대한수학교육학회지 <학교수학> 제 16 권 제 4 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 16, No. 4, 659 ~ 675. Dec 2014

학습부진 또는 학습장애 위험군 학생들의 비와 비례 문장제 문제해결 향상시키기: 도식기반교수의 역할

전 윤 희* · 장 경 윤**

본 연구는 도식기반교수가 학습부진 또는 학습장애 위험군 학생들의 비와 비례 문장제 문제해결 능력 향상, 일반화와 유지에 도움이 되는가를 살펴보는데 그 목적이 있다. 교수 실험은 기초선 검사, 중재전략교수, 일반화 및 유지검사의 순서로 3명의 중학교 1학년 학생이 본 연구에 참여 하였으며, 문제해결을 위한 중재전략은 FOPS로 이에 기반하여 수업지도안을 작성하여 사용하였다. 연구 결과, 중재 받은 3명의 학생 모두 비와 비례 문장제 문제해결 능력이 향상되었고, 유사한 유형에도 일반화 할 수 있었으며, 2주 후에 실시한 유지검사에서도 문제해결 능력을 유지하고 있는 것으로 나타났다. 본 연구에서 사용한 도식기반전략의 확장을 위해, 장애 학생들의 특성에 맞는 처방적 학습 전략의 개발과 이들에게 실제적으로 도움을 줄 수 있는 도구가 포함된 교재 개발을 후속연구로 제안하였다.

I. 서 론

학습장애(Learning Disability: LD)는 주로 특수교육 분야에서 연구 되어왔다. 초기 학습장애 연구는 정의, 판별 그리고 교수방법 등에 관한 것이었고, 이 중 가장 논란이 되는 것은 학습장애를 정의하는 것이었다(김동일 외, 2009). '학습장애'라는 용어는 1962년 교육학자인 Kirk에 의해서 처음으로 사용되기 시작한 이래로 학습장애를 명확하게 정의하려고 하는 노력과 논쟁이 계속 되어왔다. 국립특수교육원(1996)과 NJCLD (1988)은 학습장애를 각각 다음과 같이 정의하였다.

> 학습장애는 지적 능력이 정상적인 범위에 속하고, 학업 성취 수준이 1학년 차이 이상 지체되었으며, 읽기, 쓰기, 말하기, 듣기, 언어, 수학 등의 영역에서 심한 학습부진 현상을 보이지만, 가정 결손, 질병 등으로 인한 장기 결석과, 자폐증을 포함한 정서장애, 정신지체, 언어장애, 지체부자유, 시각장애, 청각장애 등으로 인해 직접적으로 발생하지 않는다'(국립특수교육원, 1996).

> 학습장애는 듣기, 말하기, 읽기, 쓰기, 추리, 산술의 습득이나 사용에 있어 특정한 어려움을 보이는 여러 가지 장애를 통칭하는 일반적인 용어이다. 이 장애는 개인에게 내재하는 것으로 중추신경계 손상에 의한 것으로 추정되며 모든 연령에서 나타날 수 있다. 자기조절행동, 사회적 지각, 사회적 상호작용에서의 문제가 학습장애와 함께 나타날 수도 있으나 그것이 학습장애의 원인은 아니다. 학습장애가 다른 장애들(예를 들면, 시각장애, 정신지체, 정서장애)이나 외적인 요인들(문화적 차이, 부족하거나 부적절

* 건국대학교 대학원, kasiski@naver.com (제1 저자)
** 건국대학교, kchang@konkuk.ac.kr (교신저자)

한 교수 등)과 함께 나타날 수 있으나 이들의 결과로 나타난 것을 학습장애라고 하지는 않는다(NJCLD, 1988; 김동일, 2009에서 재인용).

학습장애에 대한 정의가 필요한 이유는 그들의 학업에서의 어려움의 원인에 대한 잘못된 접근과 부적절한 교수 제공으로 인하여 불필요한 자원의 낭비를 초래할 수 있기 때문이다(이성환, 2008).

선행연구(Geary, 1993; Rourke & Conway, 1997)에 따르면, 수학 학습장애 아동이 겪는 어려움에는 몇 가지 유형이 있다. 첫째, 단순 연산의 인출과 장기기억화의 곤란으로 인한 어려움이다. 둘째, 주의집중의 부족이나 논리적 연산 수행의 곤란으로 연산 절차상의 어려움을 겪는 경우이다. 셋째, 수리적 정보의 표상과 해석에 있어서 시공간적 기술 사용상의 어려움을 겪는 경우이다. 넷째, 읽기장애를 동반하여 읽기 능력과 수학 연산능력, 특히 그중에서도 수학 문장제 문제해결에 어려움을 겪는다. 미국의 국가교육향상평가(NAEP: National Assessment of Educational Progress, 1992)에 의하면, 수학 문장제 문제해결은 모든 학생들의 학년과 수준에 상관없이 어려움을 겪는다(Jitendra et al., 1996). 읽기, 계산 혹은 읽기와 계산 모두 어려움이 있는 학습장애 혹은 학습장애 위험군(at-risk LD) 학생들은 문장제 문제해결 난관에 봉착하기 쉽다(Dunlap, 1989; Jitendra et al., 1996에서 재인용).

한편, 비와 비례 문장제 문제는 비의 개념이 선행되어야 하기 때문에 더 어려움을 겪는다. 비(ratio)와 비례(proportion) 개념 이해와 관련된 학생들의 어려움에 대한 연구가 비교적 많이 이루어져왔으며(Cramer & Post, 1993; Heinz, 2000; Lamon, 1993b), 국내에서도 비와 비례에 관한 다양한 관점이 연구되었다. 비 개념 지도를 위한 대안적인 지도 방안을 제시하고 그 가능성을 탐색하고자 한 연구(신재은, 2005; 김수현, 2007; 김용익, 2009), 비례 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 학생들의 비례 추론(proportional reasoning) 전략과 오류분석에 관한 연구(이영숙, 1998; 홍수영, 2006; 안숙현, 2008), 비계산 문장제의 해결 과정에서 많은 오류에 관한 연구(이종희, 2002) 등이 있다. TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study) 2011의 결과를 보면 우리나라는 중학교 2학년 학생의 분수와 소수, 비, 비례식, 백분율과 같은 영역에서는 다른 나라들에 비해 상대적으로 낮은 정답률을 나타내었다. 특정 영역에서 낮은 점수를 받았다는 것은 이 영역에 대한 교수·학습과정에 대한 연구를 필요로 한다고 볼 수 있다(김수진 외, 2013).

여러 연구자들(예, Johnson; 1983; Silverman, Winograd & Strohauer(1992); 이화영, 2011에서 재인용)은 수학 문장제 문제를 해결할 때, 문제의 구조를 파악하기 위하여 시각화하여 표현하는 방법이 문제해결에 효과가 있음을 밝힌바 있다. 시각화는 문제 속의 정보를 그림, 도표, 도식, 표, 기호표현 등의 수단을 이용하여 표현하는 것을 말하는데, Diezmann & English(2001)는 다이어그램이 문제의 구조를 '풀어' 주므로 문제해결의 기초가 된다고 하였다. 표상의 방법으로써 다이어그램이 이용되는데, 표상이 만들어지는 과정에는 문제의 의미를 이해하고, 이해한 정보를 문제의 수량적인 특징이 강조된 표상으로 옮기고 개별 진술문들 간에 어떤 수량적인 관계가 있는지에 대해 이해하는 것이 포함된다(나경은, 2010에서 재인용). Jitendra et al.(1998, 1999)연구에서 도식기반교수(SBI: Schema-Based instruction)라 부른 이 전략은 도식에 기반한 다이어그램을 이용하여 수학 문장제 문제를 의미론적으로 접근하고 문제의 구조를 이해하는 것이 핵심어 교수나 인지-초인지 교수 등 여타의 전략 보다 효과적인 것으로 나타났다.

