요소에 대한 즉각적 인식을 바탕으로 문제를 해결할 수 있는 문제들이다. 특히 직관적 사고에 의해 해결 가능한 문제는 알고리즘을 직접 적용하는 대신, 문제에 내재된 특징적 요소에 대한 즉각적 인식을 바탕으로 문제를 재구성ㆍ재구조화하거나 시각화하는 과정으로 해결할 수 있는 문제이다. 예를 들어 1에서 100까지의 짝수의 합에서 홀수의 합의 차를 구하는 문제에서는 이웃하는 수들의 차가 1이라는 통찰을 통해 직관적으로 해결하는 것을 의미한다. 이 문제의 경우에 짝수의 합과 홀수의 합을 각각 구하여 그 차를 구하는 것은 전형적인 알고리즘에 의한 해결 방법이다. 그리고 직관적 사고로 인해 오류 발생 가능한 문제는 문제에 내재된 정보에 대한 분석의 과정을 거치지 않고 문제에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 즉각적으로 해결할 경우에 오류가 발생하는 문제이다.

각 문제에 대한 정보는 <표 Ⅲ-1>과 같다. 그리고 검사를 위해 예비검사를 실시하여 완성한 본 검사도구의 신뢰도는 Cronbach의 α계수가 0.363으로 낮게 나타났는데, 검사 문제가 직관적 사고에 의해 해결 가능한 문제와 직관적 사고로 인해 오류 발생 가능성이 있는 상반된 문제로 구성되어 있기 때문이다. 이에 직관적 사고에 의해 해결 가능한 문제에서는 Cronbach의 α계수가 0.523으로 나타났으며, 연산과 같은 영역의 문제만으로는 신뢰도가 높게 나타났다.

자료 분석에서는 예비교사들이 해결한 검사지를 바탕으로 먼저 정답의 유무를 파악하였고, <표 Ⅱ-1>의 문제해결 수준에 따라 알고리즘 수준에 의한 해결, 반-직관적 수준에 의한 해결, 전-직관적 수준에 의한 해결, 직관적 수준에 의한 해결로 나누어 분석하였다. 특히 문제해결 수준의 분석에서는 예비교사들의 반응에 따라 정답은 알고리즘 수준과 직관적 수준으로, 오답은 알고리즘 수준, 전-직관적 수준, 반-직관적 수준으로 분석하였다. 그리고 각 유형의 문제에 대한 분석의 판단 기준은 <표 Ⅲ-1>의 수준 분석 기준을 따랐다.

3. 연구 절차

본 연구를 위한 절차는 다음과 같다. 1단계는 검사를 위한 문제를 제작하는 과정이었다. 문제 제작에서는 선행연구에서 활용한 문제와 검사대상에 맞게 추출한 직관적으로 해결가능한 문제와 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제를 초등 교육과정의 내용을 반영하면서 예비교사들의 수준에 맞도록 제작하였다.

2단계는 검사 대상을 선정하고 검사를 실시하는 과정이었다. 검사대상은 검사에 응하기로 한 예비교사들을 대상으로 실시하였고, 40분 동안 충분한 시간을 주어 해결하도록 하였다.

3단계는 예비교사들이 해결한 검사 결과를 분석하고, 사고과정에 대한 정확한 정보를 파악하는 과정이었다. 결과 분석에서는 예비교사들이 해결한 검사지를 활용하여 먼저 정답 유무를 파악하고, 문제해결 과정에 활용한 문제해결 수준을 분석하는데 초점을 두었다.

4단계에서는 3단계에서 이루어진 연구 결과를 바탕으로 예비교사들이 수학 문제를 해결하는 과정에서 보인 문제해결 정도와 수준을 파악하고, 이를 바탕으로 학교 교육에 시사점을 도출하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 문제해결 능력 분석

이 절에서는 초등 예비교사들을 대상으로 실시한 검사 결과를 분석하였다. 결과 분석에서는 먼저, 검사 대상 161명의 결과를 정답과 오답 및 무반응으로 나누어 문제해결 능력을 분석하였다. 검사 대상 161명의 검사 결과는 <표 Ⅵ-1>과 같다.

전체적으로 직관적으로 해결 가능한 문제에서는 정답률이 65.3%. 오답률이 25.7%, 무응답률이 9.0%로 나타났다. 또한 반-직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서는 정답률이 21.7%. 오답률이 55.4%, 무응답률이 22.9%로 나타났다. 결과를 살펴보면, 직관적으로 해결 가능한 문제에서는 다음 절의 <표 Ⅵ-5>와 같이 직관적 풀이 방법 외에 알고리즘을 활용한 풀이 방법을 통해 정답을 한 경우가 많았다. 그렇지만 반-직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서는 직관에 의한 장애로 인해 낮은 정답률을 보였다. 한편, 문제 전체에 대한 정답률이 43.5%에 머물러 있고, 일부 문제에서는 정답률이 매우 낮고 해결 시도를 하지 않은 무반응자의 비율이 높게 나타난 것으로 볼 때, 예비교사들의 문제해결에 대한 관심과 노력이 필요함을 알 수 있다.