따라서 본 연구에서는 도식을 활용한 비와 비

례 문장제 문제 해결을 지도하고 문제해결 향상을 보고자 한다. 따라서 연구문제를 다음과 같이 설정하였다.

(1) 도식기반교수 이후, 학습부진 및 학습장애 학생들의 비와 비례 문장제 문제해결 능력이 얼마나 향상되었는가?
(2) 도식기반교수 이후, 학습부진 및 학습장애 학생들의 비와 비례 문제해결력이 전이되었는가?
(3) 도식기반교수를 마치고 일정 기간이 지난 후, 학습부진 및 학습장애 학생들이 비와 비례 문장제 문제를 해결하는데 중재를 통해 습득한 도식기반 전략을 유지하는가?

II. 이론적 배경

1. 수학학습장애

수학학습장애(MLD : Mathematics Learning Disability, 이하MLD)란 아동이 자신의 연령이나 지능 수준에서 기대되는 것보다 현저히 낮은 수학 학업성취를 보이는 경우를 말한다(김동일 외, 2009). 초기 MLD 연구는 산술장애 분야에서 연구되었다. 산술장애는 난산증(dyscalculia)이라고 지칭되며, 난산증은 세부 증상에 따라 뇌 손상으로 계산능력을 상실한 실산증(acalculia), 후천적 난산증(Acquired Dyscalculia), 수의 발달적 장애로서 나타나는 발달적 난산증(Developmental Dyscalculia)으로 분류한다.

Garnett(1992)는 10여 년간의 산술학습장애 아동들에 관한 논문을 분석하여 산술학습 학습장애의 유형을 다음과 같이 몇 가지로 정리하였다. 산술학습장애는 개념적 이해(kosc, 1974), 순서세기(Baroody, 1986), 문자화된 수 체계(Russell & Ginsburg, 1984), 수학언어(Nesher, 1982), 기본 수지식(Fleischner, Garnett & Shepherd, 1982), 계산과정(Cohn, 1971), 계산기능의 적용(Algozzine et al., 1987), 문제해결(Fleischner, Nuzum & Marzola, 1987; Montague & Bos, 1986) 등에서의 어려움으로 나타난다. 이러한 산술 학습장애는 학생에 따라 모든 영역 또는 한 두 문제에서 나타날 수도 있다. Garnett(1992)는 학습장애 학생들이 전략 사용에 미숙하다고 보고하였다. 예를 들어, 수학 학습 초기에는 아동들이 셈하기를 할 때, 주로 손가락을 이용하는 counting-all 전략(예, 2+4를 할 때, “1, 2”와 “1, 2, 3, 4”로 나누어 센 후 다시 6까지 세는 방법)을 사용하고, 이후에는 큰 수에 작은 수를 첨가해 나가는 counting on 전략(큰 수인 4에서 2를 더 세는 것)을 사용하지만 수학학습장애 학생은 후자의 수준에 도달하지 못한다.

Geary(1993)는 신경학 및 신경 심리학적 연구와 인지적, 발달적, 유전적 연구를 토대로 수학장애의 유형을 절차적 장애(Procedural Deficits), 의미적 기억 장애(Semantic memory deficits), 시공간적 장애(Visuospatial Deficits)로 구분하였다.

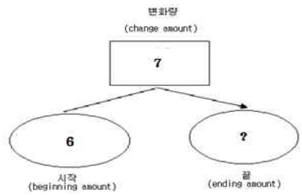
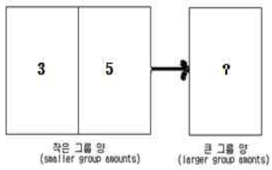
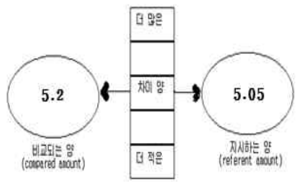
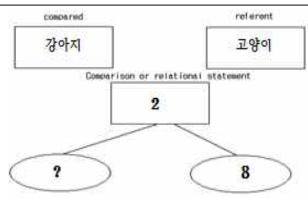
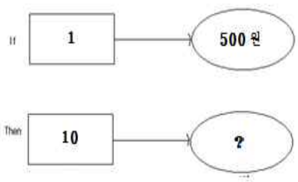
절차적 장애를 지닌 MLD 아동은 발달상 미성숙 절차를 사용하는 빈도와 절차 실행 오류가 잦고, 절차 이면의 개념에 대한 이해가 빈약하며, 복잡한 다단계 절차를 순서화하는데 곤란을 겪는다. 의미적 기억 장애를 지닌 MLD 아동은 단순 산술 문제에 답을 구할 때 구구셈이 어렵거나 오류가 많고 정확한 셈에 시간이 오래 걸리며, 절차 기반(procedure-based) 문제 해결에서 기억 기반(memory-based) 문제 해결 사이에 상호이행이 수행되지 못한다(Geary et al., 1987; Ostad, 1997). 시・공간적 장애를 가진 MLD 아동은 수와 다른 수학 정보 및 관계의 공간적 표현이 어렵거나, 표현된 공간 정보를 이해가 곤란하며, 기하 영역과 복잡한 문장제 문제 해결에

어려움을 겪는다(예, Dehaene et al., 1999; Geary, 1996).

2. 도식기반학습과 시각화

수학 문장제 문제를 해결할 때, “문제의 구조를 파악하고 식을 세우고 계산을 수행” 하기 위해서는 구조를 파악하는 능력이나 이를 도와주는 도구, 파악된 구조를 올바르게 식으로 표현하고 푸는 능력이 골고루 필요하다. Fuson & Willis(1989)는 특정한 문장제 유형과 각 유형별 문제해결 모형의 학습이 문제 구조 인식에 도움이 된다고 하였다. Johnson(1983), Kliman & Richards (1992), Silverman, Winograd & Strohauer(1992) 연구 결과에서 문장제 문제의 구조를 파악하기 위한 시각화하여 표현하는 방법이 문제 해결에 효과가 있다고 밝힌바 있다. 문제해결에서 시각화는 문제 속의 정보를 그림, 도표, 도식, 표, 기호 표현 등의 수단을 이용하여 표현하는 것을 말하는데, Diezmann & English(2001)는 다이어그램이

<표 II-1> Marshall의 5가지 도식과 예

유형	예	도식
변화형	현주는 6개의 구슬을 가지고 있습니다. 민수는 현주에게 7개를 더 주었습니다. 현재 현주는 총 몇 개의 구슬을 가지고 있나요?	
그룹형	민수는 사과 3개와 오렌지 5개를 가지고 있습니다. 민수는 몇 개의 과일을 가지고 있습니까?	
비교형	민철이는 평균대에서 5.2점을 받았고 수빈이는 5.05를 받았습니다. 민철이가 수빈이보다 몇 점이 높은 가요?	
재진술형	동물 가게 창가에는 강아지가 고양이 보다 2배 더 많습니다. 창가에 고양이가 8마리가 있습니다. 그렇다면 창가에 강아지는 몇 마리 있습니까?	
달라짐형	나는 10개의 사과를 사기를 원한다. 하나의 사과 가격이 500원이라면, 얼마의 돈을 지불해야 하나요?	

문제의 구조를 ‘풀어’ 주므로 문제해결의 기초가 된다고 하였다. 표상의 방법으로써 다이어그램이 이용되는 과정에는 문제의 의미를 이해하고, 이해한 정보를 문제의 수량적인 특징이 강조된 표상으로 옮기고 개별 진술문들 간에 어떤 수량적인 관계가 있는지에 대해 이해하는 것이 포함된다(이화영, 2011에서 재인용). Jitendra 외(1997, 1999) 또한 도식에 기반하여 수학 문장제 문제를 의미론적으로 접근하고 문제의 구조를 이해하는 것이 여타의 전략 보다 효과적이라고 밝힌 바 있다(나경은, 2007에서 재인용).

Marshall(1995)은 일반적 도식의 개념에 대한 필요와 문장제 문제에서 발생할 수 있는 상황들에 대하여 명백하게 설명할 필요성을 인지하고 문제 해결 상황들에 관한 지식 습득을 도울 수 있는 방안을 제시하였다. 또한 그는 성공적인 문제해결의 핵심을 구문적 특성보다 관계적 특성에 두고, 산술 문장제 문제 구조의 관계적 특성을 다섯 가지로 정리하였다. 그는 산술 문장제 문제를 변화형(Change), 그룹형(Group), 비교형(Compare), 재진술형(Restate), 달라짐형(Vary)으로 <표 II-1>과 같이 제시하였다.

*변화형 상황(Change Situation)*은 특정한 사항이 시간이 지나면서 측정 가능한 정도의 영구적인 변화가 있는 문제에서 나타난다. 한 가지의 사항이 관여된 상태에서 어느 한 시점에 한 가지 양을 가지고 있지만 시간이 지나 다른 시점이 되면 그 양에 변화가 있는 문제이다. 여기에서는 세 가지 숫자가 중요한데, 그것은 변화전의 양, 변화의 정도, 변화가 일어난 후의 결과적인 양이다. 변화형 도식의 특징은 문제속의 변화가 일어나는 상황으로서 세 가지 핵심적인 요소(예, 시작 시의 양, 변화의 양, 끝날 시의 양)를 포함해야 한다.

*그룹형 상황(Group Situation)*은 많은 소규모의 그룹들이 의미 있게 결합하여 하나의 큰 그룹을 이룰 때 생기는 문제들에서 나타난다. 때때로 이러한 그룹핑은 2개 혹은 그 이상의 작은 그룹이 합쳐짐으로 큰 그룹이 형성된다는 것을 명확하게 드러낸다. 문제 해결자는 문제에서 언급된 하위 그룹들이 큰 그룹의 전체를 형성하도록 해야 한다. 그룹형 도식의 특징은 수치가 변화하지는 않지만 정적인 속성에 대한 인식에서 출발하고 결합과 분할이 일어난다는 점이다.

*비교형 상황(Compare Situation)*은 어떤 것이 더 크거나 작은지를 결정하기 위하여 두 가지 사항이 대조될 때에 생기게 된다. 이 비교 상황은 크기에 관한 학생들의 사전 지식에 많이 의존한다. 작용하는 관계가 비교의 형용사나 부사로(예, 더 빨리, 더 긴, 덜 비싼 등) 표현될 때에 문제해결자는 작은 것 혹은 큰 것이 무엇인지 결정해야 한다. 비교형 도식의 특징은 비교 상황이 한 가지 이상의 상황으로 일어나기도 하고 두 가지 이상의 상황으로 일어나기도 한다.

*재진술형 상황(Restate Situation)*은 한 시점에 두 가지 다른 사항에 관한 구체적인 관계가 묘사될 때의 상황이다. 재진술형 도식의 특징은 문제 상황에 항상 두 가지의 묘사가 나타난다. 첫 번째는 ‘-만큼 많은, 3배 더 많은, 절반 정도의’ 등과 같은 관계를 나타내는 표현으로 두 가지 사항이 연결되어 있다. 두 번째는 관계에 관한 표현보다는 수치의 양을 이용하여 관계를 재진술하여 표현한다. 두 번째 표현에서의 수치적인 양은 본래의 관계적 표현을 이행해야만 한다. 학생들은 두 번째 진술이 첫 번째를 말하는 또 다른 방법이라는 것을 이해해야 할 것이다.

*달라짐 상황(Vary Situastion)*은 두 사항을 연결하는 특정한 관계가 또 다른 표현으로 일반화될 수 있을 때 생긴다. 이 두 가지 사항은 한 가지 측정 가능한 속성을 지닌 두 가지 상황을 한 가지 혹은 두 가지 대상과 관련된다. 즉, 한 사항의 양이 변하면 이미 알고 있는 관계의 기능으로 인하여 두 번째 사항이 체계적으로 달라진다. 달라짐형 도식의 특징은 문제 상황에 관한 수치가 증가하거나 감소하더라도 그 관계가 계속 유지된다는 것이다. 이 상황에는 가설적인 측면이 있다: 문제해결자는 한 관계를 추정하도록 요구되며 또한 그 관계에 관한 한 요소가 변화할 경우 그 결과에 대하여 가설을 세우도록 요구 받는다. 종종 "~하다면…, 그러면…"과 같은 표현을 이 상황에서 보게 된다.

3. 비와 비례 학습의 도식 사용

비례추론은 비와 비례 개념을 바탕으로 이루어지는 수학적 추론 형태이다. 본 절에서는 비, 비율 그리고 비례에 관한 정의, 문제 유형 그리고 문제해결 과정을 살펴보고자 한다.

대게 비와 비례는 구분이 비교적 명확하지만 비와 비율은 연구자들의 관점과 해석에 따라 개념이 달라진다. Vergnaud(1988)는 비를 같은 성질을 가지고 있는 두 양 사이의 비교로, 비율은 서로 다른 성질을 가지고 있는 두 양 사이의 비교로 보았다. Schwartz(1988)는 비와 비율을 구분하기에 앞서 양을 외연적 양(extensive quantity)과 내포적 양(intensive quantity)으로 구분하였다. 외연적 양은 예를 들어 4피트, 7개의 오렌지와 같은 하나의 양으로 얼마나 많은지를 지칭하는 것이고, 내포적 양은 예를 들어 '하나의 꽃병에 5개의 꽃이 들어 있다'와 같이 물체의 질(quality)을 기술하는 것이다. 따라서 비를 양의 순서쌍이 포함된 이원 관계로 비율을 하나의 양과 다른 양의 하나의 단위 사이의 관계인 내포적 양으로 보았다. Thompson(1994)는 학생이 승법적 관계를 어떻게 이해하는지 이해 수준에 따라 비는 두양을 승법적으로 비교한 결과로 비율은 일정한 비를 반영적으로 추상화한 것으로 보았다. 우리나라 7차 개정 초등학교 교과서에는 비와 비율을 모두 사용하고 있으며 비는 관계로 비율은 비의 값이라는 수로 나타내고 있다(정은실, 2003b에서 재인용). 이에 정은실(2003b)은 비와 비율의 구분이 정의상의 구분이라고 하면서 같은 의미로 사용할 때가 많다고 하였다. 따라서 본 연구에서는 비와 비율을 구분하지 않고 비와 비례만 구분하여 사용하고자 한다.