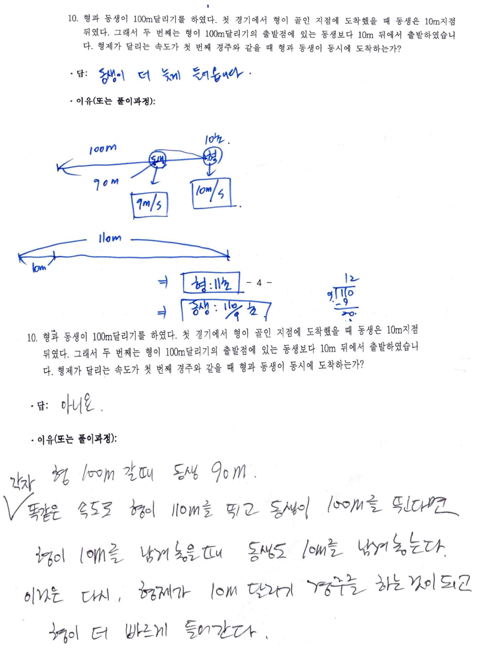
각각의 결과를 세부적으로 살펴보면, 직관적으로 해결 가능한 문제에서는 1번 문제와 같이 넓이를 간접측정법으로 구하는데 필요한 도형의 구성 요소의 측정값이 직접 주어지지 않은 문제에서 정답률이 낮았으며, 7번이나 9번과 같이 알고리즘으로 해결하거나 직관적으로 판단하여 해결할 수 있는 가능성이 있는 문제에서는 정답률이 높게 나타났다. 또 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서는 4, 6, 8번과 같이 알고리즘에 의한 해결이 어려운 문제에서는 정답률이 현저히 낮았으며, 이러한 경우에는 문제에 주어진 조건에 대한 체계적인 분석 과정을 거치면 정답을 할 수 있는 가능성이 높다는 면에서 볼 때, 문제에 주어진 정보를 이해하고 적절한 해결책을 모색하는 문제해결 경험이 필요함을 알 수 있다.

그렇지만 (문제 10번)에서는 (유형 2)의 다른

<표 Ⅵ-1> 전체 문제해결 능력 수준의 분석 결과(총 161명)

구	분	정답자 수(%)	오답자 수(%)	무응답자 수(%)
문제	1	63(39.1)	92(57.2)	6(3.7)
	3	97(60.3)	44(27.3)	20(12.4)
	5	86(53.4)	45(28.0)	30(18.6)
	7	137(85.1)	18(11.2)	6(3.7)
	9	143(88.8)	8(5.0)	10(6.2)
	소계	526(65.3)	207(25.7)	72(9.0)
	2	30(18.6)	126(78.3)	5(3.1)
	4	10(6.2)	112(69.6)	39(24.2)
	6	7(4.3)	108(67.1)	46(28.6)
	8	28(17.4)	75(46.6)	58(36.0)
	10	100(62.1)	25(15.5)	36(22.4)
	소계	175(21.7)	446(55.4)	184(22.9)
총 계		701(43.5)	653(40.6)	256(15.9)

문제와 마찬가지로 문제에 주어진 정보를 직관적으로 잘못 판단할 경우에 오류가 발생할 수 있지만, 단계적이고 분석적인 접근이 용이한 정보에 집중하여 알고리즘 방법으로 해결 할 경우에는 다른 문제에 비해 정답률이 높게 나타났다 (<표 Ⅵ-7> 참고).


10. 형과 동생이 100m달리기를 하였다. 첫 경기에서 형이 골인 지점에 도착했을 때 동생은 10m지점 뒤였다. 그래서 두 번째는 형이 100m달리기의 출발점에 있는 동생보다 10m 뒤에서 출발하였습니다. 형제가 달리는 속도가 첫 번째 경주와 같을 때 형과 동생이 동시에 도착하는가?

· 답: 동생이 더 늦게 들어옵니다.

· 이유(또는 풀이과정):

- 4 -

10. 형과 동생이 100m달리기를 하였다. 첫 경기에서 형이 골인 지점에 도착했을 때 동생은 10m지점 뒤였다. 그래서 두 번째는 형이 100m달리기의 출발점에 있는 동생보다 10m 뒤에서 출발하였습니다. 형제가 달리는 속도가 첫 번째 경주와 같을 때 형과 동생이 동시에 도착하는가?

· 답: 아니오.

· 이유(또는 풀이과정):

형 100m 갈때 동생 90m.

각자 똑같은 속도로 형이 110m를 뛰고 동생이 100m를 뛴다면 형이 10m를 남겨놓을때 동생도 10m를 남겨놓는다. 이것은 다시, 형제가 10m 달리기 경주를 하는 것이되고 형이 더 빠르게 들어간다.

[그림 Ⅵ-1] (문제 10번)에 대한 문제해결

<표 Ⅵ-2>는 학년별 문제해결 능력의 분석 결과를 나타낸 것이다. 학년별 문제해결 분석에서 직관적으로 해결 가능한 문제에서는 3학년이 67.7%, 1학년이 62.5%의 정답률을 나타내어 이 영역에서 3학년 학생들이 1학년 학생들보다 높은 정답률을 나타내었다. 그리고 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서도 3학년이 23.4%, 1학년이 19.7%의 정답률을 나타내어 3학년 학생들이 1학년 학생들에 비해 문제에 주어진 정보에 대한 분석 정도가 높은 것으로 나타났다.

한편, 1학년 학생들의 무응답 비율이 직관적으로 해결 가능한 문제와 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제 모두에서 3학년의 무응답 비율에 비해 높게 나타났다. 이것은 초등 예비교사의 교사교육과정에서 점진적인 수학 문제해결 교육의 체계적인 필요성을 제기한다. 학년별 문제해결 능력의 분석결과, 두 경우에 모두 3학년 학생들의 정답률이 약간 높았으나, 두 집단사이에 유의미한 차이가 있는가를 알아보기 위하여 독립표본 t-검정을 실시해 보았다.

<표 Ⅵ-3>과 같이, 직관적 사고에 의한 문제해결에서 3학년과 1학년 학생들에 따라 결과에 통계적으로 유의미한가를 분석한 결과, 검정통계량

<표 Ⅵ-2> 학년별 문제해결 능력 수준의 분석 결과

구 분		정답자 수(%)		오답자 수(%)		무응답자 수(%)	
		3년	1년	3년	1년	3년	1년
문제	1	35(39.8)	28(38.4)	50(56.8)	42(57.5)	3(3.4)	3(4.1)
	3	55(62.5)	42(57.5)	26(29.5)	18(24.7)	7(8.0)	13(17.8)
	5	53(60.2)	33(45.2)	24(27.3)	21(28.8)	11(12.5)	19(26.0)
	7	77(87.5)	60(82.2)	9(10.2)	9(12.3)	2(2.3)	4(5.5)
	9	78(88.6)	65(89.0)	7(8.0)	1(1.4)	3(3.4)	7(9.6)
	계	298(67.7)	228(62.5)	116(26.4)	91(24.9)	26(5.9)	46(12.6)
	2	17(19.3)	13(17.8)	68(77.3)	58(79.5)	3(3.4)	2(2.7)
	4	6(6.8)	4(5.5)	61(69.3)	51(69.9)	21(23.9)	18(24.6)
	6	6(6.8)	1(1.4)	68(77.3)	40(54.8)	14(15.9)	32(43.8)
	8	18(20.5)	10(13.7)	45(51.1)	30(41.1)	25(28.4)	33(45.2)
	10	56(63.6)	44(60.3)	17(19.3)	8(10.9)	15(17.1)	21(28.8)
	계	103(23.4)	72(19.7)	259(58.9)	187(51.2)	78(17.7)	106(29.1)
총 계		401(45.6)	300(41.1)	375(42.6)	278(38.1)	104(11.8)	152(20.8)

의 유의확률이 0.115로, 이는 유의수준 0.05보다 크다. 따라서 직관적 사고에 의한 문제해결에서 3학년과 1학년 학생들 사이에 '유의수준 5%하에서 차이가 없다.'라고 결론을 내릴 수 있다.

<표 VI-3> 학년별 직관적 문제해결 수준 검정 결과

	N	평균	표준 편차	t	p
3년	88	3.39	1.139	-1.585	.115
1년	73	3.10	1.180		

또, <표 VI-4>와 같이 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서 3학년과 1학년 학생들에 따라 결과에 통계적으로 유의미한가를 분석한 결과, 검정통계량의 유의확률이 0.136으로, 이는 유의수준 0.05보다 크다.

<표 VI-4> 학년별 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결 수준 검정 결과

	N	평균	표준 편차	t	p
3년	88	1.20	0.860	-1.498	.136
1년	73	1.00	0.866		

따라서 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서도 3학년과 1학년 학생들 사이에 '유의수준 5%하에서 차이가 없다.'라고 결론을 내릴 수 있다.

이를 통해 직관적 수준의 문제해결에서는 대학교육과정을 통해 학습한 내용이 크게 영향을 끼치지 않다는 것을 알 수 있으며, 수학 문제해결의 중요한 역할을 수행하는 직관적 사고에 의한 문제해결에 대하여 예비교사를 위한 교수 방안을 체계적으로 모색할 필요성을 제기한다.

2. 직관적 사고에 의한 문제해결 수준 분석

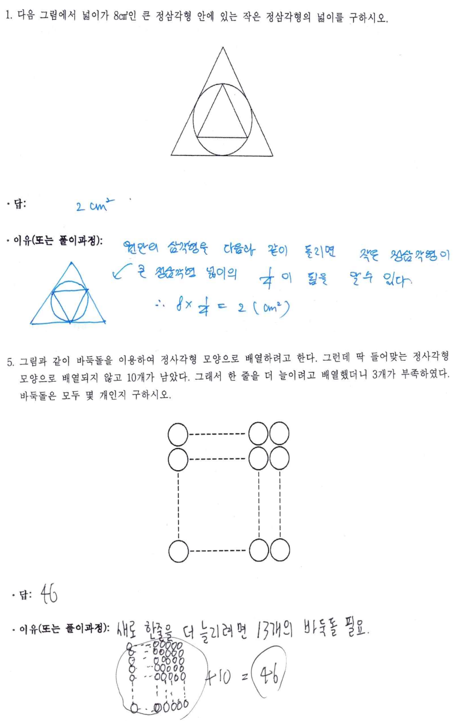
이 절에서는 직관적 사고에 의해 해결할 수 있는 문제를 활용한 초등 예비교사들의 검사 결과를 분석하였다. 검사대상 161명에 대한 직관적 사고에 의한 문제해결의 분석 결과는 <표 VI-5>와 같다.