비례추론에 관한 연구들은 학생들이 맥락에 따라 문제에 제시된 숫자에 따라 자신이 이해한 비례성에 따라 서로 다른 전략을 사용하여 그에 따라 학생들의 성취 정도도 다름을 제시한다(Tourniaire & Pulos, 1985; 권오남 외; 2007에서 재인용). Carmer & Post(1993)은 비례 추론 문제에 대하여 크게 세 가지 유형의 과제를 제시하였다. 첫 번째 유형은 결측치 문제(missing value problem)로 세 개의 수가 주어지고 남은 하나의 수를 구하는 문제이다. 두 번째 유형은 수치 비교 문제로 두 개의 비가 주어지고 이 비를 비교하는 문제이다. 세 번째 유형은 질적인 추측과 비교에 관한 문제로 구체적인 수에 의존하지 않고 비교하거나 추측하는 문제이다. 세 유형 예는 <표 II-2>와 같다.

<표 II-2> Carmer & Post의 비례추론 문제 유형 예 (권오남 외, 2007에서 재인용)

Carmer & Post(1993)의 비례추론 문제 유형	
결측치 문제	난쟁이 씨의 키는 클립 6개의 길이와 같고 큰 단추 4개의 크기와 같다. 키다리 씨는 큰 단추 6개의 크기와 같다고 한다. 키다리 씨의 키를 클립으로 재면 클립 몇 개와 같은가?

수치비교문제	지수는 오렌지 분말 2컵과 물3컵을 섞어 주스를 만들었다. 영신이는 오렌지 분말3컵과 물4컵을 이용하여 주스를 만들었다. 어느 주스가 더 진하다고 할 수 있는가?
질적인추측-비교문제	성민이는 어제보다 레모네이드 분말의 양은 적게 하고 물은 더 많이 넣었다. 성민이가 만든 레모네이드의 맛은 어제보다 a) 더 진하다 b) 더 약하다 c) 어제와 같다. d) 충분한 정보가 없다.
	민수와 정희는 서로 다른 판자에 일렬로 못을 박고 있다. 민수는 지희보다 많은 못을 가지고 있지만 판자의 길이가 정희보다 짧다고 한다. 판자에 박힌 못과 못 사이의 거리는 누구의 것이 더 가까운가?

마지막으로, 비와 비례 문장제 문제해결을 위한 계산 절차를 생각해 볼 수 있다. Jitendra et al (2007)은 교차 곱하기 전략(cross multiplication using ratiios strategy), 동치 분수 전략(equivalent fraction strategy), 단위 분수 전략(unie rate strategy)의 문제해결 계산 절차를 제시하였다. 학생들은 문제에 가장 적절한 전략을 선택하여 풀 수 있으며 세 가지 문제 해결 절차는 <표 II-3> 과 같다.

<표 II-3> 세 가지 문제해결(Jitendra et al., 2007)

문제해결유형	방법제시
교차 곱하기	$\frac{b}{a} \times \frac{x}{c}$
동치 분수	$\frac{b}{a} \begin{smallmatrix}\leftrightarrow\\ \rightleftarrows\\ \leftrightarrow\end{smallmatrix} \frac{x}{c}$
단위 분수	$\frac{b}{a}\updownarrow=\updownarrow\frac{x}{c}$

III. 연구방법

1. 연구대상

본 연구에 참여한 대상자들은 서울시 Y중학교 1학년에 재학 중인 남학생 1명과 여학생 2명으로, 1학년 2학기 교내 중간고사 하위 10%에 속하고 학습부진 남학생 1명과 학습장애 선별 검사 도구를 통해 선정된 학습장애 위험군인 여학생2명으로 총 3명의 학생이 본 연구에 참여하였다. 본 연구에서는 학습부진과 학습장애를 동질적으로 고려하도록 한다. 연구 대상자들의 구체적인 선정 기준은 다음과 같다.

첫째, BATT 수학 기초학력검사를 실시하여 학습부진과 학습장애 위험군 학생으로 구별하였다. 국립특수교육원의 KISE-BATT(박경숙 외, 2005)는 읽기, 쓰기, 수학의 세 영역에서의 아동의 기초학력을 측정하기 위하여 개발한 검사로, 만 5세부터 14세 11개월 30일까지의 학생들을 대상으로 측정하는 검사도구이다. 본 검사 도구는 학교 학습 수학에서 부진을 나타내는 학생을 선별 또는 진단하고 이들의 부진을 나타내는 영역과 수준을 파악할 수 있다. 수학은 수(범 자연수, 분수와 소수, 비와 백분율), 도형, 연산(덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈, 암산), 측정(측정, 시간과 화폐, 어림), 확률과 통계, 문제해결로 구성되어 있다.

둘째, 읽기장애의 어려움이 없는 학생으로 선별하였는데 담임교사의 견해를 참고로 하였으며, 선별이유는 도식기반 중재로부터 얻을 수 있는 최소한의 능력을 갖춘 자여야 하기 때문이다.

<표 III-1> 연구 대상 학생의 인적사항 및 학업 특성

구분	연령	진단	성별	1-2 중간고사 수학성적	BATT 수학 기초학력 검사
학생1	14	부진	남	42	71
학생2	14	장애 위험군	여	40	60
학생3	14	장애 위험군	여	32	55

담임교사의 면담과 학생들의 선별 검사를 위해 사용했던 BATT 수학 기초학력검사를 바탕으로 학생의 일반적 행동과 수학교과의 특성을 <표 III-2>와 같이 정리하였다.

<표 III-2> 연구 대상 학생의 일반적 행동 및 수학 교과의 특성

연구 대상	일반적 행동	수학학습의 특성
학생 1	주위가 산만하고 집중력이 부족하고 학업 의욕이 부족함	문장제 문제해결 할 때 문제를 차분히 끝까지 읽기 못하거나 빨리 읽음으로 식을 세우는데 실수함
학생 2	학업 의욕이 충만하고 온순한 성격에 조용하고 매사 긍정적인 성격을 지니고 있으며 성실함	문제를 읽고 식을 세우고 답을 인출하기까지 오랜 시간이 걸림. 절차 사용 이면의 개념에 대한 빈약한 이해
학생 3	온순하지만 자기 고집이 있고 본인이 하고 싶은 일부터 하려고 함. 주변을 많이 의식하고 부끄러움이 많음	문제를 읽고 식을 세우고 답을 인출하기까지 오랜 시간이 걸림. 단순 산수 문제에 대한 답과 같은 수학적 구구 인출 곤란

2. 연구설계 및 실행

본 연구에서는 학습부진 1명과 학습장애 위험군 2명의 학생을 선별하여 총 3명의 학생을 대상으로 도식기반 전략교수의 효과를 알아보기 위해, 기초선단계(1주), 중재단계(4주), 일반화단계(1주), 유지단계(1주)로 총 7주 동안의 실험절차를 하였다.

가. 기초선 단계

기초선 단계는 연구 대상 학생들의 비와 비례 개념 및 문장제로 제시된 문제의 기초 지식을 파악하기 위해 실시하였다. 기초선 관찰은 세 학생 모두 동시에 시작되었으며 모두 3회기에 걸쳐 기초선 자료를 수집하였다. 기초선 검사를 위해 2007개정 초등학교 5, 6학년 교과서 및 익힘책의 비와 비례 단원을 참고로 하여 10문항을 구성하였다. 검사방법은 하루에 1회씩 총 3회에 걸쳐 문제를 풀게 하였고 검사시간은 40~50분 동안 진행되었다. 학생들이 검사를 실시하는 동안 연구자는 어떠한 중재도 하지 않은 상태에서 관찰하였다. 단지, 평가가 이루어지는 동안 연구자는 학생들이 문제에 나타나는 모르는 단어 등을 설명해 주었다. 본 단계에서 사용한 문항 예는 다음과 같다.