직관적 사고에 의해 해결할 수 있는 문제에 대한 정답자들의 반응은 알고리즘 수준에서 정답을 한 경우와 직관적 수준에서 정답을 한 경우로 나타났고, 알고리즘 수준에서 정답을 한 비율이 높았다. 그렇지만 문제에 주어진 그림의 구조를 재구조화할 수 있는 3번과 연속된 짝수의 합과 홀수의 합의 차를 구하는 문제에서는 직관적 수준에서 정답률이 높았다. 이것은 문제의 구조와 형태에 따라 직관적 사고를 유도하고 경험시킬 수 있는 가능성을 확인하는 것이다. 한편, (문제 1, 5번)에 대한 직관적 사고에 의한 해결

<표 VI-5> 전체 학생들의 직관적 사고에 의한 문제해결 수준 분석 결과

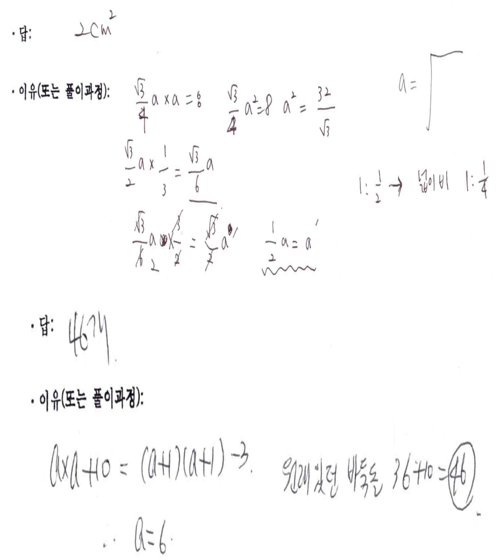
구분		정답자 수(%)		오답자 수(%)		
분석 유형		알고리즘	직관적	알고리즘	전 직관적	반 직관적
문제	1	41(65.1)	22(34.9)	80(87.0)	12(13.0)	0(0)
	3	31(32.0)	66(68.0)	12(27.3)	32(72.7)	0(0)
	5	47(54.7)	39(45.3)	33(73.3)	12(26.7)	0(0)
	7	129(94.2)	8(5.8)	18(100)	0(0)	0(0)
	9	50(35.0)	93(65.0)	7(87.5)	1(12.5)	0(0)
계		298(56.7)	228(43.3)	150(72.5)	57(27.5)	0(0)

방법은 [그림 VI-2]와 같다.



[그림 VI-2] (문제 1, 5번)에 대한 직관적 문제해결

그리고 대표적인 문제에 대한 전형적인 알고리즘에 의한 해결 방법은 [그림 VI-3]과 같다. 예를 들어, (문제 1번)에서 전형적인 알고리즘에 의한 해결 방법은 주로 정삼각형의 넓이를 구하는 공식과 닮음비를 활용하는 것이었다.



[그림 VI-3] (문제 1, 5번)에 대한 알고리즘에 의한 문제해결

<표 VI-6> 학년별 직관적 사고에 의한 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)				오답자 수(%)					
분석 유형		알고리즘		직관적		알고리즘		전 직관적		반 직관적	
		3년	1년	3년	1년	3년	1년	3년	1년	3년	1년
문제	1	24 (68.6)	17 (60.7)	11 (31.4)	11 (39.3)	43 (86.0)	37 (88.1)	7 (14.0)	5 (11.9)	0 (0)	0 (0)
	3	13 (23.6)	18 (42.9)	42 (76.4)	24 (57.1)	5 (19.2)	7	21 (80.8)	11	0 (0)	0 (0)
	5	24 (45.3)	23 (69.7)	29 (54.7)	10 (30.3)	17 (70.8)	16 (76.2)	7 (29.2)	5 (23.8)	0 (0)	0 (0)
	7	72 (93.5)	57 (95.0)	5 (6.5)	3 (5.0)	9 (100)	9 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
	9	25 (32.1)	25 (38.5)	53 (67.9)	40 (61.5)	7 (100)	0 (0)	0 (0)	1 (100)	0 (0)	0 (0)
계		158 (53.0)	140 (61.4)	140 (47.0)	88 (38.6)	81 (69.8)	69 (75.8)	35 (30.2)	22 (24.2)	0 (0)	0 (0)

이 절에서는 <표 VI-3>과 <표 VI-4>에서 살펴본 바와 같이, 3학년과 1학년 학생들의 직관적으로 해결 가능한 문제와 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서 유의미한 차이가 나타나지 않았으므로 이들의 학년별 비교·분석에서는 문제해결의 수준에 의한 비율만을 대상으로 하였다.

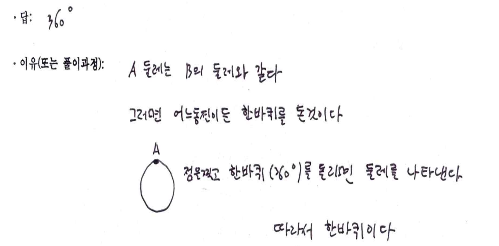
학년별 직관적 사고에 의한 문제해결에서는 전체적으로 정답자의 분포가 1학년 학생들이 3학년 학생들보다 알고리즘 수준의 해결 방법을 선호하는 것으로 나타났다. 그렇지만 1번 문제의 경우에는 3학년 학생들의 알고리즘 수준의 해결 비율이 높았는데, 문제의 내용이 직관적으로 해결할 수 있는 전형적인 문제임을 고려할 때 교사교육 기간 동안에 다양한 수학 문제해결 경험을 통해 이러한 능력을 길러 줄 필요가 있음을 알 수 있다.

3. 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결 수준 분석

이 절에서는 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제를 활용한 초등 예비교사들의 검사 결과를 분석하였다. 검사대상 161명에 대한 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결의 분석 결과는 <표 VI-7>과 같다.