<표 III-3> 기초선 단계에서 사용한 문제 예

유형	기초선 검사 문항 예
비 문제 (비율)	태극기의 가로의 길이와 세로의 길이의 비는 3:2입니다. 대형 태극기의 세로의 길이가 54m라면 가로의 길이는 얼마입니까?
비례 문제	5분 동안에 8km를 가는 자동차가 있습니다. 이 자동차가 같은 빠르기로 200km를 가는데 걸리는 시간은 얼마입니까?

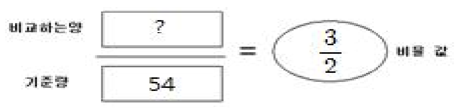
나. 중재단계

중재는 기초선 기간이 끝난 후 주 2~3회 동안 총 4주 진행되었다. 학생 1, 2, 3은 각각 9회기, 15회기, 15회기동안 중재를 받았다. 중재는 도식기반전략 교수에 따라 매 회기별 30분~35분씩 이루어졌다. 중재 처음 단계에서 연구자는 문제해결전략이 왜 필요한지 설명하였다. 중재 초기에는 학생들이 문제해결단계를 익히도록 연구자가 문제해결 절차에 따라 문제해결하는 과정을 시범을 보임으로써 이해할 수 있도록 하였다. 교수가 끝난 이후에는 매 회기 마지막에 10분~15분 동안 학생들이 문제해결 전략에 대한 연습을 실시하였다. 연습 문항은 중재에 사용된 문제와 동형문제로 제작되었다.

본 연구에서는 Jitendra(2007)가 그의 동료들과 함께 연구해 온 도식기반교수중재에 관한 실제 수업에서 사용한 도식을 이용하고자 한다. 본 연구에서 사용한 재진술형 도식과 달라짐형 도식은 다음과 같다.

먼저 재진술형 도식 다이어그램을 이용하여 문제 속의 비, 비율, 백분율을 나타내는 정보를 알기 위해 [그림 III-1]의 도식을 사용하였다. 이 단계에서 알맞은 도식을 찾고, 문제 속의 정보를 주어진 도식에 조직화 시켜보는 연습을 실시하였다.

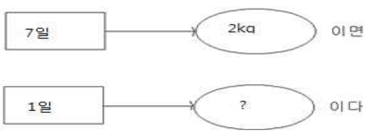
비 문장제 문제의 예 : 태극기의 가로의 길이와 세로의 길이의 비는 3:2입니다. 대형 태극기의 세로의 길이가 54m라면 가로의 길이는 얼마입니까?



[그림 III-1] 재진술형 도식 다이어그램

다음으로 달라짐형 도식 다이어그램을 이용하여 문제 속의 비례를 나타내는 정보를 알기 위해 [그림 III-2]의 도식을 사용하였다. 이 단계에서 알맞은 도식을 찾고, 문제 속의 정보를 주어진 도식에 조직화 시켜보는 연습을 실시하였다.

비례 문장제 문제의 예: 정민이네 집에서는 일주일 동안 2kg의 밀가루를 사용하였다면, 매일 똑같은 양의 밀가루를 하루에 몇 kg씩 사용한 것인가요?



[그림 III-2] 변이형 도식 다이어그램

(1) 도식기반 전략 교수 및 중재내용

도식기반 중재내용 및 목표는 다음 <표 III-4>와 같다. 도식기반 중재 회기는 총 9 ~ 12회기로 진행하였다. 개인에 따라 중재 회기는 차이가 있었다. 1-5회기 동안에는 비, 비율 그리고 백분율 개념을 설명한다. 4~9회기 동안에는 비, 비율, 백분율을 포함하는 문장제 문제를 해결한다. 7~12회기 동안에는 비례 문장제로서 '~이면 ~이다'를 포함하는 문장제 문제를 해결한다.

<표 III-4> 도식기반 전략 교수 중재내용

회기	내용 및 목표	도식 및 문제해결 방법
1-5	• 비, 비율, 백분율 개념 - 두 수의 크기를 비교할 수 있다. - 비율을 알 수 있다. - 백분율을 알 수 있다.	- 재진술형 도식 다이어그램을 이용
4-9	• 비, 비율 백분율 문장제 문제해결 - 비를 포함하는 문장제 문제를 해결할 수 있다. - 비율을 포함하는 문장제 문제를 해결할 수 있다. - 백분율을 포함하는 문장제 문제를 해결할 수 있다.	달라짐형 도식 다이어그램을 이용 - 문제해결방법: 교차 곱하기, 동치분수, 단위량
7-12	• 비례 문장제 문제해결 - '~이면 ~이다'를 포함하는 문장제 문제를 해결할 수 있다.	

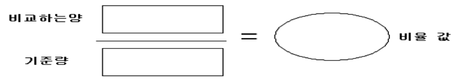
(2) 문제해결을 통한 중재활동

본 연구에서는 Jitendra, et al.(2002)의 FOPS의 문제해결 단계(표 <III-5>)를 적용하여 수업지도안을 작성하여 이를 중재활동에 사용하였다(참조. <표 III-6>).

<표 III-5> FOPS의 문제해결 단계(Jitendra et al, 2002)

문제해결을 위한 FOPS 방법			수정 적용
교수 단계	문제도식	문제해결	활동
1 단계(F)	문제유형찾기 (Find the problem type)	문제유형 찾기	1) 문제를 읽고 자기말로 표현해본다. 2) 문제의 유형을 찾는다. (예를 들어, 비율 또는 비례 문장제 문제인지 찾는다) 3) 문제 속 정보에 밑줄 또는 동그라미를 친다.(예를 들어, 비교하는양, 기준량, 비율값)
2 단계(())	문제의 정보를 다이어그램에 조직화하기 (Organize the information in problem using diagram)	문제의 정보를 다이어그램에 조직화하기	4) 문제에서 찾아낸 정보를 다이어그램에 옮겨 쓴다.
3 단계(P)	해당없음	문제해결계획하기 (Plan to solve problem)	5) 다이어그램에 있는 정보를 수학식으로 바꾼다.
4 단계(S)	해당없음	문제해결하기 (Solve problem)	6) 수학식을 푼다. 7) 완전한 답을 쓴다. 8) 답이 맞았는지 확인한다.

<표 III-6> 수업지도안 예

<table>
<tr><td rowspan="2">차시 예</td><td>학습목표</td><td colspan="3">• 비를 포함하는 문장제 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="3">교사</td><td>학생</td></tr>
<tr><td>문제 도식</td><td colspan="4">

태극기의 가로의 길이와 세로의 길이의 비는 3:2입니다. 대형 태극기의 세로의 길이가 54m라면 가로의 길이는 얼마입니까?</td></tr>
<tr><td rowspan="5">문제 해결 단계</td><td colspan="2">수학식</td><td>설명</td><td>자기교수</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>1단계, 나는 주어진 문제가 비율 문제라는 것을 안다. 왜냐하면 태극기의 가로의 길이와 세로의 길이를 비교하고 있다. 즉, 가로의 길이와 세로의 길이의 비율 값이 주어져 있다.</td><td>1) 나는 문제를 읽고 이해할 수 있는가? (예 / 아니오)
2) 나는 주어진 문제 유형을 아는가? (비율 문장제 / 비례 문장제)
3) 나는 문제 속의 정보를 말할 수 있는가?
(비교하는양__________ , 기준량________ ,
비율____________)</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{x(\text{태극기의 가로의 길이})}{54(\text{태극기의 세로의 길이})} = \frac{3}{2}$</td><td>2단계. 나는 다이어그램을 이용하여 문제 속의 정보를 표상할 수 있다. 그리고 수학 방정식을 세울 수 있다.</td><td>4) 문제 속의 정보를 도식 다이어그램 속에 옮겨 놓을 수 있는가?
5) 수학식을 세울 수 있는가?</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>3단계, 나는 주어진 문제를 해결하기 위해 동치분수전략을 사용하기로 결정했다.</td><td>6) 수학식을 풀기 위해 사용할 전략은?</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{x(\text{태극기의 가로의 길이})}{54(\text{태극기의 세로의 길이})} = \frac{3}{2}$
x를 구하기 위해, 2의 몇 배를 곱해야 54가 되는지 생각한다. (2*27=54) 따라서 3*27=x이다. $x=81$</td><td>4단계, 나는 동치분수 전략을 사용하여 태극기의 가로의 길이를 구했다.</td><td>7) 답을 구했는가?
8) 답이 맞았는지 검산 할 수 있는가?</td></tr>
<tr><td>과제 도전</td><td colspan="3">- 유사한 문제 유형을 연습한다</td><td>연습문제를 푼다.</td></tr>
</table>

다. 일반화 단계

중재가 끝난 후 2일 후 일반화 검사가 진행되었다. 2회에 걸쳐 표준화된 검사지인 TIMSS 2007, 2011 공개문항 중에서 비와 비례 문장제 10문항을 발췌하여 수정 제작하였다. 표준화 검사지를 활용한 이유는 객관적이고 타당도와 신뢰도가 확인된 문항으로 학생들에게 평가를 신뢰롭게 할 수 있다는 점이다. 일반화 단계에서 사용한 문항 예는 <표 III-7>과 같다.

<표 III-7> 일반화 단계에서 사용한 문항예

<table>
<tr><th>문항
유형</th><th>일반화 검사 문항 예</th></tr>
<tr><td>비
문제</td><td>경진, 진호, 수민이가 바구니에 공을 각각 20회씩 던졌다. □ 안에 수를 각각 써 넣으시오.
<table>
<tr><th>이름</th><th>공이 성공적으로
들어간 횟수</th><th>성공률</th></tr>
<tr><td>경진</td><td>20회 중 10회</td><td>50%</td></tr>
<tr><td>진호</td><td>20회 중 15회</td><td>□%</td></tr>
<tr><td>수민</td><td>20회 중 □회</td><td>80%</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>비례
문제</td><td>어떤 학교에서 수학여행을 가는 데 학생 12명 당 교사 한 명을 배정하기로 하였다. 수학여행을 가는 학생이 108명이라면, 수학여행에 동행하는 교사는 모두 몇 명인가?</td></tr>
</table>

라. 유지 단계

도식기반 중재가 끝난 이후 유지되었는지 알아보기 위해 종료 후 2주 후에 유지검사를 실시하였다. 유지검사는 하루에 1회씩 이틀에 걸쳐 2회 실시하였다. 검사지 구성과 실시방법은 중재단계와 일반화 단계에서의 검사방볍과 동일하였다. 유지단계에서 사용한 문항의 예는 <표 III-8>과 같다.

<표 III-8> 유지 단계에서 사용한 문항 예

예 횟수	유지 검사 문항 예
1회	채연이네 집에서는 7일 동안 3kg의 밀가루를 사용하였다면, 매일 똑같은 양의 밀가루를 하루에 몇 kg씩 사용한 것인가요?
2회	승우네 학급 전체의 40%는 여학생입니다. 학급 전체가 45명이라면 여학생 수는 몇 명입니까?

Ⅳ. 연구결과

1. 비와 비례 문장제 해결 능력

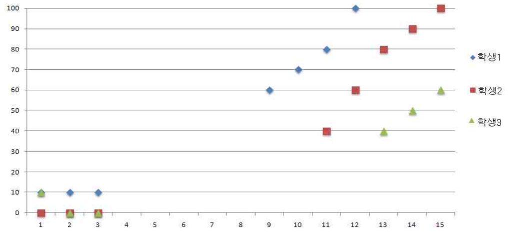
첫 번째 연구 문제인 도식기반중재 전략이 학습부진 및 학습장애 위험군 중학생들의 비와 비례 수학문장제 해결 능력에 미치는 영향을 알아보기 위해, 3명의 학생의 기초선 단계와 중재 후 단계의 성취수준을 평가하였다. [그림 IV-1]과 같이 연구 참여 학생 보두 중재 후 검사에서 기초선 단계보다 훨씬 우수한 성취를 보였다. 세 학생의 기초선 검사와 중재 후 검사 결과에 대한 설명은 다음과 같다.

학생1은 기초선 검사를 3회 받았다. 이 학생의 세 번의 기초선 검사 결과는 10%, 10%, 10%를 받았다. 따라서 비와 비례 문장제 문제 해결 능력은 평균 10%로 나타났다. 중재 단계에서는 4주 동안 7번의 중재 회기에 참여했으며, 2회의 중재 후 검사를 받았다. 이 학생은 2번의 중재 후 검사 결과 80%, 100%로 나타났다. 따라서 도식기반 중재 이후 90%의 문제해결 능력을 보였다.

학생2는 기초선 검사를 3회 받았다. 이 학생의 세 번의 기초선 검사 결과는 0%, 0%, 0%를 받았다. 따라서 비와 비례 문장제 문제 해결 능력은 전혀 보이지 않았다. 중재 단계에서는 4주 동

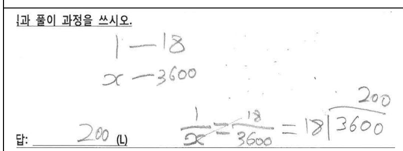
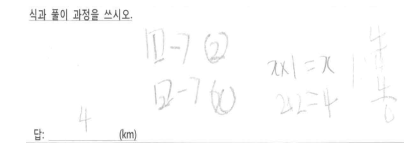
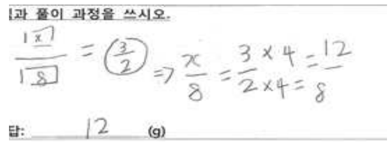
안 10번의 중재 회기에 참여했으며, 2회의 중재 후 검사를 받았다. 이 학생은 2번의 중재 후 검사 결과 80%, 90%로 나타났다. 따라서 도식기반 중재 이후 85%의 문제해결 능력을 보였다.

학생3는 기초선 검사를 3회 받았다. 이 학생의 세 번의 기초선 검사 결과는 10%, 0%, 0%를 받았다. 따라서 비와 비례 문장제 문제 해결 능력은 평균 3.3%로 나타났다. 중재 단계에서는 4주 동안 10번의 중재 회기에 참여했으며, 2회의 중재 후 검사를 받았다. 이 학생은 2번의 중재 후 검사 결과 50%, 60%로 나타났다. 따라서 도식기반 중재 이후 55%의 문제해결 능력을 보였다.



[그림 IV-1] 학생1, 2, 3의 비와 비율 문장제 해결 기초선, 중재 후 점수 변화

세 학생 모두 중재 전 보다 중재 후 비와 비례 문장제 문제해결이 향상되었음을 알 수 있었다. 중재 기간 동안 학생1과 학생2는 식과 답을 도출하는데 실수가 적은 반면, 학생3은 계산과정에서 잦은 실수를 보이기도 하였다. 세 학생의 사후 검사지 예는 [그림 IV-2]와 같다.