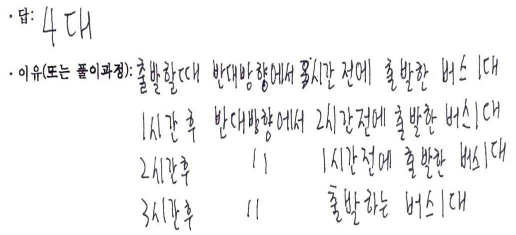
직관적 사고에 의한 오류 발생 가능한 문제해결에서 정답자들은 알고리즘 수준에서 정답을 한 경우와 직관적 수준에서 정답을 한 경우로 나타났다. 그리고 두 가지 중에서 직관적 수준에서 정답을 한 비율이 높았지만, 빈도수는 전체 응답자에 비해 많이 낮았다. 그런데 10번 문제의 경우에 문제에 주어진 단순 정보보다는 알고리즘에 의해 해결이 용이한 문제 구조의 특성 상 알고리즘에 의한 해결 비율이 직관적 수준에 의한 해결의 비율보다 높게 나타났다.

전체적으로 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서는 직관적 수준에서 문제에 대한 정보를 즉각적으로 판단하고 해석하여 문제를 해결하지만, 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 문제를 해결함으로써 오류를 일으키는 경우가 많이 나타났다. 따라서 문제의 외관적 정보보다는 문제에 내재된 정보를 면밀히 분석하여 문제를 해결할 기회를 제공하는 것도 필요하다. 한편, 이 부분의 (문제 4, 6번)에 대한 반-직관적 수준에 의한 해결 방법은 [그림 VI-4]와 같다.



<표 VI-7> 전체 학생들의 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 한 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)		오답자 수(%)		
분석 유형		알고리즘	직관적	알고리즘	전 직관적	반 직관적
문제	2	8(26.7)	22(73.3)	1(0.8)	4(3.2)	121(96.0)
	4	4(40.0)	6(60.0)	3(2.7)	15(13.4)	94(83.9)
	6	0(0)	7(100)	2(1.9)	54(50.0)	52(48.1)
	8	0(0)	28(100)	3(4.0)	2(2.7)	70(93.3)
	10	55(55.0)	45(45.0)	4(16.0)	5(20.0)	16(64.0)
계		67(38.3)	108(61.7)	13(2.9)	80(17.9)	353(79.2)



[그림 VI-4] (문제 4, 6번)에 대한 문제해결

학년별 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결의 정답자 분포에서는 오답자의 반응을 분석할 필요가 있다. 3학년 학생들의 경우에 문제에 대한 특징적 정보를 즉각적으로 판단하고 해석하여 문제에 오류를 보인 비율이 1학년 학생들의 비율보다 낮았다. 이것은 3학년 학생들이 1학년 학생들에 비해 문제의 외형 조건에 치중하지 않고 다양한 해결 방안을 모색했다는데 의의가 있다.

4. 논의

본 연구의 결과 분석에서는 논리적 수준의 해결 방법으로 알고리즘 수준의 해결, 직관적 수준의 해결 방법으로 직관적 수준, 전-직관적 수준, 반-직관적 수준의 해결로 구분하여 분석하였다. 직관적 사고에 의한 문제해결에서는 직관적 사고에 의해 쉽게 해결 가능한 문제를 어떻게 해결하는지? 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제에서는 예비교사들이 문제에 주어진 외형적 정보에 치중하여 문제를 해결함으로써 오류를 보이는가에 초점을 두고 분석하였다. 이를 통해 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

첫째, 본 연구에서 사용된 10개의 검사 문제에 대한 정답률이 43.5%에 그치고 있고, '수학과 교육'을 2학점 이수한 3학년 학생들과 그렇지 않은 1학년 학생들 사이에도 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 우리나라의 교육대학교에서 예비교사 교육 기간 동안 이수하는 수학과 교육 관련 학점은 평균 7학점 정도(교양수학 2, 교과교육학 5)이고, 문제해결에 대한 강좌는 수학교육과 심화과정에서만 부분적으로 이루어지고 있는 형편이다. 이러한 상황에서 여러 심화과정의 예비교사들이 수학 문제해결을 경험할 기회를 갖기 어렵다는 것은 분명하다. 따라서 예비교사 교육 기간에 수학과 교육과 체계적인 문제해결 경험을 위한 이수시간 확보에 초등수학교육자 공

<표 VI-8> 학년별 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)				오답자 수(%)					
분석 유형		알고리즘		직관적		알고리즘		전-직관적		반-직관적	
		3년	1년	3년	1년	3년	1년	3년	1년	3년	1년
문제	2	7 (41.2)	1 (7.7)	10 (58.8)	12 (92.3)	0 (0)	1 (1.7)	4 (6.3)	0 (0)	64 (93.7)	57 (98.3)
	4	3 (50.0)	1 (25.0)	3 (50.0)	3 (75.0)	1 (1.6)	2 (3.9)	8 (13.1)	7 (13.7)	52 (85.3)	42 (82.4)
	6	0 (0)	0 (0)	6 (100)	1 (100)	2 (2.9)	0 (0)	43 (63.3)	11 (27.5)	23 (33.8)	29 (72.5)
	8	0 (0)	0 (0)	18 (100)	10 (100)	3 (0.7)	0 (0)	1 (0.2)	1 (3.3)	41 (9.1)	29 (96.7)
	10	38 (67.9)	17 (38.6)	18 (32.1)	27 (61.4)	4 (23.5)	0 (0)	4 (23.5)	1 (12.5)	9 (53.0)	7 (87.5)
계		48 (46.6)	19 (26.4)	55 (53.4)	53 (73.6)	10 (3.8)	3 (1.6)	60 (23.2)	20 (10.7)	189 (73.0)	164 (87.7)

동의 노력이 요구된다.