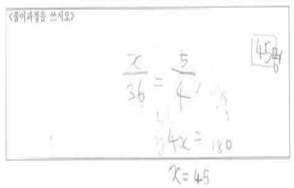
사후 검사 예	
학생 1	문제
	어느 자동차가 휘발유 1L로 달리는 거리는 18km입니다. 이 자동차가 3600km를 달리려면 몇 L의 휘발유가 필요할까요?
	풀이
	
학생 2	문제
	구름이는 1시간에 2km를 걸어갈 수 있습니다. 같은 속도록 2시간을 걷는다면, 몇 km를 갈 수 있을까요?
	풀이
	
학생 3	문제
	노란색 물감과 흰색 물감을 3:2로 섰었습니다. 흰색 물감을 8g 사용한다면, 노란색 물감은 몇 g사용해야 되나요?
	풀이
	

세 학생의 사후 검사지 문제해결 과정에 사용한 전략에서는 교차곱하기(cross multiplication), 동치분수(equivalent fraction), 단위량(unit rate) 전략 중 주로 학생1은 교차곱하기 전략을 주로 사용하여 문제를 해결 하였으며, 학생2와 학생3은 교차 곱하기 전략, 동치 분수 전략을 사용하여 문제를 해결하였다. 또한 세 학생 모두 단위량 전략은 잘 사용하지 않았다.

2. 비와 비례 문장제 해결 능력의 일반화

연구문제2를 해결하기 위해, 국제성취도 평가지를 이용해 제작된 검사지를 활용하여 알아보았다. 제작된 검사지는 표준화된 검사지로 TIMSS 2007, 2011 공개문항 중에서 비와 비례 문장제 10문항을 발췌하여 수정 제작하였다. 문항구성은 비 문장제 4문항(비율, 백분율, 전체-부분, 부분-부분)과 비례 문장제 6문항으로 총 10문항으로 구성하였다. 그 결과, 세 학생 각각의

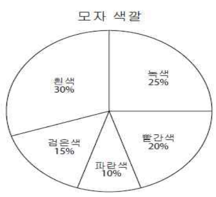
2회 평균 점수 백분율은 100%, 90%, 70%로서 세 학생의 평균은 86.6%로 크게 나타났다. 또한 학생1은 모든 문제를 잘 해결하였으며, 학생2와 학생3은 각각 1문제, 3문제씩 해결하지 못하였다. 학생2와 학생3이 동시에 해결하지 못한 문제는 [그림 IV-3]과 같다.

문제	오류
버스 안에 36명의 승객이 있다. 이 중 어린이와 어른의 비는 5:4이다. 버스에 타고 있는 어린이의 수를 구하시오.	

[그림 IV-3] 학생2의 오류

학생2는 두 대상의 비를 전체-부분으로 생각하지 못한 것으로 보인다. 학생3은 문제의 뜻을 이해하지 못하여 전혀 풀지를 못하였다.

학생3만 풀지 못한 문제는 [그림 IV-4] 와 같다.

문제	
오른쪽 원그래프는 어떤 운동구점에서 할인 판매용으로 내놓은 모자를 백분율로 나타낸 것이다. 모자가 총 200개이면, 흰색 모자는 몇 개인가	
어떤 학교에서 수학여행을 가는 학생이 총 108명이다. 교사 한명 당 학생 12명을 배정하기로 하였다. 필요한 교사는 모두 몇 명인가?	

[그림 IV-4] 학생3 풀지 못한 문항

이 학생은 첫 번째 문제에서 도표를 읽지 못하여 문제해결을 하지 못하였고, 두 번째 문제에서는 '~이면 ~이다'를 포함하지 않는 맥락을 가진 문제는 해결 하지 못하였다.

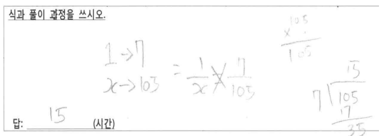
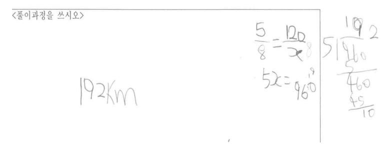
중재 전략 이후 일반화 검사를 통해 전략 교수의 전이를 알아보았다. 도식기반전략 교수를 이용한 비와 비례 문장제 문제해결 전략은 학생3이 비교적 낮은 성취도를 보이긴 하였으나, 평균 86.6%로 높은 성취률을 보였음을 알 수 있었다.

이상과 같이 일반화 검사 결과에서 학생들이 도식기반 전략 중재를 통하여 비와 비례와 관련된 문제 해결에서 중재에서 다룬 문제들 뿐 아니라 동일한 유형의 다른 비와 비례에 관한 문제 해결능력이 향상된 것으로 나타났다.

3. 비와 비율 문장제 해결 능력의 유지

연구문제3은 도식기반전략 중재를 통해서 얻어진 학생들의 문제해결능력이 유지되었는지를 알아보는데 있다. 실험 설계에서 유지검사 단계는 전략 중재 모형 인 도식기반전략이 학생들에게 학습 효과를 얼마나 가져왔는지를 확인해 볼 수 있는 것으로서(예, Jitendra et al, 2009; 나경은, 2007), 전략 중재를 마치고 2주 후, 1회의 성취검사와 1회의 일반화 검사를 실시하였다. 검사 방법은 중재 후 검사와 일반화 검사에서 사용했던 동형 검사지를 사용하였다. 연구의 참여한 세 명의 학생 모두가 유지검사를 실시하였다.

세 명의 학생은 2회의 유지검사 결과에서 학생3의 경우 일반화 검사에서 점수가 낮게 나왔으나, 평균이 각각 93.3%, 83.3%로 비교적 높은 점수를 보였다. 이는 학생이 이러한 결과를 토대로 볼 때, 학생들은 도식기반전략 중재가 비와 비례 문장제 문제해결능력을 매우 잘 유지 하였다고 볼 수 있다. 세 학생의 유지검사 결과 예는 다음과 같다.

<table>
<tr><th>유지검사</th><th>문제</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1회</td><td>한 시간에 7mm의 비가 내렸다면, 105mm의 비는 몇 시간 동안 비가 온 것인가요?</td></tr>
<tr><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2회</td><td>어떤 버스가 일정한 속도로 달리고 있다. 이 버스가 120km의 거리를 5시간 달렸다. 8시간 동안 달린 거리는 몇 km 인가요?</td></tr>
<tr><td>
</td></tr>
</table>

[그림 IV-5] 유지검사1, 2회 문항 예

본 연구를 통해 나타난 결과를 다음과 같이 요약해 볼 수 있다. 첫째, 도식기반 전략 중재를 통해 학생들의 비와 비례 문장제 문제해결 능력에 미치는 영향을 알아보았다. 그 결과 기초선 검사 결과 보다 중재 이후 성취도가 향상되었음을 알 수 있었다. 둘째, 도식기반 전략 중재를 통해 학생들이 다른 형태의 비와 비례 문장제 문제도 일반화 할 수 있는지를 알아보았다. 표준화된 검사지를 활용한 검사 결과에서 학생들은 86.6%의 비교적 높은 점수의 결과를 나타내었다. 셋째, 도식기반 전략 중재를 잘 유지하고 있는지 알아보기 위해 2주 후 유지검사를 실시하였다. 학생들의 문제해결 과정과 결과에서 알 수 있듯이 문제의 유형에 맞는 도식을 기억하고 해결하였음을 알 수 있었다.

V. 논의 및 제언

본 연구는 수학 문제 해결에서 구조 시각화의 한 가지 방안으로써 도식기반 전략 교수가 중학교 학습장애 위험군 학생과 학습부진 학생의 비와 비례 문장제 문제해결 능력에 어떠한 영향을 미치는지 알아보기 위한 목적으로 연구되었다.