둘째, 직관적 사고에 의해 해결할 수 있는 문제에 대해 예비교사들은 여전히 알고리즘에 의한 해결 방법을 선호하고 있었다. 특히 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 적용하는 것과 같이 문제에 내재된 특성이 전형적인 공식을 포함한 경우에는 알고리즘에 의한 해결을 강하게 선호하고 있었다. 그렇지만 문제의 구조를 재구성할 수 있거나 문제의 정보를 직관적으로 파악할 수 있는 문제에 따라서는 직관적 수준의 해결 비율이 높게 나타나기도 했다. 이것은 직관적 사고에 의한 문제해결의 특성상 문제에 제시된 정보를 재구성·재구조화하거나 시각화하는 과정으로 문제를 즉각적으로 해결하는 경향이 강하기 때문이다. 따라서 직관적 사고로 해결 가능한 다양한 유형의 문제해결을 경험할 수 있도록 문제 자료를 추출하고 교육할 필요가 있다.

셋째, 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서는 예비교사들이 문제에 대한 정보를 면밀히 분석하고, 그 조건에 적절한 문제해결 방법을 적용하는지를 알아보았다. 본 연구에서도 이러한 유형의 문제에 오답률이 55.4%, 무응답률이 22.9%로 전체적으로 78.3%의 예비교사들이 정답을 하지 못하였다. 수학 문제해결에서 나타나는 인식론적 장애의 형성에 직관이 주요 요인이 되지만, 이를 조절하고 제어하는 능력이 매우 중요하다(우정호, 2011). 특히 수학 문제해결에서는 자신의 사고 과정을 조절하고 제어하는 메타인지적 사고 과정을 통해 문제의 정보를 명확히 분석하는 과정이 요구된다. 이런 면에서 예비교사들의 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서의 낮은 정답률은 이 영역에 대한 이해와 보완의 과정이 필요함을 제기한다.

넷째, 초등 예비교사들의 수학 문제해결과 관련하여 본 연구에서 얻은 결과가 국소적 영역에서의 결과이지만, 예비교사들의 수학 문제해결력에 대한 관심을 일으키기에는 충분하다고 볼 수 있다. 이러한 현상은 교사들에게서도 유사하게 나타날 수 있다(김해규, 2012). 교사가 갖추어야 할 수학적 지식은 교과서에 제시된 문제를 해결하는데 그쳐서는 안 된다. 최근에는 수학사를 활용한 문제해결, 개방형 문제를 활용한 문제해결, 창의적 문제해결 등 다양한 측면의 수학 문제해결 방안을 제시하고 있다. 따라서 다양한 수학 문제해결 능력을 겸비할 수 있는 교육과정의 마련과 노력이 요구된다.

다섯째, 초등 예비교사들의 수학에 대한 관심과 수학을 하는 자세, 수학에 대한 가치 인식 및 흥미도에 대한 분석이 필요하다. 본 연구에서 수학 문제해결에 대해 전체적인 무응답율이 15.9%에 달하였다. 특히 일부 문제에 대해서는 40% 가까이 이르는 것도 있었다. 예비교사들은 수학 문제를 해결할 때 문제를 이해하고 기꺼이 결과를 도출해 내려는 적극적이고 능동적인 자세가 필요하며, 이를 위해 수학에 대한 가치 인식과 흥미를 가질 필요가 있다. 이를 위한 지원으로 수학적 지식이 생활에 활용되고 적용되는 소재의 개발과 다양한 수학적 활동을 직접 체험할 수 있는 수학체험 공간을 마련하여 예비교사들이 충분한 수학적 경험을 할 수 있게 해야 할 것이다.

Ⅴ. 결 론

학교 현장에서 학생들의 수학 능력의 향상을 위하여 교사들에게 다양한 유형의 지식을 요구하고 있다. 특히 수학 문제해결과 관련하여 종전의 문제해결의 초점이 논리적이고 분석적인 과정을 통한 알고리즘적 해결에 치중해 있었다는 사실에 비추어, 직관적 사고에 의한 문제해결에 관심을 가질 필요가 있다.

본 연구에서는 초등 예비교사 161명을 대상으로 초등학교 수학 지도 내용과 관련하여 직관적으로 해결 가능한 문제와 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제를 활용하여 조사연구를 실시하였다. 자료 분석에서는 예비교사들이 해결한 검사지를 바탕으로 먼저 정답의 유무를 파악하고, 본 연구에서 제시한 문제해결의 수준에 따라 알고리즘 수준에 의한 해결, 직관적 수준에 의한 해결, 전-직관적 수준에 의한 해결, 직관적 수준에 의한 해결로 나누어 분석하였다.

연구 결과, 문제 전체의 정답률이 43.5%에 머물러 있고, 일부 문제에서는 지극히 정답률이 낮게 나타남으로써 직관적 수준의 관점에서 예비교사들의 수학 문제해결에 대한 관심과 재고가 필요함을 알 수 있었다.

직관적 사고에 의해 해결할 수 있는 문제해결에서는 알고리즘 수준에서 정답을 한 비율이 높았으나, 일부 문제에서는 직관적 수준에 의한 정답률이 높았다. 이것은 문제의 구조와 형태에 따라 직관적 사고를 유도하고 경험시킬 수 있는 가능성을 확인할 수 있는 기회를 주었다. 또 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서는 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 문제를 해결함으로써 오류를 일으키거나, 문제해결을 시도하지만 통찰이 일어나지 않아 문제의 해를 얻지 못하는 수준의 경우가 많이 나타났다. 따라서 예비교사들이 학교 현장에서 문제해결의 지도를 위해서는 문제를 면밀히 분석하여 문제를 해결할 기회를 제공하는 것도 필요하다.

끝으로 본 연구를 바탕으로 다음과 같은 추후 연구를 위한 제언을 덧붙인다. 첫째, 각 내용 영역별로 학생들의 직관적 사고에 의한 문제해결력을 평가할 수 있는 문제 개발이 요구된다. 본 연구에서 알 수 있듯이, 문제의 내용에 따라서 검사 대상자들의 성취 결과는 큰 차이를 나타내었다. 따라서 교육과정을 아우르는 체계적인 검사 문제를 추출하고, 이를 활용하면 각 영역별 문제해결 지도의 기초 자료가 될 수 있을 것이다. 둘째, 본 연구의 결과를 교사들의 직관적 사고에 의한 문제해결력 검사로 확대하여 실시할 필요가 있다. 교사들의 평가 결과는 현장 수학교육에 대한 정보 수집과 교사교육에 대한 시사점을 도출하는 자료가 될 것이다. 셋째, 학생들의 직관적 사고에 의한 문제해결력을 검사할 필요성이 있다. 특히 학년에 따라 문제해결 방법의 변화가 어떠한지? 직관적 사고에 의해 오류 발생 가능한 문제해결에서는 그러한 현상이 개선이 되는지, 더 고착화가 되는가에 대한 분석이 필요하다. 넷째, 수학교육에서 직관적 사고에 의한 문제해결의 경험할 수 있는 다양한 자료와 교재의 개발이 요구된다. 이는 교육과정이 제시하는 교수원리에서 직관적 원리에 의한 교수 방안이 지극히 미약하다는데서 찾을 수 있다. 따라서 시각화, 직관적 모델 등을 활용한 직관적 사고교육을 위한 자료 및 교재의 개발이 요구된다.

참고 문헌

경익선(역) (1997). **산수 100가지 난문・기문**. 서울: 전파과학사.

김관영, 이승수(역) (1992). **오답으로부터 배운다**. 서울: 전파과학사.

김해규 (2012). 수학 문제해결과정에서 보이는 초등교사의 직관 수준에 관한 연구. **학교수학, 14**(4), 579-598.

우정호 (2011). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울: 서울대학교출판문화원.

이대현 (2001). **수학 문제해결 과정에서 고등학생들의 직관적 사고의 분석**. 한국교원대학교 박사학위논문.

이화진 외 15 (2005). **2005 KICE 교수학습센터 콘텐츠 개발·운영: 내용 교수법(PCK) 및 온라인 수업장학 지원 프로그램 개발을 중심으로**. 연구보고 RRI 2005-1. 한국교육과정평가원.

한명수(역) (1994). **수학 퍼즐 랜드**. 서울: 전파과학사.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering Children's Mathematics Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall(Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 42-53). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fischbein, E., Tirosh, D., & Melamed, U. (1981). Is it possible to measure the intuitive acceptance of a mathematical statement? *Educational Studies in Mathematics, 12*, 491-512.

Hersh, R. (1997). *What is Mathematics, Really?* 허민 (역) (2003). **도대체 수학이란 무엇인가?** 서울: 경문사.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United State.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, Va: NCTM.

NCTM (2007). *Mathematics Teaching Today.* Reston, Va: NCTM.

Petkovic, M. S. (2009). *Famous Puzzles of Great Mathematicians.* The American Mathematical Society. 김인수(역) (2013). **수학사에서 유명한 수학자의 퍼즐**. 서울: 교우사.

Poincaré, H. (1905). *La Valeur de la Science.* 김형보 (역) (1983). **과학의 가치**. 서울: 단대출판부.

Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall(Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp.65-81). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Wallas, G. (1926). *The Art of Thought.* New York: Harcourt Brace.

Wertheimer, M. (1945). *Productive Thinking.* New York: Harper & Brothers Published. 矢田部達郎 (譯) (1952). **生産的 思考**. 岩波現代叢書.

An Analysis on the Elementary Preservice Teachers' Problem Solving Process in Intuitive Stages

Lee, Dae Hyun (Gwangju National University of Education)

In general, the intuitive knowledge that can use in mathematics problem solving is one of the important knowledge to teachers as well as students. So, this study is aimed to analyze the elementary preservice teachers' intuitive knowledge in relation to intuitive and counter-intuitive problem solving. For this, I performed survey to use questionnaire consisting of problems that can solve in intuitive methods and cause the errors by counter-intuitive methods. 161 preservice teachers participated in this study.

I got the conclusion as follows. preservice teachers' intuitive problem solving ability is very low. I special, many preservice teachers preferred algorithmic problem solving to intuitive problem solving. So, it's needed to try to improve preservice teachers' problem solving ability via ensuring both the quality and quantity of problem solving education during preservice training courses. Many preservice teachers showed errors with incomplete knowledges or intuitive judges in counter-intuitive problem solving process. For improving preservice teachers' intuitive problem solving ability, we have to develop the teacher education curriculum and materials for preservice teachers to go through intuitive mathematical problem solving. Add to this, we will strive to improve preservice teachers' interest about mathematics itself and value of mathematics.