그 결과 도식기반 전략 교수는 명시적 교수방법으로 비와 비례 문장제 문제해결을 향상시키는데 효과적인 것으로 나타났다. 이는 문제의 구조에 집중하도록 함으로써, 도식기반 전략 교수가 학업성취가 낮은 학습부진과 학습장애 위험군 학생들에게 문제 속의 정보를 읽고, 이해하고, 수식을 세우고, 문제를 해결할 수 있도록 문제해결을 도운 것으로 해석할 수 있다.

본 연구는 동일한 전략을 사용해서 연구되었으나, 이 연구의 확장을 위해서 다음과 같은 후속연구를 제안한다.

첫째, 학습장애 학생들의 특성에 맞는 처방적 학습 전략의 연구가 필요하다. 본 연구에서의 수학 학습 장애 위험군 학생과 수학 학습 부진 학생들은 개념적 이해 장애를 지니고 있었고, 식 세우기에 있어서 어려움을 보이고 있었는데, 도식을 사용한 교수 전략을 통하여 학생들이 비례적 추론과 관련된 문제 상황을 다이어그램으로 표상하고 이를 식으로 연결하여 문제를 해결하였다. 이 학생들은 습득한 기술을 유지하는데 도움이 되었다. 따라서 학습 장애 학생들의 이러한 특성에 맞는 학습 전략이 개발되고 각각의 장애 유형을 보완할 수 있는 처방적 학습 전략의 제시와 이의 교수를 통해 학생들을 도울 수 있도록 해야 한다.

둘째, 학습장애 아동을 위한 별도의 수학교육 목표를 설정하는 연구가 수행되어야 한다. 학습장애 학생들이 수학을 배울 기회를 가지고 수학을 배울 수 있도록 수학교육에서 실현 가능한

목표를 설정하는 일은 중요한 일이다. 따라서 학습장애 아동을 위한 수학교육 목표 수립을 위한 연구가 필요하다.

셋째, 더 나아가 실질적인 도움이 되는 내용이 포함된 수학 학습 장애학생용 또는 수학 학습 부진아용 교재의 개발이 필요하다. 지금까지 교육 관련 여러 국가 기관들과 각지의 교육청에서 개발된 수학 학습 부진아용 교재들은 보통 한 학년 이전의 쉬운 내용을 다루도록 되어 있으나, 본 연구에서와 같은 실제적인 도움을 주는 도구가 포함된 교재 개발과 보급이 필요하다.

참고 문헌

교육과학기술부 (2010). **수학 5학년**. 서울 : 대한교과서 주식회사.

__________________. **수학익힘 5학년**. 서울 : 대한교과서 주식회사.

__________________. **수학 6학년**. 서울 : 대한교과서 주식회사.

__________________. **수학익힘 6학년**. 서울 : 대한교과서 주식회사.

권오남, 박정숙, 박지현 (2007). **중학교 교육과정에서 비례적 사고가 필요한 수학 개념 분석. 한국수학교육학회 시리즈 <수학교육>, 46**(3), 315-329.

김동일, 이대식, 신종호 (2009). **학습장애아동의 이해와 교육**. 학지사.

김수진, 박지현, 진의남, 안윤경 (2013). **TIMSS 2011 우리나라 학생들의 수학・과학 성취 특성**. 한국교육과정평가원.

김수진, 박지현, 서지희 (2013). **TIMSS 2011 공개 문항 분석 자료집-수학-**. 한국교육과정평가원.

김수현 (2007). **비와 비율 개념의 지도를 위한 교과서 재구성에 관한 실행연구**. 청주교육대학교, 석사학위논문.

김영욱 외 (2005). 특수교육학 제3개정판, 교육과학사.

김용익 (2009). **비례상황에 기초한 비의 지도 방법 연구**. 한국교원대학교 대학원 박사학위논문.

나경은 (2010). 학습장애 학생의 수학문장제 해결기술에 대한 도식기반 중재의 효과. **학습장애연구, 7**(1), 135-156.

박경숙 외, **2005 KISE BATT**. 국립특수교육원.

신재은 (2005). **초등학생을 위한 비 개념 지도방안**. 경인교육대학교 석사학위논문.

안숙현 (2008). **5, 6, 7학년 학생들의 비례추론 능력 실태 조사**. 한국교원대학교 석사학위 논문.

이성환 (2008). **중재반응모델이 수학 학습부진아의 연산능력과 수학 학습장애아의 판별 적합성에 미치는 영향**. 대구대학교 대학원, 박사학위논문.

이영숙 (1998). **비례 문제 해결 전략과 오류에 대한 분석**. 한국교원대학교, 석사학위논문.

이종희 (2002). **중학생의 수학적 오류 분석 및 교수학적 처방을 위한 학습-지도 방법 개발. 교과교육 연구 활성화 방안 연구**. 한국교원대학교 석사학위논문.

이화영 (2011). **초등학생의 대수 추론 능력과 조기 대수지도**. 건국대학교, 박사학위논문.

정은실 (2003b). **비 개념에 대한 교육적 분석. 대한수학교육학회, 13**(3). 247-265

홍수영 (2006). **초등학교 5학년 학생의 비례 추론 이해**. 한국교원대학교, 석사학위논문.

Cramer, R. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching: Proportional reasoning. *Mathematics Teacher, 86*(5), 404-407.

Garnett, K. (1992). Developing Fluency with Basic Number Facts: Intervention for Students with Learning Disabilities. Learning Disabilities Research & Practice.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilties : Cognitive, neuropsychological, and gentic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.

Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ration in a class of preservice and practicing teachers*. Unpublished Doctoral Dissertation. The Pennsylvania State University.

Jitendra, A. K., DiPipi, C. & Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities: Am emphasis on conceptual and procedural understanding. *Journal of special educational, 36*(1), 23-38.

Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007a). Mathematical word problem solving in third grade classrooms. *Journal of Educational Research, 100*, 283-302.

Jitendra, A. K., Griffin, C., McGoey, K., Gardill, C., Bhat, P., & Riley, T. (1998). Effects of mathematical word problem solving by students at risk or with mild disabilities. *Journal of Educational Research, 91*, 345-356.

Jitendra, A. K., & Hoff, K. (1996). The effects of schema-based instruction on mathematical word problem solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Leaning Disabilities, 29*, 422-431.

Jitendra, A. K. Hoff, K. & Beck, M. (1999). Teaching middle school students with learning disabilities to solve word-problems using a schema-based approach, *Remedial and Special Education, 20*, 50-64.

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education., 24*, 41-61.

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. NewYork: Cambridge University Press.

Effects of Scheme Based Strategy Instruction on Mathematical Word Problems of Ratio and Proportion for Underachievers or At-risk LD Students

Jeon, Yoon-Hee (Graduate School, Konkuk University)
Chang, Kyung-Yoon (Konkuk University)

The purpose of this study is to investigate the effects of scheme based strategy Instruction on problem solving of word problems of ratio and proportion for students with under achievement or at risk for learning disabilities. Three 7th graders of underachieving or at risk LD were participated in this study. Three steps of instructional experiment- testing baseline, intervention with schematic-based strategy, testing for the abilities of problem solving, generalization, & sustainability. The results showed that the schema-based strategy, FOPS was effective method for all three students enhancing problem solving abilities and for generalizing and sustaining the problem solving.

* Key Words : at risk LD(학습장애 위험군), Underachiever(학습부진아), Ratio(비), proportion(비례), 도식기반교수(Schema-Based instruction)

논문접수 : 2014. 8. 12
논문수정 : 2014. 9. 18
심사완료 : 2014. 9. 18