* Key Words : Intuitive Thinking(직관적 사고), Logical Thinking(논리적 사고), Preservice Teacher(예비교사), Algorithmic Stage(알고리즘 수준), Intuitive Stage(직관적 수준), Pre-intuitive (전-직관적), Counter-intuitive(반-직관적)

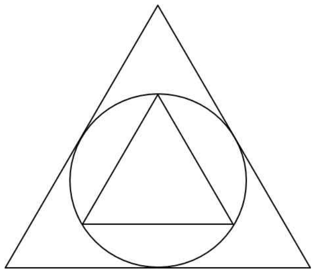
논문접수 : 2014. 10. 4
논문수정 : 2014. 11. 9
심사완료 : 2014. 11. 16

[부록 1] 검사도구

□ 본 검사는 여러분이 선호하는 문제해결 방법을 파악하기 위한 것입니다. 문제를 읽고, 여러분이 사용한 문제해결 방법에 따른'답'과'답에 대한 이유(풀이과정)'를 자세히 기술해 주시기 바랍니다. 모든 문제에 반드시 이유(또는 풀이과정)과 함께 답하여 주시기 바랍니다. 본 검사 결과는 연구 자료로만 활용되며, 검사에 응해 주셔서 감사합니다.

----

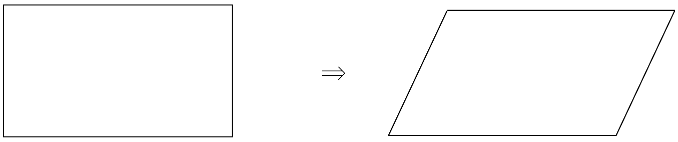
1. 다음 그림에서 넓이가 8㎠인 큰 정삼각형 안에 있는 작은 정삼각형의 넓이를 구하시오.



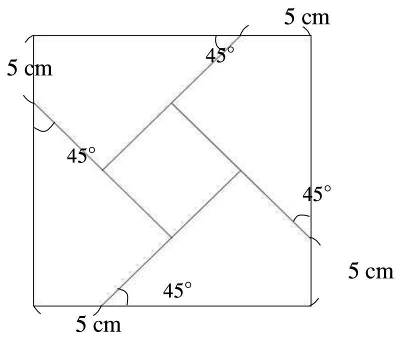
· **답:**

· **이유(또는 풀이과정):**

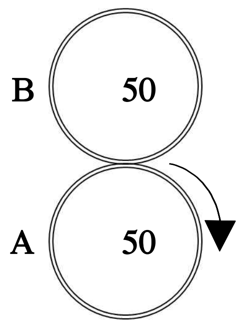
2. 스트로로 만들어진 직사각형이 있다. 이 직사각형을 비스듬히 눕히면 두 도형의 넓이는 같은가? 같지 않다면 어느 도형의 넓이가 넓은가?



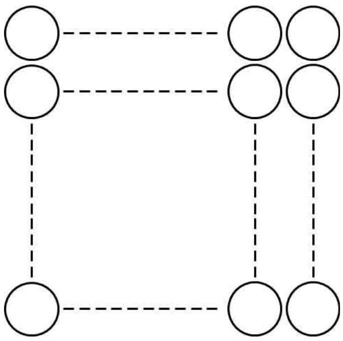
3. 그림과 같이 정사각형 색종이를 각 꼭짓점에서 5㎝떨어진 지점에서 45°로 가위질하여 5부분으로 잘랐다. 이때 중앙에 만들어진 정사각형의 넓이를 구하시오.



4. 500원짜리 동전이 2개 있다. 한 동전 A를 고정해 놓고, 또 다른 동전 B를 A에 붙여 서로 맞닿도록 회전하면서 동전 A의 둘레를 한 바퀴 돌리면 동전 B는 몇 도 회전하는지 구하시오.



5. 그림과 같이 바둑돌을 이용하여 정사각형 모양으로 배열하려고 한다. 그런데 딱 들어맞는 정사각형 모양으로 배열되지 않고 10개가 남았다. 그래서 한 줄을 더 늘이려고 배열했더니 3개가 부족하였다. 바둑돌은 모두 몇 개인지 구하시오.



6. 24시간 내내 계속하여 ㉮시에서 매 시간 정각에 ㉯시를 향해 출발하는 고속버스가 있고, 마찬가지로 24시간 내내 계속하여 ㉯시에서 매 시간 정각에 ㉮시를 향해 출발하는 고속버스가 있다. ㉮시에서 ㉯시까지, ㉯시에서 ㉮시까지는 3시간이 소요된다고 한다. 정각에 ㉮시에서 출발한 고속버스가 출발하는 순간부터 ㉯시에 도착하는 순간까지 반대방향에서 오는 고속버스를 모두 몇 대나 만나는지 구하시오.

7. 다음 계산을 하시오.

$1+2+3+4+\cdot\cdot\cdot+18+19+20+19+18+\cdot\cdot\cdot+4+3+2+1$

8. 한 밤중의 오전 0시에서부터 정오 12시까지 시계의 분 바늘은 시 바늘을 몇 번 앞지르는지 구하시오. 단, 처음의 오전 0시와 최후의 12시는 앞지른다고 하지 않습니다.

9. 1에서 100까지 자연수가 있다. 이 수들에 있는 모든 짝수의 합에서 모든 홀수의 합을 뺀 값을 구하시오.

10. 형과 동생이 100m달리기를 하였다. 첫 경기에서 형이 골인 지점에 도착했을 때 동생은 10m지점 뒤였다. 그래서 두 번째 경기에서는 형이 100m달리기의 출발점에 있는 동생보다 10m 뒤에서 출발하였습니다. 형제가 달리는 속도가 첫 번째 경주와 같을 때 형과 동생이 동시에 도착하는가?